

לינארית 2 - תרגיל 6

1. נתבונן במרחב $\mathbb{R}_2[x]$.

(א) רשמו במפורש את הבסיס הדואלי $\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$ לבסיס הסטנדרטי.

(ב) חשבו את $(\varphi_1 + 2\varphi_2 - \varphi_3)(3 - 2x - 5x^2)$.

(ג) רשמו את הפונקציונאל $\psi(p(x)) = \int_0^1 p(x)dx$ כצירוף לינארי של $\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$.

2. יהי $\{v_1 = (1, 1, 0), v_2 = (1, 1, 1), v_3 = (0, 1, -1)\}$ בסיס ל \mathbb{R}^3 . מצאו את הבסיס

הדואלי $\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$ ובערתו הציגו את הוקטור $v = (2, 3, -1)$ כצירוף לינארי של

אברי הבסיס. הציגו את הפונקציונאל $\varphi(x, y, z) = 2x + 3y$ כצירוף לינארי של

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$.

3. יהי $B = \{1 + 2x, 2 + 3x\}$ בסיס של $\mathbb{R}_1[x]$. מצאו במפורש את הבסיס הדואלי

$\{\varphi_1, \varphi_2\}$.

4. יהי V מ"ו ממימד סופי n . הוכיחו כי כל פונקציונאל $\varphi: V \rightarrow \mathbb{F}$ הוא או חח"ע או

העתקת האפס.

(רמז: מימדים).