

על האינסוף בפילוסופיה של לייבניץ

חיבור לשם קבלת התואר "דוקטור לפילוסופיה"

מאת :

אלעד ליסון

היחידה ללימודים בין תחומיים

מדע טכנולוגיה וחברה

הוגש לסנט של אוניברסיטת בר-אילן

עבודה זו נעשתה בהדרכתו של ד"ר אוהד נחתומי
מן המחלקה לפילוסופיה של אוניברסיטת בר-אילן

מידך הפתוחה והמלאה, ובעזרתך.

אנשים טובים באמצע הדרך

תודה למנחה המחקר ד"ר אוהד נחתומי.

תודה לקרן 'מלגת הנשיא לדוקטורנטים מצטיינים' של אוניברסיטת בר-אילן ובעיקר לתורמים האדיבים על התמיכה הכספית במחקר זה.

תודה לכל האנשים הטובים שהושיטו יד ונתנו כתף במהלך הדרך: פרופ' אלחנן יקירה, פרופ' אלכס בלום, ד"ר אריה טפר, ד"ר בועז תמיר, גילה יהושע, דבינה וונדרר-קריאל, כנרת המר, פרופ' מנחם פיש, מתניה מאל, פרופ' עמוס אלטשולר, ד"ר ענת קלי, ד"ר רז-חן מוריס, ד"ר ראובן טבול, ד"ר שבתאי לובל, ד"ר שועי רז, שמואל ענבר, בן דודי (עוד מעט ד"ר) שי בגון ואחותי שלומית ליסון. עזרתכם ותמיכתכם אפשרו את סיומו של המחקר.

תודה להורכי אשתי, ברוריה ומשה אגרסט, על שדרבנו ועזרו בכדי שהמחקר הזה יגיע לידי סיום. אני מודה לכם מעומק הלב.

תודה להורכי, שוש ומיכאל ליסון, שנטעו בי את אהבת הלימוד, את הסקרנות ואת רוחב הדעת. אני מודה לכם על התמיכה הרגשית ועל האכפתיות המיוחדת שלכם שהיתה חבל הצלה עבורי בשעות הקשות.

אחרונים חביבים, אני מבקש להודות למשפחתי המקסימה. לילדיי: פורת, שחר-שמואל, עודד והלל, ולאשתי מיכל שעכשיו יש לי זמן גם להכיר אותה.

מיכלולה. את שמחת את שמחותיי וכאבת את משבריי כמעט חמש שנים מרגע שהחלטנו יחד לצאת למסע האינסופי הזה. המחקר זה מוקדש לך באהבה לרגל יום נישואינו האחד עשר. מזל טוב.

י"ט אב תשי"ע

תוכן העניינים

א	תקציר	1
1	מבוא	1

חלק א': סקירה היסטורית

15	הקדמה מתודולוגית	15
16	1. אריסטו: אינסוף פוטנציאלי בלבד	16
27	2. תומס אקווינס: א-לוהים והאינסוף	27
32	3. ויליאם מאוקהם: אינסוף אקטואלי סינקטגורמטי	32
42	4. רבי אברהם כהן היררה: שלמות מצומצמת, בין אחדות מוחלטת לריבוי חסר גבולות	42
49	5. גלילאו גליליי: רצף הבנוי מאינסוף אפסים	49
58	6. רנה דקארט: אינסוף כגודל בלתי-מוגדר	58
69	7. פייר גסנדי: התכחות לאינסוף	69
73	8. ברוך שפינוזה: אחדות אינסופית	73
81	9. רקע כללי: לייבניץ וההיסטוריה של האינסוף	81
94	סיכום	94

חלק ב': מתמטיקה

99	מבוא	99
102	1. 'אמנות הצירופים' כבסיס צורני לחשיבה: רטרוספקטיבה על חיבור מ-1666	102
111	2. לייבניץ והתחשיב האינפיניטסימאלי	111
111	2.1. רקע מתמטי: עבודות מתמטיות במאות ה-16 וה-17	111
127	2.2. התפתחות המתמטית של לייבניץ	127
129	א. עקרון הסתירה ושליטת מספר אינסופי	129
131	ב. סדרות אינסופיות	131
143	ג. פיתוחים גיאומטריים	143
149	ד. פיתוחים אלגבריים וגיבוש התחשיב האינפיניטסימאלי	149
160	3. הבהרות מושגיות: אינסוף סינקטגורמטי ואינסוף אקטואלי אצל לייבניץ	160
161	א. אינסוף סינקטגורמטי – אינסוף קטגורמטי	161
164	ב. אינסוף אקטואלי – אינסוף פוטנציאלי	164
165	ג. אינסוף סינקטגורמטי – אינסוף בלתי מוגדר (indefinite)	165
167	ד. אינסוף ואינפיניטסימאל	167
172	ה. האם תפיסת האינסוף של לייבניץ ניתנת להצדקה?	172
175	ו. סדרה אינסופית מתכנסת וגבול	175
177	ז. אינסוף אקטואלי	177
186	סיכום	186

חלק ג': פסיקה - אינסוף ואינפניטימאל במבוך הרצף

מבוא.....	191
1. 1669-1666 : אינסוף נקודות וקפיצות מרכיבות את הרצף.....	194
2. 1671-1670 : אינסוף נקודות בלתי מתחלקות (לא מינימאליות) מרכיבות את הרצף.....	196
3. 1675-1672 : אינסוף גדלים 'קטנים לאינסוף' מרכיבים את הרצף.....	207
4. 1677-1676 : האינפניטימאל הוא פיקציה - אין רצף אקטואלי.....	215
5. 1716-1678 : רצף אקטואלי בעצם גופני בחסות עקרון הרצף.....	232
א. סדרה אינסופית ועקרון פעולה.....	233
ב. עקרון הרצף.....	237
ג. 'אין צורות מדויקות ולכן גם לא תנועות מדויקות'.....	242
ד. מנוחה מוחלטת אצל ניוטון ולייבניץ.....	247
ה. הכוח האינסופי.....	253
סיכום.....	255

חלק ד': תיאולוגיה, לוגיקה, מטאפיסיקה

מבוא.....	261
-----------	-----

I. א-לוהים.....

1. ההוכחה האונטולוגית ומגבלותיה.....	262
2. 'הישות המושלמת ביותר' מול 'המספר הגדול ביותר'.....	265
3. הפתרון הצורני והמחיר שבהוכחת קיום הא-ל.....	271
4. על מקור השלילה - אי התאמה בין יסודות פשוטים.....	275
5. האינסוף המוחלט.....	283

II. עולמות.....

1. אינסוף-מקסימום - בין אחדות מוחלטת לריבוי סינקטגורמטי.....	291
2. החל מ-1676 : המרחב כמודוס של נוכחות א-לוהית קבועה.....	297
3. לייבניץ והפילוסופיה של המרחב.....	305
א. בין ההווה-לאין-מידה של הא-ל לבין המרחב האידיאלי : שלילת מרחב מוחלט..	305
ב. בין התפשטות מרחבית של גופים לבין המרחב האידיאלי.....	307
ג. מרחב אידיאלי גרידא ומרחב אידיאלי אינסופי ומוחלט.....	312
ד. בין סיטואציה מרחבית לבין מרחב אידיאלי.....	332
4. העולם על פי לייבניץ.....	342
א. מרחב פנומנלי והרמוניה קבועה מראש.....	342
ב. עולם מלא עד למקסימום - לייבניץ והמערבולות של דקארט.....	348
ג. כלל או תוכנית מרחבית של עולם כמקור לאי התאמה בין עולמות.....	357
5. שלילת נשמת העולם - הוכחות אפוסטריורי לקיום הא-ל.....	372

387	III. אינדיבידואלים
387	1. על טיבן האנליטי של אמיתות הכרחיות וקונטינגנטיות
396	2. ניתוח אינסופי כפתרון מבוך החופש
396	א. אנלוגיה בין סדרות אינסופיות לבין אמיתות קונטינגנטיות: פתרון למראית-עין?
404	ב. על רמות ההכרה ועל הדגמת אמיתות של טענה
412	ג. האינסוף כמפתח לפתרון מבוך החופש ומבוך הרצף
420	ד. דיס-אנלוגיה בין מתמטיקה של סדרה אינסופית ללוגיקה של אמת קונטינגנטית
427	ה. קונטינגנטיות. א-לוהים. אינטואיציה
436	3. מושג שלם של אינדיבידואל
445	4. אינסוף מטאפיסי ביסוד האינדיבידואל - האינסוף הסופי
455	אחרית דבר
457	ביבליוגרפיה
I	Abstract

רשימת קיצורים

חיבורי לייבניץ מתורגמים לעברית

- 'הערות ביקורתיות' 'הערות ביקורתיות לחלק הכללי של עקרונות הפילוסופיה לדקארט' (1692), חלק א', ערכו שרה ירצקי ומרסלו דסקל. תרגם שלמה קרניאל. תל אביב, מפעלים אוניברסיטאיים, 1979.
- 'מאמר מטאפיסי' (1686), בתוך 'מאמר מטאפיסי, ההתכתבות עם ארנו', ערך ותרגם אלחנן יקירה. תל אביב, מפעלים אוניברסיטאיים, 1988.
- 'מונדולוגיה' (1714), בתוך 'השיטה החדשה וכתבים אחרים על תורת המונדות', ערך ח"י רות. תרגם יוסף אור. עמ' 74-53. ירושלים, מאגנס, 1997.
- 'מסות חדשות' 'מסות חדשות על שכל האדם' (1709), תרגם יוסף אור. ירושלים, מאגנס, תשכ"ז.
- 'עקרוני הטבע והחסד' 'עקרוני הטבע והחסד המיוסדים בשכל' (1714), בתוך 'השיטה החדשה וכתבים אחרים על תורת המונדות', ערך ח"י רות. תרגם יוסף אור. עמ' 89-77. ירושלים, מאגנס, 1997.
- 'שיטה חדשה' 'שיטה חדשה בדבר טבע העצמים והקשר ההדדי שביניהם, וכן בדבר החיבור שבין הנפש והגוף' (1695), בתוך 'השיטה החדשה וכתבים אחרים על תורת המונדות', ערך ח"י רות. תרגם יוסף אור. עמ' 37-23. ירושלים, מאגנס, 1997.

כתבי לייבניץ

- A G. W. Leibniz. *Sämtliche Schriften und Briefe*. Ed. by the Deutsche Akademie der Wissenschaften. Multiple vols. in 7 series. Darmstadt/Leipzig/ Berlin: Akademie Verlag, 1923-.
- AG G. W. Leibniz. *Philosophical Essays*. Ed. and trans. by R. Ariew, and D. Garber. Indianapolis and Cambridge: Hackett, 1989.
- C *Opusculum et Fragments ineditis de Leibniz*. Ed. by L. Couturat. Paris, 1903. Reprinted Hildesheim, 1961.
- CB G. W. Leibniz. *Hauptsschriften zur Grundlegung der Philosophie*. Ed. by E. Cassirer, and trans. by A. Buchenau. 2 vols. Hamburg: F. Meiner, 1905.
- Child *The Early Mathematical Manuscripts of Leibniz*. Ed. and trans. by J. M. Child. Chicago: Open Court 1920. Reprinted New York: Dover, 2005.

De Quadratura Arithmetica

- De Quadratura Arithmetica circuli ellipseos et hyperbolae cujus corollarium est trigonometria sine tabulis* (Fall 1675-Summer 1676). Ed. by E. Knobloch. Gottingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 1993.
- FC *Nouvelles Lettres et Opuscules de Leibniz*. Ed. by A. Foucher de Careil. Paris: Auguste Durand, 1857. Reprinted Hildesheim: Olms, 1962.
- G *Die Philosophischen Schriften von G. W. Leibniz*. Ed. by C. I. Gerhardt. 7 vols. Hildesheim: Olms, 1875. Reprinted 1978.
- GM G. W. Leibniz. *Mathematische Schriften*. Ed. by C. I. Gerhardt. 7 vols. Hildesheim: Olms, 1854. Reprinted 1975.
- Grua G. W. Leibniz. *Texts ineditis*. Ed. by Gaston Grua. 2 vols. Paris, 1948
- H G. W. Leibniz. *Theodicy: Essays on the Goodness of God the Freedom of Man and the Origin of Evil*. Ed. by F. Austin, trans. by E. M. Huggard. New Haven, Yale University Press, 1952.
- L G. W. Leibniz. *Philosophical Papers and Letters* (2nd edition). Ed. L. E. Loemker. Dordrecht: D. Reidel, 1969.
- LA *The Leibniz-Arnauld Correspondence*. Ed. and trans. by H. T. Mason. Manchester: Manchester University Press, 1967.
- LH *Die Leibniz-Handschriften der königlichen öffentlichen bibliothek zu Hannover*. Ed. by E. Bodemann. Hannover, 1895. Reprinted Hildesheim, 1966.
- LLC G. W. Leibniz. *The Labyrinth of the Continuum: Writings on the Continuum Problem, 1672-1686*. Ed., trans. and with an introduction by R. T. W. Arthur. New Haven: Yale University Press, 2001.
- LR *The Leibniz-Des Bosses Correspondence*. Ed., trans. and with an introduction by B. C. Look, and D. Rutherford. New Haven and London: Yale University Press, 2007.
- MP G. W. Leibniz. *Philosophical Writings*. Ed. and trans. by M. Morris and G. H. R. Parkinson. London: Dent, 1973.
- NE G. W. Leibniz. *New Essays on Human Understanding*. Ed. and trans. by P. Remnant, and J. Bennett. Cambridge: Cambridge University Press, 1989.
- PDSR G. W. Leibniz. *De Summa Rerum: Metaphysical Papers 1675-1676*. Ed., trans. and with an introduction by G. H. R. Parkinson. New Haven and London: Yale University Press, 1992.
- PLP G. W. Leibniz. *Logical Papers*. Ed. and trans. by G. H. R. Parkinson. Oxford: Clarendon Press, 1966.
- R Translated texts by B. A. Russell, *Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz*. London: George Allen & Unwin, 1937.

S G. W. Leibniz. *Confessio Philosophi, Papers Concerning the Problem of Evil, 1671–1678*. Ed. and trans. by R. C. JR. Sleigh. New Haven: Yale University Press, 2005.

W G. W. Leibniz. *Selections*. Ed. and trans. by Phillip P. Wiener. New York, 1951.

כתבים אחרים

AT R. Descartes. *Oeuvres de Descartes*. 12 vols. Ed. by Charles Adam & Paul Tannery. Paris: Vrin, 1969.

CSM R. Descartes. *The Philosophical Writings of Descartes*. 3 vols. Ed. and trans. by J. Cottingham, R. Stoothoff, and D. Murdoch. Cambridge: Cambridge University Press, 1985.

EN G. Galileo. *Opera*, Edizione Nazionale. Ed. by Antonio Favaro. Florence, 1898.

תקציר

מחקר זה על האינסוף בפילוסופיה של לייבניץ נועד למפות את מגוון התחומים שבהם טיפל לייבניץ באינסוף, לאתר את הקשרים ביניהם ולהצביע על תפקידו של האינסוף בשיטתו הפילוסופית הכוללת. לצורך כך נבחנות גישתו המתמטית של לייבניץ כלפי האינסוף, התפתחות עמדתו ביחס לרצף הפיזיקאלי ודעתו במספר נושאים בהם לאינסוף תפקיד מכריע כדוגמת מושג הא-ל, מעמד העולם כשלם וכאגרגט ועקרון האינדיבידואציה של העצם. התמונה הכללית שעולה היא שמושג האינסוף משמש אצל לייבניץ באופן כפול, כמותי ואיכותי, כפי שהציע נחתומי¹. המובן הכמותי של האינסוף מתייחס לריבוי שלא ניתן לראותו כקולקציה שלמה בעוד שהמובן האיכותי של האינסוף מציין אחדות חסרת חלקים. לייבניץ מנסה לשלב בין שני המובנים הללו, לא תמיד בהצלחה.

בחלקו הראשון של המחקר נסקרו עמדות שונות של הוגים שקדמו ללייבניץ העוסקות באינסוף. מטרת הסקירה לספק את הרקע האינטלקטואלי לגישת לייבניץ לאינסוף. העמדות שנסקרו הן של אריסטו, תומס אקווינס, ויליאם מאוקהם, רבי אברהם כהן היררה, גליליי גלילאו, רנה דקארט, פייר גסנדי וברוך שפינוזה. רובן ככולן מציגות מתח בין אחדות לריבוי העולה מתוך ניתוח מושג האינסוף.

הטיפול בהיבט המתמטי של האינסוף אצל לייבניץ בחלקו השני של המחקר כולל התייחסות מפורטת לפיתוח התחשיב האינפיניטסימאלי בשנים שבהם שהה לייבניץ בפריס (1672-1676). בשנים אלו לייבניץ התעלם מבעיית המתח שבין השלם לבין אינסוף החלקים ויצא מנקודת הנחה שמתח זה ניתן לפתרון. לייבניץ התמקד בחשיפת הקשר ההפוך שבין סכימה ודיפרנציאציה, קשר שהחל להיחשף בעבודה על סדרות אינסופיות, הוגדר באופן שיטתי בעבודות הגיאומטריות שלו והתבטא היטב גם בסימולים האלגבריים שגיבש לייבניץ. אך לקראת אמצע 1676 לייבניץ הסיק שהדיפרנציאל (מכל סדר שהוא) אינו יכול להיות גודל אקטואלי; הוא אינו יכול להיות מרכיב אקטואלי של הרצף וכמות אינסופית שלו אינו יכולה לעולם להניב את השלם. כאשר לייבניץ הגיע למסקנה שהאינפיניטסימאל הוא פיקציה מתמטית הוא השלים את הצעד האחרון לקראת תפיסה סינקטגורמטית מלאה של האינסוף. הפרק המסכם את הדיון באינסוף המתמטי של לייבניץ עוסק בהבהרה מושגית של מושג האינסוף הכמותי שלו וכן בהצדקתו אל מול גישות מאוחרות יותר כשל קנטור.

להיבט המתמטי של האינסוף ישנה השלכה ישירה על תפיסת הרצף אצל לייבניץ וכן על הפיסיקה שלו. בחלק השלישי של המחקר נבחנות חמש תיאוריות שונות שגיבש לייבניץ במהלך הקריירה בנוגע לפתרון מבוך הרצף. שתיים מהן גובשו על ידי לייבניץ בשנים שקדמו לפיתוח התחשיב האינפיניטסימאלי, והשלישית נבעה מהגילויים המתמטיים החדשים בפריס. אולם לאחר שהכיר בפיקטיביות של האינפיניטסימאל הגיע לייבניץ למסקנה רביעית במספר על פיה רצף אקטואלי כלל אינו אפשרי הואיל וקיים נתק בין הרצף שהינו שלם אידיאלי חסר חלקים לבין המציאות המורכבת מאינסוף חלקים מובחנים. רק גילוי הכוח שביסוד החומר איפשר ללייבניץ לשנות בפעם החמישית והאחרונה את מסקנותיו ולהכיר בקיומו של רצף אקטואלי. מאז גילוי הכוח הדגיש לייבניץ שהתנועה הרציפה וחסרת הקפיצות היא שינוי דמיוני של המציאות האקטואלית, ומכאן שניתן לעשות שימוש

¹ Nachtomsky 2005

באינפניטיסימאלים פיקטיביים בכדי לתאר אותה ואף להסביר כיצד היא כאילו-מסתיימת ללא קפיצות (למעשה היא אינה מסתיימת לעולם, וכך מנוחה מוחלטת למשל אינה אפשרית). חשיפת שימור הכוח הביאה את לייבניץ לגבש את עקרון הרצף החשוב שלו ואפשרה מאוחר יותר גם את פיתוח הפילוסופיה המפורסמת של האינדיבידואל אצל לייבניץ.

חלקו האחרון של המחקר מוקדש לניתוח מספר סוגיות בפילוסופיה של לייבניץ שבהן לאינסוף תפקיד מרכזי, והוא מחולק לשלוש חטיבות: א-לוהים, עולמות ואינדיבידואלים. דיון במושג הא-ל מלמד שאין די במובן המתמטי של האינסוף אצל לייבניץ הואיל ומובן זה מדגיש את הריבוי האינסופי שמאציל הבורא, ולעולם לא את האחדות הפשוטה והמוחלטת המאפיינת את האל. מסקנה דומה עולה מניתוח עקרון האינדיבידואציה של עצמים: המובן המתמטי של האינסוף מתאים לתיאור אינסוף תכונות ויחסים הכלולים במושגו השלם של העצם, אך מובן זה של האינסוף אינו הולם את טיבו של היסוד המארגן של האינדיבידואל לכדי ישות אחדותית.

במקרים מעין אלו נזקק לייבניץ למושג אינסוף איכותי, מטאפיסי, שאיננו מבטא כמות כלל. א-לוהים למשל הוא אינסוף מוחלט, פשוט לגמרי ובלתי נגיש לחקירה. כמו כן, ביסוד כל עצם אינדיבידואלי קיים אינסוף מטאפיסי, מוגבל אמנם בהשוואה לא-לוהים, שאיננו ניתן לניתוח מתמטי-לוגי אינסופי. השימוש שעושה לייבניץ בהיבט המטאפיסי של האינסוף אינו מוגבל למטאפיסיקה: כפי שצוין לעיל, פתרון מבוך הרצף מותנה בקיומו של כוח פנימי, שאותו לייבניץ מכנה 'אינסופי', המחולל כמות אינסופית של שינויים במצעו החומרי של העצם הגופני.

יחד עם זאת, ההיבט המתמטי של האינסוף הינו חיוני מכיוון שאין די בהיבט האיכותי של האינסוף. בדיון על העולם ועל הרמוניה הקבועה בו מראש נראה ששני ההיבטים של מושג האינסוף משלימים זה את זה. מצד אחד, נוכחותו הקבועה והמוחלטת של א-לוהים, הבאה לידי ביטוי בעולם הממשי, מתפרטת לאינסוף נקודות מבט המתבטאות על פי תוכנית מרחבית אידיאלית סדורה ושלמה. מצד שני, אינסוף נקודות המבט הללו הינן מגוון הפרספקטיבות הייחודיות של המונדות המטאפיסיות המכוננות את העולם כאגרנט אקטואלי בלתי-שלם. לפיכך חקר האינסוף מלמד כי העולם על פי לייבניץ הינו תוכנית אידיאלית שלמה מצד אחד ואגרנט אקטואלי בלתי שלם מצד שני. אמנם עקרון הרצף המטאפיסי שסייע לפתור את מבוך הרצף הצביע כבר על זיקה בין הריבוי האינסופי לבין האחדות המחוללת אותו. אך עקרון זה מתאים לאחדות אורגנית של עצם גופני ואילו העולם על פי לייבניץ איננו אחדות אורגנית שא-לוהים משמש כנשמתה, ולכן שני ההיבטים המנוגדים של האינסוף מניבים ביחס לעולם תמונה דואלית שאינה מתלכדת לכדי תיאור קוהרנטי אחיד.

לבסוף, מושג האינסוף בא לידי ביטוי גם בחקר האמת האנליטית אצל לייבניץ ובהצלת שיטתו מפני דטרמיניזם. לייבניץ יצר חיץ אונטולוגי ולא רק אפיסטמולוגי בין ידיעתו המוחלטת של א-לוהים את הקונטינגנטים העתידיים לבין החופש האנושי, באמצעות ניתוח אינסופי של האמת הקונטינגנטית על העולם. הבנת יחסי הגומלין שבין מתמטיקה, לוגיקה ומטאפיסיקה בשיטתו הפילוסופית של לייבניץ מצביעים על כך שלייבניץ פתר (או יכול היה לפתור) את מבוך החופש באותו אופן שבו הוא פתר את מבוך הרצף. מן המחקר עולה כי לפיקטיביות של האינפניטיסימאל תפקיד משמעותי בפתרון שני המבוכים.

חקר האינסוף במשנתו של לייבניץ אינו חושף רק את הקשרים הרבים הקיימים בין תחומי הדעת שבהם עסק לייבניץ אלא גם את הקשיים והבעיות שמושג האינסוף מעורר. מבחינה זו חקר האינסוף בפילוסופיה של לייבניץ, בדומה לתפיסת האינסוף שלו עצמו, אינו מסתיים ואינו מציע פירוש שלם וסופי של הפילוסופיה שלו, הגם שיש לו תפקיד משמעותי בהבהרתה.

מבוא

מושג האינסוף הינו יסוד מרכזי אצל לייבניץ. הוא בא לידי ביטוי בתחשיב האינפיניטיסימאלי שפיתח לייבניץ במהלך ארבע השנים ששהה בפריס בהן הפך ממתלמד זוטור לאחד מגדולי המתמטיקאים באירופה. מושג האינסוף הינו גם המוקד בתיאוריות פיסיקאליות שונות שגיבש לייבניץ במהלך הרבע האחרון של המאה ה-17. לאינסוף גם חשיבות רבה בגיבוש תפיסת העולם המטאפיזית של לייבניץ, על פיה המציאות מורכבת מריבוי אינסופי של מונדות המוגדרות בעצמן כאינסופיות. זאת ועוד, על פי עדותו של לייבניץ האינסוף מהווה פתרון לשתי בעיות יסודיות אך בלתי קשורות בפילוסופיה: 'מבוך החופש' העוסק במתח שבין הידיעה הא-לוהית לבין הבחירה האנושית, ו'מבוך הרצף' העוסק במתח שבין התפיסה האידיאלית לבין ההרכבה האקטואלית של הממשותף.² הצהרה זו מלמדת שלייבניץ מצא דרך לאחד את שתי הבעיות על ידי פתרון המשותף באינסוף. נראה שגם אם מושג האינסוף אינו המושג החשוב ביותר במחשבת לייבניץ, הוא ללא ספק משמעותי דיו לבחון באמצעותו את מכלול השיטה הלייבניציאנית.

בקרב הפרשנים ישנה הכרה במרכזיות מושג האינסוף בפילוסופיה של לייבניץ, זאת על אף שהמושג בדרך כלל נדון בשולי הדיונים השונים על שיטתו. כך למשל, הידע המתמטי על האינסוף הלייבניציאני התגבש ממחקרים היסטוריים על התפתחות המתמטיקה, מתוך דיון באספקטים השונים של התחשיב האינפיניטיסימאלי שפיתח לייבניץ או בעקבות בירור ההבדלים שבין שיטת התחשיב של לייבניץ לבין זו של מתמטיקאים מתקופתו כניוטון, וואליס ואחרים.³ תובנות תיאולוגיות על מושג האינסוף התקבלו במחקרים שעיקר עניינם לא היה האינסוף דווקא אלא בעיות בתפיסת העולם כמכלול על פי לייבניץ, כדוגמת ההרמוניה-הקבועה-מראש או שאלת קיומה של נשמה לעולם.⁴ בשנים האחרונות הופיעו מחקרים על האינסוף בשל עניין גובר והולך בטיבו של החומר אצל לייבניץ ובמהותו של העצם החומרי (Corporeal Substance) בשיטתו.⁵ אך שוב מושג האינסוף עצמו לא עמד בראש מעייניהם של החוקרים. בהמשך לכך, שאלות על זמן⁶ ומרחב⁷, על ניתוח תורת היחסים של לייבניץ⁸ או על ניתוח המושג השלם של העצם האינדיבידואלי⁹, קשורות כולן במישרין או בעקיפין למושג האינסוף. אולם מעט מאוד עבודות נדרשו לדיון ישיר במושג האינסוף של לייבניץ.¹⁰ בשל כך, תמונה כוללת על מושג

² "For there are two labyrinths of the human mind, one concerning the composition of the continuum, and the other concerning the nature of freedom, and they arise from the same source, infinity." (1689?, *On Freedom*; FC 180, AG 95)

³ Rescher 1955, Benardete 1964; Baron 1969; Kline 1972; Hofmann 1974; Bos 1974, 1986; Earman 1975; Horvath 1982; Laugwitz 1992; Bertoloni-Meli 1993; Levey 1998; Jesseph 1998; Ferraro 2000; Arthur 2008
Adams 1994; Rescher 1996; Carlin 1997; Arthur 1999, 2001b; C. Wilson 2000; Brown 1987, 2000, 2005

⁴ Rutherford 1990, 1995a; Levey 1999a, 1999b; Crockett 1999; Arthur 1998; Hartz 1998, 2007; Phemister 1999, 2005

⁵ McGuire 1976; McRae 1979; Futch 2002, 2004

⁶ Hacking 1975; Winterbourne 1982; Hartz & Cover 1988; De Risi 2007

⁷ Russell 1900; Couturat 1902; Curley 1972; Adams 1982; Hacking 1982; Blumenfeld 1985; Mates 1986;
⁸ Ishiguro 1990; Mugnai 1992

⁹ Nachtomy 1998, 2007; Cover & O'Leary-Hawthorne 1999; Mugnai 2001; Di Bella 2005

¹⁰ Burbage & Chouchan 1993; Arthur 2001a; Nachtomy 2005

האינסוף של לייבניץ, העוקבת אחר התגבשות המושג ובוחנת עד כמה עקבי היה השימוש שנעשה בו, עודנה חסרה. מחקר זה הממוקד במושג האינסוף משלים נקודת מבט שחסרה כרגע בפסיפס הפרשני של שיטת לייבניץ.

המטרה המרכזית שהצבתי לפני במחקר זה היתה לברר את הזיקה שבין המתמטיקה של האינסוף לבין המטאפיסיקה של האינסוף אצל לייבניץ. עיון בכתביו המתמטיים של לייבניץ מגלה שלליבניץ פיתח את התחשיב האינפיניטיסימאלי מתוך עניין פילוסופי עמוק באינסוף. סביר להניח שלליבניץ, כמו הוגים אחרים במאה ה-17, חתר לחבר בין תובנותיו המתמטיות לבין רעיונות תיאולוגיים ומטאפיסיים שהעלה. השאלה היא האם הצליח לייבניץ לגבש עמדה פילוסופית ברורה ביחס למושג האינסוף, שעמדה לו בהמצאת תיאוריות פיסיקאליות ובמיוחד בקידום משנתו המטאפיסית. האם תובנות הקשורות למתמטיקה של האינסוף באות לידי ביטוי בתחומים אחרים בהם עסק לייבניץ כדוגמת פרויקט השפה האוניברסאלית שלו, הוכחות אפריורי ואפוסטריורי לקיום הא-ל או טיעונים אודות קיומה של הרמוניה-קבועה-מראש, ואם כן כיצד התמודד לייבניץ בכל אחד מהמקרים הללו עם מגבלות שמעורר המובן המתמטי של האינסוף? להבנתו של לייבניץ המגבלה העיקרית הינה אי קיומו של מספר אינסופי ופירושו של דבר ששלם אינסופי אינו אפשרי. אולם לייבניץ התעלם פעמים רבות ובמופנן מהמגבלה שמעורר המובן המתמטי של האינסוף, ואם כך נשאלת השאלה האם לייבניץ עשה שימוש במובן אחר של מושג האינסוף שבו למגבלה האמורה אין משמעות. כיצד יש להבין למשל את קביעתו של לייבניץ כי "כל נפש יודעת את האינסוף, יודעת את הכול, אבל באופן מבלבל!"¹¹ לייבניץ משלב כאן באופן מפורש וחד משמעי בין האינסוף לבין 'הכל' והדבר אינו אפשרי על פי אמות המידה המתמטיות של מושג האינסוף. פרשנים אחדים הבחינו כי כאשר לייבניץ דן במושג הא-ל, הוא עשה שימוש במובן אחר של מושג האינסוף מזה הכמותי-מתמטי¹². רשר למשל מזכיר כהוכחה לכך קטע שהושמט ממכתבו של לייבניץ לברתלומאו דה בוס בסתיו 1706.

There is a *syncategorematic infinite* or passive power having parts, namely, the possibility of further progress by dividing, multiplying, subtracting, or adding. In addition, there is a *hypercategorematic infinite*, or potestative infinite, an active power having, as it were, parts eminently but not formally or actually. This infinite is God himself. But *there is no categorematic infinite*, or one actually having infinite parts formally.¹³

מבלי להיכנס לפירושים של המונחים במסגרת מבוא זה, המובן הכמותי של האינסוף מתייחס לריבוי של חלקים שאינו מתלכד למהות אחת ואף לא לקבוצה שלמה ואילו האינסוף הקשור במושג הא-ל מציין אחדות המהווה מקור לקיומם של חלקים אך כשלעצמה מחוסרת חלקים. זאת ועוד, נחתומי אף סבור שלליבניץ אין מנוס מלעשות שימוש במובן איכותי-מטאפיסי של אינסוף מכיוון שהמובן הכמותי-מתמטי של האינסוף הופך את מושג הא-ל למושג בלתי אפשרי¹⁴. עמדתו של נחתומי

¹¹ 1714, 'עקרונות הטבע והחסד' סעיף יג, עמ' 86.

¹² Rescher 1979, 100

¹³ 1 Sep. 1706, *Leibniz to Des Bosses*; G II 314, LR 53

¹⁴ Nachtomy 2005, 53-61

חשובה במיוחד מכיוון שלדבריו לייבניץ מתייחס למובן איכותי של מושג האינסוף לא רק בשלהי הקריירה שלו אלא כבר באביב 1676 במקביל לפיתוח שלביו האחרונים של התחשיב האינפיניטיסימאלי. כהוכחה לכך מביא נחתומי בין השאר קטע מהערות שכתב לייבניץ לעצמו לאחר ששמע פרטים על ה'איתיקה' של שפינוזה מידידו וולטר צ'ירניהאוס¹⁵.

I usually say that there are three degrees of infinity. The lowest is, for the sake of an example, like that of the asymptote of a hyperbola; and this I usually call the mere infinite. It is greater than any assignable, as can also be said of all the other degrees. The second is that which is greatest in its own kind, as for example the greatest of all extended things is the whole of space, the greatest of all successives is eternity. The third degree of the infinity, and this is the highest degree, is *everything*, and this kind of infinite is in God, since he is all one; for in him are contained the requisites for existing of all the others.¹⁶

אם כך, לייבניץ הבחין, בהשראת שפינוזה, בין המובן המתמטי של האינסוף לבין המובן המטאפיסי שלו. אולם עדיין לא ברור איזו השפעה נודעה להבחנה זו על הגותו הכוללת של לייבניץ. האם לייבניץ עשה שימוש במובן האיכותי-מטאפיסי של האינסוף גם מעבר להגדרת מושג הא-ל? לאור זאת, צפה ועולה השאלה המרכזית של המחקר: מהו היחס בין המובן הכמותי של מושג האינסוף לבין המובן האיכותי של מושג האינסוף על פי לייבניץ וכיצד מובנים אלו באים לידי ביטוי במכלול שיטתו הפילוסופית.

שיטת המחקר היא ניתוח והבהרה של מושג האינסוף בכתביו של לייבניץ תוך השוואה עם תובנות קודמות על מושג האינסוף שעמדו ברקע פעילותו האינטלקטואלית של לייבניץ. לשם כך נבחנו בחלק הראשון של המחקר עמדותיהם של שמונה פילוסופים שונים ביחס למושג האינסוף: אריסטו, תומס אקווינס, ויליאם מאוקהם, רבי אברהם כהן היררה, גליליי גלילאו, רנה דקארט, פייר גסנדי וברוך שפינוזה. דומה שלא ניתן להבין את תפיסת האינסוף של לייבניץ מבלי לעמוד על טיבן של העמדות הללו. כל מי שמבקש לדון על מושג האינסוף, ובפרט על מושג האינסוף של לייבניץ, מוצא עצמו פוסע בדרך סלולה שכבש 'הפילוסוף' אריסטו. זוהי הדרך לבירור ההיבטים הכמותיים של האינסוף הואיל וההבחנה שהבחין אריסטו בין אינסוף פוטנציאלי ואינסוף אקטואלי אינה מאפשרת לכרוך יחד את האינסוף עם השלם. אך אין די בעמדת הפתיחה של אריסטו. פרשנויות מאוחרות יותר של הוגים סכולסטיים כדוגמת ויליאם מאוקהם איפשרו לברר את ההיבט הכמותי של האינסוף באמצעות קטגוריות פילוסופיות חדשות. הבחנה בין אינסוף קטגורמטי לאינסוף סינקטגורמטי (שהוזכרה קודם בקטע ממכתבו של לייבניץ) פותחת פתח לתפיסה מתוחכמת של מושג האינסוף המצדדת בריבוי אינסופי אקטואלי, למרות טיעוני הנגד של אריסטו.

במקביל לפיתוח תפיסה מורכבת של ההיבט הכמותי של האינסוף, לייבניץ תפס את האינסוף גם באופן איכותי. היבט זה של מושג האינסוף בא לידי ביטוי בעיקר ביחס למושג הא-ל ואותו פיתח תומס אקווינס במאה ה-12 במטרה לגשר בין אמות המידה של אריסטו למושג האינסוף לבין החשיבה

¹⁵ Parkinson 1978, 76-77; Nachtomy 2010-2011

¹⁶ Feb. 1676, *On Spinoza's Ethics, and on the infinite*; A 385, LLC 43

הדתית הנוצרית. מאתיים חמישים שנה מאוחר יותר, פיתח גם רבי אברהם כהן היררה את המובן האיכותי של מושג האינסוף במסגרת מאמציו לגשר בין המסורת הניאופלטונית לבין אמות המידה הקבליות למושג האינסוף. הוגים אלו מספקים את הרקע האינטלקטואלי להבנת חשיבותו של מושג האינסוף בהגדרת מושג הא-ל אצל לייבניץ¹⁷.

על מנת להתוודע להלכי הרוח בתקופתו של לייבניץ בכל מה שקשור לטיפול במושג האינסוף, נבחנו עמדות של ארבעה הוגים נוספים. השקפותיהם של גלילאו, דקארט, גסנדי ושפינוזה מכסות טווח רחב ביותר של דעות ובאמצעותן מתקבלת תמונה עשירה ומלאה יותר על יחסם של הוגים בפתח העידן המודרני לאינסוף. תמונה זו חושפת מודעות ערה לעצמתו הפילוסופית של האינסוף אך גם לסיכון שבשימוש בו. מושג האינסוף מאתגר את גבולות היכולת של המחשבה ומשום כך מעורר באופן תמידי פרדוקסים. יש הרואים בפרדוקסים של האינסוף תיאור מהימן של המציאות (גלילאו); יש החפצים להגביל את היקף השימוש באינסוף בשל הפרדוקסים שהוא מעורר אך מגלים שמאמץ כזה מעורר פרדוקסים אחרים (דקארט); יש המתעלמים מהפרדוקסים של האינסוף על ידי התמקדות במובן האיכותי והבלתי מתחלק של האינסוף (שפינוזה); ויש המבקשים להימנע מלעשות באינסוף כל שימוש (גסנדי). לייבניץ מתעמת עם כל אחת מן הגישות הללו בדרך לעיצוב השקפת עולמו על האינסוף.

גישת לייבניץ כלפי המובן הכמותי-מתמטי של מושג האינסוף מטופלת בחלקו השני של המחקר. חלק זה כולל התייחסות לפיתוח התחשיב האינפיניטיסימאלי של לייבניץ בשנות שהותו בפריס (-1672, החל מעבודותיו המוקדמות של לייבניץ על סדרות אינסופיות דרך פריצת הדרך בהליך ההמרה הגיאומטרי שלו ועד לסימולים האלגבריים שטבע. כפי שטוען ארתור, בשנים אלו גיבש לייבניץ את עיקרי התחשיב שלו, והם נשארו קבועים פחות או יותר וללא שינויים משמעותיים מאז ועד לתום הקריירה שלו¹⁸. עדויות טקסטואליות המופיעות בחלק זה מספקות את התימוכין לכך.

מעניין שפיתוח התחשיב האינפיניטיסימאלי התאפשר בשל כך שלייבניץ התעלם זמנית ממסקנות שקיים פער בין אינסוף חלקים לבין שלם, פער שפירושו שלילה של מספר אינסופי. קודם הגיעו לפריס במרץ 1672, נטיית ליבו של לייבניץ היתה לכרוך יחד את האינסוף עם השלם. אולם לאחר שנחשף לפרדוקסים של האינסוף מקריאה בכתבי גלילאו הגיע לייבניץ למסקנות הפוכות מאלו שהסיק גלילאו עצמו ועבר לשלול את קיומו של מספר אינסופי. יחד עם זאת, לייבניץ הוקסם משיטת קוולירי תלמיד גלילאו לחישוב שטחים, שיטה שהתבססה על הרכבה של שלם מאינסוף חלקים, ועל כן היה משוכנע שניתן להתגבר על הפער שבין האינסוף לבין השלם באמצעים מתמטיים. כתוצאה מכך התעלם לייבניץ זמנית מהבעיות הפילוסופיות הכרוכות במושג האינסוף. במהלך פיתוח התחשיב האינפיניטיסימאלי השקיע לייבניץ מאמץ לספק הצדקה מתמטית לשיטתו הגיאומטרית של קוולירי ובסביבות פברואר 1676 הדבר אכן עלה בידו. אך הצדקת התחשיב הביאה את לייבניץ לשוב ולהרהר בטיבו הפרדוקסאלי של האינסוף.

הרעיון המרכזי של התחשיב קשור ביחס הפוך שבין סכימה ודיפרנציאציה: כל איבר בסדרה יכול להיחשב כסכום של טור הפרשים של הסדרה אך בה במידה כל איבר יכול להיחשב כהפרש בין טורי

¹⁷ רעיונותיו של היררה על האינסוף שבסוד הצמצום הקבלי (שאפשר והשפיעו על שפינוזה 1962, Wolfson), מספקים את הרקע גם להבנת דרגת הביניים של האינסוף, שאותה מכנה לייבניץ 'מקסימום'.

