

## חדו"א 1 תרגיל מספר 12 תשפ"א - אינטגרלים לא אמיתיים

ענו על השאלות הבאות:

### חלק א

1. חשבו, לפי הגדרה (ובצורה מפורשת) את האינטגרל  $\int_0^\infty \frac{e^x}{(e^x+1)^2} dx$
2. חשבו מפורשות את האינטגרל  $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{1}{x\sqrt{3|\ln(x)|}} dx$
3. חשבו מפורשות את האינטגרל  $\int_0^\infty e^{-4x} \sin(3x) dx$  הדרכה: השתמשו באינטגרציה בחלקים.
4. קבעו האם האינטגרל  $\int_1^\infty e^{\cos(\sin(x)+x)} dx$  מתכנס.
5. קבעו האם האינטגרל  $\int_1^\infty \frac{5x+2}{6x^3+3x+6} dx$  מתכנס.
6. קבעו האם האינטגרל  $\int_1^\infty \frac{6+6e^{-6x}}{6+4x} dx$  מתכנס.
7. קבעו האם האינטגרל  $\int_0^1 \frac{1}{x^{\frac{6}{11}} \sqrt{x+\sqrt{x}+x}} dx$  מתכנס.
8. קבעו עבור אילו ערכי  $\alpha$  האינטגרל  $\int_0^1 \frac{(x+1)^{11}}{x^\alpha + \sin(\sqrt{5x})} dx$  מתכנס.
9. תהא  $f$  פונקציה מנוטונית יורדת ב  $[0, \infty)$  המקיימת כי  $\int_0^\infty f(x) dx$  קיים וסופי (כלומר האינטגרל מתכנס). הוכיחו כי  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$  (הראו תחילה שקיים הגבול  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  ואח"כ הראו שהוא שווה ל 0).

### חלק ב

1. תהא  $f$  רציפה ואי-שלילית ב  $[0, \infty)$  ו  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$ . הוכיחו/הפריכו:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x} = a \quad \text{א) במידה ו } a \neq 0 \text{ מתקיים ש}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x} = 0 \quad \text{ב) במידה ו } a = 0 \text{ מתקיים ש}$$

2. עבור אילו ערכי  $\alpha$  האינטגרל  $\int_2^\infty \frac{1}{x^\alpha \ln(x)} dx$  מתכנס?

בהצלחה! ☺