

## תרגיל

תהי  $Tile3$  הבעיה:  
 בהינתן  $(T, t_0, \gamma)$  יש לקבוע האם קיים ריצוף כשר לחצי המישור עם  $T$  כאשר  $t_0$   
 בראשית וכאשר לכל אריח בריצוף ישנו שכן שעליו מופיע הצבע (סימן)  $\gamma$ .  
 האם השפה כריעה? ניתנת לזיהוי? הוכח.

## פתרון

נסה להוכיח כי השפה אינה ניתנת לזיהוי ברדוקציה מ- $Tile$ .

$$(A, a_0) \in Tile \Leftrightarrow (T, t_0, \gamma) \in Tile3$$

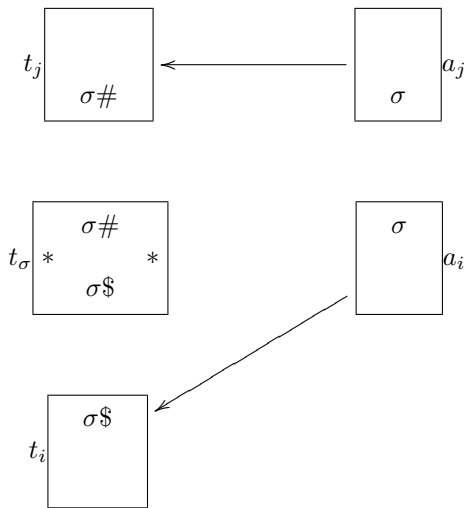
## הבניה

יהי  $a_i = \begin{bmatrix} a & b \\ d & c \end{bmatrix}$  וניצור אריח חדש  $t_i = \begin{bmatrix} a\$ & b \\ d & c\# \end{bmatrix}$  בנוסף לכל סימן  $\sigma$  ב- $A$  ניצור את האריח  $t_\sigma = \begin{bmatrix} \sigma\# & * \\ * & \sigma\$ \end{bmatrix}$  נקבע  $\gamma = *$  שנוצר מ- $a_0$ .  
 (מניחים ש- $*$  וכן  $\sigma\#, \sigma\$$  לכל  $\sigma$  אינם מופיעים ב- $A$ )  
 הבניה חישובית.

## נכונות

$\Rightarrow$  נניח  $(A, a_0) \in Tile$ , אזי קיים ריצוף כשר לחצי המישור עם  $A$  ו- $a_0$  בראשית. נסתכל על ריצוף דומה הבנוי באופן הבא: אם במקור בנק'  $(i, j)$  היה האריח  $a_k$  אזי בנק'  $(i, 2j)$  יהיה האריח  $t_k$ . בנוסף יהי  $\sigma$  הסימן בחלק העליון של  $a_k$ , אזי בנק'  $(i, 2j + 1)$  יופיע  $t_\sigma$ . קל לראות ש- $t_0$  נמצא בראשית, ולכל אריח יש שכן עם הסימן  $*$ .  
 $\gamma = *$   
 בנוסף, ניתן לראות שהריצוף כשר: כל שני אריחים  $t_i, t_j$  שנמצאים זה לצד זה, מתאימים, כפי שהתאימו  $a_i, a_j$ .  
 בנוסף, כל האריחים  $t_0$  מתאימים זה לצד זה. כל אריח  $t_\sigma$  מתאים לאריח מתחתיו (לפי תיאור הריצוף). בנוסף, הוא מתאים גם לאריח מעליו שבו לפי

כשרות הריצוף המקורי) הסימן התחתון הוא  $\sigma\#$ .



$\Leftarrow$   $(T, t_0, *)$ , אזי קיים ריצוף עם  $T$  כאשר  $t_0$  בראשית. בשורה זוגית לא יכולים להופיע אריחי  $t_\sigma$ , בשורה אי זוגית מכילה רק אריחי  $t_\sigma$ . נסתכל על ריצוף דומה שבו אם במקור בנק'  $(i, 2\sigma)$  היה אריח  $t_k$ , אזי כעת יהיה אריח  $a_k$  בנק'  $(i, j)$ .  
 ריצוף זה מקיים את דרישות  $Tile \Leftarrow (A, a_0) \in Tile$

## תרגיל

תהי  $Tile_4$  הבעיה:

בהינתן  $(T, t_0, t_1)$  יש לקבוע האם קיים ריצוף כשר לפי התנאים הרגילים וכך שבכל מקום שבו מופיע  $t_0$ , מופיע  $t_1$  בצמוד אליו. האם השפה כריעה? וכו'.

## פתרון

השפה לא ניתנת לזיהוי ברדוקציה  $Tile_m$

אפשרות 1 להשתמש באותה בניה כמו בתרגיל הקודם, כאשר אם  $a_0 = \begin{matrix} a & & \\ d & b & \\ & & c \end{matrix}$

נקבע  $(\sigma = a)t_1 = t_a$

אפשרות 2 ע"י טכניקה של "הרמת הריצוף"