

שאלות לאימון

1. הוכחת תכונות של פונקציות מרוכבות מיוחדות:

(א) הוכיחו: $\forall z \in \mathbb{C}, \sin 2z = 2 \sin z \cos z$

(ב) $\forall z \in \mathbb{C}, \cos z = 2 \cos^2 z - 1$

(ג) $\forall z \in \mathbb{C}, \sin(z + \pi) = -\sin z$

(ד) $\forall z \in \mathbb{C}, \cos(z + \pi) = -\cos z$

2. חישוב ערכים של פונקציות מרוכבות מיוחדות:
חשבו את הערכים הבאים:

(א) ענף עיקרי של $\ln(2 + 2i)$

(ב) ענף עיקרי של 4^i

(ג) כל הערכים של $\ln(3i)$

(ד) $e^{2+5\pi i}$

(ה) ענף עיקרי של i^{2i}

(ו) הציגו בצורה קרטזית: $e^{\frac{\pi}{4}i}$

3. בדיקה של גזירות: בדקו האם הפונקציות הבאות גזירות. במידה והן גזירות, מצאו את הנגזרת.

(א) $f(x + iy) = e^{x+iy+i}$

(ב) $f(x + iy) = x^2 + iy^2$

$$f(x + iy) = xe^x \cos y - ye^x \sin y + i(ye^x \cos y + xe^x \sin y) \quad (\text{ג})$$

$$f(x + iy) = \cos(x + y) + i \sin(x + y) \quad (\text{ד})$$

4. פתרון מד"רים. מצאו פתרונות כלליים למד"רים הבאים:

$$2y'' - y' + 1 = 0 \quad (\text{א})$$

$$y'' + 2y' + y = 3e^{-x} \quad (\text{ב})$$

$$y'' - 4y' + 4y = 5 \quad (\text{ג})$$

$$y'' + y' + 1 = x^2 + 1 \quad (\text{ד})$$

$$y' + y = x + 1 \quad (\text{ה})$$

$$y' + \frac{1}{x^2 + 1}y = 0 \quad (\text{ו})$$