

בוחן בפונקציות מרוכבות תשע"ז

יש לענות על כל 3 השאלות. נמקו היטב תשובתיכם.

1. תהי $f(x, y) = u(x, y) + iv(x, y)$ פונקציה אנליטית בכל \mathbb{C} המקיימת כי

$$u(x, y) = -v(x, y)$$

לכל x, y . הוכיחו כי f קבועה.

2.

(א) הוכיחו כי הפונקציה $\sin z$ אינה חסומה. (בלי להשתמש במשפט ליוביל!).

(ב) הוכיחו או הפריכו:

$$\lim_{z \rightarrow 0} z \sin \frac{1}{z} = 0$$

3. נגדיר מסילה $\gamma(t)$ המורכבת מחיבור של 2 המסילות הבאות:

$$\gamma_1(t) = \sqrt{2}e^{it} \quad \frac{\pi}{4} \leq t \leq \pi$$

$$\gamma_2(t) = -\sqrt{2} + t(\sqrt{2} - 1) \quad 0 \leq t \leq 1$$

(א) ציירו את המסילה γ .

(ב) חשבו את

$$\int_{\gamma} \frac{1}{z} dz$$

נמקו היטב את צעדיכם!