בס״ד

<u>תרגיל 7</u>

.1

2.7 תרגיל. תהא $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

א. לכסן את המטריצה A.

ב. חשב בעזרת (א) את המטריצה $\frac{1}{2^{21}}A^{21}$.

.2

2.15 תרגיל. תהא $A\in\mathbb{F}^{n\times n}$ עם n ערכים עצמיים שונים. הוכח ש A לכסינה.

.3

4.8 תרגיל. תהא $A=\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 8 \end{pmatrix}\in\mathbb{R}^{2\times 2}$. מצא מטריצה $B\in\mathbb{R}^{2\times 2}$ כך ש $B^2=A$.

.4

מצאו את הפולינומים האפייני והמינימלי של המטריצות הבאות, וקבעו בעזרתם האם הן לכסינות.

$$A=\begin{pmatrix} -9 & 4 & 4 \\ -8 & 3 & 4 \\ -16 & 8 & 7 \end{pmatrix} \quad \mathrm{B}=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \mathrm{C}=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad D=\begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ 0 & b & 0 \\ c & 0 & 0 \end{pmatrix}: a,c\geq 0$$

.5 סימון : $A\sim B$ משמעותו ש-A ו-B דומות.

5.4 תרגיל. יהיו $A,B\in\mathbb{F}^{n\times n}$. הוכח:

א. אם $A\sim B$, אזי $m_A(x)=m_B(x)$.

ב. אם אחת מהמטריצות A,B הפיכה, אזי $m_{AB}(x)=m_{BA}(x)$.

.6

5.12 תרגיל. תהא $A\in\mathbb{F}^{n\times n}$ כך ש $m_A(x)=(x-1)^2$. יהא $f(x)=x^2+4x+3$. הוכח שהמטריצה $f(A)$ הפיכה. [רמז: השתמש בנתון $m_A(A)=O$ כדי לחשב את $f(A)$, וזכור: מטריצה היא הפיכה רק כאשר הדטרמיננטה שלה אינה אפס]

בהצלחה ופסח כשר ושמח!