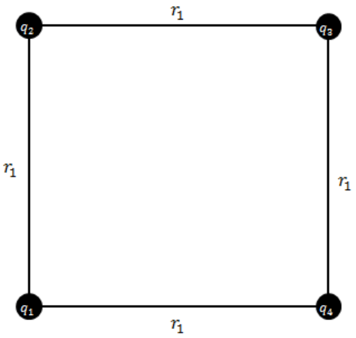
חשמל ומגנטיות – הרצאה VIII

בשיעור קודם אמרנו ש-$\frac{w}{q}=\Delta v \to w = q\Delta v$.



דוגמה : ארבעה מטענים מסודרים בריבוע עם צלע בגודל *r*. מהי האנרגיה הפוטנציאלית שאגורה במערכת?

פתרון : אנחנו בעצם שואלים כמה עבודה אנחנו עושים בהבאת המטענים האלה מאינסוף לנקודות בהן הם נמצאים. כדי להביא את q_1 לא צריך בכלל לעבוד עבודה. עבור q_2 צריך לעבוד $w_2=\frac{kq_1q_2}{r_1}$. עבור q_3 העבודה $w_3=\frac{kq_3q_2}{r_1}+\frac{kq_3q_1}{r_1\sqrt{2}}$ ואז $w_4=\frac{kq_1q_4}{r_1}+\frac{kq_4q_3}{r_1}+\frac{kq_4q_2}{r_1\sqrt{2}}$ ולכן האנרגיה הפוטנציאלית היא סכומם, ז"א $E_p=w_1+w_2+w_3+w_4$. (אם מדובר במטענים שליליים, צריך להציב את המטען יחד עם הסימן, ואז יש גם פעולות של חיסור בסכימה)

גם כן אמרנו בשיעור קודם כי $\frac{W_e}{q}\int E\cdot dl=-\Delta V=-[V(r_2)-V(r_1)]=-\int_{V(r_1)}^{V(r_2)}dV=-\int\frac{\partial V}{\partial l}dl$. נרחיב על האינטגרל השמאלי, אפשר לפתחו כך : $\int E\cdot dl=\int Ecos\gamma dl=\int E_T dl=\int E\cdot\hat{l}\,dl=-\int\frac{\partial V}{\partial l}dl$ ולכן בהכרח ש-$Ecos\gamma=-\frac{\partial V}{\partial l}$. ולכן מתקבל $E=\left|\frac{\partial V}{\partial l}\right|_{\max}$. קיבלנו נוסחה מאוד פשוטה לחישוב השדות מעכשיו והלאה !

בנוסף, כמו שלמדנו במכניקה, $\frac{dv}{dl}=\frac{\partial v}{\partial x}\frac{dx}{dl}+\frac{\partial v}{\partial y}\frac{dy}{dl}=\left[\frac{\partial}{\partial x}\hat{x}+\frac{\partial}{\partial y}\hat{y}\right]v\cdot\hat{l}$. נקרא לפעולה זו גרדיאנט, ונסמנה ב-*grad*.

קיבלנו נוסחה $E=-grad\ V$.

דוגמה : מצא את השדה שיוצר את הפוטנציאל הבא : $V(x,y,z)=3x^2y^5z^3$.

פתרון : $E(x,y,z)=-[6xy^5z^3\hat{x}+16y^4x^2z^3\hat{y}+15x^2z^2y^5\hat{z}]$.

זוהי נוסחה עוצמתית מאוד שתעזור לנו במקרים הבאים לחשב את השדה.

פתרנו עוד דוגמאות פשוטות רבות במהלך השיעור בגלל רמת הידע המתמטי בכיתה.