¹⁸ Arthur 2010a

הסכומים של הסדרה. ניתן לנסח זאת גם כך: כל דיפרנציאל יכול להיחשב כסכום של טור הדיפרנציאלים מסדר שני אך לחלופין כל דיפרנציאל יכול להיחשב גם כהפרש בין אינטגרלים. חמוש בתבונה הזו הצליח לייבניץ לנסח אלגברית חישוב שטחים באמצעות אינסוף דיפרנציאליים, ואף להסביר מדוע דיפרנציאלים מסדר שני הינם זניחים בחישוב כזה אף שיש להם חשיבות בכפוף לרמת דיוק נדרשת. כעת היתה בידי לייבניץ שיטת חישוב כללית שעבורה שיטתו של קוולירי היתה מקרה פרטי בלבד. אך ביסוד הרעיון המרכזי של התחשיב עמדה ההנחה ששלם ניתן להרכבה או לחלוקה לאינסוף. הבעיה היא שאם כל חלק של השלם ניתן בעצמו לחלוקה אינסופית לעולם לא ניתן לדעת מאילו חלקים באמת מורכב השלם. בעיה זו מערערת על האפשרות לייחס מעמד ממשי לחלקיו האינפיניטסימאליים של הרצף. יתרה מכך, על מנת להרכיב שלם מאינסוף חלקים מובחנים יש צורך לסיים את ההרכבה האינסופית, כלומר לגשר על הפער הקבוע שבין רגרסיה לאינסוף לבין הגבול. מבחינה חישובית ניתן לומר שזהו גודל זניח, אך מבחינה פילוסופית יש לאפיין גודל כזה כגודל שניתן להזניח אותו, דהיינו כגודל בלתי מובחן. גודל בלתי מובחן הינו גודל שאינו זמין לחלוקה או להרכבה נוספות – הוא בלתי מוגדר ולכן מביא לסיום הליך הדיפרנציאציה. אולם גודל כזה אינו באמת 'הגודל האחרון' הואיל וגם אותו ניתן באופן עקרוני להמשיך ולחלק לאינסוף. לפיכך הגדרת האינפיניטסימאל כגודל בלתי מובחן פירושה זיהוי האינפיניטסימאל כפיקציה. האינפיניטסימאל הפיקטיבי מאפשר להצדיק את התחשיב האינפיניטסימאלי ולאשש את היחס ההפוך שבין סכימה ודיפרנציאציה, אך הוא מערער על קיומו של רצף אקטואלי. למסקנה זו הגיע לייבניץ בעצמו כבר באפריל 1676: כמות אינסופית של חלקים אקטואליים אינה יכולה להרכיב שלם מכיוון שעל מנת שהרכבה כזו תושלם יש צורך בגדלים אינפיניטסימאליים פיקטיביים המוגדרים כבלתי מובחנים. אלו גדלים מתמטיים דמיוניים שאינם יכולים להיות ממשיים. לפיכך כמות אינסופית של חלקים ממשיים לעולם אינו יכולה להרכיב שלם. מכאן שפיתוחו של התחשיב האינפיניטסימאלי הביא לנתק בין המתמטיקה לבין המציאות הממשית.

אחת הבעיות היסודיות ביותר באונטולוגיה, כבר מימי פרמנידס וזנון, קשורה בהרכבת רצף ממשי. במאה ה-17 התייחסו לבעיה זו גלילאו ופרוידמונט¹⁹ באמצעות הכינוי 'מבוך הרצף'²⁰, אותו אימץ גם לייבניץ. החלק השלישי של המחקר נועד לטפל באופן מפורט בתמורות שעבר לייבניץ במאמציו לפתור את מבוך הרצף, לפני במקביל ולאחר פיתוח התחשיב האינפיניטסימאלי. במסגרת המבוא ברצוני להתייחס בקצרה רק לתיאוריה הסופית שבה החזיק לייבניץ מרגע גילוי הכוח בחורף 1678 ואילך. כאמור, מסקנותיו המתמטיות בנוגע לנתק הקיים בין הרצף האידיאלי לבין אינסוף החלקים האקטואליים איימו להפוך את מבוך הרצף לבעיה שאין לה פתרון פיסיקאלי. לייבניץ אכן הקפיד להדגיש מאז 1676 שפתרון מבוך הרצף טמון בהבנה שאין לערבב יחד רצף וחלקים הואיל ומדובר בשתי תחומים מקבילים שכלל אינם נפגשים. אך גילוי הכוח פילס עבור לייבניץ דרך להבנה כיצד בכל זאת רצף אקטואלי הוא ממין האפשר. ראשית הכוח הקיים ביסוד כל גוף חומרי מונע את התפוררותו של החומר לאינסוף חלקים המתחלקים בעצמם לאינסוף. הכוח לא זו בלבד שהוא משמר את קיומו של הגוף לאורך זמן, הוא בעצמו מפקח על חלוקת הגוף לאינסוף. חלוקה כזו אינה מאיימת על שלמות

¹⁹ Libert Froidmont, 1631, *Labyrinthus de compositione continui*
²⁰ C. Wilson 1989, 8

הגוף הואיל והכוח עצמו אינו ניתן לחלוקה. מתוקף תפקידו כמגדיר וכמשמר את קביעותו של הגוף החומרי, ניתן לראות את הכוח שביסוד הגוף החומרי כמוציא לפועל את כל פעולותיו ותגובותיו של הגוף. לייבניץ טען שכל גוף פועל במסודר ועל פי חוק פנימי ופירוש הדבר שהכוח מוציא לפועל סדרה אינסופית של פעולות הקשורות בגוף החומרי. כפי שעולה ממסקנותיו המתמטיות של לייבניץ סדרה זו באמת אינה מסתיימת. אולם מחמת קיומו של כוח, אין בכוחה של עובדה זו להפוך את הרצף למהות אידיאלית מופשטת. פעולות הגוף אינן אוסף מקוטע ובלתי רצוף מכיוון שהן כולן קשורות יחדיו בחסות קיומו של הכוח המחולל אותן. במילים אחרות, אף שסדרת פעולות הגוף היא אינסופית במובן הכמותי היא נובעת מגורם אינסופי איכותי המאפשר לה להיחשב לשלמה.

על פי עקרון הרצף של לייבניץ ניתן לתפוס מצבים מנוגדים כמקרים פרטיים תחת אותה חוקיות כללית באמצעות אינסוף שינויים אינפיניטסימאליים. אליפסה ופרבולה, תנועה ומנוחה, ישר ועקומה נחשבים לצמדי ניגודים אך באמצעות תהליך של שינוי הדרגתי לאינסוף ללא 'קפיצות' הופכת המנוחה לתנועה אינפיניטסימאלית והישר לעקומה אינפיניטסימאלית וכן הלאה. הכוח פועל על המציאות האקטואלית בכפוף לכללים מתמטיים ועל כן גם הוא אינו מבצע 'קפיצות' כאשר הוא מוציא לפועל את הסדירות הפנימית של הגוף: הוא לא רק מחולל את מצבי הגוף שלב אחר שלב, אלא גם מביא לידי מימוש את מצביו המזעריים של הגוף בין השלבים הללו, ושוב מוציא אל הפועל גם את המצבים המזעריים-עוד-יותר בין השלבים מסדר שני וכן הלאה עד אינסוף. מכיוון שב'מודל הקפלים' של לייבניץ כל שלב בסדרת הפעולות האינסופית של הגוף ניתן בעצמו לחלוקה אינסופית של שלבים, הכוח לעולם אינו ממצה את פעולתו. זו הסיבה שבפיסיקה של לייבניץ אין מנוחה מוחלטת: מצב כזה אינו אפשרי לאור קיומם של שינויים אינפיניטסימאליים תמידיים. יחד עם זאת, ישנו ממד פיקטיבי גם בפעילותו האינפיניטסימאלית של הכוח. ממד זה מאפשר לראות את פעילות הכוח בהשראת קיומו של מעין-גבול הגם שאין זה גבול ממשי. לדעת לייבניץ "אין בדברים שום תבנית מוגדרת בפועל, שכן אין אף אחת שתוכל לענות אינסוף רשמים. כך, אין מעגל או אליפסה ואף אין שום קו אחר הניתן להגדרה על ידנו אלא במחשבה"²¹. רוצה לומר: לגופים ממשיים לא רק שאין מנוחה מוחלטת אלא גם אין באמת צורה או גודל מובחנים מכיוון שהם משמשים כתובת לאינסוף שינויים בו זמנית²². בכך הגדיר לייבניץ רצף אקטואלי כרצף של חלקים וחלקיקי חלקים המחוסר צורה וגודל ברורים. באמצעות המטאפיסיקה של הכוח ושל עקרון הרצף יכול לייבניץ לטעון להרכבה אינסופית של חומר בהתאם לתובנות המתמטיות של האינסוף, וזאת על אף קיומו של פער בין האקטואלי והאידיאלי.

התוודעות לקיומו של כוח אינסופי ביסוד הגוף החומרי פותחת פתח לדיון מסודר במובן האיכותי-מטאפיסי של מושג האינסוף. מובן זה של האינסוף בא לידי ביטוי בתיאולוגיה ובמטאפיסיקה של לייבניץ בהן עוסק חלקו הרביעי והאחרון של המחקר. חלק זה מחולק לשלוש חטיבות העוסקות בא-לוהים, בעולמות ובאינדיבידואלים. ביסודו של דבר, טענתי היא שלייבניץ ביקש לאחוז בו זמנית בהיבט איכותי ובהיבט כמותי של מושג האינסוף בכדי לשלב יחד אחדות וריבוי בתמונת העולם

²¹ 1686, 'אמיתות ראשוניות'; C 522, עיון ל"ד, עמ' 132.

²² קביעה זו עולה בקנה אחד עם מודל הקפלים של לייבניץ. הגיע בנובמבר 1676 למסקנה שעל מנת לאפשר חלוקה אינסופית של חומר על החומר להיות בנוי באמצעות קפלים וקווים עקומים. בדרך זו חלוקתו לעולם לא תניב נקודות סינגולאריות.

הפילוסופית שלו על העולם. כאמור, עושה רושם ששילוב כזה עולה יפה בפתרונו של לייבניץ למבוד הרצף מפאת קיומו של כוח מטאפיסי אחד המחולל ריבוי אינסופי של מצבים. אולם יש ושילוב כזה נתקל בבעיות וסופו שהוא מותיר את שני ההיבטים של האינסוף כשני צדדים של מטבע שאינם יכולים להתלכד יחדיו.

הדיון אודות מושג הא-ל בחטיבה הראשונה מצביע על כך שקיים מתח בין מושא הא-ל כישות המושלמת ביותר לבין מושג הא-ל כישות פשוטה מוחלטת. המושג הראשון מבוסס על מובן כמותי של אינסוף, וכפי שהראה נחתומי, לייבניץ בעצמו היה טרוד בשאלה כיצד להבחין מושג זה ממושגים אחרים הנחשבים בלתי אפשריים כדוגמת 'המהירות הגבוהה ביותר' המעוררים את הפרדקסים של האינסוף. לעומת זאת, המושג השני, המאפיין את הא-ל כמהות פשוטה ומוחלטת, מיוסד על המובן האיכותי של האינסוף. מעלתו של מושג זה היא שהוא אינו מעורר את הפרדקסים שיוצר מושג הא-ל הראשון. נקודת התורפה שלו היא שהוא אינו נגיש לניתוח או להבנה כלל בשל היותו אלמנטרי לחלוטין. לייבניץ טרוד בשאלה האם מושג הא-ל הראשון אפשרי, וניתוח ההוכחה היחידה שגיבש לייבניץ מראה שאין היא מתאימה לצרכיו של לייבניץ. למרות שלייבניץ כמעט שאינו מזכיר את ההוכחה, נראה שהוא יוצא מנקודת הנחה שמושג הא-ל אפשרי ואינו מכיל סתירות. וודאות זו של לייבניץ נובעת לדעתי ממהימנותו הבלתי ניתנת לניתוח של מושג הא-ל השני. אך מהו בדיוק היחס שבין שני מושגי הא-ל הללו? במקרה זה לא ניתן לעשות שימוש בעקרון הרצף: א-לוהים אינו אינדיבידואל המוגדר באמצעות סדירות פנימית ולכן לא ניתן לטעון בהקשר של מושג הא-ל שהמובן האיכותי של האינסוף מחולל ריבוי אינסופי כמותי. נראה שעל לייבניץ להישען באופן אמוני וללא הוכחות על מושג א-ל פשוט ובלתי נגיש שבוודאי אינו מכיל סתירות מכיוון שניתוח מושג א-ל מורכב מביא למסקנות אתיאטיטיות או שפינוציסטיטיות.

לאחר דיון בחטיבה הראשונה בהגדרות אפריורי של מושג הא-ל ובהוכחה אפריורי לקיומו, נועדה החטיבה השנייה שבחלק הרביעי לטפל ביחס שבין אחדות הא-ל לבין הריבוי בעולם או בקיצור בהוכחות אפוסטריורי לקיום הא-ל. בחטיבה זו עולה באופן ברור יחסו של לייבניץ לעולם כמכלול אף שהעולם מורכב מריבוי אינסופי אקטואלי שאינו יכול לכוון שלם. לדעת לייבניץ עולמות אפשריים בנויים על תשתית מרחבית המהווה מודוס של נוכחות א-לוהית. כל עולם אפשרי בנוי כמרחב קונספטואלי של קשרים ויחסים בין גורמים המגדיר את האופן שבו נוכח א-לוהים בעולם. על מנת שעולם אפשרי יהפוך לעולם ממשי יש צורך במונדות שתתפוסנה את מקומם של הגורמים האידיאליים במרחב הקונספטואלי המגדיר את העולם. עולם אפשרי כזה נחשב לטוב מכל העולמות האפשריים. הערכת תוכנית מרחבית קונספטואלית של עולם אפשרי כאופטימאלית נעשית באמצעות מרחב אידיאלי אינסופי הנחשב בשכלו של א-לוהים בדומה לאמיתות הנצחיות. מרחב אידיאלי נצחי זה הינו המרחב האוקלידי שהינו הומוגני, תלת ממדי ורצוף, ולכן התוכנית הקונספטואלית האופטימאלית היא זו המבוססת במלואה על תכונותיו.

בשונה מגוף חומרי בעל כוח המוציא את הסדירות הפנימית שלו אל הפועל, לעולם אין נשמה והוא חסר כוח שיוצא את תוכניתו המרחבית אל הפועל. לפיכך המונדות המכוננות את העולם האקטואלי למעשה מוציאות לפועל את התוכנית המרחבית של העולם, כל אחת מנקודת מבטה הייחודית. התוכנית המרחבית של העולם באה לידי ביטוי בהגדרתן העצמית של המונדות בדומה לפרספקטיבות

שוונות על אותה עיר. אותה סדירות אינסופית המגדירה את העולם כולו באה לידי ביטוי בהגדרתם הייחודית של כל אחת מהמונדות המשתתפות בכינון העולם האקטואלי, "כדרך שאליפסה ואף פרבולה או היפרבולה דומות באופן-מה למעגל, שהן ההיטל שלו במישור, הואיל ויש יחס מסוים, מדויק וטבעי, בין מה שמוטל ובין ההיטל הנוצר, באופן שכל נקודה של האחד תואמת, על פי יחס מסוים, כל נקודה של האחר"²³. כפי שעולה מעקרון הרצף, אליפסה, פרבולה והיפרבולה הן כולן חתכים קוניים המבוססים על קיומו של חרוט, כלומר על חוקיות מעגלית בסיסית. אולם התוכנית המרחבית של העולם איננה קונספטואלית בלבד והשתקפותה בהגדרתן העצמית של המונדות אינה מושגית גרידא. נקודות המבט הייחודיות של המונדות על העולם כמכלול באות לידי ביטוי מוחשי במיקום הייחודי שלהן במרחב הפנומנלי של העולם, מיקום המתאפשר בשל קיומו של גוף חומרי בו הן שוכנות או על כל פנים מיוצגות.

תיאור זה של העולם מלמד שאין זה נכון לראותו רק כצביר אינסופי ובלתי שלם של עצמים. ביסודו, העולם מוגדר מושגית כתוכנית מרחבית שלמה הנחשבת כאופן של נוכחות א-לוהית מוחלטת. במילים אחרות, התשתית המרחבית של העולם משמשת כמתווך בין האחדות האינסופית של הא-ל לבין הריבוי האינסופי של עצמים המרכיב את העולם האקטואלי. זהו תיווך משמעותי מכיוון שבלעדיו האינסופיות המוחלטת של הא-ל חסרה את האמצעים לארגן תחת חוקיות כללית את הכמות האינסופית של הגורמים בעולם. עם זאת, לייבניץ נזהר שלא ליצור זיקה הדוקה מדי בין א-לוהים לבין הריבוי בעולם ונמנע מלתפוס את העולם כאורגניזם אחד שא-לוהים הוא נשמתו. צעד כזה יהפוך את הריבוי האינסופי האקטואלי בעולם לריבוי הכרחי המזוהה ישירות עם א-לוהים על פי המתכון השפינוציסטי. לפיכך העולם נותר רק כמתווך בין אינסופיותו האיכותית של א-לוהים לבין ריבוי אינסופי כמותי של מונדות המבטאות יחדיו את נוכחותו של הא-ל. שני המובנים המנוגדים המגדירים את העולם – העולם כמקבץ אינסופי של גורמים אקטואליים וכתוכנית אינסופית אידיאלית – אינם מתלכדים לכדי מהות אחת כפי שהם מתלכדים באורגניזם וכך מתקבלת תמונה דואליסטית על העולם על פי לייבניץ.

ההבחנה בין אפשרות להכרח אינה מאפיינת רק את הפער שבין א-לוהים והעולם אלא קשורה גם ישירות באינדיבידואלים, בהם עוסקת החטיבה השלישית והאחרונה. העצמים האינדיבידואליים, המוגדרים באמצעות כללים אינסופיים שהינם וואריאציות של התוכנית המרחבית של העולם, מאופיינים כאמור גם בכוח פעולה. מעבר להיבטים הפיסיקאליים שלהם הוקדש חלק ג', יש מקום לעמוד על טיבו של היחס בין האינסופיות המטאפיזית של האינדיבידואל לבין ריבוי אינסופי של מצבים, מופעים ופעילויות הקשורות בו. בפרט מעניין לדון בבעיית החופש של האינדיבידואל, שאותה כינה לייבניץ 'מבוך החופש', לאור העובדה שהאינדיבידואל פועל מראש ובאופן אוטומטי על פי סדירות פנימית בלתי משתנה. פתרון מבוך החופש נעוץ לדעת לייבניץ בניתוח אינסופי של האמת הקונטינגנטית על העולם. הגם שאינדיבידואל פועל על פי סדירות פנימית בלתי נמנעת, ניתוח אינסופי של מושגו השלם אינו יכול להסתיים בגבול ברור של טענת זהות, כפי שמסתיים ניתוח של אמת הכרחית. מסיבה זו, לדעת לייבניץ, לא ניתן להוכיח בניתוח שאירוע או פעילות מסוימים אכן יהיו

²³ 1709, 'מסות חדשות' ספר שני פרק ח' [שיקולים אחרים על המושגים הפשוטים], עמ' 104-105.

כלולים בסדירות הפנימית של האינדיבידואל. מכאן שהחלטה לקיים או לא לקיים פעילות מסוימת היא אכן חופשית למרות שהיא בכל מקרה כלולה אנליטית במושגו של האינדיבידואל. פרשנים רבים התחבטו בהבנת פתרונו של לייבניץ, ויש שסברו שהוא אינו מועיל. מכיוון שלייבניץ העיד שפתרון שני המבוכים, מבוך הרצף ומבוך החופש, נעוץ באינסוף, נעשה בחטיבה זו ניסיון לשחזר פתרון למבוך החופש הדומה במאפייניו לפתרון מבוך הרצף. פתרון זה מתבסס על כך שא-לוהים אמנם יודע הכל, אך גם הוא אינו מסוגל לסיים ניתוח אינסופי של אמת קונטינגנטית. הווי אומר, גם א-לוהים אינו יכול לחמוק ממגבלות הקשורות בשיקולים מתמטיים של האינסוף.

פתרון זה מתבסס שוב על ההבחנה בין שני המובנים השונים של האינסוף ועל חשיבותם של הגדלים הפיקטיביים בתחשיב האינפניטיסימאלי של לייבניץ. בדומה להליך דיפרנציאציה מתמטי, גם ניתוח לוגי אינסופי של אמיתות קונטינגנטיות עשוי להגיע אל סיומו באמצעות 'גדלים' אינפניטיסימאליים פיקטיביים. אך בשונה מאינפניטיסימאליים, טענות לוגיות 'פיקטיביות' הינן חסרות פשר. מטרתו של הניתוח הלוגי הוא לספק הוכחה ברורה ומובחנת, אך בכדי לסיים ניתוח אינסופי של אמיתות קונטינגנטיות עלינו להכיר באופן מובחן בטענות בלתי מובחנות. הכרה כזו אינה אפשרית ועל כן ניתוח אינסופי של אמיתות קונטינגנטיות אכן מביא לפתרון מבוך החופש. גם א-לוהים אינו יכול להכיר באופן כזה ולכן הכרה הדרגתית של כל האמת על העולם (באמצעות ניתוח או מדיטציה) חסומה גם עבורו. אף על פי כן א-לוהים יודע-כל מכיוון שבכוחו להכיר את האמת על העולם באופן ישיר ובלתי אמצעי על ידי הכרת התוכנית המרחבית האידיאלית שעל בסיסה מורכב העולם. הכרה מטאפיסית, התופסת באבחה אחת את האינסוף, אינה כמותית-הדרגתית ולכן אינה כרוכה במגבלות שמעורר תהליך אינסופי. לפיכך התחשיב האינפניטיסימאלי של לייבניץ מסייע לו בכדי להגן הן על הבחירה החופשית והן על ידיעתו המוחלטת של הא-ל ובכך להימנע מדטרמיניזם, וזאת על אף שהתחשיב מאפשר לסכום טורים אינסופיים.

המתח שבין ידיעת-כל מטאפיסית לבין ידיעה המותנית בהשגה שלב אחרי שלב אינו ייחודי לא-ל והוא בא לידי ביטוי גם ביחס לאינדיבידואל. כוחה האינסופי של המונדה אינו רק בעל משמעות פיסיקאלית; יש לו חשיבות מטאפיסית בהכרה פנימית, בלתי מודעת, של העולם כולו עקב העובדה שהמונדה מבטאת את העולם כולו מנקודת מבטה. לייבניץ הדגיש ש"המונדות מוגבלות הן לא במושא, אלא באופן ידיעתן את המושא. כולן נמשכות באופן מבולבל על לאינסוף, עד לכול"²⁴, כלומר שהמונדה היא מעין 'א-לוהות קטנה' שבכוחה לדעת הכל מכיוון שהכל כלול בה, אך כיוון שהיא מוגבלת בפועל ביכולתה לדעת את עצמה רק שלב אחרי שלב. בהשראת פיתוח התחשיב האינפניטיסימאלי שלו, תיאר לייבניץ מדיטציות שבמהלכן הפך מודע לקיומן של מחשבות מסדר שני על מחשבותיו הרגילות ושוב מחשבות מסדר שלישי על המחשבות הקודמות מסדר שני וכן הלאה. תיאור נפלא זה של המחשבה המודעת והדיאלקטית כאילו היא נכנסת בעצמה לתוך הליך דיפרנציאציה גיאומטרי מצביע על כך שמודל הקפלים המאפיין את מבנה החומר המתחלק לאינסוף מאפיין גם את מבנה הרוח המודעת לאינסוף. יתרה מכך, קיומו של הליך דיפרנציאציה מנטאלי נועד להראות כיצד התודעה הרציונאלית מסוגלת לזהות עוד ועוד מרכיבים מובחנים מתוך ה'כל' הטמון

²⁴ 1714, 'מונדולוגיה' סעיף ס', עמ' 66

בה באופן מבולבל. אך חשיפה הדרגתית לכמות הולכת וגדלה של ידע פירושה שלמרות טיבה האיכותי נתונה המונדה במגבלה שמציב המובן הכמותי של האינסוף. לפיכך עולה גם בהקשר זה עניין היחס שבין המובן המטאפיסי של האינסוף לבין המובן הכמותי שלו.

•

מחקר זה ממוקד בתפיסת מובניו השונים של מושג האינסוף אצל לייבניץ. אי לכך, הוא אינו כולל בתוכו התייחסויות לנושאים אחרים, חלקם חשובים מאד, שאינם קשורים ישירות לנושא זה. השתדלתי להימנע מלהיכנס לדיון בשאלה האם לייבניץ היה בסופו של דבר אידיאליסט או ריאליסט, או האם המעבר מ'מאמר מטאפיסי' (1686) ל'מונדולוגיה' (1714) מהווה תפנית פילוסופית משמעותית עבורו. נושאים אלו, המעסיקים מאד את פרשני לייבניץ בעשור האחרון, אינם נוגעים ישירות באינסוף והיו מסבכים באופן מיותר את המחקר. כעת ברצוני לגעת בהם בקצרה על מנת להסביר את המדיניות שבה נקטתי.

כפי שניתן לראות מסקירת חלקים ב' ו'ג' שתוארה במבוא זה, מירב תשומת הלב הופנתה להתפתחותו המתמטית של לייבניץ בתקופה הפריזאית, כלומר בין השנים 1672-1676, לתיאוריות הפיסיקאליות שגיבש לייבניץ מעט קודם לכן ובמהלך שנים אלו ולבסוף לגילוי הכוח בתחילת שנת 1678. לטענת ארתור, לְיֵי וקנובלוך, מסקנותיו המתמטיות של לייבניץ בנוגע לתחשיב האינפיניטסימאלי שלו נותרו תקפות ועקביות החל מאפריל 1676 ועד 1716.²⁵ התייחסויות רבות של לייבניץ בארבעים השנים הללו משוקעות במחקר זה ומוכיחות זאת. לאור זאת, תשומת לב קפדנית לטקסטים מוקדמים כדוגמת הרשימות הפרטיות של לייבניץ מהתקופה הפריסאית הינה מוצדקת. נושא תפיסת הרצף הפיסיקאלי אצל לייבניץ מעט מורכב יותר. לייבניץ עקבי בגישתו הפיסיקאלית בנוגע לפתרון מבוך הרצף מאז גילוי הכוח, עד כמה שהדבר נוגע בתפיסת האינסוף שלו. יחד עם זאת, ברור לגמרי שפתרון מבוך הרצף מבוסס על כך שהכוח טמון ביסוד מטאפיסי בלתי מתחלק הקיים בגוף החומרי. במילים אחרות, הפתרון מבוסס על כך שהיסוד המטאפיסי של לייבניץ איננו רוחני לחלוטין אלא בעל מצע חומרי המחבר אותו עם העולם האקטואלי. לפיכך, מעבר של לייבניץ למונדות רוחניות לחלוטין, משוללות כל מצע חומרי, עלול להביא לשינוי ביחסו לפתרון מבוך הרצף. למיטב ידיעתי שינוי כזה לא התרחש. ליתר דיוק, השינוי שארע במהלך שנותיו האחרונות של לייבניץ במאה ה-18 לא היה ביחס לפתרון הפיסיקאלי של מבוך הרצף אלא ביחס לחשיבותו של הפתרון במטאפיסיקה של לייבניץ. התמקדות במונדות במקום בעצמים גופניים (Corporeal Substances) הביאה לכך שבעיות פיסיקאליות כמו הרכבה של רצף לא היו עוד בעיות הקשורות בממשות אלא רק בתפיסה של הממשות. לאור זאת, מעמד הרצף הפיסיקאלי חדל להיות ממשי עבור לייבניץ והפך להיות פנומנלי.²⁶ למרות זאת, לייבניץ אינו חוזר בו מההכרה בקיומו של כוח, או לכל הפחות מההכרה בקיומו הממשי של הכוח הפרימיטיבי היסודי. כוח זה מסדיר את תפיסתיה של המונדה על פי חוקיות פנימית ובאופן הרמוני עם מונדות אחרות באופן שמניב ייצוג של עולם פנומנלי יציב וקבוע.²⁷

²⁵ Arthur 2001a, Levey 1998; Knobloch 2002

²⁶ Garber 1985, 28; Garber 1995, 296

²⁷ "I don't really eliminate body, but reduce it to what it is. For I show that corporeal mass, which is thought to have something over and above simple substances, is not a substance, but a phenomenon resulting from

השאלה המרכזית שבה פרשנים מתחבטים היא עד כמה היה לייבניץ מחויב לקיומו של עצם גופני גם בשלהי הקריירה שלו, מכיוון שהתייחסויותיו למונדות מדגישות את מעמדו הפנומנלי של החומר אך לעתים לייבניץ קושר את הכוח הפרימיטיבי עם העצם הגופני²⁸. כך או כך, לייבניץ בעצמו מדגיש שמעמד הרצף הפיסיקאלי אינו קורס למעמד של תופעה כל זמן שעצמים גופניים קיימים²⁹. לפיכך, התיאוריה הפיסיקאלית הסופית של לייבניץ, המתבססת על עקרון הרצף, על קיומו של כוח ועל כך שצורות, גדלים או מהירויות אינן יכולות להיות מובחנות בשל אינסוף השינויים התמידיים בחומר, הינה תיאוריה של לייבניץ ממשיך להתייחס אליה כאל פתרון מבוך הרצף גם במהלך המאה ה-18, ולכל הפחות אינו משנה אותה.

גם הדיון במטאפיסיקה של האינסוף אצל לייבניץ המופיע בחלק ד' מחייב הבהרה בהקשר זה, מכיוון שהופנתה בו תשומת לב רבה לכתבים משנות השמונים ובפרט לימאמר מטאפיסי' ולהתכתבות עם ארנו בהן עוסק לייבניץ בגיבוש העצם האינדיבידואלי שלו וביחסים שבינו לבין העולם. הן הדיון בטיבו של העולם כאגרנט וכתוכנית אידיאלית שלמה בחטיבה השנייה והן הדיון בטיבו של העצם האינדיבידואלי בחטיבה השלישית, אינם כוללים בתוכם הכרעה בשאלה האמורה האם לייבניץ היה אידיאליסט או ריאליסט ועד כמה השתנתה הפילוסופיה שלו במעבר לימונדולוגיה'. עם זאת, במהלך חלק זה של המחקר היה עלי לצאת מנקודת הנחה שעקביות מסוימת בנושאים שעל הפרק אכן היתה קיימת אצל לייבניץ לאורך הקריירה. כפי שטוען סליי, מאפיינים רבים וחשובים בטבעו המטאפיסי של העצם אכן נשמרו במעבר מימאמר מטאפיסי' לימונדולוגיה', ועל סמך עובדה זו הוא קובע כי ניתן לראות בימאמר מטאפיסי' ובהתכתבות עם ארנו כתבים המטרימים את הפילוסופיה של לייבניץ המאוחר. אצטט את דבריו מפאת חשיבותם:

"The *Discourse* and the correspondence with Arnauld are seminal for understanding Leibniz's mature metaphysics, in part because in them Leibniz first worked out in detail his conception of an individual substance and what he took to be its philosophical consequences. In the *Discourse* and the

simple substances, which alone have unity and absolute reality. I relegate derivative forces to the phenomena, but I think it is obvious that primitive forces can be nothing but the internal striving of simple substances, striving by means of which they pass from perception to perception in accordance with certain law of their nature, and at the same time harmonize with one another, representing the same phenomena of the universe in different ways, something that must necessarily arise from a common cause." (1704/1705, *Leibniz to De Volder*; G II 275, AG 181)

"When I say that the soul makes nothing happen in matter, I mean only that the material laws of motion are not changed by the soul. In general, the soul is an entelechy or primitive active power in a corporeal substance, through which the matter or primitive passive power of the same substance is competed; and by means of the modification of these primitive powers, actions and passions are produced in the corporeal substance itself" (14 Feb. 1706, *Leibniz to Des Bosses*; G II 301, LR 23) ²⁸
 כי הנשוא קשה להסבר. לדעת לוק ורתרפורד הדבר מעיד על אמביוולנטיות רבה (xlviii-) Look and Rutherford 2007, xlviii).

"I regard the explanation of all phenomena solely through the perceptions of monads agreeing among themselves, with corporeal substance excluded, to be useful for a fundamental investigation of things." (16 June 1712, *Leibniz to Des Bosses*; G II 450, LR 255); "You say that bodies can be other than phenomena, even if they are not substances. I think that unless there are corporeal substances, bodies collapse into phenomena." (29 May 1716, *Leibniz to Des Bosses*; G II 517, LR 371) ²⁹

correspondence Leibniz articulated the intention of the term *individual substance* in term of his various metaphysical theses about the nature of complete entities. These theses remained fixed in his thinking. It is in this sense that [the *Discourse* and the correspondence] provide the basis for his mature philosophy. I believe that the conception of an individual substance brought to fruition in [these] texts is essentially that of the *Monadology*." (Sleigh 1990, 95-96)

סליי מפרט מאפיינים משמעותיים רבים בהגדרת הסובייקט המטאפיסי של לייבניץ שלדעתו נותרים ללא שינוי החל מ-1686 ועד 1716. לסובייקט המטאפיסי של לייבניץ יש כבר מ-1686 מושג שלם; הוא מהווה ישות שלמה; הוא נותר זהה לאורך זמן ואינו זהה עם אף סובייקט אחר (בכפוף לעקרון זהותם של הבלתי-ניתנים-להבחנה); הוא יש אחד, בלתי מתחלק, ולא ניתן ליצור או להשחית אותו; הוא מבטא את העולם כולו מנקודת ראות יחודית, ולכן נחשב כעולם-קטן כשלעצמו³⁰. מאפיינים אלו חשובים וחיוניים בדיון על המטאפיסיקה של האינסוף אצל לייבניץ, והם באים לידי ביטוי באופן נרחב בחטיבה השנייה והשלישית של חלק ד'.

עם זאת, סליי מודה שחלה התפתחות אידיאליסטית בנוגע לתפיסת העצם אצל לייבניץ במעבר מ'מאמר מטאפיסי' ועד ל'מונדולוגיה', אולם לטענתו ניתן לאתר את זרעי ההתפתחות הזו כבר במהלך ההתכתבות עם ארנו במהלך השנים 1686-1687. באופן מעניין סליי מציין התפתחות חשובה הקשורה ישירות לפתרון מבוך הרצף ושהוזכרה קודם. העובדה שצורתו, גודלו ומהירותו המדויקת של גוף חומרי היא דמיונית או פיקטיבית נראית לסליי כביטוי לתפיסה אידיאליסטית של ההתפשטות ושל המודוסים שלה אצל לייבניץ, והיא מהווה דוגמא עבורו לעקביות הפילוסופיה של לייבניץ במעבר מ'מאמר מטאפיסי ל'מונדולוגיה'³¹.

מנגד, ישנם כמה מאפיינים משמעותיים שאינם קיימים ב'מאמר מטאפיסי' ומשמשים בהגדרת העצם המטאפיסי ב'מונדולוגיה'. מונדות הן עצמים פשוטים, בלתי מתפשטים הקיימים מחוץ למרחב ולזמן; מונדות אינן מרכיבות חומר מתפשט אלא מהוות בדרך כלשהי יסודות שלו; קיים סדר היררכי של עצמים החל מא-לוהים ועד מונדות בעלות תפיסה מבולבלת ביותר וללא כל זיכרון³². פרט להבדל האחרון, בו התמקדתי בפרק העוסק בשלילת נשמת העולם במסגרת דיון בקיומה של סדרה אינסופית של מונדות, נדמה לי שהבדלים אלו אינם מכריעים ואינם באים לידי ביטוי בדיון על טיבו האינסופי של העצם האינדיבידואלי.

³⁰ Sleigh 1990, 109-110

³¹ לדעתי אין זו התפתחות חדשה אלא רעיונות שהביע לייבניץ עם גילוי הכוח כבר בשנת 1678.

³² C. Wilson 1993, 663

חלק א': סקירה היסטורית

15.....	הקדמה מתודולוגית.....
16.....	1. אריסטו : אינסוף פוטנציאלי בלבד.....
27.....	2. תומס אקווינס : א-לוהים והאינסוף.....
32.....	3. ויליאם מאוקהם : אינסוף אקטואלי סינקטגורמטי.....
42.....	4. רבי אברהם כהן היררה : שלמות מצומצמת, בין אחדות מוחלטת לריבוי חסר גבולות.....
49.....	5. גלילאו גליליי : רצף הבנוי מאינסוף אפסים.....
58.....	6. רנה דקארט : אינסוף כגודל בלתי-מוגדר.....
69.....	7. פייר גסנדי : התכחות לאינסוף.....
73.....	8. ברוך שפינוזה : אחדות אינסופית.....
81.....	9. רקע כללי : לייבניץ וההיסטוריה של הפילוסופיה של האינסוף.....
94.....	סיכום.....

חלק א': סקירה היסטורית

הקדמה מתודולוגית

מטרת חלק זה לספק רקע פילוסופי להבנת גישתו של לייבניץ לאינסוף. לשם כך נבחרו מספר הוגים בהיסטוריה של הפילוסופיה של מושג האינסוף, שעמדותיהם משמעותיות להערכת תרומתו של לייבניץ: אריסטו, תומס אקווינס, ויליאם מאוקהם, רבי אברהם כהן היררה, גלילאו גליליי, רנה דקארט, פייר גסנדי וברוך שפינוזה. מכיוון שזו מטרת הסקירה, היא בוודאי לא ממצה את מכלול הדעות בהיסטוריה של הרעיונות אודות האינסוף אלא רק מתמקדת באלו החיוניות לצורך הבנת עמדותיו של לייבניץ.

בטרם תפורטנה עמדותיהם של ההוגים הללו ביחס לאינסוף, יש להקדים ולומר שקשה מאד לקבוע אם אכן התקיימה השפעה ישירה על לייבניץ על ידי מי מההוגים אליהם הוא נחשף במהלך עבודתו, ואם התקיימה השפעה מה ממדיה והיכן ומתי התרחשה¹. אי לכך, יש לראות את השיטות השונות בסקירה זו רק כבסיס וכרקע לפעילותו של לייבניץ בנוגע לאינסוף. מכאן שהצגת הגישות השונות בנוגע לאינסוף אינה מסודרת בסקירה זו על פי סדר חשיבות או השפעה של ההוגים על מחשבתו של לייבניץ, אלא רק על פי סדר כרונולוגי שבו פורסמו עבודותיהם.

שנית, ישנה בעייתיות מתודולוגית מסוימת כאשר מציגים סקירה היסטורית. כאמור, כל סקירה היסטורית ראוי שתיעשה מנקודת מבט מסוימת, שבמקרה דן הינה תפיסת האינסוף של לייבניץ. הבעיה היא שתיאור היסטורי של העמדות השונות עלול להיות מבולבל ואנאכרוניסטי אם משולבת בו ללא הרף נקודת המבט שבגינה נבחרו העמדות השונות מלכתחילה. רוצה לומר: תיאור תפיסת האינסוף של שמונת ההוגים האמורים עלול להיות מפוזר וקשה לקריאה אם במהלכו נמתחים גם קווי דמיון ושוני עם תפיסת האינסוף של לייבניץ. על כן הגישות השונות לאינסוף תתוארנה ללא אזכור לייבניץ או הפניות לגישתו ורק לאחר מכן, בסופו של חלק זה יינתנו בקצרה הסברים על חשיבותם של שמונת ההוגים להבנת תפיסת האינסוף של לייבניץ. בחירה זו נועדה להקל על הקריאה אך יש לה מחיר: היא אינה מאפשרת להצביע על נקודות דמיון ושוני בין לייבניץ להוגים השונים במהלך הצגת תפיסות האינסוף שלהם².

¹ Beeley 1997, 78

² בהקשר של הפולמוס על זכויות היוצרים לפיתוח התחשיב האינפיניטסימאלי בין לייבניץ לניוטון טוענת מארי הול, שלמרות שלייבניץ נחשף להוגים רבים ולשיטות מגוונות הוא תמיד בחן את הדברים מנקודת מבטו המקורית והייחודית שלו כך שקשה מאד לקבוע אם לייבניץ הושפע ישירות מהוגה מסוים: "No one would agree with the view that Leibniz had derived his mathematical ideas purely from Newton. But it seems clear that in mathematics, as in mechanics, Leibniz was a man who worked best when his mind was directed on some particular path. In the circumstances of his creative youth, this direction was often given by the mere fact of someone else's working on a problem. Given the problem – a calculation machine, spring balances for watches, laws of motion, quadrature of curves, determination of tangents or what have you – Leibniz bent his mind to the solution, which was uniquely his own" (Hall 1978, 182) לייבניץ ראוי היה שיתוארו באופן שבו תפס אותם לייבניץ. במקרים אחדים עשיתי מאמץ להעלות את הקשיים שהעלה לייבניץ, כמו למשל בתיאור תפיסת האינסוף של דקארט. אולם כאמור, בכדי להקל על הקריאה נמנעתי מלציין שמדובר

שלישית, הואיל וסקירה היסטורית של גישות פילוסופיות ביחס לאינסוף איננה מטרת המחקר אלא רק אמצעי להבנת תפיסת האינסוף של לייבניץ, קיימת דילמה מתודולוגית באשר לרמת ההיקף והעומק הנדרש למשימה זו. אחרי הכל, כל אחת מהגישות לאינסוף המתוארות בחלק זה יכולה לשמש בעצמה נושא למחקר שלם. על תפיסת האינסוף של אריסטו למשל נכתבו מאות מחקרים ועשרות הוגים ופרשנים לאורך ההיסטוריה האינטלקטואלית של המערב ראו בתפיסת האינסוף של אריסטו מושא להתייחסות. כמו כן, בתפיסת האינסוף של אריסטו, כמו גם בתפיסות אינסוף נוספות, קיימים קשיים ומופיעות סתירות שסקירה זו אינה המקום הנכון להרחיב ולדון בהם. מכיוון שכך, בסקירה נעשה ניסיון להציג את הגישות השונות בנוגע לאינסוף באופן מפורט דיו על מנת שניתן יהיה לזהות את השראתן על לייבניץ, אך לא מפורט מדי. אם לחזור לדוגמה של אריסטו, בסקירה זו מופיעה התייחסותו של אריסטו למתח שבין השלם והאינסוף; לשלילת האינסוף האקטואלי ולהגדרת האינסוף הפוטנציאלי; לחלוקה או המרה מול גדילה או התרחבות כשני כיוונים בחקר האינסוף; להבדל שבין מתמטיקה לפיסיקה המשליך על קיומו של אינסוף פוטנציאלי בהגדרת הזמן, במנייה אריתמטית ובחלוקה פיסית של קטע נתון; להגדרות הרצף ולשאלת חלוקתו האינסופית; לפתרונו של אריסטו לפרדוקסים של זנון וכן להדגשת הקשר הפרדוקסאלי בין האינסוף הפוטנציאלי של אריסטו לבין השלם. כל מכלול הנושאים הללו מופיעים בתפיסת האינסוף של לייבניץ, ומכיוון שלייבניץ בעצמו העיד על חשיבותו של אריסטו עברו ניתן לשער שהם עמדו לנגד עיניו בשעה שגיבש את עמדתו שלו. אולם, למרות כל זאת, ברור שסקירת תפיסת האינסוף של אריסטו, כמו גם של שאר ההוגים, היא כללית ואינה מקיפה כשלעצמה.

