

מבחן מועד א' – בדידה למורים – תשע"ט

משך המבחן: שלוש שעות. מרצה: דר' ארז שיינר תאריך: 20/02/19 חומר עזר: מותר מחשבון

הוראות: יש לענות על כל השאלות. כל שאלה שווה 24 נק'. כל ציון מעל 100 יעוגל ל-100.

1. פונקציה  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . נקראת חצי תלולה אם

$$\forall x_1 \in \mathbb{R} \exists x_2 \in \mathbb{R} : (x_1 < 0) \vee (f(x_1) < f(x_2))$$

- א. האם  $f(x) = x^2$  חצי תלולה?  
 ב. האם  $f(x) = e^{-x}$  חצי תלולה?  
 ג. תנו דוגמא לפונקציה  $f(x)$  חצי תלולה, כך ש  $h(x) = -f(x)$  אינה חצי תלולה.
2. הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:  
 א. לכל שלוש קבוצות  $A, B, C$  אם  $B \cap C = A$  אזי  $A \setminus (B \setminus C) = A$   
 ב. לכל שלוש קבוצות  $A, B, C$  מתקיים כי  $A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus C$   
 ג. לכל שתי קבוצות  $A, B$  מתקיים כי  $A \setminus B = A \setminus (A \cap B)$
3. הוכיחו באינדוקציה (רגילה או מלאה) כי:  
 א. לכל  $n$  מתקיים כי  $6n^2 + 2n$  מתחלק ב-4 ללא שארית.  
 ב. לכל  $n$  מתקיים כי  $2n^3 - 2n$  מתחלק ב-4 ללא שארית.
4. תהיינה שתי פונקציות  $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ . הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:  
 א. אם  $f \circ g$  הפיכה, וגם  $g \circ f$  הפיכה אזי  $g, f$  הפיכות.  
 ב. אם  $f$  חח"ע וגם  $f \circ g$  הפיכה, אזי  $g$  הפיכה.  
 ג. אם  $f \circ g$  הפיכה, אזי  $f \circ f \circ g$  הפיכה.
5. כמה פתרונות שלמים אי שליליים יש למשוואה  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 10$  כך ש:  
 א.  $x_3 \geq 1$  וגם  $x_2 \geq 1, x_1 \geq 3$   
 ב.  $x_1 = x_2 = x_3 = x_4$   
 ג.  $x_3 < 3$  וגם  $x_2 < 3, x_1 < 3$

נוסחאות הבחירה:

בלי סדר	עם סדר	$k$ מתוך $n$
$\binom{n-1+k}{n-1}$	$n^k$	עם חזרה
$\binom{n}{k}$	$\frac{n!}{(n-k)!}$	בלי חזרה