שם הקורס: טופולוגיה

שם המרצה: פרופ' מגרל

מתרגלים: מני וסולי

תרגיל בית מספר 9

<u>שאלה 1</u>

יהי X מ"ט, ותהיינה $A,B\subseteq X$ ת"ק.

א. הוכיחו כי מתקיים $cl\left(A\cap B\right)\subseteq cl\left(A\right)\cap cl\left(B\right)$

ב. הראו על ידי דוגמא נגדית כי לא ניתן להחליף את ההכלה בסעיף א' בשיוויון.

ג. נסחו והוכיחו טענה דומה (כמו בסעיף א') עבור $int\left(A\cup B\right)$

<u>שאלה 2</u>

הוכיחו כי $\mathbb{R}$ אינו הומאומורפי ל- $\mathbb{R}^n$ עבור $n>1$.

<u>שאלה 3</u>

יהיו X,Y מ"ט, ותהי $f:X\to Y$ הומאומורפיזם. הוכיחו כי עבור $A\subseteq X$ מתקיים $f\left(int\left(A\right)\right)=int\left(f\left(A\right)\right)$.

<u>שאלה 4</u>

הוכיחו או הפריכו:

א. $\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}\cong\mathbb{Q}$

ב. $X\cong S^1$ כאשר $X=$ תת-מרחב של $\mathbb{R}^2$ בצורת **8** , $S_1=\left\{\left(x,y\right)\mid x^2+y^2=1\right\}$

ג. $(2,5)\cup(7,8)\cong(-3,-1)\cup\{0\}$

שאלה 5:

א. יהיו X,Y מ"ט דיסקרטיים. הוכיחו כי $X \cong Y$ אמ"מ $|X|=|Y|$.

ב. נגדיר שתי תת קבוצות של $\mathbb{R}$: $B=\mathbb{N}$, $A=\left\{\frac{1}{n}:n\in\mathbb{N}\right\}\cup\{0\}$ עם הטופולוגיה המושרית מהמרחב הגדול, נסמנן: τ_A,τ_B. הוכיחו כי (A,τ_A) אינו מרחב דיסקרטי, בעוד ש (B,τ_B) כן דיסקרטי.

ג. הסיקו כי (A,τ_A) ו- (B,τ_B) אינם הומאומורפיים.

ד. הוכיחו או הפריכו: $\mathbb{N} \cong \left\{\frac{n}{n+1}\right\}_{n\in\mathbb{N}}$

שאלה 6:

יהי X מ"ט ויהי $A\subset X$ תת מרחב קשיר.

הוכיחו או הפריכו : $int(A)$ קשיר.

שאלת בונוס:

הוכיחו: אם $A\subseteq\mathbb{R}^2$ תת קבוצה בת מניה, אזי $\mathbb{R}^2\setminus A$ קשיר מסילתית.

בהצלחה!