לשמונת ההוגים הכלולים בסקירה זו יש תפקיד חשוב, גם אם לא לגמרי מוגדר, בעיצוב נקודת מבטו של לייבניץ על האינסוף ובחשיבות התיאולוגית, המטאפיזית והמתמטית שישנה לאינסוף בשיטתו הכוללת. נפנה כעת לתיאור מפורט של כל אחת משמונה הגישות האמורות למושג האינסוף.

1. אריסטו: אינסוף פוטנציאלי בלבד

הגותו של אריסטו (322-384 לפנה"ס) מהווה נקודת מוצא חשובה מאד בדיון על מושג האינסוף. אריסטו סיכם את הידע שהתגבש עד אליו והוא המקור לחיבורים פרה-סוקראטיים שונים ובעיקר לפרדוקסים של זנון איש אליאה שחשיבותם לדיון בטיבם של האינסוף והרצף גדולה ביותר. מעבר לכך, ברמה הפילוסופית, ההבחנה המושגית שטבע אריסטו בין אינסוף אקטואלי ואינסוף פוטנציאלי היא הבחנה בסיסית מן המעלה הראשונה, ועל כן דיון רציני במושג האינסוף אינו יכול להימנע מלקחת אותה בחשבון. מכיוון שכך, מרבית האינטלקטואלים, אם לא כולם, שעסקו בבעיות ובפרדוקסים הקשורים באינסוף, התייחסו לאמות המידה שקבע אריסטו. כאמור, אריסטו תפס את עצמו כמסכם את הידע ואת הבעיות אודותיו אך דומה שגישתו לאינסוף היא בבחינת נקודת פתיחה

בנקודת המבט של לייבניץ. יחד עם זאת, נקודות אלו משולבות במהלך תיאור תפיסת האינסוף של לייבניץ בשאר חלקי המחקר (ובפרט בחלק ד' הפילוסופי).

של הדיון ולגמרי לא דברי סיכום. אף כי ייתכן שגישתו של אריסטו פתרה בעיות היא גם חוללה בעיות נוספות במושג האינסוף ופילסה את הדרך למאות שנים של דיונים פילוסופיים, תיאולוגיים ומתמטיים.

אריסטו עסק בשתי בעיות הקשורות באינסוף. האחת נוגעת בשאלת היחס שבין השלם לבין האינסוף, ובה מטפל אריסטו בספר השלישי של ה'פיסיקה'. השנייה עוסקת ביחס שבין הנקודה הבלתי מתחלקת לבין הרצף, ובה מטפל אריסטו בספר השישי של ה'פיסיקה'. שתי הבעיות הללו קשורות מכיוון שהנחת המוצא של אריסטו היא שהרצף השלם מורכב מאינסוף נקודות.

את הדיון הראשון מפנה אריסטו בעיקר כנגד תפיסת האינסוף של מליסוס מהאסכולה האליאטית³. את האסכולה הזו חידש פרמנידס כאשר ביקש לראות את היש כהומוגני ואחיד ועל כן כשלם. מכיוון שברור היה לפרמנידס שלם קיימים גבולות הוא בחר את העיגול כצורה המושלמת ביותר הראויה לייצג את היש משום שהמרחק מהמרכז תמיד קבוע בה. גבולות העיגול אינם פוגעים בשלמות היש מכיוון שהאין איננו, ומחוץ לגבולות השלם אין לפיכך שום דבר. תלמידו זנון תרגם את התובנות הללו לזיהוי היש כרצוף וחסר חלקים לחלוטין. באמצעות הפרדוקסים על התנועה, הוכיח זנון שהרצף המאפיין את היש איננו ניתן לחלוקה – לא סופית ולא אינסופית, ועל כן הרצף הוא אחיד לחלוטין⁴. צעד זה איפשר לזנון לקשור בין השלם לבין הרצף⁵. מליסוס תלמידו השני של פרמנידס היה ער לכך שאם היש הוא בעל גבולות, יש בהכרח משהו מחוץ לו שמגביל אותו (והוא איננו אין, כפי שביקש פרמנידס לטעון). תובנה זו אילצה את מליסוס לזהות את היש כאינסופי. המונח היווני לאינסוף ('אפירון'), שפירושו הוא חוסר גבולות, שימש את היוונים על מנת לתאר את הכאוס הראשוני שממנו התגבש העולם. בתור שכזה כינס בתוכו האינסוף משמעות נלוות נוספות כמו חוסר ארגון, מורכבות קיצונית והעדר הגדרה. מליסוס לעומת זאת, ביקש לראות את האינסוף ('אפירון') כביטוי ליש הרצוף וחסר החלקים של פרמנידס⁶. אולם מליסוס השתדל ככל האפשר להיצמד להגדרות היש של פרמנידס וזנון ועל כן המשיך לאפיין אותו, על אף היותו אינסופי, כשלם והומוגני⁷.

אריסטו תוקף את הקשר שבין אינסוף לבין שלם. לשם כך משתמש אריסטו בעיקר בטיעונים פיסיקליים, הממשיכים את קו המחשבה האליאטי אודות העדר תנועה בתוך היש ההומוגני והרצוף. היש ההומוגני שאותו מאפיין מליסוס כאינסופי שרוי במנוחה, במובן זה שאין בו תנועה פנימית ואף הוא עצמו אינו נע. אם היש אינו נע משום שהוא הכל ושהוא מכיל את עצמו ללא תנועה, הרי שגם כל מה שמצוי בו מוכל בתוכו ללא תנועה⁸. מסקנה זו נובעת מתפיסתו של פרמנידס את היחס שבין החלק לשלם: "החלקים קבועים בשלם כפי שהניצוץ מצוי באש במקומו הקבוע". אלא שכאן צצה בעיה: אם

³ פיתגורס שקדם למילטים נמנע מלבסס את שיטתו על האינסוף. הפיתגוראים גרסו שכל היבט של העולם ניתן לייצוג באמצעות יחס בין מספרים טבעיים. יחס זה מבטא את השאיפה לסדר ולהרמוניה ב"קוסמוס" הפיתגוראי, ולכן פועל כנגד הכאוס והדיסרמוניה שאותם מייצג האינסוף (אפירון).

⁴ לפרדוקסים של זנון אתייחס בהמשך פרק זה, בדיון על הדרך שבה התמודד איתם אריסטו.

⁵ זו הסיבה שהפרדוקסים של זנון מהווים חוליה משמעותית בחיבור הדיון על האינסוף עם הדיון על הרצף, אצל אריסטו.

⁶ Guthrie 1965, vol. 2, 106-109

⁷ אריסטו מכון את עיקר ההתקפה שלו על מליסוס משום שעל אף ההשראה מפרמנידס וזנון, רק הוא חיבר באופן מלא בין האינסוף לבין השלם (Aristotle, *Physics*, Book III, 207a 15-20).

⁸ Aristotle, *Physics*, Book III, 205b 18-23

השלם מזוהה כאינסוף, החלקים אינם יכולים להיות קבועים במקומם.⁹ לא ניתן לאפיין את האינסוף בשום צורה, ולכן לא ניתן לומר שהחלקים באינסוף הם קבועים במקומם (כפי שניתן לומר על חלקים בתוך שלם).¹⁰ באינסוף אין למעלה או למטה לפני או אחרי, מכיוון שמקום או רגע הם ביטויים סופיים הבאים בסתירה עם האינסוף. מסקנתו של אריסטו היא שהאינסוף אינו יכול לאפיין שלם, ועל כן יש בעל גודל אינסופי איננו אפשרי.

It is plain from these arguments that there is no body which is actually infinite. But on the other hand to suppose that the infinite does not exist in any way leads obviously to many impossible consequences [...] clearly there is a sense in which the infinite exists and another in which it does not. Now, things are said to exist both potentially and in fulfillment. Further, a thing is infinite either by addition or by division. Now, as we have seen, magnitude is not actually infinite. The alternative then remains that the infinite has a potential existence.¹¹

אריסטו שולל אינסוף אקטואלי. עם זאת, הוא נזהר מלשלול את האינסוף באופן גורף משום שלדעתו לאינסוף תפקיד חיוני בהבנת המציאות. הזמן חייב להתמיד ולעולם לא להסתיים, כל גודל ניתן לחלק לאינסוף וגם את המספרים הטבעיים ניתן להמשיך ולספור ללא סוף. שלילת קיומו של גודל אינסופי מניבה את המסקנה שאינסוף יכול להיות בעל מעמד פוטנציאלי בלבד. מה משמעותו של קיום פוטנציאלי? בעוד שקיום אקטואלי הוא קיום בפועל, קיום פוטנציאלי מעיד על אפשרות או על מסוגלות. שני חצאים מצויים באופן פוטנציאלי בשלם משום שניתן באופן עקרוני לחלקו באופן הזה. כך, גם אדם שאיננו לומד כרגע ראוי לכינוי 'איש מדע' או 'איש ספר' אם יש לו את היכולת ללמוד.¹² עם זאת, משמעותה של הפוטנציאליות שונה ביחס לאינסוף. ישנה בעיה בכך שאריסטו מאפשר אינסוף פוטנציאלי אך שולל לחלוטין את קיומו של אינסוף אקטואלי. העובדה שעץ האלון למשל אינו קיים בפועל אלא רק בכוח בעת קיומו של הבלוט אינה מרמזת רק על כך שהוא קיים בשלב זה כשהליך ולא כישות מוגמרת אלא גם שההליך אמור להסתיים ושקיומו האקטואלי של העץ אכן אפשרי. באינסוף אין זה כך. אינסוף פוטנציאלי שמשמעו תהליך ללא סוף מכיוון

⁹ על פניו, דומה שמהלך הטיעון של אריסטו כנגד המסורת האליאטית הוא בעייתי משום שהוא מבקש להפריך את הקשר שבין יש שלם לבין אינסוף באמצעות קיומם של חלקים, ואילו פרמנידס, זנון ומליסוס התנגדו לקיומה של חלוקה באשר היא בתוך היש ההומוגני והרצוף. הפתרון לבעיה זו נעוץ בטיבם הפוטנציאלי של החלקים בטיעון. כפי שיתברר בהמשך, אריסטו אכן מגדיר את הרצף באמצעות חלקים ולא באמצעות שלילתם, אך חלקים אלו אינם אקטואליים אלא פוטנציאליים בלבד.

¹⁰ Aristotle, *Physics*, Book III, 205b 32-34

¹¹ Aristotle, *Physics*, Book III, 206a 7-19

¹² "Actuality means the existence of the thing, not in the way which we express by 'potentially'; we say that potentially, for instance, a statue of Hermes is in the block of wood and the half-line is in the whole, because it might be separate out, and even the man who is not studying we call a man of science, if he is capable of studying. Otherwise, actually" (Aristotle, *Metaphysics*, Book IX, 1048a 30-34)

למשמעות הראשונה אך לעולם לא לשנייה, מאחר ולעולם התהליך אינו יכול להסתיים בקיום אקטואלי של אינסוף¹³.

בהמשך לכך, כאשר מדבר אריסטו על פוטנציאליות הוא מדבר על תהליך דינאמי של התפתחות שאותו יש לראות על רקע קיומה הקבוע של המהות המשתנה. במהלך התפתחותו משנה העץ את מופעיו אבל מהותו נותרת קבועה. למעשה, מהותו הקבועה היא המפקחת על התפתחותו ועל התקדמותו במסלול ברור ומתוכנן מראש לעבר מימוש מלא של הפוטנציאל שלו. לעומת זאת, כאשר מדובר על אינסוף פוטנציאלי כבר לא ניתן לזהות את הנושא כבעל מהות קבועה, אלא תמיד כמשהו בהתהוות¹⁴.

The infinite has this mode of existence: one thing is always being taken after another, and each thing that is taken is always finite, but always different.¹⁵

ניתן לראות זאת היטב בשניים מתוך שלושת התחומים שאותם אריסטו כורך באינסוף פוטנציאלי: זמן ומנייה אריתמטית. הזמן אצל אריסטו יכול להיות אינסופי ולהימשך לנצח משום שהוא מבוסס על כך שהרגע הסופי אינו מצטרף לרגע הקודם אלא מחליף אותו. העבר והעתיד אינם ממשיים, והווה מתחלף תמיד. גם המספרים הטבעיים אצל אריסטו נמשכים לאינסוף. משמעות הדבר היא שמספר "מחליף" מספר ולכן תהליך המנייה אינו מסתיים.

¹³ Ariew in Duhem 1985, xxvi. יש לציין שאריסטו דחה את הגודל האינסופי הפוטנציאלי בדיוק מהנימוק שבסופו של דבר על גודל כזה להתממש בפועל ולכן אינו אפשרי ("There is no infinite in the direction of increase. For the size (which it can potentially be, it can actually be." (Aristotle, *Physics*, Book III, 207b 17-18) לא הפריע לאריסטו לאפשר חלוקה אינסופית פוטנציאלית מבלי לקבל על ידי כך כמות חלקים אינסופית אקטואלית, והדבר מעיד אולי על כך שלאריסטו כבר היתה תחושה שהפוטנציאליות של האינסוף איננה פוטנציאליות רגילה. פתרונות לבעיית המשמעות של המובן הפוטנציאלי של האינסוף עתידיים להופיע בהגות ימי הביניים, באמצעות אינסוף סינקטגורמטי.

¹⁴ נושא זה נתון למחלוקת בקרב פרשני אריסטו. במאמרו, מנסה הינטיקה לפתור בעיה זו בטענה שישנו מובן חלש לאינסוף האקטואלי שאותו אריסטו מקבל ושבאמצעותו ניתן להימנע ממשקנה שהאינסוף הוא מקרה חריג במעבר מפוטנציאליות לאקטואליות. לדעת הינטיקה, על פי עקרון הריבוי שאליו מחויב אריסטו, כל דבר פוטנציאלי עתיד בסופו של דבר להתממש, ולפיכך גם חלוקה אינסופית פוטנציאלית יכולה להיחשב אקטואלית בטווח של זמן נצחי. לשם כך מפרש הינטיקה את דברי אריסטו מאופן מנוגד לפרשנות המקובלת: "In a way, the Aristotelian theory of infinity has thus been found to entail exactly the opposite to what it is usually said to assert. Usually it is said that for Aristotle infinity exists potentially but never actually. In the precise sense, however, in which the infinite was found to exist potentially for Aristotle, it also exists actually" (Hintikka 1966, 200)

התנגדות לפרשנותו של הינטיקה ראו אצל ליר (Lear 1979, 189-193). לדעת ליר, הינטיקה אינו מבחין בין אקטואליות תהליך החלוקה לבין פוטנציאליות החלוקה האינסופית עצמה. תהליך אקטואלי אינו יכול להניב אינסוף אקטואלי גם בזמן נצחי מכיוון שלשם כך החלוקה צריכה להגיע לגודל שאותו לא ניתן עוד להמשיך ולחלק, ולכך אריסטו מתנגד במפורש: "Hintikka has failed to distinguish between an actual process bearing witness to the existence of the potential infinite and an actual process being a witness to the existence of the actual infinite. No actual process of division could bear witness to a length being actually infinite by division. However, an actual process of division which terminates after finitely many divisions, having failed to carry out all possible divisions, is all that a witness to the existence of the potential infinite could consist in." (Lear 1979, 191)

בווין מותח ביקורת על עמדתו של ליר, אך הוא עושה זאת באופן ברור מנקודת מבט פילוסופית שונה על מושג האינסוף. לטעמו חלוקה אינסופית פוטנציאלית של קטע אמורה להניב מספר מסוים של חלקים ומכיוון שמספר כזה אינו יכול להיות סופי או לחלופין אינסוף פוטנציאלי הוא מוכרח להיות מספר המבטא אינסופי אקטואלי של חלקים (Bowin 2007, 245). בפרק השלישי והאחרון של חלק ב' של המחקר, המוקדש להבהרה מושגית של הדיון בהיבט המתמטי של האינסוף, תפורטנה הנחות המוצא השונות של העמדות המנוגדות שמבטאים ליר ובווין.

¹⁵ Aristotle, *Physics*, Book III, 206b 27-29

מכיוון שאינסוף פוטנציאלי אינו מאפשר ליצור צירוף של חלקים, מספרים אינם מצטרפים לגודל מספרי אינסופי ולכן אין מספר אינסופי או כמות אינסופית אקטואלית אלא רק תהליך מנייה אינסופי פוטנציאלי.¹⁶ כך מגיע אריסטו למסקנה המנוגדת לאינטואיציה האליאטית: האינסוף אינו מכיל את הכל משום שתמיד נשאר משהו מחוץ לו; הוא אינו מבטא איכות "שלמה" (צורה) אלא רק כמות המבוססת על חלקים סופיים שניתן להוסיפם או לחסרם (חומר); האינסוף אינו מכיל הכל אלא מוכל בכל.¹⁷

The infinite turns out to be the contrary of what it is said to be. It is not what has nothing outside it that is infinite, but what always has something outside it [...]. Thus something is infinite if, taking it quantity by quantity, we can always take something outside. On the other hand, what has nothing outside it is complete and whole.¹⁸

במונחי של אריסטו, ישנם שני "כיוונים" לאינסוף: כיוון של גדילה והתרחבות לגודל מקסימאלי וכיוון של צמצום והתחלקות לגודל מינימאלי. כאמור, כל אחד משני הכיוונים הללו אינו יכול להניב אינסוף אקטואלי.¹⁹ כמו כן, אינסוף פוטנציאלי אינו יכול ליצור גודל המבוסס על הצטרפות²⁰ ולכן האינסוף היחיד שהינו ממין האפשר הוא אינסוף פוטנציאלי הקשור בחלוקה או בהמרה בלבד.²¹

The infinite, then, exists in no other way but [...] potentially and by reduction.²²

החיבור שבין המרה או החלפה לבין אינסוף פוטנציאלי מאפשר לאריסטו לחדד את הניתוח. חלוקה של קטע יכולה להיות אינסופית באופן פוטנציאלי משום שאין גבול לכמות החלקים שניתן ליצור (בדיוק כפי שאין גבול למניית מספרים). על בסיס תובנה זו בונה אריסטו את המקרה היחיד שבו קיים אינסוף פוטנציאלי במובן של הוספה או הצטרפות. למעשה זוהי וואריאציה פסיקאלית של טור אינסופית מתכנס: גוף נתון ניתן לחלוקה לאינסוף פוטנציאלי של חלקים ולכן אפשר גם לראות את כל אינסוף החלקים הללו מצטרפים באופן פוטנציאלי בחזרה לכדי גוף נתון ושלים. אריסטו הרי שולל את האפשרות שחומר יתרחב לגודל אינסופי פוטנציאלי (מכיוון שגודל כזה אינו יכול להתממש אקטואלית), ולכן האינסוף הפוטנציאלי שלו רלוונטי רק ביחס לגדלים סופיים נתונים. מכיוון שכך, אריסטו מסיק שהצטרפות של אינסוף חלקים פוטנציאליים אפשרית אם מדובר בהיפוך של תהליך החלוקה האינסופי.

¹⁶ Aristotle, *Physics*, Book III, 207b 10-15

¹⁷ "It does not contain, but, in so far as it is infinite, is contained" (Aristotle, *Physics*, Book III, 207a 24)

¹⁸ Aristotle, *Physics*, Book III, 206b 34 – 207a 9

¹⁹ חלוקה אינסופית אקטואלית מניבה כמות אינסופית המבוססת על הצטרפות ולא על המרה, ולכן אריסטו שולל גם אותה.

²⁰ "If there cannot be in this way a sensible body which is infinite in fulfillment, evidently there can no more

²¹ be a body which is potentially infinite in respect of addition" (Aristotle, *Physics*, Book III, 206b 24-26)

²¹ לדעת ארתור (Arthur, 2001a, xxxii; 368 n31; 432 n4) לייבניץ התבסס על טענות אלו של אריסטו בכדי לטעון ששלילת

האינסוף האקטואלי אצל אריסטו היתה רק ביחס לגודל אינסופי (infinite magnitude) ולא ביחס לריבוי אינסופי

(infinite multitude). למעשה, כפי שנראה בהמשך, גם אוקהם ניסה לפרש כך את אריסטו וכך בונים ארתור וביילי את

הטענה שלייבניץ המשיך את המסורת הפרשנית של אוקהם על אריסטו (Beeley 1996a, 242; Arthur 1997, 30).

²² Aristotle, *Physics*, Book III, 206b 13-14

By addition, then, also, there is potentially an infinite, namely, what we have described as being in a sense the same as the infinite in respect of division. For it will always be possible to take something *ab extra*. Yet the sum of the parts taken will not exceed every determinate magnitude, just as in the direction of division every determinate magnitude is surpassed and there will always be a smaller part [...] There cannot be [...] potentially infinite [...] except as the inverse of the infinite by division.²³

מאחר והחלוקה האינסופית חלה על קטע שלם ניתן לדעת אריסטו לשחזר את שלמות הקטע מתוך הצטרפותם של אינסוף החלקים הפוטנציאליים²⁴. הגם שאריסטו מציין נקודה זו מבלי משים, הוא כורך כאן את השלם עם חלוקה אינסופית פוטנציאלית ומניח את היסודות למסקנותיו הסופיות על טיבו של הקשר בין אינסוף לבין רצף.

תובנה אחרונה שראויה לציון בהקשר של הדיון שעורך אריסטו באינסוף פוטנציאלי קשורה בהבחנה מעניינת שעושה אריסטו בין מספר לבין גודל. מספר קשור במנייה אריתמטית וגודל קשור בחלוקה וכפי שכבר ראינו, בשני המקרים, המבוססים על המרה ולא על הצטרפות, קיים אינסוף פוטנציאלי. כעת טוען אריסטו שכל מנייה אריתמטית חייבת להתחיל מ'אחת' ולכן למנייה יש גבול תחתון ברור. אך ניתן למנות לאינסוף ולכן למנייה אריתמטית אין גבול עליון. ההפך הוא נכון באשר לגודל. לגודל קיים גבול עליון באשר אין גודל אינסופי, אך ניתן לחלקו לאינסוף ולכן לגודל אין גבול תחתון²⁵. מסקנתו של אריסטו היא שאינסוף פוטנציאלי קיים במנייה של המספרים אך לא בחלוקתם; בחלוקת גדלים אך לא בהתרחבותם.

In number there is a limit in the direction of the minimum, and that in the other direction every amount is always surpassed. In magnitude, on the contrary, every magnitude is surpassed in the direction of smallness, while in the other direction there is no infinite magnitude. The reason is that what is one is indivisible whatever it may be, e.g. a man is one man, not many. Number, on the other hand, is a plurality of 'ones' and a certain quantity of them. Hence numbers must stop at the indivisible [...] but in the direction of largeness it is always possible to think of a larger number; for the number of times a magnitude can be bisected is infinite. Hence this infinite is potential, never actual: the number of parts that can be taken always surpasses any

²³ Aristotle, *Physics*, Book III, 206b 16-20, 26
²⁴ Lear 1979, 195. לדעת ליר, טיעון זה חשוב עבור אריסטו מכיוון שרק באמצעותו הוא מכיר בקיומה של מנייה אינסופית של מספרים (ibid., 196). ראוי לציין שעל פי פרשנותו של ליר, אריסטו טוען שאינסוף פוטנציאלי נובע מטבעו של הגודל הניתן לחלוקה אינסופית ולא מקיומו של תהליך חלוקה או מנייה. הבדל זה מאפשר לליר להבחין בין גישתו של אריסטו לאינסוף הפוטנציאלי לבין גישה אינטואיטיביסטית מודרנית מבית מדרשו של ברואר ודומט השוללת את קיומו של אינסוף אקטואלי כפי שתפס אותו קנטור בתורת הקבוצות שלו (ibid., 188-189, 196-198).
²⁵ בעניין ההתחלקות האינסופית אריסטו התלבט אם ישנו הבדל בין הזמן לבין מנייה אריתמטית. כל מספר טבעי מוגדר כריבוי של יחידות. היחידה המתמטית הבסיסית היא בלתי מתחלקת ולכן בכיוון ההתחלקות התהליך הוא סופי. לעומת זאת ביחס לזמן אריסטו היה הרבה פחות חד משמעי. בספר השישי של ה'פיסיקה' הוא שולל במפורש את קיומו של רגע בלתי מתחלק (235b 32 – 236a 27) אך בספר השמיני הוא שב להתלבט בעניין (263b 9-26).

definite amount. But this number is not separable, and its infinity does not persist but consist in a process of coming to be, like time and the number of time. With magnitude the contrary holds. What is continuous is divided *ad infinitum*, but there is no infinite in the direction of increase.²⁶

הבחנה זו בין מספרים לגדלים חומריים מספקת לנו הזדמנות נוחה לעבור לנושא השני שבו עוסק אריסטו ביחס לאינסוף, והוא היחס שבין הרצף לבין נקודה בלתי מתחלקת. הקביעה שגדלים חומריים ניתנים לחלוקה אינסופית פוטנציאלית נובעת משתי הנחות שאותן שאריסטו חושף בספר השישי של ה'פיסיקה' שלו: (א) גדלים חומריים הם רצופים; (ב) אין בנמצא אטום חומרי בלתי מתחלק המהווה את התשתית של הרציפות החומרית. קודם לכן, באמצעות הגדרה מדוקדקת של מונחים מבקש אריסטו לטעון בתחילת הספר השישי של ה'פיסיקה' שכבר מבחינה לוגית הרצף אינו מורכב מנקודות

Now if the terms 'continuous', 'in contact', and 'in succession' are understood as defined above – things being continuous if their extremities are one, in contact if their extremities are together, and in succession if there is nothing of their own kind intermediate between them – nothing that is continuous can be composed of indivisibles: e.g. a line cannot be composed of points, the line being continuous and the point indivisible. For the extremities of two points can neither be *one* (since of an indivisible there can be no extremity as distinct from some other part) nor *together* (since that which has no parts can have no extremity, the extremity and the thing of which it is the extremity being distinct) [...] it is plain that everything continuous is divisible into divisibles that are always divisible; for if it were divisible into indivisibles, we should have an indivisible in contact with an indivisible.²⁷

רצף פירושו שגבולות החלקים שבו לא רק נוגעים זה בזה אלא מצויים ממש באותו המקום. אולם החלקים שברצף אינם יכולים להיות בלתי מתחלקים או חסרי חלקים בעצמם. במקרה של נקודות למשל אין הבחנה בין גבול של נקודה לבין הנקודה עצמה. נקודות לא יכולות לשכון זו לצד זו באמצעות מגע של הגבולות שלהן או באמצעות נוכחות בו זמנית של הגבולות שלהן באותו מקום, משום שפירוש הדבר שהנקודות מצויות זו על זו. הרצף אם כן אינו מורכב מנקודות. עם זאת, אריסטו מודה שהנקודות מצויות בקו, למרות שאינן מרכיבות אותו. ההבדל נעוץ בהבחנה שהוא טובע בין נוכחות אקטואלית בתוך הקו ובין נוכחות פוטנציאלית בתוך הקו. נוכחות אקטואלית פירושה שהנקודות מרכיבות את הקו ונוכחות כזו מוכחשת אצל אריסטו. לעומת זאת נוכחות פוטנציאלית פירושה שהנקודות קיימות כפועל יוצא של חלוקת הקו, ולכן אריסטו מודה בקיומן של נקודות כאשר אין להם מעמד אקטואלי בלתי תלוי. הנקודה אינה ניתנת לחלוקה מאחר והיא חסרת ממד וחסרת חלקים ולכן יש לראותה רק כגבול או כקצה של קו. כאשר מחלקים קו לא מקבלים

²⁶ Aristotle, *Physics*, Book III, 207b 2-17

²⁷ Aristotle, *Physics*, Book VI, 231a18 – 231b19; *Metaphysics*, Book XI, 1068b 27 – 1069a 14

נקודות אקטואליות אלא רק קוים קטנים יותר ויותר שגבולות המתאר שלהם יכולים להיחשב כנקודות. גבולות מתאר אינם מצטרפים יחד לכדי רצף שלם אך חלקי-קו כן.²⁸ לחלקי-קו יש מעמד אקטואלי, אך לא נקודות. כך או כך, חלוקה אינסופית של הקו מוכרחה להיות פוטנציאלית ולכן יש לראותה כתהליך אינסופי שלעולם אינו מניב מספר אינסופי של חלקי-קו ונקודות קצה. ניתן לראות מהטיעון של אריסטו שהקשר בין אינסוף פוטנציאלי לבין הרצף הדוק מאד. הגדרת הרצף שוללת נקודות אך בכל זאת מבוססת על חלקים שבתורם מורכבים מחלקים וכן הלאה עד אינסוף. המסקנה שמסיק אריסטו היא שהרצף מושתת על חלוקה אינסופית. לכאורה, אריסטו יכול היה להתנער מההגדרות הראשוניות של הרצף כסמיכות במגע בין החלקים ולאמץ את העמדה האליאטית השוללת את קיומם של חלקים באשר הם בתוך הרצף. אמנם אם אכן מבינים את עמדת אריסטו ביחס לרצף כמבוסס על אינסוף חלקים פוטנציאליים, ניתן לומר שבאופן אקטואלי הרצף אכן משולל חלקים לחלוטין. נוכל לראות זאת היטב בפתרון שמציע אריסטו לפרדוקסים של זנון. לדעת אריסטו, ההבחנה בין האקטואלי לפוטנציאלי מאפשרת לפתור את הפרדוקסים של זנון.²⁹ הפרדוקסים המפורסמים של זנון איש אליאה מצביעים על כך שמושג הרצף אינו מתיישב עם הרעיון העקרונני של חלוקה או של גבול. הפרדוקסים מצביעים על כך שעל מנת להבין את הרצף עלינו לצדד בחלוקה סופית ואינסופית בו זמנית,³⁰ ומכיוון שלא ניתן לתמוך בשתי החלוקות בו זמנית הרי שגם הדרך להבנת מושג הרצף באמצעות חלוקה (כלשהי) איננה אפשרית.³¹ מתוך ארבעת הטיעונים המרכיבים את הפרדוקסים, שני הטיעונים הראשונים, 'הדיכוטומיה' ו-'אכילס והצב', מדגישים את אי היכולת להשלים את התנועה ליעד בגין קיומה של חלוקה אינסופית. סופו של מרחק נתון הוא בלתי מושג מכיוון שההתקדמות לעברו מלווה בחלוקה מתמדת ואינסופית של מה שנותר.

Zeno's arguments about motion, which cause so much trouble to those who try to answer them, are four in number. The first asserts the non-existence of motion on the ground that that which is in locomotion must arrive at the half-way stage before it arrives at the goal [,and so on to infinity].³²

²⁸ כפי שנראה מייד, אריסטו תופס את הרצף כבלתי קשור בחלקים אקטואליים כלל (לא בכמות סופית ובוודאי לא בכמות אינסופית)

²⁹ העדות הכתובה על קיומם של הפרדוקסים נמסרה לנו באופן עקיף רק ע"י אריסטו עצמו (Guthrie, 1965, vol. 2, p. 91) שחי כמאה שנים לאחר כתיבתם, ושהביא את ארבע הווריאציות של הפרדוקסים לקראת סופו של הספר השישי ב'פיסיקה' (Aristotle, *Physics*, Book VI, 239b 10 – 240a 16). פרדוקסים אלו תרמו תרומה מכרעת לגיבוש עמדותיו בנוגע לאינסוף.

³⁰ שתי האפשרויות הללו מהוות את שתי קרנייה של הדילמה, וכל אחת מהן בנויה משני טיעונים, האחד נגד התנועה המוחלטת והשני נגד התנועה היחסית.

³¹ "בסך הכל ארבעה טיעונים: (1) הדיכוטומיה, (2) אכילס והצב – שני אלה על סמך הנחת אפשרות חלוקה אינסופית ללא אלמנט אחרון; (3) החץ, (4) האיצטדיון – שני אלה על סמך הנחת אלמנט אחרון בעל מימד מסוים (נקודה בחלל, מומנט בזמן) כגבול החלוקה. בקרן הראשונה, התנועה אפשרית רק אם נניח חלקים אחרונים בלתי מתחלקים, אשר יאפשרו את השלמתה מנקודה א' לנקודה ב'. הקרן השנייה של הדילמה מוכיחה שהנחתו של חלק אחרון בלתי מתחלק כגון זה מופרכת אף היא, לפי תנאייה ההכרחיים של התנועה. ולכן אנו נזרקים בהכרח בחזרה אל הקרן הראשונה" (האזרחי 1964, 47-48).

³² Aristotle, *Physics*, Book V, 239b 11-13

The second is the so-called Achilles, and it amounts to this, that in the race the quickest runner can never overtake the slower, since the pursuer must first reach the point whence the pursued started, so that the slower must always hold a lead. This argument is the same in principle as that which depends on bisection [...] so that the solution must too be the same.³³

טיעון הדיכוטומיה קובע שעל מנת לעבור כברת דרך מסויימת יש לעבור קודם את מחציתה, ולאחר מכן את חצי המחצית הנותרת וכן את חצי הרבע הנותר וחצי השמינית וכן הלאה. אם נניח חלוקה אינסופית הסדרה לעולם לא תסתיים, ולכן בכדי לפתור את הבעיה עלינו להניח שישנו סוף לחלוקה. באותה מידה, בהנחה שישנה פרופורציה ידועה בין מהירותו של אכילס לזו של הצב, אכילס לעולם לא יעבור את הצב האיטי ממנו. בזמן התקדמותו של אכילס גם הצב מתקדם, ובשל העובדה שתמיד ניתן לחלק את המרחק שגמא אכילס בזמן נתון ולייחסו לצב, המרחב ביניהם יתכווץ עוד ועוד אך לעולם לא יעלם. שני הטיעונים מלמדים כי חלקים בלתי מתחלקים הינם הכרחיים על מנת לאפשר את ההגעה ליעד הסופי של הסדרה. במילים אחרות, תפיסת המכלול השלם תלויה בקיומם של חלקים אחרונים בלתי מתחלקים ובכך שהחלוקה ממצה את עצמה ואינה אינסופית. אולם שני הטיעונים הנוספים מדגישים את ההיפך הגמור. הטיעונים 'החץ' ו-'האצטדיון' מצביעים על חוסר יכולת ליצור תנועה מלכתחילה בשל קיומם של חלקים בלתי מתחלקים. אם מסלול ההתקדמות מורכב מחלקים בלתי מתחלקים של זמן ומרחב, הרי שבכל אחד מהם התנועה היא אפסית. מעבר בין אטומי הזמן והמרחב הללו אינו אפשרי משום שאין ביניהם יחידה מתווכת הקטנה מהם. לחלופין, אם ישנה תנועה בין החלקים הבלתי מתחלקים פירושו של דבר שהם אינם באמת מינימאליים ושהחלוקה הנדרשת היא בכל זאת אינסופית.

The third is that already given above, to the effect that the flying arrow is at rest, which result follows from the assumption that time is composed of moments.³⁴

The fourth argument is that concerning equal bodies which move alongside equal bodies in a stadium from opposite directions – the ones from the end of the stadium, the others from the middle – at equal speeds, in which [Zeno] thinks it follows that half the time is equal to its double. The fallacy consists in requiring that a body traveling at an equal speed travels for an equal time past a moving body and a body of the same size at rest. That is false.³⁵

על פי טיעון החץ, את מסלול מעופו של החץ מרכיבים אינספור חלקים בלתי מתחלקים של זמן ומרחב. הבעיה היא שאין דרך להבין כיצד עובר החץ מנקודה אחת לנקודה סמוכה לה, אם אין בין שתי הנקודות הללו נקודה מתווכת שבה מתרחש המעבר. יתרה מזאת, בכל אחד מחלקי המרחב הבלתי מתחלקים שבמהלך מעופו של החץ, החץ שרוי למעשה במנוחה. מבחינת קיומם של חלקים

³³ Aristotle, *Physics*, Book V, 239b 14-26

³⁴ Aristotle, *Physics*, Book V, 239b 30-31

³⁵ Aristotle, *Physics*, Book V, 239b 33 – 240a 16

המרחב והזמן, מעוף החץ הרי הוא כרצף תמונות המוקרנות כסרט. בכל תמונה קפואה ומקוטעת מהירות החץ איננה באמת מהירות. על כורחנו, את המהירות יש לחפש בין "התמונות", או במילים אחרות, בין החלקים הבלתי מתחלקים; פירוש הדבר חלוקה אינסופית. טיעון האצטדיון או "השיירות" הוא כאמור וואריאציה יחסית של טיעון החץ, והוא עוסק בתנועת שתי שיירות זו למול זו (ביחס לשיירה שלישית נייחת). הטיעון מצביע גם הוא על ההכרח שבקיומה של חלוקה אינסופית של הזמן והמרחב, על ידי כך שהוא מראה שניתן לעבור חלקים מרחביים שהנחנו כי הם בלתי מתחלקים במהירות שונות (כלומר במשכי זמן שונים). מכך משתמע שעלינו להמשיך ולחלק גם את היחידות המרחביות הבלתי מתחלקות. שני הטיעונים המרכיבים את הקרן השנייה של הפרדוקס מלמדים שחלוקה אינסופית היא הכרחית על מנת לאפשר את התנועה מלכתחילה. המעבר בין הנקודות שעל הרצף מחייב שהנקודות לא יהיו מינימאליות ושהחלוקה לעולם לא תסתיים.

יוצא, אם כך, ששתי הקרניים של הפרדוקס אינן מתיישבות זו עם זו. קיומה של תנועה סותר את הגעתה ליעדה, וקיום גבול סותר את קיומו של השינוי. מסקנתו של זנון, תלמידו של פרמנידס, היא שהיש הוא הומוגני בלתי מתחלק – לא בחלוקה סופית ולא בחלוקה אינסופית. כל השינויים, ובכללם התנועה, הם אשליה מוחלטת. העולם הוא סטטי ואחיד לגמרי ("היש ישנו והאין איננו"). את הרצף אין להבין, לא באמצעות נקודות בלתי מתחלקות וגם לא באמצעות התפוררות אינסופית, אלא רק כדבר מה המצוי מעבר לאפשרות של חלוקה כלשהי.

אריסטו דוחה בקלות את הטיעונים המרכיבים את הקרן השנייה של הפרדוקס, כלומר את טיעון 'החץ' ואת טיעון 'האיצטדיון', מכיוון שהוא תומך בחלוקה אינסופית (פוטנציאלית) של הרצף. אולם לאריסטו אמורה להיות בעיה עם הקרן הראשונה של הפרדוקס, קרי עם טיעון 'הדיכוטומיה' ועם 'אכילס והצב', משום שבשניהם חלוקה אינסופית מתבררת כבלתי אפשרית. מפרדוקס הדיכוטומיה נובע שהרצף מחויב להתבסס על נקודות, כלומר על חלקים בלתי מתחלקים משום שאלמלא כן לא ניתן יהיה להשלים את התנועה המלאה. אולם לדעת אריסטו הרצף אינו מורכב מנקודות. הוא לכל היותר מכיל נקודות באופן פוטנציאלי.

אריסטו מתייחס לקשיים שגורמת הצעתו לחלוקה אינסופית רק בספר השמיני של ה'פיסיקה' ובספר הראשון של 'על יצירה וכליון'. לדעת אריסטו אין זה נכון לטעון שעל מנת לעבור חצי יש לעבור רבע, כפי שנטען בפרדוקס (ועל כן לא ניתן להשלים לעולם את המעבר השלם הואיל וישנם אינסוף חלקים שיש לעבור קודם לכן). החלוקה לאינסוף היא פוטנציאלית בלבד. יש שני חצאים בשלם רק באופן פוטנציאלי משום שחלקים אקטואליים הם מובחנים ואינם "חלקים" של שלם. אקטואלית יש אחת משתיים: או שלם או שני חצאים, כאשר הכמות האקטואלית של החלקים היא פרי החלטה שרירותית. לאמיתו של דבר, **השלם הוא רצוף ומחוסר חלקים לגמרי**, וניתן לחלקו לאינסוף חלקים המתחלקים בעצמם לאינסוף רק באופן פוטנציאלי³⁶. לפיכך ישנם לרצף שני היבטים: למרות שאת הרצף ניתן להמשיך ולחלק לאינסוף, יש גם היבט נוסף של הרצף הקשור בהעדר חלוקה בכלל.

³⁶ "Though what is continuous contain an infinite number of halves, they are not actual but potential halves. if [one] makes the halves actual, [one] will get not a continuous but an intermittent motion" (Aristotle, *Physics*, Book VIII, 263a 28-30)

For, since no point is contiguous to another point, magnitudes are divisible through and through in one sense, and yet not in another. When, however, it is admitted that a magnitude is divisible through and through, it is thought that there is a point not only anywhere, but also everywhere, in it: hence it follows that the magnitude must be divided away into nothing [...]. But it is only in *one sense* that the magnitude is divided through and through, viz. in so far as there is one point *anywhere* within it and all its points are *everywhere* within it, if you take them singly. But there are not more points than one *anywhere* within it, for the points are not consecutive; hence it is not divisible through and through [...]. Hence there are both association and disassociation, though neither into, and nor of, atomic magnitudes (for that involves many impossibilities)³⁷

אריסטו מדגיש ששני ההיבטים שדרכם יש לבחון את הרצף אינם מבוססים על חלוקה סופית של הרצף או על קיומן האקטואלי של נקודות בלתי מתחלקות. מול ההיבט של חלוקה פוטנציאלית אינסופית המדגיש את התפוררותו הפוטנציאלית של הרצף, קיים ההיבט של העדר חלוקה בכלל המדגיש את קיומו האקטואלי של הרצף כשלם. האפשרות לצעוד לאורך מגרש שלם בפרדוקס הדיכוטומיה אפשרית מכיוון שהחלקים האקטואליים של המגרש אינם באמת חלקים של השלם אלא חלקים יחסיים שניתן תמיד להמשיך ולחלק אותם או לחלופין להימנע מלהתייחס אליהם.

