

מתמטיקה דיסקרטית

מועד ב'

מסטר א' תשע"ח

הנחיות:

1. בטופס הבחינה שני דפים מלבד דף זה. ודאו כי כולם נמצאים בידכם.
2. בבחינה 6 שאלות. סכום הנקודות הוא 110.
3. הבחינה עם חומר פתוח.
4. משך הבחינה **שלוש שעות**.
5. הנכם רשאים להסתמך על סעיפים קודמים, גם אם לא השבתם עליהם.
6. **נמקו את כל תשובותיכם. פתרון ללא הוכחה לא יתקבל.**
7. ניתן להסתמך על משפטים שהוכחו במהלך ההרצאות והתרגולים בלבד ומופיעים בסיכומים המודפסים. יש לציין באופן ברור באיזה משפט נעזרים (מספר משפט ומספר הרצאה).

בהצלחה!

שאלה 1 (10 נקודות)

בטאו את הפסוק $r \oplus (p \uparrow q)$ באמצעות הקשר \downarrow .

שאלה 2 (10 נקודות)

הוכיחו את ההיסק הבא.

יש להוכיח בצורה פורמלית, תוך כדי ציון כללי ההיסק בכל שלב.

הנחה: $\exists x: r(x) \Rightarrow \forall x: \neg s(x)$

הנחה: $\exists x: p(x) \Rightarrow \neg q(b)$

הנחה: $(s(a) \vee p(a)) \wedge r(a)$

מסקנה: $\exists x: \neg q(x)$

שאלה 3 (20 נקודות)

יהי R יחס על $Z \times Z$ המוגדר באופן הבא: $((x, y), (x', y')) \in R \Leftrightarrow ((x \geq x') \wedge (y \leq y'))$

הוכיחו כי הוא יחס סדר חלקי. האם היחס מלא?

שאלה 4 (20 נקודות)

תהיינה A, B קבוצות. הוכח/הפריך:

א. $A \cap [(B \cup \bar{A}) \cap \bar{B}] = \emptyset$

ב. $(A \cup B) \cap ((\bar{A} \cap B) \cup (A \cap \bar{B})) = \emptyset$

שאלה 5 (25 נקודות)

תהי X קבוצה ותהי $Y \subseteq X$ תת קבוצה שלה. נגדיר יחס R_Y באופן הבא:

$$R_Y = \{(B, C) \in P(X) \times P(X) \mid B \cap Y = C \cap Y\}$$

א. הוכיחו כי R_Y הוא יחס שקילות.

ב. תהיינה B, C תתי קבוצות של X . הוכיחו כי אם $B \subseteq C$ אזי $R_C \subseteq R_B$.

שאלה 6 (25 נקודות)

יחס "סדר חלקי ממש" הוא יחס א-רפלקסיבי וטרנזיטיבי.

תהי A קבוצה ויהי R יחס סדר חלקי ממש על A

א. הוכיחו כי הסגור הרפלקסיבי של R הוא יחס סדר חלקי.

ב. תהי $B \subseteq A$.

נאמר ש- $b \in B$ איבר קטן ביותר לפי R אם $\forall x \in B (x \neq b \Rightarrow (b, x) \in R)$

נאמר ש- $b \in B$ איבר R -מינימלי ב- B אם $\forall x \in B ((x, b) \notin R)$

הוכיחו\הפריכו:

1. אם $b \in B$ איבר קטן ביותר בקבוצה B לפי R אז הוא מינימלי יחיד.

2. אם $b \in B$ הוא איבר R -מינימלי ב- B אז הוא איבר קטן ביותר.