

תרגיל 5

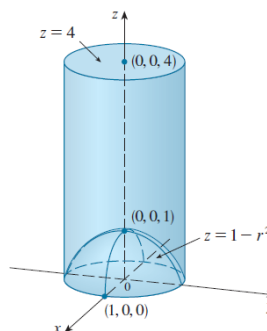
אינטגרל משולש

1. מצא את הנפח של התחום החסום ע"י $4z = x^2 + y^2$, $y = x + 2$, $y = x^2$

$$z = x + 3$$

חשב את $\iiint_V \rho(x, y, z) dx dy dz$ כאשר הגוף המוגבל על ידי המשטחים $x^2 + y^2 = 1$,

$$\rho(x, y, z) = 5\sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{והפונקציה נתונה על ידי } z = 4, z = 1 - x^2 - y^2$$



2. השתמש באינטגרל המשולש כדאי לחשב הנפח בין שתי הפראבולואידים $z = x^2 + y^2$

$$\text{ו } z = 18 - x^2 - y^2$$

אינטגרל קווי

3. חשב את $\int_C y dx + x^2 dy$ כאשר L הוא המסלול מהנקודה (0,0) לנקודה (2,4) הנתון

$$\text{ע"י } y = 2x$$

4. חשב את $\int_L y dx + (y + x^2) dy$ כאשר L הוא חלק של הפרבולה $y = 2x - x^2$

$$(y \geq 0) \text{ לפי כיוון השעון.}$$

משפט גרין

5. חשב לפי משפט גרין את האינטגרל עבור המסילה הסגורה C שברביע הראשון

$$\text{ומחוברת מ הקווים } x = 0, y = 1, y = x^2$$

$$\int_C (y^2 - \arctan x) dx + (3x + \sin y) dy$$

6. עבור המשולש C עם הקודקודים (0,0);(1,1);(1,2) חשב ע"י משפט גרין את האינטגרל

$$\int_C xy dx + x^2 y^3 dy$$

7. חשב לפי משפט גרין את האינטגרל $\oint_L 2xy^3 dx + 4x^2 y^2 dy$

אינטגרל משטחי

8. חשב את המסה של חלק הספרה $\{x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0, x \geq 0, y \geq 0\}$ בעלת הצפיפות $\rho(x, y, z) = xz$.

9. חשב את השטף של השדה $(y, -x, z^2)$ דרך הפרבולואיד $z = x^2 + y^2$, $0 \leq z \leq 1$.

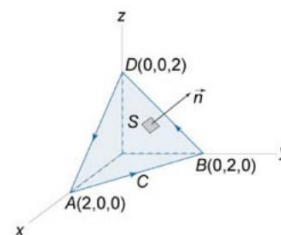
10. חשב את $\iint_S \vec{F} \cdot d\vec{s}$ כאשר $\vec{F} = -y\hat{x} + x\hat{y} + 3z\hat{z}$ הוא חצי הכדור $z = \sqrt{16 - x^2 - y^2}$.

משפט גאוס וסטוקס

11. חשב את שטף החיצוני של השדה $\vec{F}(x, y, z) = \frac{(x, y, z)}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}$ דרך מעטפת הגוף: $0 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$.

12. חשב $\int_C (x+z)dx + (x-y)dy + xdz$ כאשר C הוא שפת האליפסה $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ על המישור: $z = 1$.

13. חשב $\int_C (z-y)dx + (x-z)dy + (y-x)dz$ כאשר C הוא המשולש שקודקודיו נמצאים בנקודות: $A(2,0,0), B(0,2,0), D(0,0,2)$.



14. השתמש במשפט Gauss (div) כדי לחשב האינטגרל $\iint_D \vec{F} \cdot \vec{n} \, dS$ כאשר
 והתחום D הוא השפה של האליפסואיד $\vec{F} = xy \sin(z)\vec{i} + (\cos(xz) + y)\vec{j} + y \cos z \vec{k}$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$