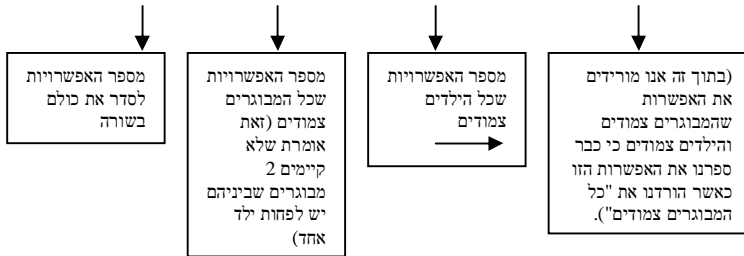


89195
קומבינטוריקה - פתרונות:

שימו לב: כמעט כל תרגיל בקומבינטוריקה ניתן לפתור במספר דרכים ובלבד שהגעת לאותה תוצאה סופית, לכן אופן הפתרון כאן הוא בגדר המלצה.

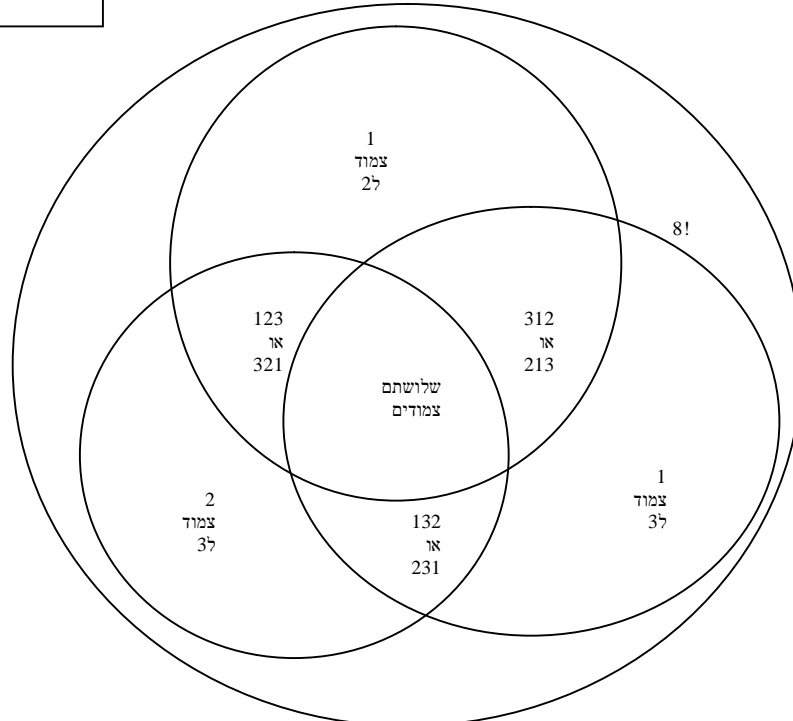
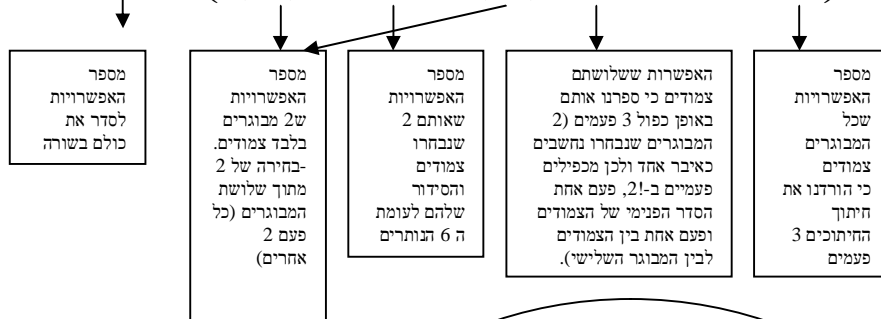
חלק א':
שאלה 1:

$$8! - 6! \cdot 3! - (4! \cdot 5! - 3! \cdot 5! \cdot 2!) = 34,560 \quad .א.$$



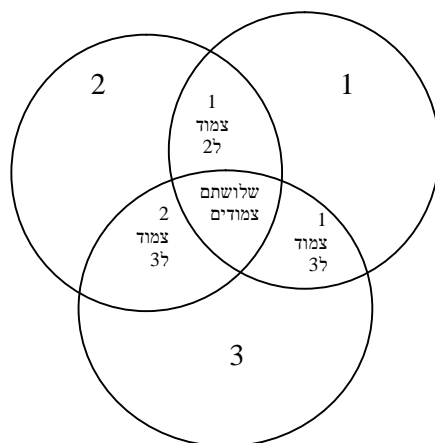
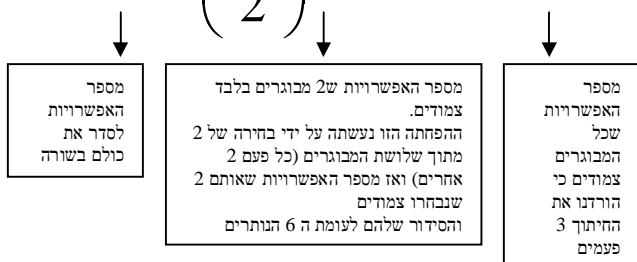
ב.