Dissociation takes place into small (i.e. relatively small) parts, and association takes place out of relatively small parts. It is wrong, however, to suppose, as some assert, that coming-to-be in the unqualified and complete sense is defined by association and disassociation, while change takes place in what is continuous is alteration. On the contrary, this is where the whole error lies. For unqualified coming-to-be and passing-away are not effected by association and disassociation. They take place when a thing changes, from *this* to *that*, as a whole [...] but when it is in the thing's affection and accidental, there will be alteration.³⁸

אריסטו מדגיש שיש לראות כל חלק אקטואלי (שניתן עקרונית לחלקו לאינסוף ולכן מעמדו אינו מוחלט אלא יחסי) כשלם³⁹. אין לראות שינויים בשלם באופן מתהווה ומתפתח המזיק חלקים פנימיים (ובמידה שמעורבת חלוקה היא תהיה אינסופית), אלא באופן הוליסטי בלבד. כך מתקבלת תמונה של רצף שמצד אחד ניתן לחלקו פוטנציאלית לאינסוף ומאידך יש לראותו אקטואלית כשלם בכדי להבין שינויים או תהליכים הקשורים בו.

³⁷ Aristotle, *On Generation and Corruption*, Book I, 317a 2-14

³⁸ Aristotle, *On Generation and Corruption*, Book I, 317a 16-26

³⁹ כל זמן שאין מדובר בישות אורגנית (שאיננה רצופה משום שאי אפשר לחלקה לאינסוף באופן פוטנציאלי), כל קטע אקטואלי נתון יכול להיחשב כשלם ביחס לעצמו. מכיוון שמדובר בקטע שניתן לחלקו פוטנציאלית לאינסוף, ההחלטה היכן לתחום את גבולותיו של המקטע השלם היא לכן תמיד שרירותית.

לסיכום, אריסטו מבחין בין אינסוף לבין שלם ומגדיר אינסוף כפוטנציאלי בלבד, כלומר כקשור בהתהוות ולעולם לא במהות קבועה ואקטואלית. בשל כך הוא מייחס אינסופיות פוטנציאלית רק להמרה או לחלוקה ולא להצטרפות או לגודל. אריסטו מעיר שהצטרפות של חלקים קשורה באינסוף הפוטנציאלי רק כהיפוך של תהליך החלוקה, כלומר בדומה לסדרה אינסופית מתכנסת שבה מצטרפים יחד כל אינסוף החלקים לשלם המקורי. הערה זו של אריסטו, שהינה שולית בדיון על האינסוף, מתבררת כדרמטית לאור מסקנותיו על טיבו של הרצף. אריסטו טוען שגדלים חומריים הינם רצופים בשל העובדה שהם ניתנים לחלוקה אינסופית. לדעתו, מכיוון שחלוקה אינסופית כזו אינה אקטואלית אלא פוטנציאלית בלבד, היא מותירה את הגודל הרצוף כשלם חסר חלקים אקטואליים. לאור זאת סבור אריסטו כי פתרון הפרדוקסים של זנון מתאפשר על ידי כך ששני מצבים הפוכים – העדר חלקים ואינסוף חלקים פוטנציאליים – מהווים שני היבטים של גודל רצוף ושלם ולפיכך משלימים זה את זה. כך יוצא שהאינסוף הפוטנציאלי, אותו תפס אריסטו מלכתחילה כמנוגד לשלם, נמצא בסופו של דבר כקשור בו באופן עמוק בעקבות דיון בטיבו של הרצף.

2. תומס אקווינס: א-לוהים והאינסוף

תומס איש אקווינו (1225-1274) נחשב לאחת הדמויות החשובות ביותר בקרב הכנסייה הקתולית ואף הועטר בתואר דוקטור מטעמה בעיקר בשל התיווך שיצר בין עולם האמונות הנוצרי לבין הגותו של אריסטו. בעבודתו העיקרית *Summa Theologicae* מפשר אקווינס בין השקפות ניא-אפלטוניות שאומצו ע"י הכנסייה לבין קביעות פילוסופיות מבית מדרשו של אריסטו. בהקשר של מושג האינסוף חשיבותו של אקווינס היא בדיון שהוא מעורר סביב נושאים תיאולוגיים מובהקים באמצעות מונחים והבחנות אריסטוטליות.

תרומתו המפורסמת ביותר של אקווינס בנוגע להתפתחות מושג האינסוף קשורה בכך שהוא מציע להגדיר את אחדות הא-ל באמצעות האינסוף⁴⁰. אין מדובר בהגדרת הא-ל באמצעות הכלה של ריבוי אינסופי. אקווינס הינו הראשון, או לכל הפחות בין הראשונים⁴¹, לאפיין את הא-ל על ידי מובן איכותי של אינסופיות⁴². פלוטינוס, אבי המסורת הניאו-אפלטונית, עסק כבר במאה השלישית באחד המטאפיסי שהינו מושלם, טוב, פשוט ובעיקר נשגב מכל ריבוי או חלוקה פנימיים. אבל כאשר פלוטינוס מדבר על האינסוף, או ליתר דיוק על 'כל הדברים', הוא משתמש במובן כמותי של האינסוף בלבד⁴³. מכיוון שכך, בה במידה שהוא קובע כי קיימת זהות בין 'כל הדברים' לבין האחד, פלוטינוס גם

⁴⁰ Sweeney 1992, 432-437

⁴¹ עמדה דומה פחות או יותר לזו של אקווינס מופיעה גם אצל בוננוטורה (Bonaventura, *De mysterio Trinitatis* 4.1) ודונס סקוטוס (Duns Scotus, *Opus oxoniense* 1.2.1) בני תקופתו של אקווינס. יחד עם זאת, השניים אינם מדגישים את המובן האיכותי או המטאפיסי של האינסוף כפי שעושה אקווינס. כך למשל ביחס לשאלת נצחיות העולם מפתח בוננוטורה טיעון הקשור בהיבט הכמותי של האינסוף (ראו להלן) ועם כל חשיבותו של טיעון זה הוא אינו מקדם הבנה איכותית של אינסוף (Patterson 1965, 242-243; Drozdek 1995, 135).

⁴² שימוש באינסוף לתיאור שלמותו המוחלטת של האל מופיע בכתבי מקובלים כ' יצחק סגי נהור כבר בשלהי המאה ה-12, כלומר מעט קודם לכן. ראו להלן הערה 84.

⁴³ Bussanich 1996, 57-60

מסתייג מזהות כזו. לדעתו האחד הוא גם 'הכל' וגם 'לא כלום'. דווקא ה'לא כלום' שבאחד, ולא ה'כל' שבו, הוא שמאפשר את תהליך ההשתלשלות שעל ידו נובע הריבוי מהאחדות.

The one is all things and not a single one of them: it is the principle of all things, not all things, but all things have the other kind of transcendent existence; for in a way they do occur in the one; or rather they are not there yet, but they will be. How then do all things come from the one which is simple and has in it no diverse variety, or any sort of doubleness? It is because there is nothing in it that all things come from it.⁴⁴

גם אוגוסטינוס, שהמשיך במאה הרביעית את קו המחשבה של פלוטינוס, נמנע מלכרוך באופן מפורש את הא-ל האחד עם האינסוף. אומנם, הוא קובע כי בכוחו של הא-ל לחשוב אינסוף מחשבות⁴⁵, אך ברשימת התכונות של הא-ל הוא אינו מונה את אינסופיותו. כפי הנראה אוגוסטינוס עושה שימוש חדשני לדורו במובנים מתמטיים-כמותיים של מושג האינסוף⁴⁶, אך דומה שהוא אינו מכיר מובן מטאפיסי או איכותי של אינסוף.

לעומתם, אקווינס מתייחס לאינסוף באופן שונה, והחל ממנו מתפתחת חשיבה דתית המדגישה את הפער האיכותי שבין האדם לא-ל על בסיס הפער האיכותי שבין הסופי לאינסופי. מעבר לממד הכמותי של האינסוף, קובע אקווינס ממד איכותי שאותו ניתן לקשור באופן טבעי עם שלמותו ואחדותו של הבורא:

[A] thing is said to be infinite in two ways: First, by way of privation; thus a thing is said to be infinite, when it is in its nature to have an end, and yet it has none: but such infinity is found only in quantities. Secondly, by way of negation, when it has no end. Infinity cannot be ascribed to God in the former sense, both because in him there is not quantity, and because all privation denotes imperfection, which is far removed from God. On the other hand infinity in the second sense is ascribed to God and to all that is in him, because he himself, his essence, his wisdom, his power, his goodness are all without limit, wherefore in him all is infinite.⁴⁷

אקווינס מאמץ את דרך החשיבה הניאו-אפלטונית ביחס לא-לוהים, אך מבקש לעשות זאת באמצעות פרדיגמה אריסטוטלית של חומר וצורה. על ידי כך עולה בידי אקווינס ליחס לא-ל

Plotinus, *The Enneads*, V.2.1.1-5 (1991), 361; trans. by Bussanich 1996, 58⁴⁴

Rucher 1983, 4; Moore 1990, 46⁴⁵

Drozdek 1995, 137-139⁴⁶

Aquinas, *Quaestiones Disputatae de Potentia Dei* [On the Power of God], question 1, art. 2. Also in *Summa Theologica*, first part, question 25, art. 2: "Objection 1: It seems that the power of God is not infinite. For everything that is infinite is imperfect according to the Philosopher (Phys. iii, 6). But the power of God is far from imperfect. Therefore it is not infinite. [...] Reply to Objection 1: The Philosopher is here speaking of an infinity in regard to matter not limited by any form; and such infinity belongs to quantity. But the divine essence is otherwise, as was shown above (question 7, art. 1); and consequently so also His power. It does not follow, therefore, that it is imperfect."⁴⁷

אינסופיות מטאפיסית "משוללת גבול" הנובעת מהצורה האריסטוטלית ולנתק אותו מהאינסופיות הכמותית החסרה הנובעת מהחומר האריסטוטלי. אחת הבעיות המפורסמות אצל אריסטו קשורה במושג הא-ל שלו. מעבר לשאלה מדוע אריסטו אינו מוותר על קיומה של סיבה ראשונה, היא המניע שאינו מתנועע, בתיאור הסיבתי של יקום שמעולם לא נוצר, ישנן שאלות על עצם הגדרת הא-ל בקטגוריות האריסטוטליות 'חומר' ו'צורה'. הא-ל אצל אריסטו אינו חומרי ולכן הוא צורה שאיננה קשורה בחומר. הגדרה כזו סותרת את קביעתו של אריסטו עצמו על כי אין צורה ללא חומר וחומר ללא צורה. יתרה מזאת, הגדרת הא-ל כצורה בלבד אינה מתיישבת עם הגדרת הא-ל באמצעות הקטגוריות 'פוטנציאלי' ו-'אקטואלי'. אריסטו טוען כי הא-ל אינו 'כוחני' כלומר הא-ל מצוי במימוש מלא של הפוטנציאל שלו ולכן הוא אקטואלי לחלוטין.⁴⁸ הבעיה היא שביטול הממד הפוטנציאלי באל פירושו שהצורה באה לידי ביטוי מוחלט בחומר, מכיוון שהחומר קשור באקטואליות ולא בצורה. הפרשנות המחודשת של אקווינס לאריסטו מאפשרת לו לפתור את הבעיה, וזאת על ידי שימוש במובן איכותי לאינסוף ושינוי מסויים של היחס בין חומר לצורה. צורה מנותקת מחומר אפשרית רק ביחס לא-לוהים משום שמושלמותו שוללת את הגבול הכרוך בחומר. מנגד, האקטואליות של א-לוהים אינה יכולה לבוא לידי ביטוי באמצעות חומר דווקא בגלל אינסופיותו: ישות אינסופית אינה יכולה להוציא לפועל באופן הדרגתי את מלא הפוטנציאל שלה; ניסיון כזה היה מייחס לא-לוהים אינסופית כמותית שאריסטו כבר הבחין כי היא בעלת חסרון. מכיוון שא-לוהים הוא צורה משוללת חומר המושלמות שלו אינה קשורה בתהליך הדרגתי של יציאה מהכוח אל הפועל אלא בקריטריון אחר הטבוע בצורה בלבד.

It seems that God is not infinite. For everything infinite is imperfect, as the Philosopher says; because it has parts and matter, as is said in *Physics* iii.⁴⁹ But God is most perfect; therefore He is not infinite.

[...] I answer that [...] matter is perfected by the form by which it is made finite; therefore infinite as attributed to matter, has the nature of something imperfect; for it is as it were formless matter. On the other hand, form is not made perfect by matter, but rather is contracted by matter; and hence the infinite, regarded on the part of the form not determined by matter, has the nature of something perfect [...]. Therefore, God is infinite and perfect.⁵⁰

מעבר לתיווך מושג הא-ל האריסטוטלי, מנסה אקווינס לגשר על פני בעיות נוספות שהגותו של אריסטו יצרה בפני הסכולסטיקה הכנסייתית. כך למשל ביחס לבעיית קדמות העולם. כפי שנאמר בפרק הקודם, אריסטו תפס את הזמן כאחד מהתחומים שבהם חלה אינסופיות פוטנציאלית וזאת מכיוון שהווה ממיר ומחליף את העבר כך שהעתיד אינו תוצר מצטבר של רגעים. מאחר והימים אינם מצטרפים אלא עוקבים ו"מחליפים" זה את זה, לא היתה לאריסטו בעיה לטעון שניתן להמשיך ולמנות אותם ללא סוף. אי לזאת צידד אריסטו בנצחיות העולם ובקיומה של שרשרת סיבתית

⁴⁸ Aristotle, *Metaphysics*, Book XII, 1072b 22-31; 1074b 25-35

⁴⁹ Aristotle, *Physics*, Book III, 207a 27

⁵⁰ Aquinas, *Summa Theologicae*, first part, question 7, art. 1 (1944), 56-57

אינסופית (שגודלה האקטואלי הוא עצום אבל תמיד סופי). ברור שעמדה שכזו היתה בלתי אפשרית עבור הכנסייה.

הטיעון הכנסייתי שניסה להגיב לאריסטו ובכל זאת להגן על תזת הבריאה התבסס על כך שאריסטו בעצמו דחה את האינסוף האקטואלי. הרעיון היה להפוך את טענת קדמות העולם לבלתי אפשרית על ידי חיבורה לקיומו של אינסוף אקטואלי של רגעים. לפיכך, ההוכחות לבריאת העולם או לכך שזמן העולם הוא סופי שגיבש בונונטורה למשל, היו מבוססות על הסטה של מעמד ימי העולם ממעמד פוטנציאלי לאקטואלי. בניגוד לאופן שבו תפס אריסטו את המרת הרגעים בזמן הווה, נטען כי משך הזמן העתידי הוא אמנם אינסופי באופן פוטנציאלי, אך זמן עבר איננו כזה כי על לרגע זה חלף אינסוף אקטואלי של ימים. מכיוון שכמות אקטואלית אינסופית אינה אפשרית, יש לדחות את הטענה שהעולם קדמון והזמן הוא אינסופי. כמו כן, הוספת דוגמה דתית נוספת – האמונה בחיים שלאחר המוות – אפשרה לתקף ביתר שאת את הטיעון. האפשרות של חיים לאחר המוות מעוררת קושי מיוחד משום שכמות הנשמות שעשויה להתקיים בו זמנית היא אינסופית אקטואלית, גם אם מעמד הזמן נותר פוטנציאלי.

אולם אקווינס פועל בדרך אחרת. במסגרת מאמציו לספח בשלמות את הגותו של אריסטו הוא בוחר להגן על הטיעון שלו בעניין נצחיות העולם. אף שלדעתו אין שום מקום לספקות באשר לזמניות העולם, שאלת הבריאה אינה יכולה לקבל מענה באמצעים רציונאליים משום שגם עמדתו של אריסטו היא קונסיסטנטית. מקור הוודאות בשאלות מעין אלו איננו השכל אלא האמונה ולכן רק כתבי הקודש יכולים לספק את ההכרעה לטובת תזת הבריאה:

I answer that, that the world did not always exist we hold by faith alone: it cannot be proved demonstratively [...]. The reason of this is that the newness of the world cannot be demonstrated from the world itself. For the principle of demonstration is the essence of a thing. Now everything, considered in its species, abstracts from *here* and *now*; which is why it is said that *universals are everywhere and always*. Hence it cannot be demonstrated that man, or heavens, or a stone did not always exist [...]. Hence that the world began to exist is an object of faith, but not of demonstration or science.⁵¹

אקווינס בוחר לדחות את קדמות העולם משיקולים חוץ-פילוסופיים. אך אסטרטגיה זו פותחת פתח בהגותו של אקווינס להכרה בקיומו של אינסוף אקטואלי. אחרי הכל, בניגוד לבונונטורה, אקווינס לא מתנגד במפורש לכך שכמות אינסופית אקטואלית של נשמות תתקיים בו זמנית. אמנם בעבודתו המרכזית *Summa Theologica*, מקדיש אקווינס מקום נרחב לדחיית האפשרות של אינסוף אקטואלי. אולם דומה שהוא נחוש הרבה יותר בנוגע לדחיית אפשרות של גודל אינסופי אקטואלי מאשר ביחס לאפשרות של ריבוי אינסופי אקטואלי. במקומות שונים אקווינס רומז על כך שאפשרות כזו עדיין קיימת, ומתייחס לכך שאין מגבלה על כוח הבריאה של א-לוהים⁵².

⁵¹ Aquinas, *Summa Theologicae*, first part, question 46, art. 2 (1944), 453

⁵² אקווינס טוען ששלילת ריבוי אינסופי אקטואלי היא אפשרות בלבד, ומבחין בין יכולתו העקרונית של א-לוהים לברוא כל דבר שאינו מכיל סתירה פנימית לבין השאלה (המשנית לטענתו) האם אינסוף אקטואלי אכן מכיל סתירה כזו. בעקבות

We have not yet demonstrated that God cannot make it be that there is an actual infinity.⁵³

גם הדרך שבה בוחר אקווינס לשלול אפשרות של ריבוי אינסופי אקטואלי ב-*Summa Theologicae* מעלה תחושה של הסתייגות, משום שמראש הוא מציג אותה כאחת משתי אפשרויות:

Objection 1. It seems that an actually infinite multitude is possible. For it is not impossible for a potentiality to be made actual. But number can be multiplied to infinity. Therefore it is possible for an infinite multitude actually to exist.[...]

I answer that, a twofold opinion has obtained on this subject. Some, as Avicenna and Algazel, said that it was impossible for an absolutely infinite multitude to exist actually; but that an accidentally infinite multitude was not impossible [...]. This, however, is impossible; since every kind of multitude must belong to a species of multitude. Now the species of multitude are to be reckoned by the species of numbers. But no species of number is infinite, for every number is multitude measured by one. Hence it is impossible that there be an actually infinite multitude either absolutely or accidentally. Furthermore, multitude in the world is created, and everything created is comprehended under some definite intention of the Creator; for no agent acts aimlessly. Hence everything created must be comprehended under a certain number. Therefore it is impossible for an actually infinite multitude to exist, even accidentally.⁵⁴

למרות שאקווינס קצת יותר אמביוולנטי מקודמיו באשר לקיומו של ריבוי אינסופי אקטואלי, הוא ברור לחלוטין בעניין אי האפשרות של חלוקה אינסופית של החומר. שוב, בשל מחויבותו העמוקה של אקווינס לקשר האריסטוטלי שבין צורה לחומר הוא מנוע מלקבל חלוקה אינסופית של חומר, משום שהצורה האיכותית של החומר תפגע אם החלוקה תמשך ללא סוף. ההבחנה בין מתמטיקה לממשות אצל אקווינס נובעת מכך שהמתמטיקה אינה יכולה לאפיין בשלמות את מהותו של החומר. חלוקה אינסופית משמעה שמהות החומר המחולק נפגמת. לפיכך מדגיש אקווינס שבשונה מהאפשרות המתמטית להמשיך ולחלק ללא סוף, לחלוקה אקטואלית של גוף מוכרח להתקיים גבול סופי המונע ממנה מלהרוס את מהותו הצורנית.

"If the infinite can exist in actuality according to the nature of things, or even if it cannot exist in this manner because of an impediment which is not itself the ground (ratio) of infinity, I state that God can create an actual infinity. but if actual existence is repugnant to infinity due to its own ground, then God would not be able to produce this existence, no more than he would be able to make it that man were not a rational animal. As for whether actual existence is repugnant to infinity because of its ground, or not, it is a question which is incidental to this discussion. Hence, for now, I shall postpone it." (*Quaestiones Disputatae de Scientia Dei*, question 11, art. 10, trans. by Duhem 1985, 12)

Aquinas, *De Aeternitate Mundi* [On the Eternity of the World], (1964), 25⁵³

Aquinas, *Summa Theologicae*, first part, question 7, art. 4 (1944), 61-62⁵⁴

Though mathematical bodies may be divided to infinity, natural bodies can only be divided to a certain limit, for there is a corresponding quantity determined by nature for each form, as there is for all other accidents.⁵⁵

אקווינס מניח אפוא את הגשר שבין הדוגמה הנוצרית לבין הפילוסופיה האריסטוטלית. פעמים שהוא מפרש באופן גמיש רעיונות אריסטוטליים על מנת לתקף עיקרי אמונה (אחדות האל היא אינסופית), ופעמים שהוא משתמש באופן גמיש בעיקרי אמונה על מנת לתקף השקפה אריסטוטלית (תזת הבריאה אינה עדיפה על תזת הקדמות מנקודת ראות פילוסופית). אקווינס סולל את הדרך לתפיסה איכותית, א-כמותית, של האינסוף אך מהסס להגן על תפיסה כמותית חדשנית של האינסוף. פריצת הדרך בהיבט הכמותי של האינסוף תבוא לידי ביטוי אצל הוגים אחרים מתקופתו של אקווינס, כדוגמת ויליאם מאוקהם וגרגורי מרמיני.

3. ויליאם מאוקהם: אינסוף אקטואלי סינקטורמטי

ויליאם מאוקהם (1288-1348) נחשב לאחד מברי הפלוגתא הגדולים של תומס אקווינס. נקודת המבט של אוקהם על אריסטו שונה מזו של אקווינס: בשונה מאקווינס המאמץ האינטלקטואלי שעושה אוקהם להבנת אריסטו לא היה מונע אך ורק משיקולים תיאולוגיים. אוקהם רואה עצמו פרשן של אריסטו והבנה שלמה של האינסוף נדרשת לדעתו ללא קשר לשאלות התיאולוגיות ששיטתו של אריסטו מעוררת. כפי שתואר לעיל, אריסטו מכיר בקיומו של אינסוף פוטנציאלי בלבד, כלומר בתהליך ללא סוף שלעולם אינו יכול להתממש במלואו. הבעיה היא שתפיסה כזו אינה מתיישבת עם המובן של 'פוטנציאליות' במכלול הפילוסופי של שיטת אריסטו. זוהי פוטנציאליות שאינה מביאה לקיום אקטואלי כלל. בשונה מכל קיום אקטואלי אחר, קיומו האקטואלי של האינסוף איננו אפשרי והוא מבוסס על סתירה פנימית. בפרשנותו לאריסטו, מנסה אוקהם להראות כיצד למצוא פתרון למובן החסר של הפוטנציאליות. אוקהם חולק על גישתו האמביוולנטית של אקווינס ומכיר בקיומו של אינסוף אקטואלי. כפי שנראה למהלך פרשני זה תוצאות תיאולוגיות חשובות: הכרה בקיומו של אינסוף אקטואלי מאפשרת לאוקהם לטעון שקיים ריבוי אינסופי בעולם ולהגן על אינסופיותו של הזמן. בשונה מאקווינס, אוקהם אינו פונה למסורת על מנת להכריע בשאלה האם העולם נברא או קדום, אלא תומך באופן מפורש בתפיסת הזמן הנצחי של אריסטו.

יחד עם זאת, אוקהם אינו מכיר בקיומו של אינסוף אקטואלי באופן פשוט. מצד אחד, אוקהם שולל את קיומו של אינסוף אקטואלי, למשל בהקשר תיאולוגי הנוגע בשאלה האם לא-לוהים כוח אינסופי⁵⁶. לדעת אוקהם העובדה שישנם אינסוף דברים המתקיימים סימולטאנית בזה אחר זה, אינה מעידה על כוחו האינסופי של א-לוהים. כוח אינסופי פירושו ליצור אינסוף דברים שיתקיימו בו זמנית, ומכיוון שאין זה אפשרי לוגית אין בכוחו של א-לוהים לעשות זאת. במילים אחרות, נראה שאוקהם

⁵⁵ Aquinas, *Quaestiones Disputatae de potentia Dei* [On the Power of God], question 4, art. 1 (1932), 13
⁵⁶ "To have the power to produce infinitely many things simultaneously is to have infinite power. But God does not have the power to produce infinite many things simultaneously, since this involves contradiction."
(Ockham, *Quodlibetal Questions*, part III, question 1 (1991), 172)

מקבל את הטענה האריסטוטלית שאינסוף אקטואלי משמעו סתירה פנימית. כמות אינסופית אקטואלית אינה אפשרית: אם לא ניתן להוסיף על כמות זו היא אינה באמת אינסופית, ואם ניתן להוסיף עליה - מעמד ההוספה אינו אקטואלי. מצד שני, התייחסות הפוכה לחלוטין מופיעה בפרשנותו של אוקהם לפיסיקה של אריסטו:

But every continuum is actually existent. Therefore any of its parts is really existent in nature. But the parts of the continuum are infinite because there are never so many that there cannot be more; therefore infinitely many parts are actually existent.⁵⁷

מן הטקסט עולה שאוקהם אינו רואה את חלקיו של הרצף כקיימים פוטנציאלית בלבד. לדעתו, שני החצאים של השלם קיימים בו באופן אקטואלי, ולפיכך גם הרבעים, השמיניות, השש-עשריות עד אינסוף. דומה שהפרדוקסים של זנון שאילצו את אריסטו לייחס לחלקים מעמד פוטנציאלי בלבד אינם מטרידים את אוקהם. העובדה שאין גבול לכמות החלקים אינה מפריעה לו לטעון שהרצף כולו, על כל חלקיו, קיים באופן אקטואלי. במילים אחרות, קיימים אינסוף אקטואלי של חלקים ברצף. אבל אם אינסוף אקטואלי אינו אפשרי משום שהוא מכיל סתירה פנימית כיצד יש להבין את האקטואליות של אינסוף חלקיו של רצף נתון? בכדי להבין את גישתו של אוקהם לאינסוף עלינו להתייחס בקצרה לתמורות שחלו בחקר השפה מספר עשורים קודם לכן ושהיו את הבסיס לפילוסופיה של אוקהם.

במהלך המחצית השנייה של המאה ה-12 החלה פריחה אינטלקטואלית של חקר השפה ומרכיביה. עיסוק זה נבע מהצורך לצמצם למינימום את העמימות הלשונית, עמימות שאיימה על תקפות כתבי הקודש הנוצריים המבוססים על תרגום דברי ישו ושליחיו ליוונית⁵⁸. על מנת להגדיר משמעויות של חלקי שפה בדיוקנות, נעשתה הבחנה סמנטית ודקדוקית בין מילים מהקבוצה הקטגורמטית לבין מילים מהקבוצה הסינקטגורמטית. בקבוצה הראשונה ישנן מילים בעלות משמעות סמנטית עצמאית כגון שמות עצם או שמות פועל. בקבוצה השנייה ישנן מילים שמשמעותן איננה בלתי תלויה אלא נגזרת ממקומן במשפט בדומה למילות יחס. מילים אלו חסרות משמעות ללא חיבורן למילים מהקבוצה הקטגורמטית. ההבחנה הסמנטית וההבחנה הדקדוקית משלימות זו את זו: ניתן לנסח משפט שבו מילת יחס משמשת כנושא דקדוקי, למשל: "או' היא מילה המציינת ברירה". במשפט זה המילה 'או' אינה משמשת במובן הרגיל שלה, דהיינו, היא אינה מציינת ברירה בצמוד למילים מהקבוצה הקטגורמטית. לפיכך יש צורך בהגדרה סמנטית שלה כמילה מקבוצה סינקטגורמטית, כלומר בהגדרתה כמילה חסרת משמעות עצמאית. מנגד, ההבחנה הסמנטית נועדה להבהיר שהמובן הרגיל של המילה 'או' אינו בעל משמעות עצמאית, אך היא נותרת עמומה ובלתי מובנת אלמלא הקביעה הדקדוקית שהמילה 'או' אינה משמשת כנושא או נושא במשפט⁵⁹.

בפתח ספרו *Syncategoreumata* מ-1277, מחדד פטר מספרד (שזהותו המדויקת נתונה במחלוקת) את טיבה של ההבחנה בין מילים מהקבוצה הקטגורמטית לבין אלו מהקבוצה הסינקטגורמטית.

⁵⁷ Ockham, *Exposition Physicorum* VI, 13, §4 (*Opera Philosophica* V, 562); trans. by Arthur 1997, 29

⁵⁸ Evans 1984, 88-100

⁵⁹ להבנת השלבים העיקריים בהתפתחות הגדרת הקבוצה הסינקטגורמטית בהגות הסכולסטית ראו: Kretzmann 1982

לדבריו, גם מילים מהקבוצה הקטגורמטית יכולות להיות נתונות לפרשנויות שונות בהתאם להקשר אך על כל פנים למילים אלו יש מובן בלתי תלוי כאשר הן נבחנות כשלעצמן. זהו מובן סמנטי קבוע שאותו מציינת המילה (*significatio*), והוא אינו תלוי במילים נוספות או במיקום המילה במשפט. מכיוון שכך, שם תואר המצורף לשם עצם (כגון: הר גבוה, חולצה צהובה) נמנה מבחינה פטר בקבוצת המילים הקטגורמטית. יתרה מכך, אפילו תואר הפועל (כגון: הוא כתב ברצינות, היא נעמדה בקושי) נחשב אצל פטר כקטגוריה שאיננה סינקטגורמטית טהורה הואיל ויש לה מובן קבוע אף שהיא אינה יכולה להופיע ממנותק מילים אחרות במשפט. מילים הנחשבות בקבוצה הסינקטגורמטית הן כאלו שאין להן שום מובן סמנטי בלתי תלוי כדוגמת מילות היחס 'או', 'רק', 'בלבד' וכיוצא באלו. יחד עם זאת, ישנה חשיבות למילים הללו מבחינה סמנטית מכיוון שהן תורמות ליצירת מובן סמנטי חדש בחיבור בין מילים מהקבוצה הקטגורמטית. זהו מובן סמנטי שפטר מכנה *consignificatio*.⁶⁰

דוגמא טובה להבדל שבין שתי הקבוצות ניתן למצוא אצל אוקהם ביחס לאפס. אוקהם מציג את האפס כביטוי סינקטגורמטי שאינו מבטא דבר כשלעצמו, אך משפיע באופן דרמטי על משמעותם של ביטויים קטגורמטיים כאשר הוא מצטרף אליהם.

Categorematic terms have a definite and fixed signification, as for example the word 'man' (since it signifies all men) and the word animal (since it signifies all animals) and the word whiteness (since it signifies all occurrences of whiteness). Syncategorematic terms, on the other hand, as 'every', 'none', 'some', 'whole', 'beside', 'only', 'in so far as', and the like, do not have a fixed and definite meaning, nor do they signify things distinct from the things signified by categorematic terms. Rather, just as, in the system of numbers, zero standing alone does not signify anything, but when added to another number, it makes it signify something or makes it stand for some thing or things in a definite manner, or has some other function with regard to a categorematic term.⁶¹

מתוך דבריו של אוקהם על טיבו החמקמק של האפס נוכל לעבור כעת לדיון בטיבו הסמנטי של המונח 'אינסוף'. בספרו על הלוגיקה ועל חלקי השפה מפעיל פטר את ההבחנה שבין מונחים קטגורמטיים לסינקטגורמטיים אף ביחס לאינסוף. משמעותו המדויקת של המונח 'אינסוף' תלויה בשאלה לאיזו קבוצת מילים בשפה הוא משתייך. כאשר הוא נתפס קטגורמטית, 'אינסוף' מתפקד כמספר כלומר כביטוי של כמות מוגדרת, ואילו כאשר הוא נתפס סינקטגורמטית, 'אינסוף' משמש לביטוי ריבוי בלבד, חסר הגדרה כשלעצמו. המשמעות הסמנטית של המילה 'אינסוף' בהקשר של ריבוי סינקטגורמטי איננה קבועה (*signification*) אלא יחסית ותלויה במונח קטגורמטי שעימו כרוכה המילה 'אינסוף' (*consignificatio*); היא אמנם קשורה בכמות אך אין זו כמות קבועה אלא תיאור של ריבוי כללי, בדומה למילים 'הרבה', 'המון' וכיוצא באלו.

⁶⁰ Petri Hispani, *Syncategoreumata* (1992), 39-43
⁶¹ Ockham, *Philosophical Writings* (1990), 51

Infinite is taken two ways; in one way it is taken categorematically, significantly as a general term, and thus it signifies the quantity of the thing which is subject or predicate, as when one says, the world is infinite [...]. In another way it is taken syncategorematically, not insofar as it indicates the quantity of the thing which is subject or predicate, but insofar as the subject is related to the predicate and in this way there is distribution of the subject and a distributive sign.⁶²

הוגים שונים בתקופת ימי הביניים אימצו הבחנה זו. אלברט מסקסוניה למשל טיפל בהבחנה הזו ב-1355 כאשר קבע שתפיסה סינקטגורמטית של האינסוף קשורה באופן טבעי בחלוקה אינסופית פוטנציאלית של גודל נתון, בעוד שתפיסה קטגורמטית של האינסוף כרוכה במובן האקטואלי שלו.⁶³ לעומת זאת, דומה שויליאם מאוקהם ביקש לשלב בין התפיסה הסינקטגורמטית של האינסוף עם היותו אקטואלי. זהו שימוש מורכב יותר בקטגוריות התפיסה. שילוב כזה משמעו שישנה כמות עצומה של חלקיקים בפועל, אך כמות זו לעולם אינה יוצרת כמות מוגדרת. למרות שאוקהם הכיר את הקטגוריה הסינקטגורמטית ואף עשה בה שימוש בחקר הלוגי של השפה, הוא הקפיד שלא לערב אותה בדיוניו על האינסוף. בנוגע לאינסוף אוקהם התעקש לעשות שימוש נפתל בקטגוריות האריסטוטליות ובהם בלבד, כפי שעולה למשל מהשורות הללו:

If one gives any state of division of the continuum whatever, it can be actualized by a single operation. Must we say that this possibility is not only a possibility of existence *in fieri*, but also a possibility of existence *in facto esse*? If by possibility of existence *in facto esse* one understands a possibility reduced to actuality such that there is no existence further potential, I say that the possibility of existence *in facto esse* is not the case here. Hence, one never attains in this manner an infinity, or a magnitude which is in actuality all that it is potentially; the potential can never exhausted such that there is no possibility of a new creation.⁶⁴

עולה מכך שאוקהם האמין שבחלוקה אינסופית כל החלקים הם אקטואליים ובכל זאת תמיד ניתן להוסיף עליהם עוד חלקים, דהיינו שממד פוטנציאלי מסוים נשמר על אף שהאינסוף הוא אקטואלי.⁶⁵

⁶² Petri Hispani, *Summulae Logicales* (1949), 119

⁶³ Murdoch 1982, 568 n9

⁶⁴ Ockham, *The Tractatus*, question 8 (1944), 563-564

⁶⁵ מכיוון שאוקהם נמנע מלערב בדיון על אודות האינסוף קטגוריות נוספות מלבד אלו של אריסטו הגיעו מספר פרשנים למסקנה שאוקהם מדבר להלכה על אינסוף חלקים אקטואלי בתוך הרצף, אך למעשה מעמדם אינו אלא פוטנציאלי: "Thus, in spite of his conviction that the parts actually exist in continua, there is no question at all but that (Ockham firmly believed that the divisibility of the continuum was only potential" (Murdoch 1982b, 189 כיוון פרשני פחות חד משמעי גורס שאוקהם אומנם אינו יכול לדבר על מעמד אקטואלי של חלקי הרצף אלא רק על פוטנציאליות, אך הוא המובן המדויק של הפוטנציאליות אינו זה של אריסטו אלא מובן אחר: "Ockham holds with Aristotle that we can talk of things as being infinite only in the potential sense. For example, a thing is potentially divisible to infinity. Where Ockham perhaps introduces a twist is in his explanation of the potential infinite. If a continuous thing can be divided to infinity, then it must have an actual infinite number of parts; otherwise, we would be able to complete its division. Aristotle posits a potentially and not

נקודות המוצא של אוקהם בפרשנותו את אריסטו מונעות ממנו מלקבל את פתרונו המקובל של אריסטו לפרדוקסים של זנון: אוקהם יוצא מנקודת הנחה, המנוגדת לקריאה המקובלת באריסטו, שאין אפשרות לטעון שחלקים של דבר-מה אקטואלי אינם אקטואליים כמותו משום שאז הממשי יהיה מורכב מחלקים לא-ממשיים. הנחת מוצא נוספת של אוקהם היא שחלוקה של חומר היא תמיד אינסופית ולא סופית. חלקים שאינם ניתנים עוד לחלוקה נוספת (כמו נקודות, קווים או שטחים), מהווים "שלילה טהורה" (או הפשטה מוחלטת) ואינם מייצגים דבר ממשי⁶⁶. הממשות נטועה לדעת אוקהם באינדיבידואלים, או כפי שהוא כינה אותם "ישויות קבועות" (*res permanentes*), שאותן לא ניתן לצמצם לממדיהן הגיאומטריים. הנקודה רק מגדירה את גבולות הקו, והקו את גבולות השטח, וגם השטח מגדיר את גבולות הגוף הממשי של היש הקבוע, אך אלו הן הפשטות מתמטיות-גיאומטריות שכל מהותן היא שלילה של ממשות. לחלופין, באותו אופן שהממדים הגיאומטריים הינם רדוקציה של הגוף הממשי, התנועה הפיסיקאלית הינה הרחבה שלו, ומשום כך, על פי אוקהם, לא ניתן להתייחס לתנועה כשלעצמה אלא רק למקומות ולמצבים שבהם מצוי הגוף⁶⁷. בשל העובדה שהגבול המתמטי אינו ממשי, לחלוקה האקטואלית אין גבול, והמסקנה הבלתי נמנעת היא שישנם אינסוף אקטואלי של חלקים המכוננים את הרציפות של כל גוף נתון. מאידך, מכיוון שהנקודה אינה ממשית, החלוקה האינסופית אינה מאפשרת להרכיב קו מנקודות אלא רק מקווים זעירים שאותם ניתן להמשיך ולחלק עד אינסוף. אינסוף אקטואלי הוא אם כן סוג של נקודת מוצא עבור אוקהם. בצד הרווח התיאולוגי (שעליו ידובר בהמשך), על אוקהם למצוא את הדרך להשתחרר מהסתירה הפנימית, שהרי אינסוף אקטואלי על פי אריסטו הוא אינסוף סופי. על מנת לפתור את הבעיה מזהה אוקהם חוליה חלשה בטיעון של אריסטו.

לדעת אוקהם יש אפשרות לראות אינסוף אקטואלי שאינו מוגדר באמצעות השלם המחולק לאינסוף. אינסוף אקטואלי הנתפס כקולקטיב (קטגורמטי) הוא שמייצר את הסתירה בעוד שאינסוף אקטואלי (סינקטגורמטי) שנתפס כריבוי בלבד ללא מסגרת אחידה המארגנת יחד את החלקים יכול דווקא להיות אפשרי. במצב כזה, כמות אינסופית של חלקים אקטואליים לא מניבה שלם ולכן תמיד אפשר להוסיף עליה. את ההוספה יש להבין כהגדלה של הריבוי האינסופי מבלי לסכום יחד את כל החלקים לכלל קולקציה מגובשת. במילים אחרות: העובדה שקיימים אינסוף חלקים אקטואלי אין פירושה שכל החלקים אקטואליים משום שבאמירה הזו אנחנו יוצרים הכללה על אינסוף החלקים.

actually infinite number of parts, argues Ockham, not because an actually infinite number of parts are not present but because the parts are not, and cannot actually be, all separate. If they could actually be separated, then they would be finite, not infinite. To say that a thing is potentially infinitely divisible requires us to suppose that it has an actually infinite number of parts." (Goddu 1999, 157) הפרק הסיבה לביקורת הפרשנית הזו נעוצה בכך שאוקהם יוצר תלות הדדית בין חלקיו האקטואליים של הרצף.

⁶⁶ "A point is not some positive and absolute thing really distinct from any volume and especially a line [...] A point is not a thing other than a line, or any quantity" (Ockham, *De Sacramento Altaris*, 1930, 9); "A line is not the cause of a point, nor conversely, as is obvious by a survey of all the causes... a line is sufficient continuous and finite through its proper nature without any other thing added to it; and consequently, since a point ought not be posited by virtue of another, a point is needlessly posited to be such an indivisible thing" (*ibid*, p. 31-33)

⁶⁷ הנומינליזם של אוקהם שלל אפשרות לייחס ממשות להכללות. מכיוון שהתנועה עצמה היא בגדר הכללה היא אינה קיימת כשלעצמה. לעומת זאת, ניתן להתייחס לתנועתו של גוף אינדיבידואלי שמעמדו ממשי.

שוב, ניתן ליצור הכללה שבה כל אינסוף החלקים פוטנציאליים אך הכללה על אינסוף אקטואלי אינה אפשרית לדעת אוקהם, ובמרבית הטקסטים הוא מנסה לעשות בדיוק את האבחנה הזו:

The proposition 'On each past day [God was able to have produced one soul]' must be distinguished according to composition and division. The sense of composition is false, and its meaning is as follows: "This proposition is possible: 'On each day [God] produces one soul'". For in that case an infinity would follow. In the sense of division the proposition is universal proposition, each of whose singulars is true. But a *de possibili* proposition, taken in the sense of division, must not be posited as actual. An example: 'Both parts of a contradiction can be true' is false in the sense of composition and true in the sense of division, since each singular is true. And yet this proposition cannot be posited as actual, since if it were posited as actual, then both parts would be true. This is how it is in the case under discussion.⁶⁸

אוקהם מדבר בשבחה של החלוקה לאינסוף, ובשבח מעמד האקטואלי של החלקים, אך מתעקש שלא לאפשר קולקציה שלהם, או תפיסה של כל אינסוף החלקים האקטואליים יחד. ואולם, תפיסה סינקטגורמטית כמו זו של אוקהם מניבה אינסוף שאין אמת מידה להשוואה בינו לבין גדלים אינסופיים אחרים. האינסוף איננו כמות מוגדרת ולכן בלתי אפשרי לארגן אותו באמצעות האופרטורים "גדול", "קטן" או "שווה".

