מתמטיקה בדידה 2 להנדסה 83-118
דף נוסחאות לבוחן

תמורות וצירופים: בחירת k עצמים מתוך n עצמים

בחירות	עם חזרה	ללא חזרה
תמורות (עם חשיבות לסדר)	n^k סדרות באורך k	$n^{\underline{k}} = \frac{n!}{(n-k)!}$ סדרות באורך k של איברים שונים
צירופים (בלי חשיבות לסדר)	$\left(\!\binom{n}{k}\!\right) = \binom{n+k-1}{k} = \frac{n^{\overline{k}}}{k!}$ (תת־)רב־קבוצות בגודל k	$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n^{\underline{k}}}{k!}$ תת־קבוצות בגודל k

זהות פסקל: נוסחת נסיגה למקדמים בינומיים. עבור $0 < k < n$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$$

ומקרי הבסיס $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$.

משפט הבינום: עבור $n \in \mathbb{N}_0$

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$$

מקדם מולטינומי: עבור $a_1, \ldots, a_r \in \mathbb{N}_0$, כאשר $n = a_1 + \cdots + a_n$

$$\binom{n}{a_1, \ldots, a_r} := \frac{n!}{a_1! \cdots a_r!}$$

נוסחת נסיגה למקדמים מולטינומיים:

$$\binom{n}{a_1, \ldots, a_r} = \sum_{i=1}^{r} \binom{n-1}{a_1, \ldots, a_i - 1, \ldots, a_r}$$

משפט המולטינום:

$$(x_1 + \cdots + x_r)^n = \sum_{\substack{a_1, \ldots, a_r \in \mathbb{N}_0 \\ a_1 + \cdots + a_r = n}} \binom{n}{a_1, \ldots, a_r} x_1^{a_1} \ldots x_r^{a_r}$$

עצרת יורדת מוכללת:

$$\alpha^{\underline{k}} = \prod_{i=0}^{k-1} (\alpha - i) = \prod_{i \in [k]} (\alpha - i + 1)$$
$$= \alpha \cdot (\alpha - 1) \ldots (\alpha - k + 1)$$

עצרת עולה מוכללת:

$$\alpha^{\overline{k}} = \prod_{i=0}^{k-1} (\alpha + i) = \prod_{i \in [k]} (\alpha + i - 1)$$

מעבר בין עצרות:

$$\alpha^{\underline{k}} = (\alpha - k + 1)^{\overline{k}}$$
$$\alpha^{\overline{k}} = (\alpha + k - 1)^{\underline{k}}$$
$$(-\alpha)^{\overline{k}} = (-1)^k \alpha^{\underline{k}}$$

מקדם בינומי מוכלל:

$$\binom{\alpha}{k} := \frac{\alpha^{\underline{k}}}{k!} = \prod_{i=0}^{k-1} \frac{\alpha - i}{k - i}$$
$$= \frac{\alpha \cdot (\alpha - 1) \ldots (\alpha - k + 1)}{k \cdot (k-1) \cdot \cdots \cdot 2 \cdot 1}$$

זהויות מקדם בינומי מוכלל:

$$\binom{\alpha}{0} := 1$$
$$\left(\!\binom{\alpha}{k}\!\right) := \frac{\alpha^{\overline{k}}}{k!} = \binom{\alpha + k - 1}{k}$$
$$\binom{-\alpha}{k} = (-1)^k \left(\!\binom{\alpha}{k}\!\right)$$
$$\binom{-\frac{1}{2}}{k} = \frac{(-1)^k}{4^k} \binom{2k}{k}$$

משפט הבינום המוכלל: עבור $\alpha \in \mathbb{R}$

$$(x+y)^\alpha = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{\alpha}{k} x^{\alpha - k} y^k$$