$$8! - \left(\binom{3}{2} \cdot 7! \cdot 2! - \binom{3}{2} 6! \cdot 2! \cdot 2! + 6! \cdot 3! \right) = 14,400$$



א

$$8! - \binom{3}{2} 7! \cdot 2! + 6! \cdot 3! = 14,400$$



שאלה 2:

$\frac{24!}{6!^4}$ א. ← סידור כל השחקנים בקבוצות
 ← לסידור הפנימי של כל קבוצה

$\frac{24!}{6!^4 4!}$ ב. ← התשובה של סעיף א' לחלק ב- 4!, כי כאן אין "שמות" לקבוצות, לא משנה באיזו קבוצה אתה

שאלה 3:

$$\frac{6!}{2!} - 4! = 336$$

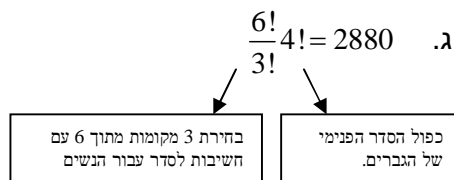
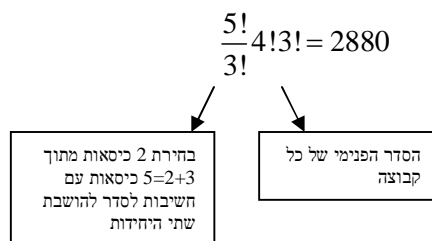
בהירת 4 ספרות מתוך 6 כאשר יש חשיבות לסדר
 האפשרויות שהספרות 1 ו-2 לא נבחרו.

שאלה 4:

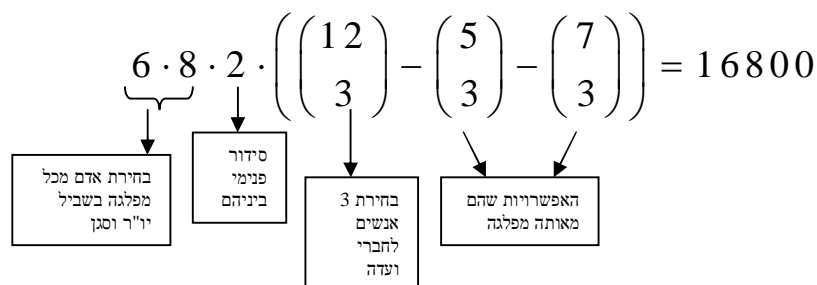
$\frac{10!}{3!} = 604800$ א.

בחירת 7 מקומות מתוך $7+3=10$ עם חשיבות לסדר להושבת קב' מגודל 7.

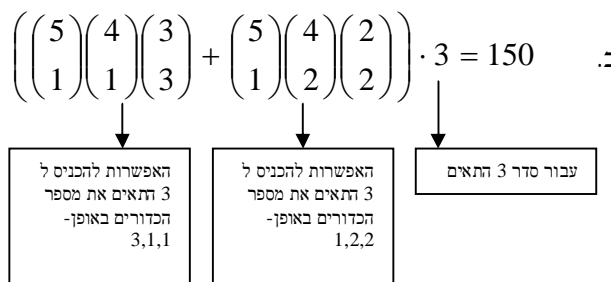
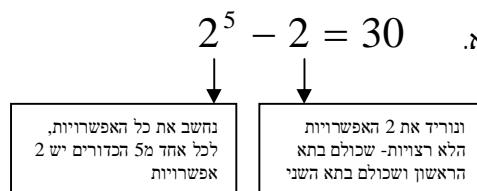
ב. מתייחסים אל הגברים אל החיידה אחת ואל הנשים כיחידה אחת



שאלה 5:



שאלה 6:



שאלה 7:

א. 3^4 לכל אחד מארבעת האנשים יש 3 מנות שהוא יכול לבחור.

ב. $\binom{k+n-1}{n-1} = \binom{6}{2} = 15$

בחירת מנות ל-4 אנשים מתוך 3 מנות אפשריות, לכן $k=4$ $n=3$ כאשר אין חשיבות לסדר ויש חזרות.