Understanding 'many' I concede that some are many in infinity [...] it must be said that number, properly speaking, is a collection of units measured by one, and although there is a collection of units here [in the infinite], nevertheless the collection cannot be measured by one; therefore, there is no number for them properly, and for that reason that multitude is neither equal nor unequal.⁶⁹

חשוב לשים לב לכך שחוסר האפשרות להשוות בין גדלים אינסופיים אין פירושו שגדלים אלו אינם כמותיים⁷⁰. זוהי נקודה חשובה מכיוון שכעת – לאחר שהוא חושף את החוליה החלשה הזו אצל

Ockham, *Quodlibetal Questions*, part II, question 5 (1991), 111-112; *Exposition Physicorum* III (t. 61) fol. ⁶⁸

71

Ockham, *Exposition Physicorum* VI, 6, §2; trans. by Goddu 1984, 169 ⁶⁹

על פניו, מסקנה דומה מופיעה בכתביו של גלילאו, אבל השורה התחתונה מתעתת משום שמדובר במניעים שונים בתכלית: כפי שנראה בפרק 5 להלן, גלילאו מאמין שאי אפשר להשוות בין גדלים אינסופיים משום שהגודל האינסופי הוא איכותי ולא כמותי. הוא זהה לאחדות של היחידה הבלתי מתחלקת ומורכב מנקודות שגם הן א-כמותיות ([W]e "conclude that unity is the only infinite number" (Galileo, EN 83; *Dialogues Concerning Two New Sciences* (1914), 38). בהשראת גלילאו פיתח קוולירי של השיטה שלו לחישוב שטחים המתבססת על הבלתי מתחלקים (Indivisibles). גלילאו וקוולירי מתבססים על "הנס והפלא" בתיאור הטבע. הפער בין הנקודה לבין הקו הוא פער אינסופי ולכן התוצאה של שטח המתקבל מאינסוף קוים נובעת מקפיצה לוגית ופילוסופית. אוקהם לעומתם כופר בקיומה של נקודה או בקיומם של גדלים בלתי מתחלקים וטוען שאי אפשר להשוות גדלים אינסופיים, למרות שמדבר בכמויות, משום שאין אמת מידה למקבץ האינסופי. מאחר והחלקים הם אקטואליים, אין קולקציה שניתן באמצעותה לארגן את החלקים ולכן להשוות ביניהם. אין אפשרות השוואה משום שאין מספר אינסופי; מספר כזה יהיה בבחינת הכללה של כל האיברים המרכיבים אותו ויצור את הסתירה הפנימית.

אריסטו – עולה ביד אוקהם להעריך את גודלו של הריבוי האינסופי ללא הכללה שלו. הערכה זו מאפשרת לאוקהם לטעון כי גדלים אינסופיים בכל זאת יכולים להיות גדולים אלו מאלו או שווים אלו לאלו:

There is an equivocation with respect to [the term] 'more numerous'. In one way, certain things are said to be more numerous when there are as many of them as of those [other things] and still more by a definite number. Given this sense, it is not the case that infinitely many things are more numerous than infinitely many things, since neither of the infinities exceeds the other by a definite number. In a second way, certain things are said to be more numerous when there are many of them as of those [other things] and still many of them in addition, even though they do not exceed the other by a definite number. And I reply in the same way to the point concerning the excess [of the one infinity over the other].

There are two ways in which one thing can be said to be equal to another. In one way, when everything is in the one that is in the other, and no more – or when to each thing in the one there corresponds just as much in the other, and no more. And given this sense, it is not always the case that one infinity is equal to another – indeed, one is sometimes greater than another. For oftentimes, however much there is in the one, just as much corresponds in the other, and more besides [...]. In the second sense, one thing is said to be equal to another when it is possible to assign a determinate quantity to the one and just as great a quantity to the other, and no more [...] in this sense it is not the case that one infinity is equal to another. Therefore, speaking in the first way, I claim that one infinity can be greater than another.⁷¹

מכיוון שאין קולקציה לאינסוף ניתן לבצע השוואה כמותית בין גדלים אינסופיים באמצעות התאמה חד-חד ערכית של החלקים. אוקהם עשה שימוש בהתאמה שכזו בטיעון האלכסון שבאמצעותו הוא מפריך את האפשרות שהקו מורכב מנקודות, או שהנקודה מוסיפה במשהו על הקו.⁷² באופן זה יכול אוקהם לאפשר לגדלים אינסופיים להיות בכל זאת שונים אלו מאלו, אם רק

⁷¹ Ockham, *Quodlibetal Questions*, part II, question 5 (1991), 112-113

⁷² "[N]o part of the line is indivisible [...]. This is proved as follows: if some parts of a line were indivisible, then the side of a square would be equal to the diagonal, and the diagonal would be commensurable with the side. The consequence is evident, since from any point on the diagonal one can draw a line perpendicular to the side. This is evident, since one can draw perpendicular lines from each point on the one side to each point on the opposite side [...] and each such line is drawn through some point on the diagonal. Therefore, from each point on the diagonal there is a line that is perpendicular to the side. Therefore, if there are six points on the diagonal, there will necessarily be six points on each of the sides [which is impossible]. בהתאמה חד-חד ערכית ניתן למתוח ישרים מכל הנקודות שעל אלכסון המרובע ועד לפאה. אילו היה הישר מורכב מאינסוף נקודות, היה זה אותו מספר נקודות המרכיב הן את הפאה והן את האלכסון. זה אינו אפשרי מכיוון שאורכי הישרים הללו שונים. מכיוון שכך, יש לדחות את הטענה שאינסוף נקודות מרכיבות את הישר (Ockham, *Quodlibetal Questions*, part I, question 9 (1991), 46-48). ראסל דחה טיעון זה בשל העובדה שהמסקנה מערבת בין קריטריון ההתאמה בין החלקים שאומץ כאן ביחס לגדלים אינסופיים לבין קריטריון הכמות הכללית שנדחה

ניתן יהיה להוסיף כמות בלתי מוגדרת לכמות הקיימת. התנאי הזה חשוב משום שהגדרת האינסוף האקטואלי היא סינקטגורמטית לא רק ביחס לריבוי הנתון אלא גם ביחס להוספה העתידית. רק אם נוסיף כמות אינסופית בלתי מוגדרת נוכל לקבל ריבוי ברמה גבוהה יותר. כל הוספה של כמות מוגדרת לא תשנה מהותית את הריבוי הסינקטגורמטי של האינסוף. קיצורו של דבר, מכיוון שאוקהם מאמין שאינסוף אקטואלי אינו יכול להיתפס כקולקציה, הוא מסיק שיכולות להיות רמות בלתי שוות של אינסוף אקטואלי המבוססות על דרגות שונות של ריבוי לא קולקטיבי.

קיומו של אינסוף אקטואלי סינקטגורמטי מאפשר לאוקהם לצדד בעמדתו הידועה של אריסטו ביחס לקדמות העולם. כפי שהוזכר לעיל, אינטלקטואלים בימי הביניים עשו מאמץ לשלב את הגותו של אריסטו עם הדוגמה הדתית בתקופתם (בין אם היתה זו דוגמה יהודית, נוצרית או מוסלמית). בשל כך ביקשו הוגים רבים להימנע מלקבל את תזת קדמות העולם של אריסטו. הדרך הטובה ביותר לעשות זאת היתה להצביע על סתירה פנימית בין מושג האינסוף של אריסטו לבין מושג הזמן שלו. במילים אחרות, בין העובדה שלא ייתכן אינסוף אקטואלי לבין העובדה שזמן העולם, במידה והוא נצחי, מורכב ממספר אינסופי של ימים. כאמור, אריסטו עצמו טען שהזמן מורכב מיחידות עוקבות, כלומר מהמרה בלתי פוסקת של זמן-הווה, ולכן האינסוף הנוצר ממנו הוא פוטנציאלי בלבד. תומס אקווינס בחר להכיר בתפיסת הזמן הנצחי של אריסטו כלגיטימית ולא לתקוף אותה פילוסופית. לדעתו, טענותיו של אריסטו בנוגע לנצחיות העולם הן קונסיסטנטיות, אך יש להכריע חד משמעית לטובת תזת הבריאה בשל הסיוע שהיא מקבלת מכתבי הקודש. כתוצאה מכך יכול היה אקווינס להימנע מלהתמודד פילוסופית עם קיומו של אינסוף אקטואלי.

אולם ניסוח חד יותר של בעיית קדמות העולם עם תפיסת האינסוף האריסטוטלית דרש עמדה ברורה יותר מהוגי ימי הביניים באשר לאפשרות קיומו של אינסוף אקטואלי; בווריאציה המחודשת הבעיה לא היתה נעוצה רק בכך שישנו מספר אינסופי של ימים אלא בכך שכמות אינסופית אחת גדולה מכמות אינסופית אחרת: אילו זמן העולם היה סופי, מספר הפעמים שמקיפה השמש את כדור הארץ יכול להוות חלק ממספר הפעמים שמקיף הירח את כדור הארץ. כלומר, מכיוון שהשלם תמיד גדול מחלקו, מספר השנים של זמן העולם קטן ממספר חודשיו. אך אם זמן העולם הוא נצחי, מספר אינסופי של שנות-העולם שווה למספר אינסופי של ימי-העולם. אם זמן העולם הוא אינסופי מתקבלת תוצאה אבסורדית: הואיל ושני גדלים אינסופיים חייבים להיות שווים, הכרחי שהשלם שווה לחלקו.

ישנן כמה דרכי מוצא לפרדוקס כזה: הפיתרון הפשוט הוא לדחות את האפשרות שיש זמן אינסופי וכתוצאה מכך לעגן בהוכחה חד משמעית את העובדה שהעולם נברא⁷³. פתרון אחר מתבסס על כך שההנחה שגדלים אינסופיים מוכרחים להיות שווים היא מוטעית. פתרון כזה מוביל לכך שלא ניתן יהיה להסיק שהעולם נברא. בפתרון כזה בוחר ויליאם מאוקהם. לטענתו, האפשרות של קדמות העולם אינה מתבטלת משום שגדלים אינסופיים אכן אינם בהכרח שווים ולכן קיומם במקביל איננו

כאן ביחס לגדלים אינסופיים (Russell 1918, 80-81). אך כפי שאראה בחלק המתמטי של המחקר ביקורת זו אינה בהכרח נכונה.

⁷³ עמדה זו נתמכה ע"י הזרם הפרנציסקאני בנצרות הקתולית ובראשו בונוונטור (St. Bonaventure). בונוונטור (1274-1221) פעל במקביל לאקווינס והוא שחידד את הפרדוקס בכדי להימנע ממשקנות עמומות ביחס לאינסוף האקטואלי (Murdoch 1982b, 166).

בעיית⁷⁴. הפתרון של אוקהם לפרדוקס הוא שגדלים אינסופיים אכן יכולים להיות שונים אם הפער ביניהם אינו מוגדר כקולקציה. באופן זה האקסיומה של אוקלידס בספר החמישי של 'האלמנטים', על פיה השלם תמיד גדול מחלקו, נכונה גם עבור גדלים אינסופיים וזאת על אף שבאופן אינטואיטיבי גדלים כאלו מוכרחים להיות בסופו של דבר שווים:

'The whole has more parts than a part has' [...] means that (1) a part of the heavens is not such that it has a set number of parts and no more, since it has infinitely many, and (2) the whole of the heavens has that many parts and still other parts. And in this sense I grant that the whole of the heavens has more parts than a part does.⁷⁵

לחלופין, פער מוגדר וסופי בין גדלים אינסופיים אכן יוצר מצב שבו ריבוי אחד שווה לריבוי אחר המהווה, מבחינה מסוימת, חלק שלו. אינסוף אחד אינו גדול מאינסוף אחר אם מתווספת לו כמות מוגדרת וסופית, מכיוון שתוספת כזו אינה משנה מהותית את הריבוי חסר הקולקציה של האינסוף. האינסוף עם התוספת הזניחה שווה לאינסוף ללא התוספת, או בקיצור: אינסוף + סוף = אינסוף⁷⁶.

[I]f the world has existed from eternity, then all the past days taken together are either (1) so numerous that another day cannot be added to them, which is false, or (2) such that another can be added. I take the second group, which had one day added [...] would last one day longer than the other group [...] I [say] that the second group would last longer *a parte post*, but not *a parte ante*. For both groups are infinite *a parte ante*.⁷⁷

מכל האמור עד כה, נראה שתפיסת האינסוף של ויליאם מאוקהם משתלבת היטב עם הקטגוריה הסינקטגורמטית של האינסוף. מרבית הטקסטים שבהם מתבטא אוקהם בנוגע לאינסוף מחזקים את התחושה שאוקהם אוהז בעמדה סינקטגורמטית על האינסוף האקטואלי. עם זאת, ישנה בעיה חמורה המעיבה על טענה זו, והיא אולי הסיבה שבגינה נמנע אוקהם מלטעון במפורש שהקטגוריה הסינקטגורמטית מתאימה להגדרת האינסוף בהגותו. בעיה זו קשורה במעמדו האונטולוגי של היש

⁷⁴ ניתן לאתר שני פתרונות נוספים לפרדוקס המאפשרים את קיומו של אינסוף אקטואלי. ראשית ניתן לטעון שהפרדוקס מוביל לכך שאין כל יכולת להשוות בין גדלים אינסופיים, כך שהם אינן שווים או בלתי שווים. אפשרות כזו תופיע להלן אצל גלילאו אך פיתוח מוקדם שלה מצוי אצל הוגים בימי הביניים כניקולס אורם (1323-1382) ואלברט מסקסוניה (1390-1316). שנית, ניתן לומר שגדלים אינסופיים אכן שווים אך הם אינם מעוררים את הבעיה של יחסי שלם-חלק. הפרדוקס אינו תקף על פי אפשרות זו משום שישנו כשל באנלוגיה שבין גדלים סופיים ואינסופיים. משום כך, לא מן הנמנע שגדלים אינסופיים יהיו שווים על אף שלכאורה הם מתייחסים זה לזה כאל חלק לשלם. עמדה זו גובשה ונוסחה בשלמותה ע"י גאורג קנטור במאה ה-19, אך הוגים כגרגורי מרמיני (1300-1358) החלו בכיוון החשיבה הזה קודם לכן (Murdoch 1982a, 573-570). כאמור, לעומתם אוקהם בחר לטעון שניתן בתנאים מסוימים להשוות בין גדלים אינסופיים ואף שיחסי שלם-חלק תקפים בגדלים אינסופיים כפי שהם תקפים בגדלים סופיים.

⁷⁵ Ockham, *Quodlibetal Questions*, part I, question 9 (1991), 53-54
⁷⁶ תהיה זאת טעות לייחס לאוקהם תפיסת אינסוף המטרימה את זו של גאורג קנטור, טעות שרבים מהפרשנים בשנות השמונים נטו לעשות. אין לאוקהם דרך לייצג את הרמות השונות של הריבוי האינסופי באמצעות מספרים עשרוניים כפי שעשה קנטור בהוכחת האלכסון שלו, כך שתבונותיו על האינסוף אינן יכולות להיחשב כמקדימות את המספרים הקרדינאליים של תורת הקבוצות. מעבר לכך, מבחינה פילוסופית, קנטור תפס את הריבוי האינסופי באופן קטגורמטי כסט או כקולקציה ולא באופן סינקטגורמטי כריבוי בלבד.

⁷⁷ Ockham, *Quodlibetal Questions*, part II, question 5 (1991), 114

האקטואלי אותו ניתן לחלק לאינסוף חלקים אקטואליים. על פי דבריו של אוקהם עצמו, תהיה זו טעות (שהובילה את זנון לנסח את הפרדוקסים) לראות את אינסוף החלקים כמתייחסים אל שלם. חלוקה של שלם מניבה אינסוף חלקים שמשמעם אקטואלי אך ורק משום שאין הם מכוונים שלם. את אינסוף החלקים יש לראות אך ורק כריבוי ולעולם לא כקומפוזיציה. קומפוזיציה של שלם מחזירה אותנו אל הפרדוקס ואילו ריבוי אינסופי חסר כמות מוגדרת מאפשר לייחס לחלקים מעמד אקטואלי. הבעיה נעוצה בכך שאוקהם מצהיר פעמים רבות שהיש האקטואלי שאותו ניתן לחלק לאינסוף אקטואלי של חלקים הוא בעצמו יש שלם ורצוף. למעשה, אוקהם מצדד באבחנה האריסטוטלית שבין סמיכות לבין רצף: סמיכות בין חלקים מניבה אוסף לא אחיד בעוד שחלקים רצופים מספקים תוצר אחיד ושלם.

[T]he parts of that which is continuous constitute a single thing, whereas the parts of that which is contiguous do not.⁷⁸

כאשר קובע אוקהם שחלקיו של הרצף הם אינסופיים ואקטואליים הוא אינו יכול לטעון טענה סינקטגורמטית משום שהחלקים בהכרח יוצרים קולקציה אחידה ושלמה של יש רצוף ומוגדר. בכדי לפתור את הבעיה הזו אוקהם מבצע כאן שינוי מסויים בהגדרה האקטואלית של מעמד החלקים. אוקהם קובע שברצף קיימים אינסוף חלקים אקטואליים הקשורים זה בזה.

Nor should one say as some do that these infinite parts of the continuum do not exist *in actu* but *in potentia*. for they really exist, just as man's head exists actually, though they do not exist separate from one another, any more than a man's head exists separate from his body, but it does not follow from this that they are not actual existents in nature. The philosopher sometimes called them *in potentia*, but not because they do not really exist, but because they do not actually exist separate from one another.⁷⁹

המובן הרגיל של אינסוף אקטואלי של ישים הוא שהם אינם תלויים זה בזה ועל כן גם אין שום דרך לארגן אותם יחד באופן קולקטיבי. אך בדיוק משום כך, כמות אינסופית ואקטואלית של ישים כאלה אינה מרכיבה גודל רצוף. לחלופין, אינסוף אקטואלי של חלקים ברצף נתון חייבים להיות תלויים זה בזה מכיוון שהם מתכנסים לגודל סופי מוגדר. אם היש המתחלק לאינסוף אינו נתפס באופן סינקטגורמטי אלא באופן אחיד ורצוף, על אוקהם לשנות את עצמאות החלקים האקטואליים, שינוי שמשמעותו אולי נסיגה ביכולת לקבוע מעמד אקטואלי לחלקים מלכתחילה.⁸⁰

תפיסת האינסוף על פי אוקהם נעה בחמקמקות בין אקטואליות לפוטנציאליות במטרה לאפשר כמות אינסופית מבלי להיקלע לסתירה פנימית. בעקבות כך מצליח אוקהם לגבש תיאולוגיה ייחודית

⁷⁸ Ockham, *Quodlibetal Questions*, part I, question 9 (1991), 53

⁷⁹ Ockham, *Exp. Phys.*, I, 2, §1 (*Opera Philosophica* IV, 110); trans. by Arthur 1997, 30; *Exp. Phys.*, VI, 13, §6 (*Opera Philosophica* IV, 564)

⁸⁰ בשל מרכיב התלות ההדדית בין החלקים האקטואליים קובע מורדק שאוקהם למעשה שומט את הטיעון האקטואלי כולו: "It is, then, this lack of separate existence and this lack of order, this lack of being an absolute first part that one can take, which justifies one in saying that the parts of the continuum exists only potentially" (Murdoch 1982b, 180)

שבה האינסוף האקטואלי הוא דייר קבוע. גמישות זו בין הקטגוריות מעידה כי אוקהם מנסה לפרוץ דרך חדשה להמשיג את האינסוף. יכול להיות שהגדרה סינקטגורמטית היא הקרובה ביותר אך סביר להניח שהמאמץ שמשקיע אוקהם נועד להימנע משימוש בה. דומה שלא ברור אם בסופו של דבר עמדתו של אוקהם מצליחה להישאר קונסיסטנטית או שהשימוש שעושה אוקהם בקטגוריות אינו הולם את התבטאויותיו השונות בנוגע לאינסוף. מכל מקום נקודת המבט של אוקהם על האינסוף חשובה להבנת תפיסת האינסוף של לייבניץ בין אם ניתן להגן עליה ובין אם לא.

4. רבי אברהם כהן היררה: שלמות מצומצמת, בין אחדות מוחלטת לריבוי חסר גבולות

רבי אברהם כהן היררה (?1562-1635) היה תלמידו של רבי ישראל סרוג ודרכו הכיר את קבלת רבי יצחק לוריא (האר"י). הגותו של רא"כ היררה מיוחדת בתרגום מושגים קבליים למושגים פילוסופיים. רא"כ היררה עושה שימוש נרחב בהגותם של אפלטון ואריסטו, מתבסס על הבחנות שקובע אקווינס, ומפליג בפירושיהם הרנסנסיים של מרסיליו פיצ'ינו ופיקו דלה מירנדולה. ככל הנראה בשל מוצאו ממשפחת אנוסים ספרדית כתב רא"כ היררה את ספריו בספרדית עבור יהודים בעלי השכלה שעולם המושגים שלהם פילוסופי ולא דווקא יהודי-קבלי. כמו כן רא"כ היררה מיוחד בנקודת המבט ההוליסטית שלו: על אף קיומם של הבדלים ולעתים סתירות בין מקובלים או פילוסופים יוצא רא"כ היררה מנקודת הנחה שכל הגישות משתלבות יחד לכדי אמת קוהרנטית אחת. כך הוא משלב בין קבלת רבי משה קורדובירו (רמ"ק) לבין קבלת האר"י. כפי הנראה סגולות אלו הן שהביאו לכך שכתביו של רא"כ היררה תורגמו בחלקם ללטינית עבור ציבור המשכילים הנוצרי באירופה, בקובץ *Kabbalah Denudata* שאליו התוודע גם לייבניץ. מבחינה תוכנית, רא"כ היררה מפרש באופן מקורי וכמדומה לראשונה את רעיון הצמצום המופיע בכתבי האר"י כמטאפורה⁸¹. הוא מספק עשר בחינות שונות לאופן שבו ניתן לדעתו להבין את רעיון הצמצום, מקנה לו מובן פילוסופי וכך מביא לדה-מיתולוגיזציה של קבלת האר"י⁸². כפי שנראה, פרשנותו המטאפורית לרעיון הצמצום מאפשרת לרא"כ היררה לראות את מוקד קבלת האר"י בהגדרות פילוסופיות של מושג האינסוף. על מנת להבין את דבריו של רא"כ היררה בנוגע לאינסוף, יש לראותם בהקשר הקבלי. כאמור, רא"כ היררה רואה את עצמו כממשיך המסורת הקבלית של האר"י, העוסקת בראש ובראשונה בהסבר ראשית התהוות הסופי מהאינסופי, באמצעות תהליך הנקרא 'צמצום'. תהליך זה מתואר על ידי מרחב עגול פנוי מאור אין סוף שבתוכו נכנס שוב אור מאין סוף באופן הדרגתי ומתון שבכוחו ליצור את העולמות והיצורים הסופיים. להלן תיאור הצמצום כפי שהוא מתואר בתחילת ספרו העיקרי של האר"י:

דע כי טרם שנאצלו הנאצלים ונבראו הנבראים היה אור עליון פשוט ממלא כל המציאות ולא היה שום מקום פנוי בבחינת אויר ריקני וחלל אלא הכל היה ממולא מן אור אין סוף פשוט ההוא. ולא היה לו בחינת ראש ולא בחינת סוף אלא הכל היה אור אחד פשוט שווה

⁸¹ יושע. תשנ"ד, עמ' 190.

⁸² שם, עמ' 200.

בהשוואה אחת והוא הנקרא אור אין סוף. וכאשר עלה ברצונו הפשוט לברוא העולמות ולהאציל הנאצלים להוציא לאור שלימות פעולותיו ושמותיו וכינוייו אשר זאת היה סיבה בריאת העולמות כמבואר אצלנו בענף הראשון בחקירה הראשונה. והנה אז צמצם את עצמו אין סוף בנקודה האמצעית אשר בו באמצע אורו ממש (אמר מאיר בערכינו אמר הרב זה וק"ל) וצמצם האור ההוא ונתרחק אל צדדי סביבות הנקודה האמצעית ואז נשאר מקום פנוי ואויר וחלל ריקני מנקודה אמצעית ממש. והנה הצמצום הזה היה בהשוואה אחת בסביבות הנקודה האמצעית ריקנית ההוא באופן שמקום החלל ההוא היה עגול מכל סביבותיו בהשוואה גמורה [...] והנה אחר הצמצום הנ"ל אשר אז נשאר מקום החלל ואויר פנוי וריקני באמצע אור האין סוף ממש כנ"ל הנה כבר היה מקום שיוכלו להיות שם הנאצלים והנבראים ויצורים והנעשים ואז המשיך מן אור האין סוף קו אחד ישר מן האור העגול שלו מלמעלה למטה ומשתלשל ויורד תוך החלל ההוא כזה. וראש העליון של הקו נמשך מן האין סוף עצמו ונוגע בו. אמנם סיום הקו הזה למטה בסופו אינו נוגע באור אין סוף ודרך הקו הזה נמשך ונתפשט אור אין סוף למטה. ובמקום החלל ההוא האציל וברא ויצר ועשה כל העולמות כולם וקו זה כעין צינור דק אחד אשר בו מתפשט ונמשך מימי אור העליון של אין סוף אל העולמות אשר במקום האויר והחלל ההוא.⁸³

כמקובל, תופס רא"כ היררה את האינסוף כשם עצם, כלומר כישות⁸⁴. בהמשך לרבי משה קורדוביר⁸⁵, הוא רואה בישות הראשונה, המושלמת והאינסופית הזו מקבילה ל'סיבה הראשונה' האריסטוטלית, אך בשונה מאריסטו רא"כ היררה מדגיש היטב את הפער האונטולוגי בינה לבין העולם הסופי:

מנצח נצחים ובטרם היות דבר מן הדברים, מן ההכרח שיהיה, ועל כן בוודאי שהיה, כשם שהוה ותמיד יהיה מסבב אחד לכול, נצחי ובלתי מסובב שבהיותו מעצמו ולא מזולתו, בעצמו ובשביל עצמו ולא בזולתו ובשביל זולתו, הוא מצוי מחויב המציאות וממהותו פועל טהור וחופשי מכל כוחניות חומרית סבילה, טוב אינסופי ואחד פשוט לגמרי [...]. סיבה ראשונה זאת הקרויה אין סוף אי אפשר להשכילה ואין זולתה משכילה על ידי עלולה, כי אם בהכילה את כולם בפשטות ובנישאות [אמיננטיות] נעלה, היא מעבר לכולם ובכול, באופן שהיא בלתי מוגבלת והיא אינסופית לחלוטין [...]. היא אותה שלמות שלא זו בלבד שהיא מעבר לכל השלמויות שמחוצה לה, שמכילה, שמסבבת ושיכולה לסבב אותן, אלא אף יותר מכך – היא בעצמה שלמות כה גדולה, שאם היינו מוסיפים עד אינסוף שלמויות גדולות יותר ומעולות יותר על אלה הנבראות, והיינו עולים בעזרת השכל יותר ויותר אל מושג משכיל יותר שלם, לעולם לא היינו מגיעים – לא אנו ולא כל העלולים והידיעות שהושגו – לשלמות קיימת או ידועה, שאיננו אומר כי תשווה או תדמה לשלמות הראשונה האינסופית והבלתי מסובבה, אלא שאפילו לא תתייחס ולא תדמה לה. כי אפילו יתרבה ויגדל הסופי, תמיד יישאר סופי, ועל כן תמיד יישאר מרוחק עד

⁸³ הרב חיים ויטאל, 'עץ חיים', שער א ענף ב.

⁸⁴ "המונח 'אין-סוף' [המנוגד למושגי שלילה מקובלים כדוגמת 'בלתי בעל תכלית' או 'בלתי מושג'] נולד בשעה שאחד ממקובלי פרובנס קרא את צירופי המילים אין-סוף כשם עצם [...] ר' יצחק סגי נהור [1160-1235] ורוב תלמידיו אינם אוהבים כלל לדבר על מציאות עליונה ונעלמת זו, ששמה 'אין-סוף' [...] רק אחד מתלמידיו, הוא ר' עזריאל מגירונה, משתמש במונח 'אין-סוף' באופן חופשי וללא כל מעצור ואף מאריך את הדיבור עליו" (שלום, תש"ח, עמ' 105-106).

⁸⁵ "הסיבה הראשונה א-לוהינו יתברך קראוהו אין סוף או סיבת כל הסיבות או עילת כל העילות" (פרדס רימונים, שער 'אם האין סוף הוא הכתר', פרק א)

אינסוף ממי שהוא אינסופי ושאינו לו שיעור כלפי כולם⁸⁶. מכאן נובע מדוע יקראו החכמים המקובלים לסיבה הראשונה אין סוף, ומדוע לא ידונו בה אלא על דרך השלילה, הסיבתיות, האנלוגיה או ההשוואה וההפלגה.⁸⁷

בכדי לגשר על המרחק האונטולוגי של הסיבה הראשונה מהמציאות שנבראה על ידה, יש צורך בתהליך של השתלשלות והאצלה, המרכז את הפער והופך אותו לסביר. תהליך זה, שהמקובלים כאמור כינו בשם 'צמצום', מנותח על ידי רא"כ היררה בכלים ניאואפלטוניים, כלומר במונחים של האצלה מהאחד שקדם לריבוי אל האחד המחולל את הריבוי וממנו אל הריבוי עצמו⁸⁸. על כן, לדעת רא"כ היררה, בין האין סוף הפשוט, האחד ומחויב המציאות שמהותו נשגבה מעל ומעבר למציאות לבין המציאות הסופית עצמה, חייבת להתקיים ישות מתווכת. במילים אחרות, הפרדוקס המאפיין את היצירה הסופית מתוך האינסופיות הטהורה, מופיע באופן מרוכז ומתומצת באותה ישות מתווכת, מכיוון שעליה להיות אינסופית ומוגבלת בו זמנית.

רא"כ היררה מאתר שמונה מאפיינים של אינסופיות: (1) כמות רציפה או התפשטות אינסופית (2) כמות בדידה או מספר אינסופי (3) צורה או איכות אינסופית (4) אינסופיות פוטנציאלית (כוחנית) (5) אינסופיות "על ידי ההעדר" (6) מהות ושלמות אינסופיות (7) א-זמניות או נצחיות אינסופית (8) גודל, מרחב או נוכחות אינסופית⁸⁹.

האינסופיות החסרה מכנסת בתוכה את חמשת האופנים הראשונים מתוך שמונה שרא"כ היררה מאתר באינסוף, בעוד ששלושת האופנים האחרונים הולמים לדעתו את הסיבה הראשונה בלבד.

האופן הרביעי של אינסופיות הוא הקרוי בכוח, כמו שתהיה הכמות הרציפה הניתנת לחלוקה אינסופית, או הכמות הבדידה והמספר שניתן להוסיף עליהם עד אינסוף, או לבסוף – החומר שניתן לצייר בו צורות אינסופיות. ואופן זה של אינסופיות יהיה זר לחלוטין לסיבה הראשונה, שבהיותה משוחררת מכל כמות, מספר, חומר וכוחניות, אי

⁸⁶ בתיאור זה ניתן לראות שאת כמות המדרגות, השלבים או הרמות השונות המבחינות בין הסופי לאינסופי רואה היררה ככמות אינסופית סינקטגורמטית.

⁸⁷ היררה, 'שער השמים', ספר א', הצעות 1-2, עמ' 278-279.

⁸⁸ ראו למשל 'שער השמים', ספר ד' פרק 4. חשוב להדגיש שהיררה הסתייג מתפיסת הבריאה הניאואפלטונית (המופיעה אצל אבן סינא ואשר אומצה אצל ר' יוסף אלבו בספר העיקרים, מאמר שני פרק יא), הגורסת שכל שלב בהשתלשלות בורא את השלב שמתחתיו ('שער השמים', ספר ה' פרק 8). היררה טען כי בריאה אפשרית רק בחסות כוח אינסופי המצוי רק בידי הסיבה הראשונה. לפיכך השתלשלות מהאחד הפשוט ועד לבריאת הריבוי אפשרית רק אם האחד הפשוט עצמו מאציל משהו מאינסופיותו בכל יצור, ואין די בכוחה האינסופי אך המוגבל של הישות המתווכת (יושע, תשנ"ד, 231-235). מעורבותה האינטנסיבית של הסיבה הראשונה במציאות הסופית קשורה בפרשנותו המטאפורית של היררה לצמצום הלוריאני (ראו למשל 'שער השמים', ספר ז' פרק 12, עמ' 495, בבחינה השישית להבנת מהות הצמצום).

⁸⁹ היררה, 'שער השמים', ספר ה' פרק 1. האופן השמיני, הכורך את הסיבה הראשונה עם נוכחות, התפרש כתמיכה של היררה בפנתיאיזם וגרם לסברה כבר בסוף המאה ה-17 שהיררה היה המקור לשיטת שפינוזה (שלום, תשל"ח, עמ' נו-עב; יושע, תשנ"ד, עמ' 147-150, 154, 361-374). חיזוק לפרשנות פנתיאיסטית בשיטת היררה ניתן למצוא כאשר טוען היררה ש"כשם שהסיבה הראשונה היא כל הדברים [...] באופן בלתי מסובב ואינסופי [...] כך הדברים עצמם התלויים בה בכלל הם הסיבה הראשונה אך באופן מסובב וסופי" ('שער השמים', ספר ז' פרק 9, עמ' 487). אולם פרשנות זו תלויה היתה בעיקר על תרגומו הסלקטיבי של רוזנרוט של כתבי היררה ללטינית ממנו הושמט בהמשך ספר ה' פרק 5, ובו מסביר היררה את הנוכחות האינסופית כגרימה סיבתית. דהיינו, הנוכחות האינסופית נועדה לאפשר את קיומו הממשי של הריבוי הסופי ולא לבטלו בתוך אחדות א-לוהית פנתיאיסטית.

אפשר בשום אופן שתיפול, שתחולק או שיגדלוה, או שתקבל מעצמה או מזולתה מה שאין בה, או תהיה פחות ממה שהיא הווה או ממה שיש בה.⁹⁰ [...] ושלוש אופנים [אחרונים] אלה של אינסופיות, כלומר האינסופיות של המהות והשלמות או היכולת הפועלת; האינסופיות של הנצח והמשך הבלתי מוגבל הנח והקבוע; והאינסופיות של גודל ההווה והנוכחות בכל המרחבים או המקומות הממשיים והאפשריים, יתאמו בעצם לסיבה הראשונה, שמטעם זה היא קרויה על ידי חכמינו העוסקים בא-לוהיות אין סוף.⁹¹

דרכו של רא"כ היררה להסביר את הצמצום הקבלי מאחדות אינסופית לריבוי אינסופי היא לפיכך באמצעות שימוש בו זמני בשני סוגים שונים של אינסוף, מבלי לדחות אף לא אחד מהם. הוא מבחין בין האינסוף השלם והאחד לבין האינסוף הפוטנציאלי חסר התכלית, ומכנה אותם, כפי שכינה אותם אקווינס, אינסופיות משוללת (negative) ואינסופיות העדרית (privative).⁹² בכדי לעבור מהאחדות אל הריבוי יש לעבור מאינסופיות פשוטה, שלמה ובלתי מותנית אל אינסופיות פוטנציאלית המכוננת את הריבוי.

ומשני אינסופיים אלה, הראשון המסלק תכלית והשלילי הוא אין סוף, הסיבה הראשונה. והשני החסר תכלית וההיעדרי הוא החומר הראשון וטבעו ומהותו של כל דבר שהוא בכוח כלפי [...] התכלית וההשלמה האחרונה. והשני ינבע וייוולד מהראשון, בהימצא בראשון השלמות והפועל האינסופי, ובשני הפחיתות והכוחניות האינסופיות. ומכאן שהאופן שבו ינבע האחד מהאחד, ועוד באופן בלתי אמצעי, הוא קשה מאד ומסופק [...]. ולדעתי הוא מה שמציין הצמצום של אין סוף, הסיבה הראשונה, שבהתרחקו ובהצטמצמו עימו באינסופיותו המסלקת כל גבול, יהווה את המהות הראשונה הבלתי מוגדרת, אך שניתנת להגדרה, של עלולו הראשון, שהיא אינסופית במה שתחסר תחום אשר יעדר ממנה, כשם שהאור שטבעו אחרי כן היא המציאות, הפועל השני והשלמות, שעומו תגביל סיבתו השלמה את המהות הראשונה.⁹³

את המתח הקיים בין האחדות הפשוטה של הא-ל לבין הריבוי הריאלי במציאות מעביר רא"כ היררה למתח המובנה המגדיר את המתווך ביניהם: העלול הראשון הוא "המהות הראשונה הבלתי

⁹⁰ היררה, 'שער השמים', ספר ה' פרק 1, עמ' 379. כפי שניתן לראות, האופן הרביעי הוא בעצמו שם כולל לשלושת האופנים שקדמו לו. האופן החמישי, האינסוף של ההעדר או של החסרון, משלים את האופן הרביעי מבחינה אתית, סביב שאלת מקור הרוע. ומכיוון שאין לייחס לסיבה הראשונה את האינסופיות של ההעדר, גם הרוע (או ה'דין' בטרמינולוגיה קבלית) אינו יכול לנבוע ממנה אלא מהאינסופיות הנמוכה ממנה (ומיוצג באמצעות הגבול שמבטא הקו הישר החודר לאינסוף הפוטנציאלי של העיגול). עם זאת, מכיוון שהיררה אינו מכיר בקיומו של אין כמקור השלילה, שורשי הרוע או הסופיות או הגבול חייבים לנבוע מהסיבה הראשונה עצמה. היררה מסביר זאת כמודעות עצמית וכשעשוע עצמי של אור אין סוף המביא להפריה עצמית וליצירת גבול ('שער השמים', ספר ז' פרק 10, עמ' 488).

⁹¹ היררה, 'שער השמים', ספר ה', פרק 1, עמ' 380.
⁹² היררה, 'שער השמים', ספר ג' פרק 6, עמ' 346. ראה לעיל בפרק על תומס אקווינס. לטענת יושע, היררה מסתמך גם על פיצוינו: "פיצוינו מדבר על שני אופנים של אינסופיות: זה המסלק גבול (infinitem quod excludit terminum) וזה המשתוקק לגבול (infinitem quod termino caret). האינסופיות הפשוטה, זו שאין בה גבול או חלקים, כלומר זו שאין בה ראשון, אמצעי וסופי, ושעל כן איננה צריכה לתחום כלשהו, היא עצמה גם הגבול לכל הדברים. כלומר, האינסופיות המסלקת כל גבול והגבול הבלתי מוגבל לכל הדברים, זהים [...]. היררה משלב אפוא את המושג התומיסטי על האינסופיות המשוללת עם זה של פיצוינו על האינסופיות המסלקת כל גבול, שבביל להגדיר את אופן האינסופיות של הסיבה הראשונה" (יושע, תשנ"ב, עמ' 141).

⁹³ היררה, 'שער השמים', ספר ז' פרק 12, עמ' 498.

מוגדרת, אך שניתנת להגדרה" המכילה חסרון ושלמות בו זמנית. אי לכך, הצמצום הלוריאני מתפרש אצל רא"כ היררה באופן מטאפורי: האינסוף אינו באמת מצמצם את עצמו והחלל הפנוי איננו אין ממשי⁹⁴. את הצמצום יש לראות "שלא כפשוטו" כהתבטאות של אור אין סוף באופן סופי. הסיבה הראשונה מחוללת בשלב ראשון חלל פנוי (כלומר אינסופיות פוטנציאלית) ובפעולה נוספת ממלאת אותו באור (כלומר מספקת השלמה או גבול לחסרון האינסופי). שתי הפעולות יחד – יצירת חלל והארתו באופן מדוד ומוגבל – מניבות את הישות הברואה הראשונה. ישות זו, שהיא הנאצל הראשון שהמקובלים כינו אותו לדברי רא"כ היררה 'אדם קדמון', היא המושלמת ביותר עלי אדמות, כלומר היא "ההתייחסות שעימה תתייחס הסיבה הראשונה, בהשכיחה וברצותה, לכל עלוליה"⁹⁵. אמנם היא רחוקה ממושלמותו של הא-ל שאין אפילו אמת מידה למדוד אותה, ולכן היא איננה שלמות בלתי תלויה ובלתי מוגדרת, אך היא בכל זאת מאופיינת על ידי שלמות המוגדרת באמצעות השלמה של חסרון, או הגעה לסיומה של חלוקה אינסופית. הישות הנאצלת הראשונה היא ישות המורכבת משני גורמים: מאינסופיות פוטנציאלית המשתוקקת לגבול ומגבול. הגבול מספק לאינסופיות החסרה את "מילוי ההשתוקקות" באופן שמאפשר להתייחס לישות זו כאל ישות שלמה. במונחים קבליים המבוססים על תיאור הצמצום אצל האר"י, מדובר בנאצל ראשון המורכב לא רק מהחלל האינסופי העגול שהותיר הצמצום של אור אין סוף אלא גם מקו האור שחודר לחלל הפנוי ופועל למלא אותו באופן הדרגתי ומוגבל. זאת אומרת שכמכלול, העיגול הריק והקו הממלא אותו מציינים יחד הן את הריבוי האינסופי (באופן פוטנציאלי) והן את מיצוי המלא או את השלמתו. הנאצל הראשון הוא אם כן שלמות מתוך קיומם של חלקים⁹⁶.

⁹⁴ דומה שהמאמץ שעשה היררה להבין את הטענות הקבליות באמצעים פילוסופיים מונע ממנו מלקבל את האין המוחלט הן בשל הפער הקיצוני שבין היש לאין והן בשל הבעייתיות שבזיהוי האין כמנוגד לסיבה הראשונה. ולפיכך פירש היררה את רעיון הצמצום באופן מטאפורי כהליך שהביא לביטוי הרצון או השם המפורש של הסיבה הראשונה. עם זאת, רבי יוסף שלמה דל מדיגו (יש"ר מקנדיה), בן דורו של היררה, זיהה את החלל הפנוי כאין מוחלט והבין את תהליך הצמצום שבכתבי האר"י כהליך ממשי שהתרחש באור אין סוף עצמו (יושע, תשנ"ד, עמ' 209).

