

תרגיל 4

להגשה עד 15.5.2014, ט"ו אייר. כל אחד בקבוצת התירגול שלו

שאלה 1

קבעו אם האינטגרלים הבאים מתכנסים או מתבדרים

.1

$$\int_1^5 \frac{1}{\ln^2(x)} dx$$

.2

$$\int_1^\infty \frac{x - \arctan x}{x(1+x^2)\arctan x} dx$$

.3

$$\int_0^\infty \sqrt{x} e^{\sqrt{x}} dx$$

.4

$$\int_1^\infty e^{-\ln^2 x} dx$$

.5

$$\int_0^\infty x^2 \sin(x^4) dx$$

.6

$$\int_0^{\infty} \frac{\arctan x}{\sqrt{x^3 + x}} dx$$

.7

$$\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{1}{x\sqrt{|\ln x|}} dx$$

שאלה 2

חשבו לאילו ערכי $\alpha \in \mathbb{R}$ האינטגרל מתכנס ולאילו ערכים הוא מתבדר.

.1

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^\alpha} dx$$

.2

$$\int_0^1 \frac{\sin^2 x}{x^\alpha} dx$$

.3

$$\int_1^{\infty} \ln^\alpha x dx$$

שאלה 3

1. הוכח כי האינטגרל

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin(x)}{x + \frac{1}{2} \cos(x)} dx$$

מתכנס בתנאי (כלומר $\int_1^{\infty} \frac{\sin(x)}{x + \frac{1}{2} \cos(x)} dx < \infty$) אבל $\int_1^{\infty} \left| \frac{\sin(x)}{x + \frac{1}{2} \cos(x)} \right| dx$ מתבדר

2. נתונה f חיובית ורציפה ונתון כי $\int_0^{\infty} f(x)dx = \infty$ הוכיחו כי

$$\int_1^{\infty} \frac{f(x)}{x} dx = \infty$$
$$\int_0^x f(t)dt$$