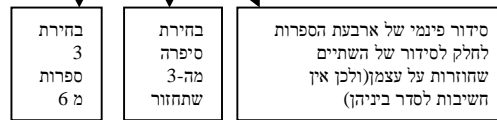
שאלה 8:

א. $6^4 = 1296$ ← בכל הטלה 6 אפשרויות

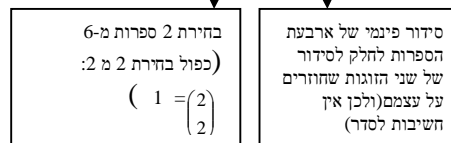
ב. $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$ ← בהטלה הראשונה 6 אפשרויות ובכל הטלה אחרי יורדת

אפשרות

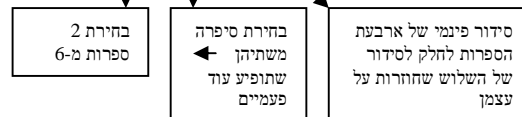
ג. $\binom{6}{3} \binom{3}{1} \cdot \frac{4!}{2!} = 720$



ד. $\binom{6}{2} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 90$



ה. $\binom{6}{2} \binom{2}{1} \cdot \frac{4!}{3!} = 120$



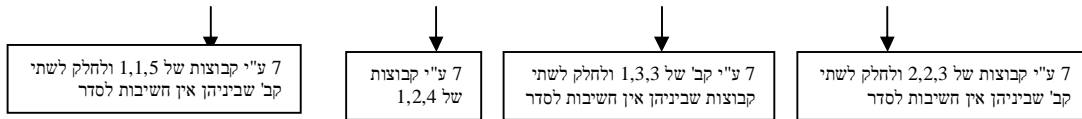
ו. $\binom{6}{1} = 6$ ← בחירת סיפירה מ-6

שאלה 9:

7 יכול להתקבל ע"י סכום של 3 ספרות באופנים הבאים (3 קב', סה"כ 7 אייטמים שונים):

לכן: $2+2+3 = 1+3+3 = 1+2+4 = 1+1+5 = 7$, וכל הסדרים ביניהן.

$$\frac{\binom{7}{1}\binom{6}{1}\binom{5}{5}}{2!} + \frac{\binom{7}{1}\binom{6}{2}\binom{4}{4}}{2!} + \frac{\binom{7}{1}\binom{6}{3}\binom{3}{3}}{2!} + \frac{\binom{7}{2}\binom{5}{2}\binom{3}{3}}{2!} = 301$$



שאלה 10:

שלושה שניה שלושה ראשונה

$$\frac{\binom{12}{2}\binom{6}{1}\binom{10}{2}\binom{5}{1}\binom{8}{2}\binom{4}{1}\binom{6}{2}\binom{3}{1}\binom{4}{2}\binom{2}{1}\binom{2}{2}\binom{1}{1}}{6!} = 7,484,400 \quad \text{א.}$$

בחירת הילדים לכל זוג: 2 מ 2, 12 מ 2
 10 הנותרים, 2 מ 8 הנותרים...

בחירת המבוגר לכל זוג: 1 מ 6, 1 מ 5 הנותרים...
 4 מ 1 הנותרים...

ולבסוף לחלק ל 6! כי אין חשיבות לסדר 6 השלשות.

ב. מאותה סיבה:

$$\frac{\binom{12}{2}\binom{10}{2}\binom{8}{2}\binom{6}{2}\binom{4}{2}\binom{2}{2}}{6!} = \frac{12!}{2!^6 6!} = 10,395$$

יתקבל לאחר פתיחת הסוגריים משמאל. אבל, כפי שאמרנו בתחילת התל, יש יותר מדרך אחת להגיע לפיתרון תקין, למשל במקרה זה, ניתן גם להגיע לביטוי זה ישר, כי אפשר לחשוב על בחירת הזוגות כעל הצבת הילדים בשורה (12!) וקביעה כי כל ילד זוג עם הסמוך לו, לכן כל שנותר הוא לחלק בסידור הפנימי של כל זוג (2!) ובסידור הפנימי של הזוגות (6!).