⁹⁵ היררה, 'שער השמים', ספר ט' פרק 3, עמ' 557. היררה שם מזכיר את הרמ"ע מפאנו (פלא הרימון, שער ג' פרק ד') המבחין בין בעל הרצון, שהוא אין סוף, לבין הרצון, שהוא "כתר עליון". הרמ"ע מפאנו גם מצביע על כך שהשם המפורש, "שמו" של הא-ל, עולה בגימטריה 346 כמו "רצון", ללמד ששם הא-ל הוא הביטוי העליון ביותר עבור הנבראים, ואילו האין סוף עצמו אינו ניתן להשגה מבחינתם. היררה עושה מאמץ פרשני על מנת להראות שכאשר רמ"ק מדגיש שכתר הוא עליון ביותר ובכל זאת איננו אין סוף (פרדס רימונים, שער 'טעם האצילות', פרק ז'), הוא למעשה מדבר על "כתר עליון", כלומר על 'אדם קדמון', שהקבלה הלוריאנית ייחדה לו מקום מרכזי, והמציין את הנאצל הראשון ('שער השמים', ספר ד' פרק 6, עמ' 374). כאמור, היררה עושה זאת מנת להראות שרמ"ק והאר"י אינם חלוקים ביחסם למעמדו הקריטי של "האחד השלם הכולל של הריבוי". לפיכך עבור היררה הדיון באחדות שממנה ניכר הריבוי הוא תמיד ברצון הא-לוהי (הוא 'הכתר העליון', הוא 'השם המפורש', הוא 'אדם קדמון'), שהצמצום חל בו ולא בסיבה הראשונה, ועל כן הוא המקור העליון ביותר להשגת הנבראים. היררה גם מזהה את העלול הראשון עם המושכל הניאואפלטוני, ומביא לשם כך 13 טעמים סכולסטיים ('שער השמים', ספר ד' פרק 1) וסיוע ממגוון עצום של הוגים יוונים, ערבים, נוצרים ויהודים (שם, פרק 2). נושא זה נידון אצל היררה גם בספר האחרון של 'בית א-לוהים' (לעיון בהבדלים ובדמיון בין הספרים ראו יושע, תשנ"ד, עמ' 244-251). כדאי גם לציין שרוזנרוט בחר שלא לתרגם את הספר הרביעי של 'שער השמים' החל מפרק 4 (ואף לא את מרבית 'בית א-לוהים'), כך שביורור מעמדו הייחודי של הנאצל הראשון אינו שלם ב-Kabbalah Denudata.

⁹⁶ "כל הדברים, הן הגופניים והן אלה שמיוחדים עם הגוף ונפרדים ממנו, יתאמו לאחד. כי למרות שיובחנו על ידי סדרים, מדרגות, סוגים, מינים, סגולות ומקרים שונים, לא ייבדלו במציאות ובסדר, שהרי כולם וכל אחד מהם הווים ונמצאים ומוסדרים באופן-מה בינם לבין עצמם. כך שעל אף השוני בטבעיהם ובתנאיהם תמיד תימצא הכלליות של המציאות והסדר שיתאימו להם ושיהיו בהם כמו אחד. והאחד הזה איננו מעצמו, שהרי לא יתקיים בעצמו כי אם בזולתו. ואיננו האחד הראשון, הטהור והשלם כי אם המאוחר, הפגום והחסר לפי יכולתו של הריבוי הפחות, הניתן לחלוקה והנצרך להישען עליו. אך אם אין האחד הזה שוכן בריבוי עצמו – בשל מי הוא? אין הוא בשל הרבים והשוניים שיתקיים בהם, כי

כאמור, אחת הדרכים לעמוד על טיבו של האינסוף היא האנלוגיה⁹⁷. בכדי להסביר את אחדותו של האין סוף הנשגב מכל הגדרה, עושה רא"כ היררה אנלוגיה בינו לבין "האחד, ראשיתו של המספר". ואולם אנלוגיה כזו, יותר משהיא קולעת להבנת הסיבה הראשונה, היא קולעת להבנת אחדותו של הנאצל הראשון, העולם המושכל, מקורו האחדותי של הריבוי. כבר בתחילת 'שער השמים' עושה רא"כ היררה שימוש באנלוגיה לאחד המספרי בכדי להמחיש את אחדותו של הבורא⁹⁸.

כשם שהאחד קודם לכל המספרים והוא טהור ופשוט, יחיד בעצמו ומכיל ללא רע מחוץ לעצמו את כל המספרים, באופן שאף לא אחד מהם לא יימצא ולא יוכל להימצא בלעדיו, שעה שהוא הווה ומתקיים בלעדי כולם ומסבב את כולם בהעניקו להם את מציאותם, את קיומם ואת שלמותם, שהם מסוגלים להם, והוא אף מצוי בכלם – ולא רק בכול אלא גם בכל חלק מחלקיהם – כך ועוד יותר מצוי אין סוף, הסיבה הראשונה הבלתי מסובבת, לפני כל הדברים ויקדם להם לא רק במשך, שאינו ניתן להיתחם, אלא גם במדרגה ובמעלה ללא השוואה.⁹⁹

אולם דומה שהאנלוגיה הזו חוטאת למטרה שלשמה היא מובאת. האנלוגיה שבין האחדות הנשגבת של האין סוף לבין ראשית המספר נועדה להדגיש את ההגדרה הבלתי תלויה של המספר אחד משאר המספרים, ולחלופין את האפשרות לכונן באמצעות האחד את כל שאר המספרים. כלומר, האנלוגיה משמשת את רא"כ היררה על מנת לאפיין את התלות של הריבוי באחדותה של הסיבה הראשונה, יותר משהיא משמשת לאפיין את האחדות של הסיבה הראשונה עצמה. זאת מכיוון שאחדות הסיבה הראשונה אינה נמדדת במונחים של ריבוי היצורים הנבראים ולכן האנלוגיה למספר כלשהו לא יכולה לתרום להבנתה. אי לזאת, למרות האנלוגיה לאחד המספרי, ממחר רא"כ היררה גם להסתייג ממנה ולהדגיש דיס-אנלוגיה:

הסיבה הראשונה איננה האחד ראשיתו של המספר, כי זה יצטמצם לכמות הבדידה או המתפרדת, והוא מקרה [...] וחייבים להוסיף על כך, כי כאשר נקרא לו אחד ובלתי ניתן לחלוקה, יש להבין כי הוא אחד שכאילו מנוגד לאותו אחד, שהוא ראשית המספר, ולאותה נקודה, שהיא מקור הכמות הרציפה. כי נוסף על כך ששני אלה הם מקרים ומתחת לכל ריבוי וגודל, הם ייתפסו בשכלנו כשהם יורדים מהגבוה לנמוך ומיותר לפחות כמו מינימאליים, פנימיים ונמוכים מכל ממד או מספר. שעה שהסיבה הראשונה תשתקף לנו כשהיא עולה מהנמוך לגבוה ומפחות ליותר, כמו נעלה מאד, חיצונית, מחוץ לכל יתר הדברים ומעליהם, ולמעשה – כמו גדולה יותר עד אינסוף, נעלה ורבת כוח מכל אלה.¹⁰⁰

במה שהם כאלה לא יוכלו לסבב את מה שהוא אחד ואדיש כלפי כולם. וכל שכן שאיננו בשל מישהו מבין הרבים, כי בהיותו פרטי וסגולי ומובחן מיתר הדברים לא יוכל להאציל לכולם את האחד הכולל והבלתי מובחן שיתאמו בו. נותר אפוא כי האחד המשותף לרבים יהיה תלוי באחד המתקיים באופן הטהור ביותר בעצמו ומעצמו בלא כל שינוי או מספר (היררה, 'שער השמים', ספר ג' פרק 4, עמ' 340-341).

⁹⁷ על טיבה של האנלוגיה בין הסופי לאינסופי ראו 'שער השמים', ספר ו' פרק 10, עמ' 445 (היררה פועל בעניין הזה בהשראת אקווינס ופיצינו, ראו דיון אצל יושע, תשנ"ד, עמ' 130-132).

⁹⁸ קטע זה מופיע בקובץ המתורגם של רוזנרוט. שאר הציטוטים המובאים להלן (מ'שער השמים', ספר ג') והקשורים לאנלוגיה שבין האחדות הפשוטה לבין האחד המספרי הושטו מהתרגום ואינם מופיעים בקובץ.

⁹⁹ היררה, 'שער השמים', ספר א' הצעה 3, עמ' 279-280; וכן 'שער השמים', ספר ג' פרק 3, עמ' 338-339 ופרק 4, 341-342.

¹⁰⁰ היררה, 'שער השמים', ספר ג' פרק 5, עמ' 343.

הנקודה והאחד המספרי, ראשית הכמות הרציפה והבדידה, מייצגים אחדות בסיסית שבאמצעותה ניתן ליצור ריבוי. זוהי אחדות מינימאלית "מלמטה". לעומת זאת, אחדות האין סוף הנשגב היא "מלמעלה" מכיוון שאין היא נמדדת באמצעות דבר מהדברים הסופיים. דיס-אנלוגיה זו מביאה את רא"כ היררה להדגיש את האנלוגיה שבין האחד המספרי לאחד "המאוחר, הפחות והחסר" הקשור באינסופיות ההעדריית של 'אדם קדמון'. זאת מכיוון שהאינסופיות הפחותה אינה מעבר לכל הדברים אלא היא הטוטאליות של כל הדברים ולכן ניתן לראותה כמקסימום¹⁰¹. אנלוגיה בין מינימום למקסימום נחשבת בעיני רא"כ היררה לאנלוגיה הרבה יותר סבירה. ולכן האנלוגיה שבין אינסוף לבין האחד אצל רא"כ היררה עוסקת אפוא באינסופיותו של אדם קדמון יותר משהיא עוסקת באינסופיותה של הסיבה הראשונה. בדומה לגלילאו שפעל מעט אחריו, רא"כ היררה מוצא דמיון בין כל המספרים לבין המספר הראשון כמו גם בין הרצף לבין הנקודה. כמו גלילאו אחריו, רא"כ היררה חושף את מחויבותו להיגיון גיאומטרי במסגרת המאמצים להנהיר תובנות קבליות. הוא מעיד כי תיאור ההשתלשלות אצל האר"י היה מוקשה בעיניו מכיוון שעל פיו העיגול קדם לקו הישר. אם עיגול אינו אלא קו עקום, קיומו מותנה בקו הישר, שהוא מינימאלי ויסודי יותר, ואינו יכול להיות קודם לו. את הפתרון סיפק לו רבו, ר' ישראל סרוק:

ושמעתי ממורי החכם ישראל סרוגו, ינוח בשלום, שיש להבין את העיגול כנקודה, שבשל דקותה הגדולה אין היא ניתנת להשגה, ובשל היותה חסרה ראשית ותכלית, בדומה לראשית ללא ראשית ולתכלית האינסופית של הכול, תיקרא עיגול, שאין בו ראשית ואף לא תכלית. ובאמת היא נקודה, רוצה לומר "הכוללת ניצוצות או כוחות רבים, כמו י" המציינת את המספר עשר השלם והכוללני, שהוא סיבה לכך שכל מה שינבע ממנו ידמה לו ויימצא עשר. ומכאן אני מסיק כי עיגול זה איננו קו חוזר או מתעקם כמו שטענתי, ועל כן השאלה שהצגתי בפניו באומרי, שאי אפשר היה שיימצא העיגול קודם הקו כמו שמלמד הרב דה לוריא – איננה שאלה. שהרי בהקדימנו את מציאותו של הקו הישר, תתוסף עליו מציאותו של הקו המתעקם, החוזר והשב לעצמו הוא. כך, בעשותנו את העיגול נקודה, לבטח הוא יקדם לקו [...] ויש לציין כי העיגול הוא המינימאלי והמקסימאלי, או הגדול והקטן, שבצורות השטח. המינימאלי – במה שיכילו רק קו אחד, והוא הקטן והקצר מכל צורה תהיה אשר תהיה; והמקסימאלי – במה שהוא מסוגל, יותר מכל צורה אחרת, לתפוס את המרחב עצמו שהוא תופס. שכך היא הי', שבמה שהיא נקודה היא הקטנה מכל האותיות, ובמה שהיא עשר היא הגדולה מכל המספרים, שבאין

¹⁰¹ הגם שהיררה אינו מתייחס בשום מקום לאינסוף אקטואלי ואף דוחה במרומז אפשרות של מספר אינסופי, הוא בכל זאת מתייחס לאינסופיות הפוטנציאלית כשלם המכיל ריבוי אינסופי: "מאין סוף האחד שמעל לכול, ייוולד הכול השלם ביותר, כלומר אדם קדמון אשר בהידמותו למקורו יימצא אחד, ככל שהוא אפשרי לעולו של האחד הטהור שיימצא, ועל כן – מתרבה ושני. ובהנחה כי הוא כול, אחד, הנובע מהאחד שמעל לכול, המכיל בעצמו והמפיץ מחוץ לעצמו בסגולת סיבתו את כל הדברים, אפשר לראות בו את הכול, כמו בית הגנזים והאוצר לכל מה שהמאציל הראשון רצה להאציל, האציל ויאציל, וכמו שאפשר לראות בים ובאוקיינוס העצום את המים היוצאים ממנו והשבים אליו [...] כך, מהאחד שמעל הכול התהווה באופן בלתי אמצעי 'כול' אחד, שהוא אחד ככל שאפשר לעלול להימצא, לעלול שאיננו הבלתי מתהווה והאחד הטהור. והוא כה מושלם ושלם שמעצמו לא יחסר דבר" (היררה, 'שער השמים', ספר ח' פרק 8, 520-523). כמות הטיפות באוקיינוס היא אינסופית סינקטורמטית כלומר בלתי שלמה ולכן אין לראות כאן ביטוי לאינסוף אקטואלי במובן קטגורמטי אלא רק תיאור של שלמות מתוך ריבוי אינסופי שלעולם אינו יכול להיות שלם. שלמות הנאצל הראשון נמדדת על ידי הריבוי האינסופי המאורגן יחד, כמהות אחת, באמצעות המיזוג הפרדוקסאלי של הגבול יחד עם השאיפה אל הגבול. למרות השימוש בביטויים גיאומטריים (האופייני להיררה) זהו אינו תיאור של שלמות מתמטית אלא רוחנית-מיסטית.

הם עולים על העשר ובהיות זה כוללני ושלים, יכיל בעצמו ויפיץ מחוץ לעצמו את כולם. ואפשר להכיל את כל זה על אדם קדמון, שבשל היותו המהות הראשונה – ימצא מצורה אחת ומכל הצורות כולן בהכילו בעצמו את כל שאר המהויות בנישאות ובטוהר גמורים. כך, מהאחד שמעל הכול התהווה באופן בלתי אמצעי 'כול' אחד שהוא אחד ככל שאפשר לעלול להימצא, לעלול שאיננו הבלתי מתהווה והאחד הטהור. והוא כה מושלם ושלים שמעצמו לא יחסר דבר ויהיה סיבה דגמית ופועלת לכל הדברים, שהוא מוציא כאילו מהנקודה ומהעיגול שלו, ומפיץ כאילו על ידי הקו והרוח שלו [...] וכך אדם קדמון הוא המקסימאלי והמינימאלי.¹⁰²

בקטע זה האנלוגיה שבין האחד המספרי והנקודה המינימאלית לבין אדם קדמון הופכת למפורשת. אדם קדמון, ולא הסיבה הראשונה, הוא המקסימום והמינימום גם יחד, כלומר הכוליות האחודה המבוססת על הריבוי האינסופי, בדומה לאחדותה המינימאלית של הנקודה המכוננת את הקו וקודמת לו. מכיוון שקיימת זיקה בין הנקודה הבלתי מתחלקת ובין העיגול האינסופי ניתן לראות באנלוגיה לנקודה המינימאלית גם ביטוי לכמות מקסימאלית הכוללת ריבוי אינסופי אותו מייצג המרחב העגול של 'החלל הפנוי'.

פרשנותו המטאפורית של רא"כ היררה לרעיון הצמצום הלוריאני נועדה לאפשר מבחינה פילוסופית את המעבר מאחדות לריבוי, מאינסופיות לסופיות ומשלמות לחלקיות. זהו מעבר קיצוני מדי, בפרט אם מניחים שתהליך הבריאה מעורב בקיומו של אין, כלומר בצמצום ממשי של אור אין סוף. הצעתו של רא"כ היררה היא לפרש את הצמצום כמטאפורה, כלומר כיצירת כלים שבהם מתבטא אור אין סוף באופן סופי. יצירת הכלים מתאפשרת באמצעות הבנת הצמצום כיצירתו של הנאצל הראשון – הוא אדם קדמון, הוא שמו ורצונו של אור אין סוף. נאצל זה בנוי מהרכבה של אינסופיות פוטנציאלית השואפת לשלמות עם גבול המספק לה את שלמותה. אינסופיות זו מכונה אצל רא"כ היררה 'הכל' והיא נחשבת כמושלמת בשל העובדה שהיא כוללת את כל החלקים. בכך היא שונה מאחדותו הפשוטה של האין סוף המוחלט המצוי מעבר לכל, ומהריבוי האינסופי המהווה את חלקיו של 'הכל' שאינו כולל שלמות משום סוג שהיא. בריאה של מהות אינסופית אמצעית של 'עלול ראשון' מסבירה כיצד יכולה הסיבה הראשונה לחולל את הריבוי בעולם למרות הפער הקיצוני ביניהם. ניתן אם כן לומר, שפירושו המטאפורי של רא"כ היררה לצמצום אור אין סוף הופך את מושג האינסוף למושג העיקרי של תיאור ההשתלשלות הקבלי.

5. גלילאו גליליי: רצף הבנוי מאינסוף אפסים

תפיסת האינסוף של גלילאו היא תפיסה פרדוקסאלית במודע ובמכוון, ויש לראותה במסגרת נקודת המבט הדתית של גלילאו על המהפכה המדעית. גלילאו (1564-1642) זכה למעמד נכבד בקרב פילוסופים מודרניים בשל עבודתו החלוצית על מדע התנועה ועל קידום האסטרונומיה של קופרניקוס. הטלסקופ ששיפר גלילאו חשף את דמותו המחורצת והמחוספסת של הירח ועורר קושי להמשיך

¹⁰² היררה, 'שער השמים', ספר ח' פרק 8, עמ' 522-523.

ולהחזיק בטענה שהירח עשוי מחומר שמימי. בנוסף לכך, תצפיותיו של גלילאו חשפו את ארבעה ירחיו של צדק, חיזקו את התחושה שחוקי הטבע הנהוגים על כדור הארץ נהוגים גם בחלל והערימו קשיים חישוביים על השיטה האסטרונומית המקובלת. על אף שגלילאו צידד בטענה שהשמש ולא הארץ היא מרכז היקום, טענה שאכן גרמה להעלאת קרנן של הספקנות והחירות ולשינויים בפילוסופיה, במדע, באמנות ובתרבות, לא היה די בכך בכדי לעורר את זעמה של הכנסייה עליו. אמנם בשנת 1616 הוזהר גלילאו בבית משפט של הכנסייה ברומא שלא להגן על הגישה ההליוצנטרית, אך בשנת 1623 התמנה הקרדינל ברברני לאפיפיור אורבנוס השמיני, שהיה חברו ומעריצו של גלילאו. האפיפיור החדש ביקש מגלילאו לכתוב ספר ולשטוח בו טיעונים בעד ונגד שתי הגישות להבנת הקוסמוס, מבלי לצדד בגישה ההליוצנטרית. גלילאו פרסם את ספרו *Dialogues Concerning Two New Sciences* בשנת 1632, אך את הטענות בשבח הגישה הגיאוצנטרית שם בפי סימפליסיו, שדמותו נאיבית ותמימה. גלילאו אף שם בפיו של סימפליסיו מילים מטענותיו של האפיפיור. נחיתותו של סימפליסיו בדיאלוג התפרשה כקריאת תיגר על סמכות הכנסייה מכיוון שהשתמע מהדיאלוג שבכוחו של מתמטיקאי חוקר הטבע להבין טוב יותר ובאופן ישיר את דבר הא-ל¹⁰³. גלילאו הוגבל למעצר בית ע"י האינקוויזיציה עד יום מותו בשנת 1642.

ביקורתו של גלילאו התמקדה אפוא בעליונותו של המדען-המתמטיקאי על פני איש הכמורה ולא ביקשה לערער את חשיבותה של נקודת המבט הדתית על הטבע. על פי נקודת מבטו הדתית של גלילאו, הטבע מבוסס על פרדוקס או על נוכחות קבועה של נס. אולם המתמטיקאי מוכשר הרבה יותר מאיש הדת להבחין בכך מכיוון שהוא מכיר טוב יותר את הטבע ששפתו מתמטית¹⁰⁴; איש הדת מבחין בכך רק באופן עקיף באמצעות כתבי הקודש. על פניו, הסבר מדעי הקשור בכמויות ובגדלים סופיים נותן תחושה של וודאות, אך גלילאו סבור שהסבר מדעי אינו מבוסס על וודאות אלא דווקא קורא תיגר כנגד הוודאות. זו הסיבה שגלילאו עושה שימוש נרחב בריק כמקור הסברי על אף שחוסר היכולת להבין את הריק היא עניין עקרוני עבורו¹⁰⁵.

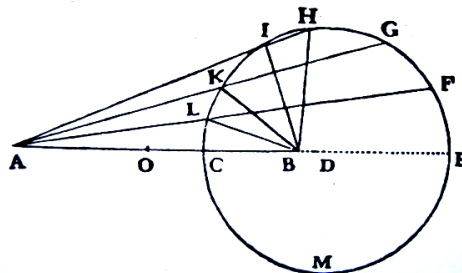
על מנת להמחיש את סוג ההסבר המאפיין את המדע החדש ממקם גלילאו את הדיון באינסוף בסמוך לתחילת ספרו על תורותיהם הקוסמולוגיות של תלמי וקופרניקוס. הוא מראה שהמעבר מגדלים סופיים לאינסופיים הוא דק מאוד, ולכן האינסוף נוכח בכל גודל שהוא¹⁰⁶. מכיוון שגדלים

¹⁰³ Koestler, 1959, 483; Langford, 1966, 133–134; Seeger, 1966, 30

¹⁰⁴ Galileo, *Discoveries and Opinions of Galileo* (1957), 237–238

¹⁰⁵ בכלר, 1999, 54–55.

¹⁰⁶ באמצעות הדגמה גיאומטרית מחוכמת מראה גלילאו כי המעבר ממעגל סופי למעגל אינסופי הוא דק עד כדי טשטוש הגבול ביניהם:

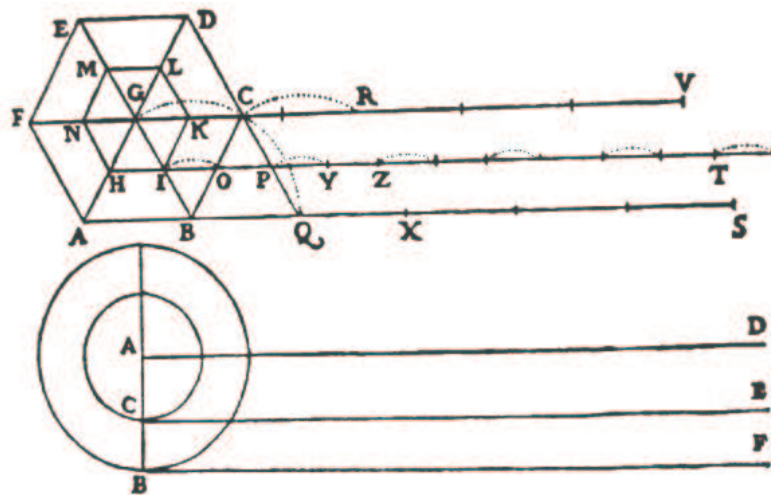


אינסופיים מכניסים לתסבוכת כל מי שמבקש להבין אותם, יש לראות בעירבון מוגבל מאד את הוודאות המתעתעת של ההסבר המדעי המתבססת על גדלים סופיים. גדלים אינסופיים מכניסים לתסבוכת משום שמושג האינסוף הוא מושג מעורפל, אך גלילאו עושה עוד כמה צעדים על מנת להפוך את האינסוף לאב טיפוס להסבר פרדוקסאלי, כלומר להסבר המלמד על קיומו של נס בתוך הטבע. כצעד ראשון, גלילאו מבקש לטפל בפרדוקס גיאומטרי עתיק אודות תנועה של שני מעגלים קונצנטריים. המעגל הגדול (החיצוני) נע סיבוב שלם (360 מעלות) עד שהנקודה שבהיקפו שעליה נח בתחילת התנועה שבה למקומה בסופה. לפיכך, הנתיה שיצר המעגל בתנועתו שווה באורכו להיקפו. עם זאת, המעגל הקטן (הפנימי) שנע במקביל למעגל הגדול, מסיים באותו פרק זמן את אותו המרחק, זאת למרות שהיקפו קטן מאורך הנתיה. אך גם המעגל הקטן נע סיבוב שלם עד שהנקודה שבהיקפו שבה למקומה: הנקודות על שני המעגלים, המסמנות שהושלם סיבוב שלם בתנועת המעגלים, מצויות על אותו רדיוס של המעגל הגדול ועל כן שני המעגלים מסיימים סיבוב מלא בו זמנית. נמצא שהמעגל הקטן נע באמצעות היקפו מסלול שאורכו כהיקפו של מעגל הגדול ממנו. על מנת לפתור את הפרדוקס, גלילאו מבקש לראות את המעגל כמצולע בעל אינסוף פאות. צמצום של מספר הצלעות חושף את הפתרון, שאינו אלא פרדוקס בעצמו: גלילאו לוקח כדוגמה שני מושגים קונצנטריים ומדגים באמצעותם כיצד כאשר המשושה הגדול נע עד להשלמה מלאה של הקיפו, המשושה הקטן עושה את אותו המסלול באמצעות דילוגים על מרווחים השווים לאורך פאותיו¹⁰⁷. כמות הדילוגים שווה לכמות הפאות¹⁰⁸, ולכן במקרה של תנועת מעגל שהינו מצולע בעל אינסוף פאות (כשכל "פאה" אורכה נקודה), מתקבל ישר המורכב מאינסוף נקודות אך גם מאינסוף דילוגים השווים באורכם לאינסוף נקודות.

"I must tell you of a remarkable property [...] which will explain the vast alteration and change of character which a finite quantity would undergo in passing to infinity. Let us draw the straight line AB of arbitrary length and let the point C divide it into two unequal parts; then I say that, if pairs of lines be drawn, one from each of the terminal points A and B, and if the ratio between the length of these lines is the same as that between AC and CB, their points of intersection will all lie upon the circumference of one and the same circle [...]. And the circle thus described will increase in size without limit as the point C approaches the middle point which we may call O; but, it will diminish in size as C approaches the end B. So that the infinite number of points located in the line OB will, if the motion be as explain above, describe circles of every size, some smaller than the pupil of the eye of a flea, others larger than the celestial equator [...]. But the point O having started to describe its circle, as did all the other points in the line AB, is unable to return to its starting point because the circle it describes, being the largest of all, is infinite; in fact, it describes an infinite straight line as circumference if its infinite circle. Think now what a difference there is between a finite and an infinite circle since the latter changes character in such a manner that it loses not only its existence but also its possibility of existence." (Galileo, EN 83-85; *Dialogues Concerning Two New Sciences* (1914), 38-39)

¹⁰⁷ גלילאו עושה שימוש בפתרון זה בכדי להוכיח את קיומו של הוואקום. במקרים מסוימים, כמות הוואקום היא אינסופית, מאחר ועל כל נקודה המרכיבה את הרצף ישנה "נקודת ואקום" מקבילה.

¹⁰⁸ לאמיתו של דבר, כמות הדילוגים קטנה ב-1 מכמות הפאות, ולכן אורך המסלול של המעגל הקטן קצר במידה זעומה מאורך מסלולו של המעגל הגדול (בעיקר אם מדובר במצולע אינסופי).



In the case of polygons with one hundred thousand sides, the line traversed by the perimeter of the greater [polygon], i.e., the line laid down by its one hundred thousand sides one after another, is equal to the line traced out by the hundred thousand sides of the smaller [polygon], provided we include the hundred thousand vacant spaces interspersed. So in the case of the circle, polygons having an infinitude of sides, the line traversed by the continuously distributed infinitude of sides is in the greater circle equal to the line laid down by the infinitude of sides in the smaller circle but with the exception that these latter alternate with empty spaces; and sine the sides are not finite in number, but infinite, so also are the intervening empty spaces not finite but infinite. The line traversed by the larger circle consists then of an infinite number of points which completely fill it; while that which is traced by the smaller circle consists of an infinite number of points which leave empty spaces and only partly fill the line.¹⁰⁹

פתרונו של גלילאו לפרדוקס מוביל לפרדוקס עתיק אחר: אינסוף נקודות בתוספת אינסוף נקודות ואקום חסרות" המרכיבות את התיב הישר של המעגל הקטן שוות לאינסוף נקודות המרכיבות את התיב הישר של המעגל הגדול. הן שוות משום ששני התיבים שווים, אך הן בכל זאת שונות משום שכמות החלקים בשני המקרים אינה דומה. לחלופין, מאחר וכל קו סופי מורכב לדעת גלילאו מאינסוף נקודות, קווים ישרים באורכים שונים יניבו גדלים שונים של אינסוף. גם את הפרדוקס הזה גלילאו אינו פותר אלא מותיר אותו בעמימות מכוונת

This is one of the difficulties which arise when we attempt, with our finite mind, to discuss the infinite, assigning to it those property which we give to

Galileo, EN 71; *Dialogues Concerning Two New Sciences* (1914), 24-25¹⁰⁹

the finite and limited; but this I think is wrong, for we cannot speak of infinities as being the one greater or less than or equal to another.¹¹⁰

The attributes "equal", "greater", and "less" are not applicable to infinite, but only to finite quantities.¹¹¹

הצעתו של גלילאו היא פשוט להימנע מלראות גדלים סופיים ואינסופיים על פי אותה אמת מידה. מאחר והשוואה בין גדלים מבוססת על אמת מידה סופית לא ניתן להעריך אם גדלים אינסופיים שווים או שונים אלו מאלו. אם כן, היקף המעגלים הוא סופי ולכן בר השוואה אך כמות החלקים בשניהם היא אינסופית ולכן אינה ברת השוואה. המסקנה היא שעלינו לעשות שימוש באינסוף בפתרון בעיות, אך אנו מנועים מלהבין שימוש זה.

גלילאו אינו מסתפק בכך שהיקפי מעגלים שונים יכולים להיחשב כשווים בשל כמות אינסופית של מרכיבים שאינה ברת השוואה, והוא מקצין עוד יותר את הפרדוקס שמעורר האינסוף: ניתן להקטין לאינסוף את המעגל הקטן (הפנימי) עד שגודלו יהיה נקודה בלבד השווה למרכז המעגלים הקונצנטריים. אם אכן שני מעגלים קונצנטריים שונים יוצרים בתנועתם נתיבים שווים (כאשר הפער בגודל ההיקפים מתאזן בכמות מתאימה של "דילוגים" על נקודות ואקום חסרות), הרי שיש לראות כשווה להם גם את הנתיב שיוצר מרכז המעגלים הקונצנטריים עצמו. הסיבה לכך היא שבמהלך התנועה של המעגל הגדול במסלול השווה להיקפו, חולף גם מרכז המעגל במסלול מקביל השווה באורכו. פירוש הדבר שאין שום חשיבות להיקף המעגל. ברור לגמרי ש"היקף" הנקודה המהווה את מרכז המעגל אינו שווה להיקף המעגל הגדול או למסלול התנועה. בהמשך לדרך הפתרון ביחס לתנועת המעגל הקטן, טוען גלילאו ש"מסלולו" של המרכז שווה למסלולם של שני המעגלים, ושגם במקרה הזה יש להבין את תנועת מרכז המעגל כמכילה בתוכה אינסוף דילוגים על נקודות ואקום חסרות. הנה כי כן, גלילאו מותח את האבסורד עד הסוף: בשל נוכחות האינסוף בתנועה הסופית של הגופים, לא רק שמעגלים שונים בגודלם יכולים לגמוא מרחקים שווים באותו פרק זמן, אלא שאפילו נקודה בודדת יכולה לגמוא מרחק שכזה. אם ההיקפים השונים של שני המעגלים אמורים להיות בכל זאת שווים למסלול התנועה המשותף שלהם, גם "היקף" נקודה במרכז המעגל אמור להיות שווה למסלול התנועה המשותף!

How can a single point be equal to a line? Since I cannot do more at present I shall attempt to remove, or at least diminish, one improbability by introducing a similar or a greater one, just as sometimes a wonder is diminished by a miracle.¹¹²

Galileo, EN 77-78; *Dialogues Concerning Two New Sciences* (1914), 31¹¹⁰

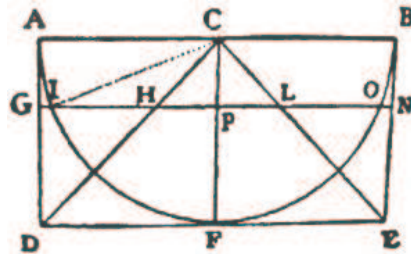
: Galileo, EN 79; *Dialogues Concerning Two New Sciences* (1914), 32¹¹¹

"The generality of Mankind consider Infinities no other ways than indefinitely; and in this sense, they say all Infinities are equal; though they would speak more truly if they should say, they are neither equal nor unequal, nor have any certain Difference or Proportion one to another" (Newton, *Second Letter to Richard Bentley* (1958), 293-294)

Galileo, EN 73; *Dialogues Concerning Two New Sciences* (1914), 27¹¹²

גלילאו מודה בפה מלא שהזיהוי שבין נקודה לבין הקו, המתאפשר בשל אינסוף נקודות הריק שעליהן מודלגת הנקודה במסלולה, הוא נס חסר הגיון. עם זאת, הוא ממשיך בקו המחשבה הזה בכדי להראות באמצעים גיאומטריים שבתהליך של הצטמצמות אינסופית "כל הקיפי המעגלים, על אף שונותם, הינם שווים זה לזה, וכולם שווים לנקודה בודדת"¹¹³.

Let AFB be a semicircle with center at C; about it describe the rectangle ADEB and from the center draw the straight lines CD and CE to the points D and E. Imagine the radius CF to be drawn perpendicular to either of the lines AB or DE, and the entire figure to rotate about this radius as an axis. It is clear that the rectangle ADEB will thus describe a cylinder, the semicircle AFB a hemisphere, and the triangle CDE, a cone. Next, let us remove the hemisphere but leave the cone and the rest of the cylinder, which, on account of its shape, we will call a 'bowl' [...].



[T]he plane [GN], drawn at any height whatever, so long as it is parallel to the base, i.e., to the circle whose diameter is DE, always cuts the two solids [GAI and BON] so that the portion CHL of the cone is equal to the upper portion of the bowl; likewise the two areas which are the bases of these solids, namely the band and the circle HL, are also equal. Here we have the miracle mentioned above; as the cutting plane approaches the line AB the portions of the solids cut off are always equal, so also the areas of their bases. and as the cutting plane comes near the top, the two solids (always equal) as well as their bases (areas which are also equal) finally vanish, one pair of them degenerating into the circumference of a circle, the other into a single point, namely, the upper edge of the bowl and the apex of the cone. Now, since as these solids diminish equality is maintained between them up to the very last, we are justifying in saying that, at the extreme and final end of this diminution, they are still equal and that one is not infinitely greater than the other. It appears therefore that we may equate the circumference of a large circle to a single point.¹¹⁴

Galileo, EN 75; *Dialogues Concerning Two New Sciences* (1914), 29¹¹³
Galileo, EN 74-75; *Dialogues Concerning Two New Sciences* (1914), 27-28¹¹⁴

כפי שאפשר לראות מההמחשה הגיאומטרית של גלילאו, הקצנה זו של הפרדוקס מבוססת על קביעתו של גלילאו שניתן לראות את סופה של הרגרסיה האינסופית כאילו היא חלק ממנה¹¹⁵. הגבול שאליו מתכנסת הרגרסיה לאינסוף הוא שיוצר את הפרדוקס¹¹⁶. אך גלילאו לא בוחר להימנע מלהגיע אליו. להיפך, גלילאו בוחר לאפיין את הרגרסיה כולה בראי הפרדוקס שמניבה נקודת הגבול שלה. הימנעות מהגעה לנקודת הגבול היתה מביאה את גלילאו לשלול את קיומם של גדלים אינסופיים; תחת זו הוא בוחר להגיע לנקודת הגבול ולהפוך כל גודל סופי לפרדוקסאלי בשל קיומם של גדלים אינסופיים.

עבור גלילאו, העובדה ששאיפה אינסופית מביאה להתלכדות כל הגדלים, סופיים ואינסופיים, לכדי נקודה בודדת, איננה מקרית. מבחינת גלילאו, לא זאת בלבד שהנקודה שווה לאינסוף אלא שהאינסוף מצוי בה יותר מבכל מקום אחר. לשם כך גלילאו עושה שימוש בפרדוקס אריתמטי העוסק ביחס שבין כמות המספרים הטבעיים לבין כמות המספרים שיש להם שורש ריבועי

We must say that there are as many squares as there are numbers because they are just as numerous as their roots, and all the numbers are roots. Yet at the outset we said there are many more numbers than squares, since the larger portion of them are not squares. Not only so, but the proportionate number of squares diminishes as we pass to larger numbers. Thus up to 100 we have 10 squares, that is the squares constitute 1/10 part of all the numbers; up to 10,000 we find only 1/100 part to be squares; and up to a million only 1/1000 part; on the other hand in an infinite number, if one could conceive of such a thing, he would be forced to admit that there are as many squares as there are numbers all taken together.¹¹⁷

שוב, המסקנה העולה גם מפרדוקס זה היא שאין יכולת להשוות בין גדלים אינסופיים, הואיל והם שווים ושונים בו זמנית¹¹⁸. עם זאת, הערך המוסף של הפרדוקס האריתמטי הזה הוא שבאמצעות ניתן לקבל את הרושם שהמאמץ להגיע לאינסוף באמצעות כמות הוא מאמץ סרק. למרות שיבסופו של דבר, כמות המספרים הריבועיים שווה לכמות המספרים הטבעיים, הרי שלאורך ציר ההתקדמות יש פחות ופחות מספרים ריבועיים. המסקנה של גלילאו מכך היא שדווקא האחד קרוב יותר מכל מספר אחר לאינסוף. במילים אחרות, האינסוף שוכן באופן מלא ביותר דווקא ביחידה הבלתי מתחלקת.

I will now say something which may perhaps astonish you; it refers to the possibility of dividing a line into its infinitely small elements by following the same order which one employs in dividing the same line into forty, sixty or a hundred parts, that is, by dividing it into two, four, etc. he who thinks that, by

¹¹⁵ במונחים מודרניים, פירוש הדבר הוא שהמשוואה הדיפרנציאלית מתפוצצת כתוצאה מהתאפסות האינפיניטיסימאלים. משום כך, המעבר משני מעגלים קונצנטריים למעגל ונקודה במרכזו אינו בגדר הקצנה של הפרדוקס. יסודותיו של הפרדוקס הונחו מלכתחילה בבחירה של גלילאו לזהות מעגל כמצולע בעל אינסוף פאות וישר כמורכב מאינסוף נקודות. Galileo, EN 78-79; *Dialogues Concerning Two New Sciences* (1914), 32

¹¹⁷ בשל העובדה שהגדלה של הכמות מביאה באופן פרדוקסאלי להתרחקות מהאינסוף, מסיק גלילאו שהאינסוף נוגד את האינטואיציה של שכלנו הסופי ועל כן בלתי אפשרי להשוות גם בין גדלים אינסופיים (Galileo, EN 80; *Dialogues Concerning Two New Sciences* (1914), 33).

following this method, he can reach an infinite number of points is greatly mistaken; for if this process were followed eternity there would still remain finite parts which were undivided [...] indeed by such a method one is very far from reaching the goal of indivisibility; on the contrary, he recedes from it and while he thinks that, by continuing the division and by multiplying the multitude of parts, he will approach infinity, he is, in my opinion, getting farther and farther away from it [...] we saw that the larger the numbers taken the more sparsely distributed were the squares, and still more sparsely the cubes; therefore it is clear that the larger the numbers to which we pass the farther we recede from the infinite number; hence it follows that [...] if on turning back we shall find that any number can be said to be infinite, it must be unity. Here indeed are satisfied all those conditions which are requisite for an infinite number; I mean that unity contains in itself as many squares as there are cubes and natural numbers.¹¹⁹

לדעת גלילאו ישנו קשר מהותי בין האינסוף לבין האחד הבלתי מתחלק, קשר שבא לידי ביטוי גם בתפיסת הרצף של גלילאו. כפי שראינו, גם את הרצף יש לראות כמורכב אך ורק מאינסוף נקודות בלתי מתחלקות. המאלף בדיון שעורך גלילאו על טיבו של הרצף הוא שגם בו הוא מצליח לעמעם במכוון את המסקנות. מהפרדוקסים המפורסמים של זנון עלה שחלוקה אינסופית היא בעייתית מכיוון שהיא יוצרת מצג של רצף המורכב מאינסוף אפסים. אך גלילאו מקדם דווקא את האפשרות הזו, באופן הבא: חלקי הרצף אינם יכולים להיות אטומים סופיים בגדלם ובלתי מתחלקים. מאחר שניתן לחלק את הרצף באופן אינסופי, חייבת להיות כמות אינסופית של חלקים ברצף, ואם החלקים יהיו סופיים בגודלם גודל הרצף שיתקבל יהיה תמיד אינסופי. לפיכך, חלקי הרצף חייבים להיות אפסיים וחסרי ממד בגדלם, דהיינו נקודות בלתי מתחלקות¹²⁰. משמעות המסקנה הזו היא שגם הטענה שיש ברצף אינסוף חלקים אינה לגמרי מדויקת. זאת מכיוון שאינסוף חלקים אפסיים אינם יכולים להניב רצף. כתוצאה מכך, גלילאו מעמעם גם את משמעותו של האינסוף ברצף:

I think there is, between finite and infinite quantities, a third intermediate term which corresponds to every assigned number; so that if asked whether the finite parts of a continuum are finite or infinite in number the best reply is that they are neither finite nor infinite but correspond to every assigned number [...]. I grant, therefore, to the philosophers, that the *continuum* contains as many finite parts as they please and I concede also that it contains them, either actually or potentially, as they may like.¹²¹

¹¹⁹ Galileo, EN 82-83; *Dialogues Concerning Two New Sciences* (1914), 36-37

¹²⁰ Galileo, EN 80; *Dialogues Concerning Two New Sciences* (1914), 33-34

¹²¹ Galileo, EN 81; *Dialogues Concerning Two New Sciences* (1914), 35-36
כאילו הוא תומך בתפיסת האינסוף כבלתי מוגדר (indefinite), משום שהוא מבקש לאמץ הגדרה שלישית שאינה סופית או אינסופית (Bassler, 1999, 852). כפי שנראה בהמשך, עמדה זו נחשבת כעמדתו המוצהרת של דקארט. בסלר אמנם טורח להבחין בין גלילאו לדקארט על רקע טענתו של דקארט שהבלתי מוגדר נובע ממגבלה אפיסטמולוגית כך שבמציאות יש

מצד אחד, גלילאו רואה את אינסוף הנקודות הבלתי מתחלקות כאינסוף אפסים ולכן, בהתייחס לכמות הנקודות הקיימות ברצף, הוא מדגיש שאין מספר אינסופי¹²². עם זאת, הנקודה מזוהה אצל גלילאו כיחידה בלתי מתחלקת ולא כאפס, ולכן חיבור של כל הנקודות אכן יכול להניב רצף¹²³. מחמת הכפילות הזו, גלילאו מסתייג מייד מקביעתו שאין גדלים אינסופיים ומוסיף בהמשך הקטע שצוטט לעיל דברים מנוגדים בנוגע לאינסוף. כפי שהדגיש קודם לכן, גרסיה לאינסוף פירושה שקיים גודל אינסופי בדיוק כפי שקיימת נקודה אפסית:

But I must add that just as a line ten fathoms in length contains ten lines each of one fathom and forty lines each of one cubit and eighty lines each of half a cubit, etc., so it contains an infinite number of points.¹²⁴

גלילאו מודה שהאינסוף נשגב מבינתנו הסופית אך מערב אותו בכל עניין; הוא מאפיין אותו באופן סינקטגורמטי כאשר הוא רואה את רכיבי הרצף כאפסיים, אך הוא משתמש בדוגמאות המלמדות שמאוסף אינסופי קטגורמטי של נקודות אכן מתקבל גודל נתון. ומעל הכל, מרחף הזיהוי המרתק שעושה גלילאו בין היחידה הבלתי מתחלקת לבין האינסוף, זיהוי המטשטש באחת את הדיון באינסוף מנקודת המבט הכמותית (הנעוצה בחלקי הרצף) וממקם אותו לכאורה אך ורק במישור המטאפיסי של האחדות הבלתי מתחלקת.

