תורת הקבוצות־ תרגיל 11.

17 בינואר 2016

1. הכלילו את ההוכחה הראשונה שנתנו למשפט רמזי לצביעה בk צבעים עבור $k \in \mathbb{N}$.
כלומר, הוכיחו שלכל קבוצה אינסופית A, וצביעה של $[A]^2$ בk צבעים, יש $B \subseteq A$ אינסופית כך ש $[B]^2$ מונוכרומטית.

2. הוכיחו את הטענות הבאות באמצעות משפט רמזי:
א. לכל סדרה של מספרים ממשיים קיימת תת סדרה מונוטונית.
ב. תהי A קבוצה אינסופית של נקודות במישור, כך שכל ישר מכיל לכל היותר מס' סופי של נקודות מ A. הוכיחו שיש $B \subseteq A$ אינסופית כך שכל ישר מכיל לכל היותר 2 נקודות מB.

3. הוכיחו את הטענות הבאות:
א. מסנן הוא על מסנן אמ"ם הוא הוא מסנן מקסימלי ביחס להכלה.
ב. כל מסנן מוכל בעל מסנן.
ג. כל על מסנן על A שמכיל קבוצה סופית הוא ראשי. (כאשר מסנן ראשי שנקבע ע"י x הוא $I_x = \{B \subseteq A | x \in B\}$).
ד. תהי A קבוצה לא סופית, קיים עליה על מסנן לא ראשי.