חלק ב'

שאלה 11:

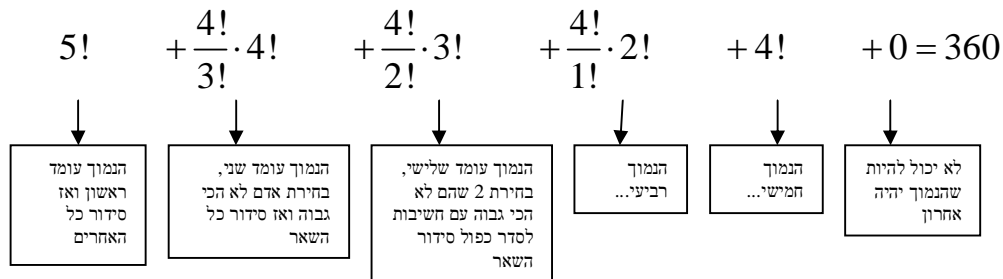
א.

$$6! - 5! \cdot 2! = 480$$

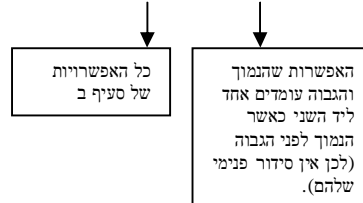


(כלומר, בעצם חישבנו את המשלים)

ב.



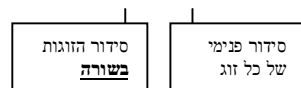
$$360 - 5! = 240 \quad \text{ג.}$$



שאלה 12:

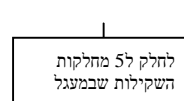
שורה:

$$5! \cdot 2!^3$$



מעגל:

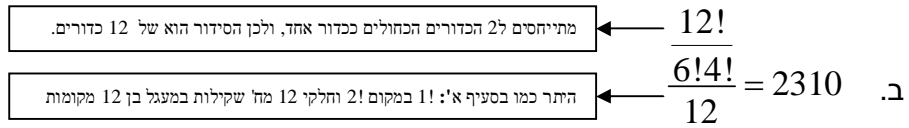
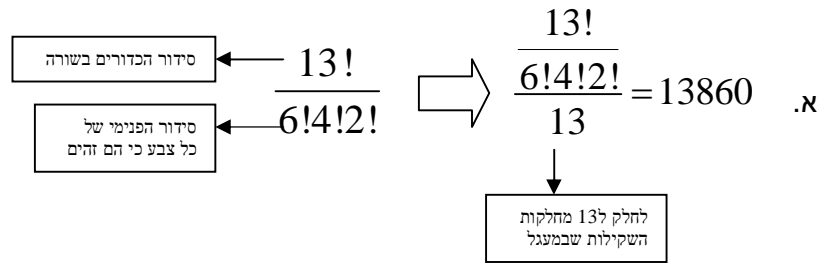
$$\frac{5! \cdot 2!^3}{5} = 7 \cdot 6 \cdot 8$$



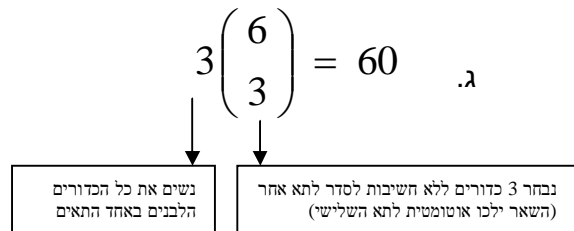
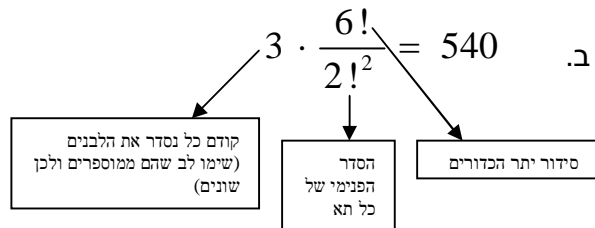
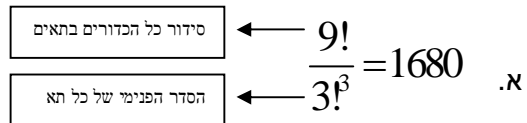
שאלה 13:

שורה:

מעגל:



שאלה 14:



שאלה 15:

$$\begin{array}{l} \boxed{\text{דרך כל אחת מ- } n \text{ הנקודות עוברים } n-1 \text{ מיתרים}} \longleftarrow \frac{n(n-1)}{2} \\ \boxed{\text{נחלק ב-2 כי ספרנו פעמיים כל מיתר}} \longleftarrow \end{array} \quad \text{א.}$$

$$\frac{n(n-1)}{2} = 32 + 34 \Rightarrow n = 12 \quad \text{ב.}$$

נסמן ב- x את מספר הנקודות שנמצאות על קשת אחת של AB וב- $(12-x)$ את מספר הנקודות שנמצאות על הקשת השנייה של AB . נחשב את המיתרים שאינם חותכים את המיתר AB :

$$\frac{x(x-1)}{2} + \frac{(12-x)(12-x-1)}{2} = 34 \Rightarrow x_{1,2} = 4, 8$$