Therefore we conclude that unity is the only infinite number.¹²⁵

קשה שלא לקבל את הרושם שנקודת מבטו של גלילאו על האינסוף מעומעמת במכוון. שוב ושוב מתעוררת התחושה שגלילאו מנסה להסביר את עולם התופעות באמצעות פלא רב ככל האפשר. גלילאו עושה מאמץ להצביע על עקבות של האינסוף לא רק בתוך גדלים סופיים אלא אפילו בתוך נקודות, ולחלופין מבסס את הרצף על חלקים שמעצם הגדרתם הם חמקמקים. השילוב בין האינסוף לאחדות הבלתי מתחלקת הוא שילוב של מושגים בלתי מובנים, המצטרפים יחד לכדי פלא אחד גדול.

Infinity and indivisibility are in their very nature incomprehensible to us; imagine then what they are when combined. Yet if we wish to build up a line out of indivisible points, we must take an infinite number of them, and are,

גדלים סופיים או אינסופיים בלבד בעוד וגלילאו נראה כטוען שקיים מצב ביניים אונטולוגי בין הסופי והאינסופי (ibid., 853). אני איני מסכים עם פרשנותו של בסלר, לאור העובדה שבמסגרת העמימות המכוונת של גלילאו הוא מתייחס גם לקיומם של גדלים אינסופיים. כלומר, קטע זה אכן אינו עולה בקנה אחד עם התבטאויות אחרות של גלילאו על האינסוף, אך תפיסת האינסוף של גלילאו קשורה בפרדוקס באופן מכוון ועקרוני.

¹²² "[N]o assigned number is infinite; and thus [...] we may [...] assign [...] any number we may please so long as it be not infinite" (Galileo, EN 81; *Dialogues Concerning Two New Sciences* (1914), 35

¹²³ יחס דואלי שכזה כלפי הנקודות אצל גלילאו יהווה בהמשך את התשתית לבלתי מתחלקים של קוולירי (המשמשים כחלקיקים זניחים ובלתי זניחים בו זמנית), אצל וואליס, ומאוחר יותר גם אצל ניוטון, שפיתח במקביל ללייבניץ את התחשיב האינפיניטסימאלי.

¹²⁴ Galileo, EN 81; *Dialogues Concerning Two New Sciences* (1914), 36. טיעון דומה הפנה יוהן ברנולי כנגד לייבניץ, על מנת להראות שמספר אינסופי של חלקים ברצף מעיד על קיומו של חלק בלתי מתחלק "אחרון" (1698, GM III 563).

¹²⁵ Galileo, EN 83; *Dialogues Concerning Two New Sciences* (1914), 38

therefore, bound to understand both the infinite and the indivisible at the same time.¹²⁶

על פי הפרדוקסים של זנון, חלוקה אינסופית אינה מאפשרת להגיע לייעד הסופי של התנועה (פרדוקס הדיכוטומיה / אכילס והצב) ואילו חלוקה סופית אינה מאפשרת לעבור מנקודה לנקודה במהלך התנועה (פרדוקס החץ / האצטדיון). במילים אחרות, חלוקה אינסופית אינה מאפשרת לסיים את התנועה, וחלוקה סופית אינה מאפשרת להתחיל את התנועה או להמשיך אותה לאחר הרגע הראשון. הפרדוקסים מראים שכל אחת מהאפשרויות בעייתית הואיל והן תלויות זו בזו. שתי האפשרויות יחד סותרות וכך מגיע זנון למסקנה שחלוקה כלשהי (סופית או אינסופית) אינה אפשרית ושהרצף מוכרח להיות חסר חלקים. פילוסופים שונים בחרו באחת משתי האפשרויות, תוך שהם נאלצים להתמודד עם המחיר שאפשרות זו גבתה מהם. גלילאו הוא דוגמא מעניינת לפילוסוף שבחר בשתי האפשרויות בו זמנית. שילוב חלוקה אינסופית עם נקודות בלתי מתחלקות לא רק שאינו מאפשר יציאה מהפרדוקס, אלא מגדיר מראש את הפרדוקס כפתרון הבעיה.

6. רנה דקארט: אינסוף כגודל בלתי-מוגדר

דקארט (1596-1650) היה פילוסוף, פיזיקאי וגיאומטריקון צרפתי בעל השפעה מכרעת על הפילוסופיה והמדע של המאה ה-17. בשנת 1641 כתב דקארט את 'המדיטציות' (או 'הגיונות'), ועבודתו העיקרית, 'עקרונות הפילוסופיה הראשונית', פורסמה בשנת 1644. באמצעות עבודות אלו ביקש דקארט לייסד פילוסופיה ביקורתית חדשה בה שימש הספק כאבן בוחן: דקארט ייחס ממשות אך ורק לדברים שבקיומם לא הצליח להטיל ספק, נמנע מלבחון את טענותיו מנקודת מבט תכליתית וטלאולוגית, וחתר לנסח פיסיקה המבוססת על תנועה, גודל וצורה ולא על שאיפה אריסטוטלית של העצם לצאת מן הכוח אל הפועל. מאמציו להשתחרר מעולם המושגים האריסטוטלי שאותו אימצה הכנסייה מאז אקווינס, הניבו פילוסופיה מכאניסטית שקידמה סדר יום חדש עבור אינטלקטואלים רבים באירופה.

כאמור, היומרה הפילוסופית של רנה דקארט נסבה סביב הקריאה לשחרור מכל הדוגמות המקובלות של המסורת האינטלקטואלית והדתית ויצרה את התוואי לדרך חדשה של חשיבה. דקארט ניסה לחשוב על היש באופן חדש: על היש להיתפס באופן עצמאי ובלתי תלוי בישים אחרים. מסקנתו של דקארט היתה שישנם שני עצמים יסודיים שלא ניתן לצמצמם: כל תופעה חומרית ניתן למצות באמצעות התפשטותה במרחב; כל ישות תבונית ניתן למצות באמצעות רוחה, או מחשבתה. ההתפשטות והמחשבה מבטאים את היסוד הקבוע והבלתי ניתן לצמצום של עולם הישים¹²⁷. הצעד

¹²⁶ Galileo, EN 77-78; *Dialogues Concerning Two New Sciences* (1914), 30

¹²⁷ הזמן הוא בעייתי ואיננו חלק משני העצמים היסודיים האמורים. דקארט האמין בקיומה של חלוקה אינסופית של כל אחד משני העצמים המגדירים את היש, אך באשר לזמן דעות הפרשנים חלוקות. מחד, הוא שב ומתייחס לרגע כיחידה זמנית בלתי מתחלקת בשונה מיחסו לשאר הישים (התפשטות או מחשבה). מאידך, ניתן לומר שגם הזמן מתחלק לאינסוף וכל מומנט בזמן איננו קבוע לעצמו בדיוק באותו אופן שנקודות התפשטות במרחב איננה יציבה. משום כך את השימוש שעושה דקארט ברגע הזמני יש לראות כמקרה קצה או כנקודת גבול של הזמן ולא כחלק אקטואלי שלו. מנקודת המבט של

הבא של דקארט היה להסיק – הן מעצם המחשבה והן מעצם ההתפשטות – שישנו א-לוהים מושלם ואינסופי.

גם אם אין אנו מבינים את כל מה שיש בא-לוהים, אף על פי כן, אין דבר שאותו אנו מכירים באופן כה ברור כאת שלמויותיו [...] כי גם אם אין אנו מבינים אותו, בהיות טבעו של האינסופי כזה שאין מחשבות סופיות יכולות להבינו, בכל זאת אנו תופסים אותו באופן ברור יותר ומובחן יותר משאת הדברים החומריים, שכן בהיותן פשוטות יותר ובלתי מוגבלות, מעורפל הרבה פחות מה שאנו תופסים מהן.¹²⁸

מסקנה זו אודות האינסוף לא נבעה מהכרה שלילית של היש הסופי אלא להיפך, מכך שכל תפיסה של דבר מה סופי היא עצמה שלילה של האינסוף.¹²⁹ זו הסיבה שדקארט מייחס להכרת האינסוף תפיסה מאד "ברורה ומובחנת" כך שהכרה של כל דבר סופי נגזרת ממנה ולכן מעורפלת יותר. ישות אינסופית גם מלאה יותר ושלמה יותר ולכן כל דבר סופי מחויב לנבוע ממנה ולא להיפך.¹³⁰

למעשה, דקארט קושר בין א-לוהים ובין האינסופיות ועל ידי כך מוכיח את קיומו של א-לוהים. מאחר והאינסוף של כל השלמויות הוא מושג ברור ומובחן הקודם למושג שיש לו על עצמו, דקארט מסיק שא-לוהים יוצר ומשמר את קיומו הוודאי שלו עצמו.¹³¹ קיומו של א-לוהים בשיטתו הפילוסופית של דקארט הכרחי. אלמלא א-לוהים דקארט היה נותר עם מעט מאוד וודאות בנוגע למושגים הכלליים וחסרי הפרטים של עצם ההתפשטות ועצם המחשבה. הבנת יחסי התלות של שני העצמים היסודיים בקיומו של א-לוהים היא חיונית להבנת תפקיד האינסוף בשיטתו של דקארט, כפי שנראה בהמשך.

על אף שדקארט ממהר לתאר את א-לוהים כאינסופי, הוא נמנע באופן שיטתי מלעשות שימוש באינסוף על מנת לתאר דברים נוספים:

It should be observed that I never use the 'infinite' to signify the mere lack of limits (which is something negative, for which I have used the term 'indefinite') but to signify a real thing, which is incomparably greater than all those which are in some way limited.¹³²

א-לוהים אין משמעות לנקודת גבול זמנית של משך כלשהו באותו אופן שאין משמעות לנקודת הגבול של קו, שטח או נפח מבלי לצרף אליה את הגוף שאותו היא מגבילה (Garber 1987, 571). העמימות בנוגע לזמן אינה מוכרחה להיות חריגה משום שגם החלוקה האינסופית של עצם ההתפשטות עצמו רחוקה מלהיות ברורה אצל דקארט (Kirby 1993, 139-140).

¹²⁸ דקארט, עקרונות הפילוסופיה, חלק א', 19.

¹²⁹ "Moreover, it is false that the infinite is understood through the negation of a boundary or limit; on the contrary, all limitation implies a negation of the infinite (Descartes, *Reply to Gassendi*; AT VII 365, CSM II 252); "It is quite true that we do not understand the infinite by the negation of limitation; and one cannot infer that, because limitation involves the negation of infinity, the negation of limitation involves knowledge of the infinite. What makes the infinite different from the finite is something real and positive" (August 1641, *Descartes to Hyperapistes*; AT V 427, CSM III 192)

¹³⁰ דקארט, הגיונות, פרק ג', עמ' 74 ; 84-89.

¹³¹ דקארט, עקרונות הפילוסופיה, חלק ב', 20.

¹³² 23 April 1649, *Descartes to Clerelier*; AT V 355-356, CSM III 377

מדברים אלו עולה שדקארט מעוניין ליחס לאינסוף משמעות חיובית הקשורה בישות ממשית, ואילו ה"בלתי מוגדר" קשור באי ידיעת גבול ותו לא. תיאור מפורט מעט יותר בעניין זה מופיע בהתייחסותו של דקארט להיבטיו האינסופיים של המרחב החומרי:

I do not say that the world is *infinite* but only that it is *indefinite*. There is quite a notable difference between the two: for we cannot say that something is infinite without a reason to prove this such as we can give only in the case of God; but we can say that a thing is indefinitely simple if we have no reason which proves that it has bounds [...]. Having then no argument to prove, and not even being able to conceive, that the world has bounds, I call it *indefinite*. But I cannot deny on that account that there may be some reasons which are known to God though incomprehensible to me; that is why I do not say outright that it is *infinite*.¹³³

לדעת דקארט, לא נוכל להשיג ידיעה ברורה ומובחנת על כך שדבר מה הינו חסר גבולות. לכל הפחות נוכל לומר שאין לנו כל סיבה לחשוב שיש לו גבול, כפי שמראה דקארט לעיל בעניין ההתפשטות החומרית. וכך, בעוד וא-לוהים קשור באינסופי באופן ברור ומובחן יותר מכל דבר אחר, אנו בכל זאת מנועים מלדון באינסוף אלא רק ב'בלתי מוגדר'. במילים אחרות, דקארט נוהר מלקבוע קביעה אונטולוגית בנוגע לאינסוף ומתמקד במגבלה האפיסטמולוגית לזהות ולאתר אותו. משמעות קביעה זו היא שייתכן שישנו אינסוף ממשי מלבד א-לוהים אך אין ביכולתנו לאתר אותו או לאפיין אותו ככזה.¹³⁴ בעקרונות הפילוסופיה שלו דקארט אכן שומר על ההגבלות שקבע לעצמו:

אין צורך לנסות ולהבין את האינסופי, כי אם רק לחשוב, שכל מה שבו אין אנו מוצאים גבולות הוא בלתי מוגדר. כך לא נטריד עצמנו לעולם בויכוחים על האינסופי [...] על כן לא נטרר להשיב לאלה, השואלים אם מחציתו של קו אינסופי היא אינסופית ואם המספר האינסופי הוא זוגי הוא אי זוגי, ודברים דומים אחרים. כי נראה שרק אלה המדמים לעצמם שרוחם היא אינסופית אמורים לבחון קשיים כאלה.¹³⁵ ואשר לנו, בראותנו דברים, שמבחינות מסוימות אין אנו מגלים בהם גבולות, לא נקבע בוודאות בשל כך שהם אינסופיים, אלא רק נעריך שהם בלתי מוגדרים. כך, מאחר שאין ביכולתנו לדמיין שטח גדול עד כדי כך שלא נתפוס באותה העת כי ייתכן גדול ממנו, נאמר ששטח הדברים האפשריים הוא בלתי מוגדר. ומאחר שלא ניתן לחלק גוף לחלקים קטנים עד כדי כך שלא ניתן יהיה לחלק כל אחד מחלקיו לאחרים, קטנים יותר, נחשוב שהכמות ניתנת לחלוקה לחלקים שמספרם בלתי מוגדר. כך גם, מאחר שאין ביכולתנו לדמיין כוכבים במספר כה רב, עד שלא יהיה לאל ידו של א-לוהים לברוא מהם עוד, נניח שמספרם הוא בלתי מוגדר, וכך הלאה.

¹³³ 6 June 1647, *Descartes to Chanut*; AT V 51-52, CSM III 320

¹³⁴ כפי שאראה בהמשך, לנקודה זו השלכה חשובה כלפי יחסו של דקארט לאינסוף האקטואלי.

¹³⁵ "I have read M. Morin's book. Its main fault is that he always discusses the infinite as if he had completely mastered it and could comprehend its properties. This is an almost universal fault which I have tried carefully to avoid." (28 Jan. 1641, *Descartes To Mersenne*; AT III 293, CSM 171-172)

ונכנה דברים אלה בלתי מוגדרים ולא אינסופיים, על מנת להשאיר את השם אינסופי לא-לוהים לבדו. זאת, מפני שאין אנו מגלים גבולות בשלמויותיו, כמו גם מפני שאנו בטוחים מאד, כי לא ייתכנו בהן. אשר לדברים האחרים, אנו יודעים כי אין הם מושלמים כך באופן מוחלט, מפני שגם אם אנו מגלים בהם לעיתים תכונות הנראות לנו בלתי מוגבלות, אין אנו יכולים שלא להכיר בכך, שהדבר נובע מחסרונו של שכלנו ולא מטבעם.¹³⁶

דוגמאות השונות שמביא דקארט למה שניתן לכנותו 'בלתי מוגדר' הן כולן כמותיות ומבוססות על חלקים. התפשטות, חלוקה או מנייה הן דוגמאות המלמדות שה'בלתי מוגדר' של דקארט קשור ביכולת להוסיף חלקים ללא סוף.¹³⁷

I notice that, when I count, I cannot reach a largest number, and hence I recognize that there is something in the process of counting that exceeds my powers.¹³⁸

דוגמאות אלו מביאות אותנו כעת לבחון את שני העצמים היסודיים, ההתפשטות והמחשבה, שהינם בלתי מוגבלים אך בהעדר הוכחה או ודאות "ברורה ומובחנת" אנו נאלצים להימנע מלראותם כאינסופיים אלא רק כבלתי-מוגדרים. כניסה עמוקה יותר לשיטתו הפילוסופית של דקארט תאפשר לנו להבין מדוע עצם ההתפשטות ועצם המחשבה אינם יכולים להיחשב אינסופיים אצל דקארט. ההתפשטות היא אינסופית דהיינו בלתי מוגדרת בטבעה, ולכן עצם ההתפשטות אצל דקארט מאפיין בו זמנית את החומר ואת המרחב המלא לחלוטין שבו מצוי החומר.¹³⁹ הואיל וההתפשטות עצמה היא אינרטיית על דקארט למצוא סיבה מלבד ההתפשטות שתאפשר היווצרות של גופים נפרדים, תאפיין את השונות ביניהם ואף תסביר שינויים בגופים אלה. את המקור לכל אלה מייחס דקארט לתנועה.¹⁴⁰ כך יוצא שהתנועה הפיסית הופכת אצל דקארט להיות המקור הסיבתי למכלול השינויים בעולם התופעות.¹⁴¹

¹³⁶ דקארט, עקרונות הפילוסופיה, חלק א', 26-27.

¹³⁷ לאור ההבחנות שהופיעו כבר אצל אקווינס במשמעויותיו השונות של האינסוף (ובהמשך אצל דונס סקוטוס וביעקר סוארוז – ראו Barbone 1995, 24-26), דקארט יכול היה לומר שההבדל בין ה'בלתי מוגדר' לאינסופי הוא כהבדל שבין האינסוף הכמותי שלעולם אינו שלם לבין האינסוף המטאפיסי שאינו מכיל חסרון, שלילה או חלקים סופיים. לשם מה יוצר דקארט את ה'בלתי מוגדר' אם הקטגוריה הזו כבר קיימת כאחת המשמעויות הידועות של מושג האינסוף? העובדה שדקארט אינו מבחין בין משמעויות שונות של האינסוף אפשר שמצביעה על כך שלדקארט ישנו עניין מיוחד להתייחס לאינסוף כבלתי נגיש ולהרחיק אותו מכפי כוחה של התבונה האנושית.

¹³⁸ Descartes, AT VII 139; trans. by Levey 1998, 75

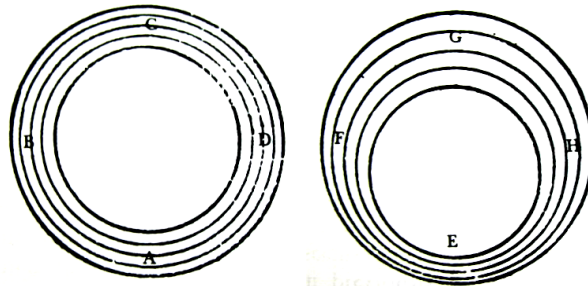
¹³⁹ "The whole universe of corporeal substance has no limit to its extension. For no matter where we imagine the boundaries to be, there are always some indefinitely extended spaces beyond them, which we not only imagine but also perceive to be imaginable in a true fashion, that is, real. And it follows that these spaces contain corporeal substance which is indefinitely extended." (Descartes, *Principles*, part II, art. 21; AT VIII 52, CSM I 232)

¹⁴⁰ דקארט, עקרונות הפילוסופיה, חלק ב' 23.

¹⁴¹ "Motion is quite crucial to the Cartesian physics; all there is in body is extension, and the only way that body can be individuated from one another for Descartes is through motion. In this way, it is motion that determines the size and shape of individual bodies, and, thus, motion is the central explanatory principle in Descartes' physics" (Garber 1992, 303)

על פי דקארט, ישנה כמות כללית של תנועה שמתחלקת באופן אקראי בחומר המתפשט. תנועה זו מביאה לתזוזות ולשינויים במצבו ההומוגני של החומר המתפשט, וכתוצאה מכך נוצרים חלקים שונים ומובחנים של חומר. כל חלק חומר שמקבל תנועה כלשהי נכנס למצב מוגדר של מהירות וכיוון, בהתאם להשפעת כמות התנועה שקיבל על גודלו וצורתו. שאר החומר שלא קיבל תנועה נשאר משולל מהירות או כיוון, למרות שכתוצאה מהדיפרנציאציה שמסביבו גם הוא מקבל צורה וגודל. ע"י כך מתקבלים גופים נפרדים נחים או נעים. מכיוון שהמרחב מלא לחלוטין, התנועה אינה נפסדת אלא נשמרת במסגרת הכללית של החומר המתפשט (כלומר עד אינסוף). איזו תנועה יכולה להיות במצב דחוס ומלא שכזה? התנועה היחידה האפשרית בתנאים כאלו היא מערבולת.

I noted above that every place is full of bodies, and that the same portion of matter always takes up the same amount of space, so that it is impossible for it to fill a greater or lesser space, or for any other body to occupy its place while it remains there. It follows from this that each body can move only in a complete circle of matter, or ring of bodies which all move together at the same time: a body entering a given place expels another, and the expelled body moves on and expels another, and so on, until the body at the end of the sequence enters the place left by the first body at the precise moment when the first body is leaving it.



We can easily understand this in the case of a perfect circle, since we see that vacuum and no rarefaction or condensation is needed to enable part A of the circle to move towards B, provided that B simultaneously moves towards C, C towards D and D towards A. But the same thing is intelligible even in the case of an imperfect circle however irregular it may be, provided we notice how all the variation in the spaces can be compensated for by variations in speed.¹⁴²

התנועה הסימולטאנית של כל חלקי החומר אינה אפשרית מבלעדי א-לוהים. רק כוח חיצוני לחומר יכול לגרום לו לדחוף לפתע את הסביבה הנייחת שלו, לזוז ממקומו ולפנות אותו לחלקיק חומר אחר. הרגע הראשון חייב להיות מטאפיסי ולא פיסיקאלי-מכאני¹⁴³.

אולם, אחרי הרגע הראשון, כיצד ימשיכו הגופים לנוע? כיצד במצב דחוס ומלא שכזה ניתן לפקח שהתנועה בכללותה תישמר? הרי בסיומו של הרגע, לאחר שכל הגופים שינו את מקומם ביחס

Descartes, *Principles*, part II, art. 33; AT VIII 58-59, CSM I 237-238¹⁴²
Anderson 1976, 216¹⁴³

לסביבתם הקודמות (המצויה במנוחה) שוב המערכת כולה בשיווי משקל ובאיזון. מה מביא את כל הגופים לשוב ולנוע בתנועת מערבולת נוספת? החומר אינו פועל או נע מעצמו. ההתפשטות כשלעצמה משוללת כוח, היא אינרטיית ומבטאת בצמצום את מהות החומר בהיותה תופסת מקום, בעלת ממדים ותו לא. עצם ההתפשטות, המהווה יסוד לא רק לחומר אלא גם למרחב (שכולו מלא חומר), אינו יכול להתקיים אלא לרגע אחד בלבד.

מן העבר השני, גם עצם המחשבה נתקל באותה הבעיה בדיוק. דקארט מסיק שהמחשבה היא הגדרת היסוד של אחד משני העצמים האלמנטאריים מכך שללא קשר לתוכן החשיבה העובדה שהוא חושב מוכיחה את קיומו. גם אם מחשבתו אינה אלא אשליה, היא בעליל מלמדת על כך שקיים עצם החווה אשליה כזו. אך ישנו חסרון ברור לכך שאת קיומו תולה דקארט בקיומה של מחשבה מודעת:

מוצא אני שהמחשבה היא תואר שהוא שייך לי; רק היא בלבד אי אפשר לה להיות מופרדת ממני. אני קיים. אני נמצא: דבר זה הוא וודאי. אך למשך איזה זמן? הוה אומר, כל זמן שאני חושב. כי יתכן שאילו הייתי פוסק מלחשוב, הייתי פוסק גם מלהיות או מלהימצא.¹⁴⁴

עצם המחשבה קיים באופן וודאי על פי דקארט רק ברגע שהוא חושב על קיומו העצמי. עוצמתו של טיעון הקוגיטו מבוססת על מחשבה מסדר שני המעסיקה את עצמה בנוגע לקיומה של מחשבה (או כל מצב מנטאלי) מסדר ראשון. מצב של שינה למשל הגורר העדר מודעות מסדר שני מביא לקריסת הטיעון ולשלילה ספקנית של קיום עצם המחשבה. זאת ועוד, גם אם יבליח רגע נוסף של מודעות לקיומה של מחשבה, הרי שבכוחה של המחשבה לבסס את וודאות קיומה רגעים רגעים, אך אין לה את היכולת לקשור רגעים אלה יחד. נמצא ששיטתו של דקארט מתבססת על אי יכולתו של כל אחד משני העצמים, המחשבה או ההתפשטות, להתמיד במצבו מעבר לרגע נתון.

כך מגיע דקארט למסקנה שהמוצא היחיד לבעיית הרצף בזמן היא מעורבות בלתי פוסקת של הא-ל בהתרחשויות. היות והחומר כשלעצמו הוא אינרטי ולכן סטטי, והמחשבה, דינאמית ככל שתהיה, מתייחסת למצב נתון בלבד, הרי שכל תפיסת הרצף שלנו מתאפשרת בזכות התערבות תמידית של הא-ל, המקשרת בין רגע אחד למשנהו. אלמלא היא, מושג הרצף לא היה קיים לגבינו, לא ביחס לקיום דברים סטטיים המתמשכים בזמן, ובוודאי שלא ביחס לשינויים. אלמלא מעורבותו של א-לוהים ההתפשטות החומרית אינה יכולה להתקיים יותר מרגע זמני אחד חולף¹⁴⁵. גם קיומו הרצוף של האדם, המוגדר כיצור המכיל מחשבה והתפשטות יחד, מותנה בהכרח בקיומו של אל "המניע" אותו ומאפשר הן קיום רצוף של גופו המתפשט והן תודעה רצופה של מחשבתו:

הזמן כולו שאני חי בו ניתן להיחלק למספר אינסופי של חלקים, שכל אחד מהם אינו תלוי בשום אופן באחרים. וכך, מתוך שהייתי במציאות לפני זמן מועט, אינו יוצא כלל שאני צריך להיות במציאות גם כעת, אם אך אין איזו סיבה היוצרת והבוראת אותי ברגע זה, אם אפשר לומר, בריאה חדשה, כלומר מקיימת אותי. ואמנם זה דבר ברור מאד ומוכח יפה (לכל מי שיתבונן בתשומת לב בטבעו של הזמן), שהעצם, כדי להיות מקוים

¹⁴⁴ דקארט, הגיונות, פרק ב, עמ' 46-47.

¹⁴⁵ "when I examine the idea of body, I perceive that it has no power in itself through which it can produce or conserve itself" (Descartes, AT VII 118; CSM II 84)

בכל רגע ורגע של התמדתו, זקוק הוא לאותו הכוח ולאותה הפעולה שהיו נחוצים כדי ליצור ולברוא אותו בריאה חדשה לגמרי כאילו לא היה עדיין במציאות כלל. וכך מראה לנו האור הטבעי בברור שהקיום והבריאה נבדלים זה מזו רק מבחינת דרכי מחשבותינו אך לא למעשה.¹⁴⁶

מתקבל אפוא ניגוד חריף בין הרציפות והיציבות המאפיינות את א-לוהים האינסופי לבין הקיפאון המקוטע המאפיין את המציאות על שני העצמים המכוננים אותה.¹⁴⁷ דומה שקיים קשר הדוק בין אמונתו הדתית של דקארט באל נצחי בלתי משתנה לבין יחסו לחוק שימור התנועה המטאפיסי: כל התנועות הקיימות במציאות יישארו בתוך מסגרת קבועה שמאפשר הא-ל¹⁴⁸. אם כך, עקרון שימור התנועה אינו נובע רק מהגישה המכאניסטית שברקע הפילוסופיה של דקארט, אלא מייחוס קביעות ויציבות לפעילותו של הא-ל. הא-ל מכניס בכל רגע מחדש את אותה תנועה לעולם. לחלופין, כאשר בוחנים את הפיסיקה של דקארט ניתן לראות את עקבות הרגעיות המקוטעת וחסרת הרצף. תנועת הגוף הינה למעשה עוד ועוד מצבים רגועים, שבזכות כוחו החיצוני של הא-ל מתופעלים באופן רציף הנתפס כתנועה; כאשר מופעל כוח א-לוהי לשימור נייחותו הסטטית של הגוף, מתקבל מצב של מנוחה¹⁴⁹. מאחר ולאמיתו של דבר הגוף קיים רק רגע אחד קצרצר בו אין הבדל בין תנועה למנוחה, על דקארט לנסח את ההבדל שבין מנוחה לתנועה באמצעות מהירות רגעית או נטייה רגעית לנוע¹⁵⁰. העובדה שנטייה כזו יכולה לבוא לידי ביטוי בחלקיק אפסי של זמן היא הסיבה שדקארט רואה את התנועה הישרה כתנועה הפשוטה והיסודית, למרות שבפועל, בשל תיאור המערבולת, התנועה במרחב ההתפשטות הבלתי מוגדר בגודלו היא מעגלית¹⁵¹.

¹⁴⁶ דקארט, הגיונות, פרק ג', עמ' 92; כמו כן: " [...]בהיות [הזמן] כזה, שחלקיו אינם תלויים זה בזה ולעולם אינם קיימים ביחד, אין נובע בהכרח מכך שאנו קיימים עכשיו, שנהיה קיימים ברגע הבא, אם סיבה כלשהי, דהיינו: זו שיצרה אותנו, לא תמשך לייצר אותנו, כלומר: לא תשמר אותנו. ואנו יודעים בנקל, כי אין בנו כוח, אשר בעזרתו אנו יכולים להתקיים או לשמר את עצמנו אף לרגע אחד, וכי מי שכוחו כה רב עד כי הוא גורם לנו להתקיים מחוצה לו ומשמר אותנו, חייב לשמר את עצמו, או ליתר דיוק, אינו צריך להשתמר על ידי אף אחד, יהיה אשר יהיה, ולבסוף – שהוא א-לוהים" (דקארט, עקרונות הפילוסופיה, חלק א', 21).

¹⁴⁷ עמדה זו מופיעה גם בנוגע לשאלה האם העולם נברא או שהוא קדום: דקארט טוען שההבטחה הדתית להישארותה של הנפש מוכיחה שזמן עתיד הוא נצחי, אך אין ביכולתה ללמד דבר על זמן עבר, ולכן האפשרויות של רגע בריאה או עבר אינסופי הן שקולות. אין קשר בין עתיד לעבר משום שהזמן אינו רציף: "No one infers from the infinite duration which the world must have in the future that it must have been created from all eternity; because every moment of its duration is independent of every other." (6 June 1647, *Descartes to Chanut*, AT V 53, CSM 320)

¹⁴⁸ דקארט, עקרונות הפילוסופיה, חלק ב' 36.

¹⁴⁹ דקארט, חוק הטבע הראשון, עקרונות הפילוסופיה, חלק ב' 37.

¹⁵⁰ דקארט, חוק הטבע השני, עקרונות הפילוסופיה, חלק ב' 39.

¹⁵¹ "Of all motions, only a motion in a straight line is entirely simple and has a nature which may be wholly grasped in an instant. For in order to conceive such motion it suffices to think that a body is in the process of moving in a certain direction, and that this is the case at each determinable instant during the time it is moving. By contrast, in order to conceive circular motion, or any other possible motion, it is necessary to consider at least two of its instants, or rather two of its parts, and the relation between them [...] I am not saying that rectilinear motion can take place in an instant, but only that everything required to produce it is present in bodies at each instant which might be determined while they are moving, whereas not everything required to produce circular motion is present [...]. According to this rule, then, it must be said that God alone is the author of all the motions in the world in so far as they exist and in so far as they are rectilinear." (Descartes, *The World*, Ch. 7; AT XI 45-46, CSM I 96-97)

הניגוד החרף בין אינסופיותו של א-לוהים לבין מוגבלותו של המחשבה וההתפשטות הוא הסיבה לכך שדקארט בחר לראות תהליכים אינסופיים במציאות כבלתי נגישים לתודעה אנושית. העצם החושב אינו יכול לתפוס את תהליך חיבורם של חלקים לאינסוף, מכיוון שהוא בעצמו אינו יכול להתקיים מעבר למומנט רגעי קצרצר בזמן. תהליך קיומו הרצוף – המורכב גם הוא מאינסוף רגעים – מצוי מעבר לכוחותיו, ובאופן דומה כל תהליך אינסופי הוא "בלתי מוגדר" עבורו.

אולם התלות החזקה של שני העצמים בפעילותו הרצופה של א-לוהים יכולה להיות גם חרב פיפיות; היא עלולה ליצור מצבים שלא יהיה מנוס מלהגדירם כאינסופיים בשל מעורבות הא-ל בהם. כאמור, דקארט אינו מוצא שום סיבה להאמין שישנו גבול לעצם ההתפשטות, ומסיבה זו בדיוק הוא מדיר את עצמו מבירור מדוקדק אודותיו. המינימום שדקארט קובע ביחס להתפשטות הוא שהיא בלתי-מוגדרת בכל הממדים שלה. ניתן להוסיף עוד להתפשטות ולעולם לא להגיע לגודל מקסימאלי המגביל את ההתפשטות¹⁵², ומאידך ניתן לחלק אותה לאינסוף חלקים ולעולם לא להגיע לגודל מינימאלי המגביל את החלוקה¹⁵³. ברם, כאשר דקארט מתאר את תנועת המערבולת כתנועה המתרחשת בו זמנית בכל החלקיקים המרכיבים את מרחב ההתפשטות, הוא נכנס לבעיה של חלוקה אינסופית אקטואלית של החומר. מכיוון שתנועה של חלקיק אחד במרחב ההתפשטות מחייבת תנועה של כל החלקיקים האחרים, מתקבלים אינסוף חלקים שקיומם אינו יכול להיות פוטנציאלי בלבד משום שעליהם לקחת חלק ממשי בתנועה הכוללת. מה שמשלים את הקושי הוא שתנועה זו מוכרחה להסתיים לאחר רגע (באמצעות הגעת החלק האחרון למקומו של הראשון) ולכן ישנו אילוץ המחייב את קיומם האקטואלי של כל מרכיבי המרחב החומרי. כדאי לשים לב שעל מנת לקבל אינסוף אקטואלי אין צורך שכל חלקיקי המרחב האינסופי יהיו מעורבים בתהליך ההתחלקות או התנועה. די בכך שקטע נתון של חומר (ויהא זה קטע מינימאלי ביותר) יהיה מצוי בתנועת מערבולת פנימית: חלוקה אינסופית של הקטע מניבה כמות אינסופית של חלקיקים הדוחפים זה את זה באופן המסיים לאחר רגע את התנועה. פירוש הדבר שתיאור תנועת המערבולת הינו טיעון המוכיח את קיומו של **אינסוף אקטואלי** של חלקיקים. אין זו כמות 'בלתי-מוגדרת' בלבד, מאחר והטיעון מבוסס על קיומו של חלקיק 'אחרון'. כלומר מדובר בכמות בלתי-מוגדרת שכולה אקטואלית. זהו מצב בלתי אפשרי מבחינה לוגית. מעבר לכך, הקביעה שכל החלקים מוכרחים להיות אקטואליים אינה מתיישבת עם אי היכולת שלנו לדעת את מאפייני החלוקה האינסופית בגינה אנו מתייחסים אליה כאל בלתי-מוגדרת. דקארט מבחין ללא ספק במסקנה הבעייתית שמניבה פילוסופיה כשלו המבקשת ככל יכולתה להימנע מלעסוק באינסוף. אך הוא בכל זאת אינו שולל אותה. שימו לב לאזכורו החרף של המונח 'אינסוף' כאן:

It must, however, be admitted that in the case of this [complete circle] motion we come upon something the truth of which our mind perceive, while at the same time being unable to grasp exactly how it occurs. For what happens is *an infinite, or indefinite* division of the various particle of matter; and the resulting subdivisions are so numerous that however small we make a particle

¹⁵² דקארט, עקרונות הפילוסופיה, חלק ב, 21.

¹⁵³ דקארט, עקרונות הפילוסופיה, חלק ב, 20.

in our thought, we always understand that it is in fact divided into other still smaller particles.¹⁵⁴

We cannot grasp in our thought how this indefinite division comes about, but we should not therefore doubt that it occurs. For we clearly perceive that it necessarily follows from what we know most evidently of the nature of matter, and we perceive that it belongs to the class of things which are beyond the grasp of our finite minds.¹⁵⁵

דקארט טוען שהעובדה שאין לנו אפילו יכולת להעלות על דעתנו אינסוף אקטואלי אינה יכולה לשלול את עובדת קיומו. וזוהי הנקודה שדקארט מבצע מהלך לולייני: הוא עושה שימוש בחוסר היכולת שלנו להבין את האינסוף בכדי לטעון טענה חיובית בעייתית על האינסוף – וטענה בשבח אינסוף אקטואלי היא בפירוש בעייתית הגם שדקארט נמנע מלהכיר בסתירה הפנימית הטמונה בה. כאשר מור שואל אותן ישירות בנוגע לסתירה הפנימית הטמונה באינסוף האקטואלי, דקארט משיב באופן עמום. לדבריו, אם משהו נתפס על ידנו כאפשרי, ברור שא-לוהים מסוגל לבצעו (למשל, האטום אינו אפשרי משום שאפשרות של חלוקה תמיד קיימת), ואי יכולת א-לוהית בהקשר הזה פירושה חיסרון בשלמותו של הא-ל. מאידך, אם משהו נתפס על ידנו כבלתי אפשרי מובן שא-לוהים אינו יכול לבצעו, ואי יכולת א-לוהית בהקשר הזה איננה חסרון בשלמותו של הא-ל.¹⁵⁶ מטבע הדברים ניתן היה להניח שאינסוף אקטואלי הוא דוגמא אופיינית לסתירה פנימית ולכן בלתי אפשרי שא-לוהים יממש מצב כזה. אך דקארט בכל זאת טוען שא-לוהים יכול לערוב לחלוקה בלתי-מוגדרת של החומר. הוא מפנה את מור לסעיף 34 בחלקו השני של 'עקרונות הפילוסופיה' שלו, בהצביעו על תיאור המערבולת כתיאור המכיל מצב שברור שהוא אינו יכול להבינו אך גם אין לאל ידו לקבוע אם הא-ל מנוע מלממשו:

The case is different with the divisibility of matter; for though I cannot count all the parts into which it is divisible (and which I say are on that account indefinite in number), yet I cannot assert that their division by God could never be completed, because I know that God can do more things that I can encompass within my thought. Indeed I agree in article 34 that such indefinite division of certain parts of matter sometimes actually takes place [...] God is the only thing I positively understand to be infinite, as to other things like the extension of the world and the number of parts into which the matter is divisible, I confess I do not know whether they are absolutely infinite; I

Descartes, *Principles*, part II, art. 34; AT VIII 59-60, CSM I 239 (my italic)¹⁵⁴

Descartes, *Principles*, part II, art. 35; AT 60, CSM I 239¹⁵⁵

"If we judge that it cannot be divided by God, we shall judge that God cannot do one of the things which we perceive as possible. But we do not in the same way perceive it to be possible for what is done to be undone – on the contrary, we perceive it to be altogether impossible, and so it is no defect of power in God not to do it" (5 Feb. 1649, *Descartes to More*; AT V 273, CSM III 363)¹⁵⁶

merely know that I know no end to them, and so, looking at them from my own point of view, I call them indefinite.¹⁵⁷

דקארט מדגיש שיייתכן שההתפשטות המרחבית עומדת בקריטריונים של האינסוף האקטואלי, אך לטענתו אין לו את הכלים התבוניים בכדי לשפוט בעניין. תחת זאת הוא ממשיך ולטעון בתוקף שאין וודאות אלא בעניין קיומו של גבול, דהיינו בזיהוי ההתפשטות כבלתי מוגדרת. התפשטות חומרית אטומית בלתי מתחלקת היא בלתי אפשרית מבחינתו של דקארט. לעומת זאת האינסוף האקטואלי, שדקארט אינו מעוניין לראותו כבלתי אפשרי, הוא בלתי נגיש לתבונה האנושית. דקארט בוחר באפשרות השנייה, ובכך מונע מעצמו באופן מכוון מלהבין את ההסבר שהוא עצמו מספק לטיבה של הממשות. התנועה, שבאמצעותה מבקש דקארט להסביר את המציאות, לא רק שקשורה באינסוף אלא ממש מבוססת על קיומו של אינסוף אקטואלי שאין בכוחה של התבונה האנושית להבין. בדומה לתפיסתו הפילוסופית של גלילאו בנוגע לחשיבותו של הנס והפלא, מכוון גם דקארט את ההסבר המדעי על בסיס מעורער של אי הבנה בלתי נמנעת הכרוכה באינסוף אקטואלי שאותו לא ניתן להכיר.

