

קורס: 88-132-01, 05, 07
מרצים: פרופ' מ. אגרונובסקי, ד"ר ש. הורוביץ
ג' ניסן, תשע"ג

מבחן בחשבון אינפיניטסמלי 1 מועד ב'

ענו על 6 השאלות הבאות. כל שאלה שווה 18 נקודות. חומר עזר אסור פרט למחשבון פשוט. אתם חייבים לנמק כל תשובה. משך הבחינה שלוש שעות.

1. צטטו והוכיחו את מבחן קושי (מבחן השורש) להתכנסות טורים.

2. א. חשבו $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\tan x)^x$. ב. חשבו: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n+6} \right)^n$.

3. מצאו כל $\alpha \in \mathbb{R}$ כך שהטור $\sum_{n=5}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n+5} - \sqrt{n-5}}{n^\alpha}$

א. מתכנס.

ב. מתכנס בהחלט.

4. א. הגדירו פונקציה רציפה במידה שווה בקטע כלשהו.
ב. להוכיח או להפריך: הפונקציה $\sin(x^2)$ רציפה במידה שווה בקטע $(0, \infty)$.

5. נניח שהפונקציה $f(x)$ מוגדרת ובעלת נגזרת שנייה רציפה $f''(x)$ בקטע $[0, 3]$. עוד נניח ש- $f(0) = f'(0) = f''(0) = 0$, $f(2) = 5$, ו- $f(3) = 8$. הוכיחו שקיים $c \in [0, 3]$ כך ש- $f''(c) = 1$. הדרכה: אפשר להסתמך על משפט לגרנג', ז.א. על משפט הערך הממוצע.

6. ענו על אחת משתי השאלות הבאות:

א. עבור $n \in \mathbb{N}$ מצאו את $\max_{0 < x < \infty} e^{-x} \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!}$

ב. נגדיר $f(x) = x \cos x$. קרבו את $f(\frac{1}{3})$ עם שגיאה קטנה מ- 10^{-3} (על פי הערכת השארית).

בהצלחה