

חדווא 2 תרגיל מספר 4

נקודות קיצון ואינטגרל כפול

1. מצא את נקודות המקסימום המקומי, נקודות המינימום המקומי ונקודות האוכף של הפונקציה $f(x, y) = y \sin x$

2. האם לפונקציות הבאות קיימות נקודות מקסימום מקומי, נקודות מינימום מקומי או נקודות אוכף? אם כן, מצא נקודות אלו.

$$(1) f(x, y) = x^2 - e^{y^2}$$

$$(2) k(x, y) = e^x \sin y$$

$$(3) f(x, y) = e^{xy}$$

3. מצא את המקסימום והמינימום המוחלטים של $f(x, y) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2$ בתחום האליפטי D

$$\frac{1}{2}x^2 + y^2 \leq 1$$

המוגדר ע"י

4. מצא את המקסימום של $f(x, y, z) = x + z$ תחת האילוץ $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

5. מצא את הערכים המקסימליים והמינימליים, אם ישנם, של הפונקציה f כפוף לאילוץ (אילוץ) הנתונים:

$$1) f(x, y) = x^2 - y^2; \quad x^2 + y^2 = 4$$

$$2) f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2; \quad 3x + 2y + z = 6$$

$$3) f(x, y, z) = x + y + z; \quad x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 36$$

$$4) f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2; \quad x + y + z = 1 \text{ and } x + 2y + 3z = 6$$

$$\int_0^1 \int_0^1 (x y e^{x+y}) dy dx$$

6. חשב את האינטגרל

7. חשב את האינטגרל של $f(x, y) = x - y$ מעל התחום D כאשר D הנו המשולש

שקודקודיו הם $(0,0)$, $(1,0)$, $(2, 1)$.

8. העזר באינטגרל כפול על מנת למצוא את השטח של התחום במישור xy החסום ע"י $y^2 = x$ ו $y = x$

9. חשב את $\iint_D (x^2 - y^2) dx dy$ כאשר D הוא הריבוע שקודקודיו הם $(0,0)$, $(1,-1)$, $(1,1)$, $(2,0)$ לצורך כך, היעזר בהחלפת משתנים.

10. היעזר בקואורדינטות קוטביות על מנת לחשב את $I = \int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} (x^2 + y^2)^{5/2} dy dx$