לאור זאת, נכון יהיה לומר שדקארט פותר את פרדוקס התנועה של זנון באמצעות פרדוקס אחר. זאת מכיוון שדקארט סבור שהאינסוף האקטואלי הוא הפתרון הפשוט לפרדוקסים של זנון, על אף שמפתרון כזה נמנעו מרבית האינטלקטואלים שעסקו בנושא מאז ימי פרמנידס. דקארט טוען שחלוקת חומר היא 'בלתי-מוגדרת', אך בכל זאת מניח שקיים שלב 'אחרון' שבו מצליח הסוס (או אכילס) לחלוף על פני הצב. שימו לב לכך שבמהלך הצגת הפתרון דקארט עושה שוב שימוש חריג בביטוי 'אינסוף'. הפעם הוא גם מדגיש שמדובר באינסוף אקטואלי או במספר אינסופי של חלקים/שלבים אקטואליים¹⁵⁸:

The Achilles of Zeno is not difficult to solve if you bear in mind what follows. If you add to the tenth part of a certain quantity the tenth of that tenth, which is hundredth, and then the tenth part of this latter, which is a thousandth of the first, and so *ad infinitum*, all these tenths, though supposed to be really infinite, add up only to a finite quantity, namely a ninth of the first quantity [...] if you continue indefinitely to take away from the [one] side [of a given line] a tenth of what you took away beforehand, and eight times as much from the other side, you will always find that there will remain, between the two

¹⁵⁷ *Ibid.*, CSM III 364

¹⁵⁸ בתכתובת מוקדמת מאד טוען דקארט שגדלים אינסופיים אינם בהכרח שווים. משמעות טענה זו אינה שישנם גדלים אינסופיים שונים אלא שגדלים אינסופיים פשוט מצויים מחוץ לאמות המידה של התבונה כך שלא ניתן לומר אם הם שווים או שונים. אולם גם בנקודה זו דקארט אינו שולל את האפשרות שגדלים אינסופיים קיימים: "You said that if there were an infinite line it would have an infinite number of feet and of fathoms, and consequently that the infinite number of feet would be six times as great as the number of fathoms. I agree entirely. 'Then this latter number is not infinite' I deny the consequence. 'But one infinity cannot be greater than another' Why not? Where is the absurdity? Especially if it is only greater by a finite ratio, as in this case, where multiplication by six is a finite ration, which does not in any way effect the infinity. In any case, what basis have we for judging whether one infinity can be greater than another or not? It would no longer be infinity if we could grasp it." (15 April 1630, *Descartes to Mersenne*; AT V 146-147, CSM III 23)

last lines that you have taken away, a tenth of the whole line from which they have been taken away; and from that tenth you will always be able to take away further lines in the same way. But if you suppose that this has been done an actually infinite number of times, then nothing at all will remain between the two last lines which have thus been taken away [...]. The answer is that it is true that the horse will never overtake [the tortoise] while traveling that league and that tenth of a league [...] and so on, but it does not follow from this that it will never overtake it, because the tenth and the hundredth and the thousandth only add up to a ninth of a league, at the end of which the horse will start to be in the lead.¹⁵⁹

הפתרון של דקארט לפרדוקסים של זנון הוא פרדוקסאלי בעצמו מכיוון שהוא מניח חלוקה אינסופית אך גם שקיים חלק אחרון 'בלתי-מתחלק'. למעשה, זוהי גם גישתו של גלילאו. לאמיתו של דבר, ישנו הבדל חשוב מאוד בין גלילאו לדקארט בעניין זה כמו גם בעניין היחס לאינסוף. גלילאו נכנס באופן מודע לפרדוקסים שיוצר האינסוף ומגדיר רגרסיה אינסופית באמצעות נקודת הגבול הפרדוקסאלית שלה. דקארט לעומתו חותר לוודאות "ברורה ומובחנת" ולכן עושה מאמץ להימנע מלדון בטיבו של האינסוף. בניגוד לגלילאו, דקארט אינו מכיר בתוצאה הפרדוקסאלית שיוצר האינסוף בשיטתו.

למרות הכחשותיו המפורשות של דקארט, האינסוף האקטואלי משאיר עקבות ברורים בשיטתו הפילוסופית. כאשר מצמיד דקארט את האינסוף למושג הא-ל בכדי להוכיח את קיומו של האחרון, הוא מתאר אותו כ"אינסופי בפועל במדרגה גבוהה כל כך, ששום דבר אינו יכול להתווסף על שלמותו הנעלה מכל"¹⁶⁰. מכיוון שדקארט מדגיש את הפער בין האינסוף לבין הבלתי-מוגדר, סביר להניח שהאינסוף המאפיין את הא-ל איננו כמות אינסופית של חלקים אלא אינסוף מטאפיסי משולל חלקים הקשור ביש מושלם "נצחי, בלתי מתחלף, בלתי תלוי בזולתו, יודע את הכל, כל יכול, שעל ידו נבראו ונוצרו אני בעצמי וכל שאר הדברים במציאות (אם אמת היא שישנם דברים שהם נמצאים)"¹⁶¹. מסיבה זו קובע דקארט שאין לזהות את א-לוהים עם נוכחות אינסופית. נוכחות אינסופית מובנת באמצעות ההתפשטות שאותה דקארט מאפיין כבלתי מוגדרת, ואילו את א-לוהים הוא רואה כאינסופי מעל ומעבר לשאלת קיומם של גבולות¹⁶². אולם למרות שאינסופיותו של א-לוהים היא מטאפיסית ולא פיסית, דקארט בכל זאת עושה שימוש באינסוף האקטואלי על מנת להגדיר את שלמותו של א-לוהים. א-לוהים הוא אינסוף אקטואלי של שלמויות.

¹⁵⁹ June or July 1646, *Descartes to Clerselier*; AT V 445-447, CSM III 290-292

¹⁶⁰ דקארט, הגיונות, פרק ג', עמ' 89.

¹⁶¹ דקארט, הגיונות, פרק ג', עמ' 74.

¹⁶² "You seem here to make God's infinity consist in his existing everywhere, which is an opinion I cannot agree with. I think God is everywhere in virtue of his power; yet in virtue of his essence he has no relation to place at all... the reason why I say that the world is indeterminate, or indefinite, is that I can discover no limits in it; but I would not dare to call it infinite, because I perceive that God is greater than the world, not in extension (for I have often said I do not think he is strictly speaking extended) but in perfection." (15 April 1649, *Descartes to More*; AT V 344, CSM III 374)

By 'infinite substance' I mean a substance which has actually infinite and immense, true and real perfections.¹⁶³

דקארט מודע לחלוטין למתח הפנימי שביסוד צירוף המילים 'אינסוף אקטואלי', מכיוון שהוא מודה שאין ביכולתו להבין כיצד צירוף מילים כזה אפשרי. אך דקארט בכל זאת משוכנע שהוא אפשרי. וודאות זו נובעת באופן פרדוקסאלי מכך שדקארט מרחיק את עצמו מלדון באינסוף. כלומר, דוקא משום שהוא סבור שאין ביכולתו להבין את האינסוף סבור דקארט שביכולתו להתעלם מהבעייתיות שמעורר אינסוף אקטואלי. דוקא ההנחה התיאולוגית בדבר הפער בין המאמין החסר והסופי לבין א-לוהים המושלם והאינסופי היא שמביאה את דקארט לעשות את הצעד הבלתי אפשרי מבחינתו ולטעון בלהט בשבחו של אינסוף אקטואלי.¹⁶⁴

7. פייר גסנדי: התכחשות לאינסוף

פייר גסנדי (1592-1655) נודע כשגריר הטוב ביותר של הפילוסופיה האטומיסטית באירופה של המאה ה-17. אולם, ככומר צרפתי קתולי האמון על מעורבותו של א-לוהים בטבע ועל נצחיותה של הנשמה, נמנע גסנדי מלקבל את רעיונותיהם המקוריים של דמוקריטוס ואפיקורס כהווייתם. בדומה להם טען גסנדי שעולם התופעות מורכב מיחידות בלתי מתחלקות הנעות בריק, אך בשונה מהם הוא טען שישנה כמות סופית של יחידות כאלו ושא-לוהים הוא מקורם. כתוצאה מכך שא-לוהים הוא סיבת ההתרחשויות, העולם אכן נבנה מקומביניציה של אטומים, אך לא באופן מקרי אלא בצורה מתוכננת; לא באמצעות אילוצים אלא מתוך רצון חופשי. גסנדי גם נמנע מלראות את המציאות באופן מטריאלי גרידא, אלא טען לקיומה של נפש מרגישה המתקבלת מקומביניציות של אטומים פעילים, ואף לקיומה של רוח רציונאלית המבדילה את האדם משאר היצורים. כאמור, האטום, כיחידה סופית בלתי מתחלקת, היווה את היסוד לפילוסופיה של גסנדי ולכן את המאמץ האינטלקטואלי העיקרי מפנה גסנדי על מנת לשלול אפשרות של חלוקה אינסופית של החומר. למעשה, ניתן לומר ששיטתו של פייר גסנדי מתנזרת במובהק משימוש באינסוף, זאת למרות המודעות לעוצמה הפילוסופית הטמונה בו. גסנדי למשל ער לכך שהרצף יכול להיות נתון לחלוקה אינסופית או לא להיות נתון לחלוקה כלל. לעומת שתי האפשרויות האלו, חלוקה סופית של הרצף אינה סבירה וקשה מאד לצדד בה באופן פילוסופי.

All continua either have actually no part, or else have infinite parts. This is because, if you call actual parts those which are actually divided, the continuum assuredly does not have even two or three [parts], since [such parts] are [themselves] indivisible. If it [the continuum] actually has two of them because it is actually divisible in two, one must with all necessity say

AT V 355-356, CSM III 377; cf. Leibniz: "Mons. Descartes in his reply to the second objections, article two, agrees to the analogy between the most perfect Being and the greatest number, denying that this number implies a contradiction. It is, however, easy to prove it." (G I 338; R 244)

¹⁶⁴ עמדה כזו גם מאפשרת לדקארט לתפוס את הרצון הא-לוהי כמושלם מבלי לאפיין את תוצאותיו כטובות ביותר.

that there are actually infinitely many, since [...] it is similarly divisible into actually infinitely many parts.¹⁶⁵

מנגד, כאשר מדובר בחלוקה אקטואלית של הרצף חלוקה אינסופית הופכת בלתי סבירה, מכיוון שהיא מעוררת פרדוקסים הקשורים באינסוף אקטואלי או בימספר אינסופי של חלקים. גסנדי מספק קשת שלמה של נימוקים מדוע לדחות את האפשרות של חלוקה אינסופית של הרצף, כאשר ברור שהוא תופס חלוקה כזו באופן אקטואלי. לדעתו חלוקה אינסופית של קטע מערערת את קיומו כשלם ומפוררת אותו לחלוטין. כמו כן גסנדי מציין כאקסיומה שהדעת אינה סובלת שכמות החלקים בעולם כולו לא תהיה גדולה יותר מהכמות המרכיבה חלקיק קטנטן¹⁶⁶. בבסיס כל טענותיו של גסנדי כנגד החלוקה האינסופית עומדת הנחה, שיש להקפיד על הבחנה מוחלטת בין התחום המתמטי לבין התחום הפיסיקאלי. העולם הממשי אינו מופשט והוא מוגבל בהשוואה לאפשרויות הבלתי מוגבלות של המתמטיקה.

It is not always permissible to transfer into physics whatever the geometers demonstrated abstractly. This can be established even from the fact that where the geometers themselves mention those parts of mathematics which have some connection with physics, they are often compelled to require entirely contrary supposition, for example, Euclid himself in the *Optic* requires that a minimum angle be admitted. Similarly, Witelo accepts a minimum light which, if it is understood as divided, would no longer have the impulse of light. Here it is evident that they assume that in optics division is achieved as far as the minimum, whereas in geometry they would have permitted it to proceed to infinity.¹⁶⁷

הטעות שבהפעלת כלי החשיבה המתמטיים במאמץ להבין את הטבע החומרי היא שההפשטה המושגית מחמיצה את כל מה שקשור בגבולות החומר: קשיות, מוצקות, צפיפות והשתמרות¹⁶⁸. העובדה שליסודות החומר תכונות שאינן ניתנות להבנה מתמטית מלמדת שכלים מתמטיים וגיאומטריים אינם מספיקים. הבחנה זו מאפשרת לגסנדי לקבוע שרצף חומרי אינו מתפורר לאינסוף אלא דווקא נותר בלתי ניתן לחלוקה.

Continuous quantity differs from multiplicity, i.e. discrete quantity, in the fact that the parts of the continuous quantity can indeed be separate, but are not in fact separate, whereas the parts of a discrete quantity are actually or really separate. This is not to say that the parts of a multiplicity are not also contiguous with each other, as, for example, are many stones in one pile; but that they do not mutually grip each other, bind together, and hold onto one another by their own angles or little hooks [...] thus in a word, all bodies that

Gassendi, *Opera Omnia* I 262b; trans. by Fisher 2005, 223¹⁶⁵

Fisher 2005, 223¹⁶⁶

Gassendi, *Animadversions* II 416-417; trans. by Joy 1987, 160¹⁶⁷

זאת בניגוד לדקארט שראה בהפשטה מקור אמין לזיהוי הבסיס האונטולוגי של החומר.¹⁶⁸

may be broken apart by the force of heat, or by something else, have parts which are only in mutual contact, and which separate when this bond is severed and their continuity is broken. Thus it is that, if we are asked what is so continuous that it does not on any account consist of the contiguous, the only thing we can specify in reply is the Atom.¹⁶⁹

באיזה מובן לא ניתן לחלק את הרצף החומרי? הרי גסנדי מדגיש שהרצף איננו משולל חלקים אלא מורכב מחלקים שאינם נפרדים¹⁷⁰. גסנדי מציין שאין כוונתו לחלוקה אבסטרקטית מתמטית של הרציפות החומרית, מאחר וחלוקה כזו תמיד אפשרית, ובאופן אינסופי. כאשר הוא טוען שהחלוקה האינסופית אינה אפשרית הוא מתייחס לכך שאין כוח בעולם שביכולתו לחלק את הרצף החומרי. במילים אחרות, בשל ההבחנה החדה שבין פיסיקה למתמטיקה, העובדה שניתן לחלק מתמטית את הרצף אינה אומרת שחלוקה כזו אכן אפשרית בפועל. מה שיקבע אם ישנם אינסוף חלקים ברצף היא חלוקה פיסיקית שלו, וחלוקה כזו איננה אפשרית טכנית¹⁷¹.

Nature, in dividing or taking apart a body into particles of which it is constituted, only goes until a determinate degree, and never breaks up infinitely or indefinitely. From this it is clear that we speak of atoms not, as popularly believed, because these are mathematical points that are indivisible by the absence of parts, but because, even though these are real small bodies, there is no natural force at all by which they may be cut or taken apart.¹⁷²

לגסנדי ברור שניתן להעלות על הדעת (באמצעות המתמטיקה) גדלים הקטנים מהאטום, אם כי גדלים אלו אינם קיימים בפועל. ניתן לומר שהאטום מכיל בתוכו אינסוף חלקים פוטנציאליים, אך הוא בכל זאת בלתי ניתן לחלוקה פיסיקית. בעקבות ההבחנה בין פיסיקה למתמטיקה, מבסס גסנדי את פילוסופיית הטבע שלו על גורמים שמהותם ייחודית לעולם הפיסיקאלי: הריק והאטום. דהיינו, המציאות החומרית מורכבת מתמהיל של אטומים וריק, אך, כאמור, היסוד החומרי הבסיסי, כלומר האטום, מורכב מחלקים נפרדים שאין דרך לנתק ביניהם פיסיקית ופירוש הדבר שיסוד חומרי כזה אינו מכיל בתוכו חלקים של ריק.

Just as every divisible body should be divisible because of an intervening void and parts which dissociate and even allow the integration of an external power

Gassendi, *Animadversions* II 306-307; trans. by Arthur 2001a, 361-362¹⁶⁹

"Epicurus introduces a distinction between the parts constitute a sensible body and the parts of which the atom is the set; this is because, having been separate, the former at a given moment are found conjoined, [and] as well can be separate after having been conjoined; whereas the latter, having always been conjoined, have never formed a union from separation, and could no more be resolved in separate parts"¹⁷⁰

(Gassendi, *Opera Omnia* I 259b; trans. by Fisher 2005, 230 n42)

גלילאו לעומת זאת, ראה את המציאות הפיסיקית באופן מתמטי במכוון, והוא התייחס לאי האפשרות הטכנית של חלוקה הרצף החומרי בהערה לבן שיחו בדיאלוג כאי אפשרות לא רלוונטית. עצם העובדה שניתן לחלק לגדלים סופיים קטנים מלמדת שהחלוקה אינה יכולה לעצור בהם: "The very fact that one is able to continue, without end, the division into finite parts makes it necessary to regard the quantity as composed of an infinite number of immeasurably small elements" (Galileo, *Dialogues*, 80 (1914, 34))¹⁷¹

Gassendi, *Opera Omnia* III 466a, *Letter to Chapelain*; trans. by Fisher 2005, 227-228¹⁷²

to separate them, what is indivisible should be such that it is entirely full and solid or such that it has no void from which it fear a separation of parts.¹⁷³

בצד ההכרה בקיומם של אטומים חומריים בלתי מתחלקים שאינם מכילים בתוכם ריק, הרי שהקומבינציות שאטומים כאלו יוצרים מכילות ריק מעצם ההתקבצות של האטומים יחד. משום כך, מול הרציפות של האטום עומדת אי הרציפות של החומר המתקבל מהתקבצות אטומים. אי רציפות זו נובעת מכמות עצומה, אך לא אינסופית, של אטומים וריק החוברים יחד לכדי ליצירת עולם מקוטע.

For every two moments during each of which the faster is moving, the slower moves in only one and remains at rest in the other [...]. Nor may you object that a motion of this kind will not then be continuous in itself; for it will still be continuous to the senses [...] it is the same as when, on drawing a line with a pen on a clean sheet of paper, you see yourself drawing it straight and continuous, and yet the line is marvelously and ineffably divided up, as a result of the sharpness of the pen and the unevenness of the surface of the paper.¹⁷⁴

העובדה שהעולם החומרי נתפס כרצוף על ידי החושים נובעת מכך שהסף החושי אינו רגיש דיו; התפיסה הסנסורית שלנו מבוססת על יחידות הגדולות משמעותית מהאטום. כך מתקבל מדרג בין הנקודה המתמטית, האטום הפיסי והמינימום החושי. הרצף החושי הוא חוויה תפיסתית שאין לה בסיס פיסיקאלי¹⁷⁵. זו גם הסיבה לכך שהאטומים של גסנדי מוכרחים להיות קטנטנים, למרות שהגדרתם הקשיחה והבלתי מתחלקת אינה מחייבת זאת. הקומבינציות של אטומים זעירים מכוננת את העושר החומרי בעולם, ועושר זה גדל ככל שיחידת הבסיס קטנה יותר¹⁷⁶.

התמונה העולה מכך היא שגסנדי עושה מאמץ של ממש להדיר באופן מלא את האינסוף מתמונת העולם הממשי. הפילוסופיה של פייר גסנדי היא פילוסופיה המבקשת להימנע מלתת לאינסוף דריסת רגל בתוכה. כדאי לשים לב למוטיבציה שהביאה את גסנדי לעמדה כזו. גם דקארט שלל את אפשרות הכרת האינסוף, אך הפילוסופיה של דקארט מיוסדת על האינסוף ועל ה"בלתי מובחן" גם יחד. ההבדל נעוץ בשיקולים האמפיריציסטיים שמפעיל גסנדי בניגוד לשיקולים הרציונאליסטיים המופיעים אצל

¹⁷³ Gassendi, *Opera Omnia* I 258b; trans. by Joy 1987, 150

¹⁷⁴ Gassendi, *Animadversions* II 455-456; trans. by Arthur 2001a, 363-364

¹⁷⁵ "The natural minimum is the atom itself, in which all resolution meets its end, with which all composition begin, whereas the sensible minimum is that beyond which nothing falls under the senses, where a mite is of this sort, for example, with respect to sight. It follows from this that the atom is midway between the mathematical minimum and the sensible minimum: in the way that it is legitimate to suppose an indefinite number of points in atoms, it is legitimate to conceive of an indefinite number of atoms in the mite".

(Gassendi, *Opera Omnia* I 160a; trans. by Fisher 2005, 224-225 n30)

¹⁷⁶ Fisher 2005, 231. מאופן שבו בונה גסנדי את הטיעון שלו ניתן היה לחשוב שהוא מצדד בעמדת פרמנידס וזנון ושולל חלוקה כלשהי של הרצף. כפי שתואר לעיל, בכדי לטעון לחלוקה סופית של הרצף מתמקד גסנדי בהתקפה על אפשרות חלוקה אינסופית ומצדד בהעדר חלוקה. העדר חלוקה אין פירושו שיש בהכרח גודל מקסימאלי לחלקים, ולכן באופן עקרוני העדר חלוקה יכול להביא לתפיסת רצף פרמנידית. אולם גסנדי מוסיף את הרעיון שקומבינציה בין יחידות-רצף בלתי מתחלקות מניבה עושר רב של תופעות. זהו רעיון אנטי-פרמנידי. תוספת זו מאפשרת לגסנדי לעבור מהעדר חלוקה של הרצף לחלוקה סופית שלו. שיקוליו של גסנדי הינם אפוסטריורי מעצם ההבחנה בין התחום האידיאלי והאקטואלי ולכן שני שלבי הטיעון שלו שווים בערכם.

גלילאו ודקארט. גסנדי מיוחד בכך שדווקא מול המודעות המופגנת בכתביו לבעייתיות הפילוסופית הבלתי נמנעת הכרוכה באינסוף, הוא מצליח לבנות שיטה שהאינסוף איננו חלק בה.

8. ברוך שפינוזה: אחדות אינסופית

ברוך שפינוזה (1632-1676) היה פילוסוף יהודי הולנדי שחונך במסגרות יהודיות אך גיבש עמדה פילוסופית המנוגדת לזו המסורתית ולכן הוחרם ע"י קהילת אמסטרדם. ניתן לומר ששיטתו הפילוסופית של שפינוזה גובשה כריאקציה להגות הדתית שהתפתחה עד ימיו. שפינוזה יצא כנגד העמדה המסורתית המאמינה באל פרסונאלי בעל רצון, שברא את העולם, פועל מתוך תכלית מוגדרת ואף מתערב באופן ישיר או עקיף בעולמם של ברואיו. לטענתו, א-לוהים איננו ישות חיצונית לטבע אלא הוא הטבע עצמו. כמו כן, א-לוהים אינו מוביל את שרשרת האירועים הסיבתית בעולם לתכלית כלשהי בקץ הימים משום שא-לוהים הוא שרשרת האירועים הסיבתית עצמה, וכשם שאין תכלית לא-לוהים מעבר לקיומו שלו אין גם תכלית לעולם. התופעות אינן מצויות מחוץ לא-לוהים אלא קיימות באופן הכרחי מתוכו. לכן התהוות איננה אפשרית והזמן הוא תוצר של מגבלה בתפיסתנו. מכאן גם שעל אף שרצף האירועים הוא הכרחי, מעמד כל תופעה הוא מקרי בלבד בהשוואה לאחדות העקרונית של העולם. אחדות העולם נובעת מקיומו של עצם אחד בלבד – העצם הא-לוהי.

הגותו של שפינוזה עוררה התנגדות עזה בעיקר בשל שני מאפיינים של העצם הא-לוהי שהופיעו בה – הדטרמיניזם והפנתיאיזם¹⁷⁷: האחד נעוץ בתפיסת החופש הא-לוהי המשולל אפשרויות בחירה ומבוסס על הכרח פנימי בלבד; השני קשור בעובדה ששפינוזה ראה את העצם הא-לוהי גם באמצעות תואר ההתפשטות ולא רק באמצעות תואר המחשבה¹⁷⁸. מחשבת הכפירה הנועזת של שפינוזה היתה אפוא שא-לוהים הוא חומר אינסופי בה במידה שהוא מחשבה אינסופית.

ספרו המרכזי 'אתיקה' בנוי בדומה כהוכחה גיאומטרית באמצעות אקסיומות ומסקנות לוגיות הנובעות מהן דדוקטיבית. בדרך זו הופך שפינוזה למיותר את הצורך להצביע על מסורת פילוסופית קודמת או על תרומה אינטלקטואלית כלשהי שהשפיעה על הגותו¹⁷⁹. שיטתו של שפינוזה נועדה לעמוד בפני עצמה באמצעות הנחות המוצא שלה ועקביות הגזירה של מסקנותיה. משום כך, את השורש לרעיונותיו המהפכניים בעניין האינסוף יש לראות אצל שפינוזה כבר מראשית הספר, בהגדרות המבססות את הנחות המוצא של התזה.

¹⁷⁷ Parkinson 1978, 86

¹⁷⁸ שפינוזה הגיב בעניין הזה לדקארט, שטען שהתפשטות ומחשבה הם שני עצמים שניתן להשיג אותם מתוך עצמם בלבד וללא תלות במה שמחוץ להם. לטענת שפינוזה, אילו הגדרת העצם של דקארט היתה כוללת גם את היות העצם נמצא או קיים בתוך עצמו בלבד וללא מגע עם עצם אחר, היה עליו לקבל שרק א-לוהים יכול להיות עצם, ושהתפשטות ומחשבה הם תארי של העצם היחיד הזה (בן שלמה 1983, 32)

¹⁷⁹ למשל, כבר בהגדרה הראשונה "סיבת עצמו" ("את שמהותו כוללת בתוכה מציאות") ובהגדרה השלישית על מהותו של "העצם" ("את שהוא בתור עצמו ומושג מתוך עצמו"), סלל שפינוזה את הדרך להוכחה האונטולוגית של אנסלם הקדוש לקיומו של א-לוהים, המופיעה כטענה במשפט ז': "מטבעו של העצם להיות נמצא" ("אתיקה", חלק ראשון, עמ' לב). הוכחה זו שנוסחה לראשונה במאה ה-11, ביקשה לקבוע את קיומו ההכרחי של א-לוהים כפועל יוצא של מושגו המושלם. "קיום" הוא תכונה של העצם שאיננה מנותקת מהגדרת מושג העצם. מאחר ולדעת שפינוזה א-לוהים הוא העצם היחיד, הרי שהוא גם המקרה היחיד שבו קיומו כלול במהותו.

שמונה הגדרות היסוד עוסקות במשמעותם של המונחים: סיבת עצמו, דבר סופי, עצם, תואר, אופן, א-לוהים, חופש ונצח. כבר בשלב ההגדרות קושר שפינוזה בין א-לוהים לבין האינסוף

בשם א-לוהים הריני מבחין את היש האינסופי בהחלט, זאת אומרת, את העצם שהוא בן תארים לאין סוף וכל אחד מהם מבטא מהות נצחית ואינסופית. [ביאור: אומר אני, אינסופי בהחלט, אבל לא בסוגו, הואיל ומה שהוא אינסופי רק בסוגו, אנו יכולים לשלול בו אינסוף של תארים. ואילו מה שהוא אינסופי בהחלט, על מהותו מתייחס כל שמבטא מהות ושאינו כולל בתוכו שום שלילה].¹⁸⁰

קביעה זו עומדת בליבה של תפיסת האינסוף אצל שפינוזה, ואף ניתן לומר שעיקר החלק הראשון של האתיקה נועד להדגים כיצד משתמעת קביעה זו משאר הגדרות היסוד, ולהציג את מגוון השלכותיה.

בהתייחס לאינסוף, ישנן כמה נקודות מהותיות במהלך שמבצע שפינוזה בחלק הראשון של ה'אתיקה'. בשלב ראשון קובע שפינוזה ש"אין אלא עצם אחד מאותו התואר"¹⁸¹. טענה זו נובעת מכך שהבדלים הקשורים בשינויים של תואר ההתפשטות או המחשבה אינם מעלים או מורידים לעצם הנתפס ביחס לעצמו¹⁸². בהמשך, טוען שפינוזה שכמות מספרית אינה קשורה בטבעו של עצם. אילו ריבוי היה חלק מהגדרת העצם, הסיבה האחת המחוללת אותו היתה חייבת להיות חיצונית לו. אולם עצם כולל בהגדרתו את סיבתו, ולכן מה "שמתוך גדרו בלבד מוכחת מציאותו אבל מתוך גדרו אינה מתחייבת מציאות של עצמים רבים" אינו יכול להיות אלא יחיד במינו¹⁸³. השלב הבא במהלך של שפינוזה הוא שעצם יחיד זה אינו יכול להיות אלא אינסופי¹⁸⁴. מאחר ושפינוזה הדגיש שהריבוי הכמותי אינו יכול לנבוע מהגדרת העצם כבר ברור שאין לראות את אינסופיותו של העצם באופן כמותי אלא באופן אחר. לאחר מכן מבהיר שפינוזה ש"העצם האינסופי בהחלט הוא בלתי מתחלק"¹⁸⁵, ומבחין בינו לבין אופניו הסופיים. האופנים אינם חלקים של שלם משום שהאחדות של העצם האינסופי היא מוחלטת. ו"מכאן יוצא: שום עצם, ואם כן גם שום עצם גשמי באשר הוא עצם, אינו בחלוקה"¹⁸⁶. בשלב האחרון מגיע שפינוזה למסקנה שהכול כלול בעצם הא-לוהי ואין דבר מחוץ לו¹⁸⁷. א-לוהים המשתקף מבין דפיה של ה'אתיקה' הוא א-לוהים שהאינסוף מגדיר אותו באופן בלעדי. זהו א-לוהים ללא תכונות נוספות של חסד, רחמים או רצון להשפיע. א-לוהים הוא הכול, אך לא משום שא-לוהים הוא ישות שהכל כלול בה מתוקף העובדה ש'הכלי הוא סוג של תת קבוצה של א-לוהים, אלא משום שא-לוהים מוגדר ישירות באמצעות המובן הטוטאלי והמוחלט של האינסוף. לכן א-לוהים הוא הכול ורק הכול.

¹⁸⁰ שפינוזה, 'אתיקה', חלק ראשון, גדר ו', עמ' כח.

¹⁸¹ שפינוזה, 'אתיקה', חלק ראשון, משפט ה', עמ' לא.

¹⁸² שפינוזה, 'אתיקה', חלק ראשון, מופת למשפט ה'.

¹⁸³ שפינוזה, 'אתיקה', חלק ראשון, הערה ב' למשפט ח', עמ' לד-לה.

¹⁸⁴ שפינוזה, 'אתיקה', חלק ראשון, משפט ח'. נקודות אלו מתוארות בקצרה באגרת 12, שבה מתייחס שפינוזה במפורט למושג האינסוף: "בעניין העצם רצוני להעיר: ראשית, למהותו של העצם שייכת המציאות, כלומר – שממהותו ומגדרו בלבד יוצא שהוא נמצא [...] שנית, והוא דבר הלמד מן הראשון: אין העצם ריבוי אלא מאותו טבע נמצא רק עצם אחד. ולסוף, שלישית: שום עצם אי אפשר להשיג אלא כאינסופי" (שפינוזה, איגרת 12, 20 באפריל 1663, 'אגרות' עמ' 94).

¹⁸⁵ שפינוזה, 'אתיקה', חלק ראשון, משפט י"ג, עמ' לו.

¹⁸⁶ שפינוזה, 'אתיקה', חלק ראשון, משפט יוצא ממשפט י"ג, עמ' מ.

¹⁸⁷ שפינוזה, 'אתיקה', חלק ראשון, משפט ט"ו, עמ' מא-מו.

אינסופיותו של העצם הא-לוהי מצביעה על אחדותו המטאפיזית ולפיכך הוא אינו מכיל חלקים. לאור זאת, נראה מוזר לקבוע שהוא מכיל הכל. אם כל "הגבלה [המהווה את האופנים] היא שלילה"¹⁸⁸, ברור שמקור השלילות אינו בעצם הא-לוהי ש"אינו כולל בתוכו שום שלילה". מנגד, אם א-לוהים אינו אלא שרשרת האירועים וההתרחשויות בטבע, שרשרת זו מוכרחה להיות הכרחית בדיוק כמו א-לוהים בעצמו, ולפיכך "לא יכלו הדברים להתהוות מא-לוהים באופן אחר ובסדר אחר מזה שנתהוו בו"¹⁸⁹. במילים אחרות, נוצר כאן פרדוקס בשל רצונו של שפינוזה להבחין בין א-לוהים האינסופי לבין אופניו הסופיים אך גם לאחד את א-לוהים עם כל האופנים המניבים יחד את הטבע. נקודת המבט של אדם המתפעם מהריבוי ומהמגוון בטבע הינה מופרכת מנקודת הראות המוחלטת של העצם הא-לוהי, אך באופן פרדוקסאלי גם היא חלק מהגדרתו ההכרחית של א-לוהים¹⁹⁰.

המוצא לבעיה זו נעוץ בפער שבין האופנים הסופיים (כשהם נתפסים כשלעצמם) לבין הסדר ההכרחי של העולם שבו לוקחים חלק האופנים הסופיים. שפינוזה קובע כי "פני הטבע כולו, שאף על פי שהוא משתנה באופנים אינסופיים הוא עומד תמיד בטבעו בשווה"¹⁹¹. פירושו של דבר, שהכוליות ההכרחית של הטבע היא אחת; כוליות זו אמנם תלויה בקיומם של חלקים אך כל אחד מחלקים אלו מעמדו מקרי. כוליותו של הטבע היא אינסופית במובן זה שהיא טוטאלית לחלוטין, אך אין היא אינסופית בהחלט. בשונה מא-לוהים, העולם החומרי "אינסופי רק בסוגו", מכיוון ש"אנו יכולים לשלול בו אינסוף תארים" שאינם תואר ההתפשטות. אין זאת אומרת שא-לוהים אינו זהה עם הטבע, אלא רק שא-לוהים הוא יותר מאשר תואר ההתפשטות כפי שעולה מהגדרת א-לוהים כאינסוף מוחלט בראשית ה'אתיקה'.

באגרת המוקדשת לדיון במושג האינסוף, ששולח שפינוזה לד"ר לודוויג מאיר ב-20 באפריל 1663, מתחדדת ההבחנה בין שני המובנים הללו של האינסוף. לקראת סופה של האגרת כותב שפינוזה:

מכלל הדברים האמורים עד עכשיו עולה בהירות, שיש דברים שהם לפי טבעם אינסופיים, ובשום אופן אי אפשר לתופסם כסופיים, ויש דברים שהם אינסופיים לפי סיבתם, שבה הם תלויים, ואילו כשהם נתפסים לעצמם, במופשט ממנה, אפשר לחלקם

¹⁸⁸ "בנוגע לכך שהתבנית היא שלילה ואין בה באמת מן החיוב, גלוי וברור, שהחומר כולו, המושג כאינסופי, אי אפשר שיהיה בעל תבנית כלשהי, והתבנית יש לה מקום רק בגופים סופיים ומוגבלים [...]. הגבלה זו אינה מתייחסת אפוא לדבר עצמו, מבחינת היותו, אלא להיפך, היא לא-היותו. לפיכך, מכיוון שהתבנית אינה אלא הגבלה, וההגבלה היא שלילה, אי אפשר לזו שלא תהיה אלא שלילה בלבד" (שפינוזה, איגרת 50, 'אגרות' עמ' 208).

¹⁸⁹ שפינוזה, 'אתיקה', חלק ראשון, משפט ל"ג, עמ' סא. ובפרט בהערה ב', שם: "תלוי רק בגזרת א-לוהים וברצונו להיות כל דבר מה שהוא שאלמלא כן הרי לא יהיה א-לוהים סבתם של כל הדברים; ושכל גזרותיו של א-לוהים נחתכו מעולמי עולמים ע"י א-לוהים בעצמו – שאלמלא כן הרי אתה מטיל על א-לוהים אשמה ואי שלמות וקלות דעת. ומכיוון שאין מתי ואין מוקדם ואין מאוחר בנצח, הרי מתחייב מכאן, לאמור מתוך שלמות א-לוהים בלבד, שאין א-לוהים יכול ומעולם לא היה ביכולתו לגזור גזרה אחרת, או שא-לוהים לא היה קודם לגזרותיו ואין ביכולתו להיות בלעדיתו".

¹⁹⁰ "הקושי העיקרי לגבי כל דירוג של ה'בריאה' בתורת שפינוזה הוא בכך, אם אמנם הצליח שפינוזה להראות לנו את המעבר מן האינסוף המוחלט אל האופנים. כל שיטה מוניסטית תיבחן בשאלה אם הצליחה להסיק מתוך האחדות המונחת ביסודה את ריבוי העולם [...]. הדרך אשר בה מסיק שפינוזה [את הריבוי מהאחדות] מוכיחה לפי עניות דעתי את כשלון השיטה [...] שני העולמות, עולם האינסוף ועולם הדברים הסופיים, עומדים זה על יד זה בלי מעבר, ולשווא משתדל שפינוזה למצוא את המעבר הזה בהבחינו בין אופן לעצם [...]. פיכטה התבטא באחד ממכתביו, ששפינוזה מפסיד את האחדות כשהוא בא אל הריבוי, ואת הריבוי כשהוא בא אל האחדות, מפני שאינו יכול לציין את המעבר ואת נקודת הזהות בין האחדות ובין השניות" (ברגמן, 1970, 268-269).

¹⁹¹ שפינוזה, אגרת 64, 'אגרות' ע' 238; וכן: "כל הטבע כולו אינו אלא אישי אחד שחלקיו, לאמור כל הגופים ביחד, מתחלפים באופנים לאינסוף בלי שום שינוי בצורתו של האישי כולו" ('אתיקה', חלק שני, משפט י"ג, הערה למשפט שאול ז', עמ' צח).

ולראותם כסופיים. ולסוף, יש דברים שאפשר לכתותם אינסופיים, או אם תרצה לומר: לא מוגדרים, משום שאין לבטאם על ידי שום מספר, אף כי אפשר לחשוב משהו גדול יותר או קטן יותר מהם. שהרי אין להסיק מכאן, שכל מה שאי אפשר לבטא במספר בהכרח שווה זה לזה.¹⁹²

שפינוזה מתייחס לשני סוגים של אינסופיות ולסוג נוסף "שאפשר לכתות" אותו אינסופי הוא הבלתי-מוגדר של דקארט או האינסוף הסינקטורמטי (שהוזכר לעיל בהגותו של ויליאם מאוקהם¹⁹³). מדובר בגדלים שאפשר להגדילם או להקטיןם ככל שנרצה ללא גבול. גדלים אלו לעולם לא יהפכו לאינסופיים מכיוון שמספר אינסופי אינו אפשרי אך לחלופין גם לא נוכל לראותם כסופיים גרידא מכיוון שאז לא נביא לידי ביטוי את ההיבט הדינמי שלהם. מעבר לבלתי מוגדר שניתן לכתותם אינסופי, מצויים שני סוגי אינסוף: האינסופיות הנשגבה היא כאמור זו המאפיינת את א-לוהים. הנחותה יותר היא אינסופיות התלויה בסיבתה (כלומר אינה מהותית). אינסופיות זו, כאשר היא נתפסת במנותק מסיבתה ובאופן מופשט, מכילה חלקים ולכן ניתן לראותה כסופית. במילים אחרות, האינסופיות הנמוכה יותר אמנם משוללת חלקים אך יש לה גם זיקה לחלקים ולכן ניתנת להערכה באמצעות חלקים. מבחינה מטאפיזית, דומה שזוהי האינסופיות המחברת בין א-לוהים כאינסוף מוחלט לבין ריבוי האופנים בעולם כמכלול¹⁹⁴.

שפינוזה מבהיר כבר בתחילתה של האגרת את הסיבה לקשיים שמעורר מושג האינסוף: ערבוב בין המושג המוחלט של האינסוף "שאינו כולל בתוכו שום שלילה" לבין מושג מוגבל של אינסוף המופיע בריבוי האופנים של תואר ההתפשטות והמבוסס על כמות שאינה נגמרת.

השאלה בדבר האינסוף היתה כל הימים קשה ביותר בעיני הכל, גדולה מזו – בלא פתרון, משום טעם זה שלא הבחינו בין מה שהוא אינסופי בגזירת טבעו או בגזירת הגדרתו, לבין מה שאין לו שום גבולות, אבל לא מכוח מהות עצמו אלא מכוח סיבתו בלבד. ועוד: מפני שלא הבחינו בין מה שכונה אינסופי, כי אין לו שום גבולות, ובין מה שחלקיו, אף על פי שאנו יודעים את המקסימום והמינימום שלו, אין ביכולתנו להשוותם לשום מספר ולהסבירם כראוי על ידי מספר. ולבסוף: מפני שלא הבחינו בין מה שאנו מכירים בלבד, אלא שאין אנו יכולים לדמותו לנו, ובין מה שאנו מכירים וגם יכולים לדמותו. אילו נתנו את דעתם על הבחנות אלה – אני אומר – מעולם לא היו נופלים לתוך מהמורות אלה של קשיים בלא מוצא, כי היו משיגים בבהירות איזה דבר אינסופי אי אפשר לחלק לשום חלקים, ואי אפשר שיהיו לו חלקים, ולהיפך, איזה דבר אינסופי אפשר לחלק, ובלא כל סתירה. להלן היו מבינים איזה דבר אינסופי אפשר לחשוב לגדול יותר מדבר אינסופי אחר בלא שום סתירה, ואיזה לא.¹⁹⁵

אלו הם שוב שני המובנים השונים של אינסוף שאין לערבב ביניהם. כאמור, המובן הראשון מגדיר את העצם הא-לוהי; הוא קשור באחדות מטאפיזית חסרת חלקים שאינה מוגבלת בשום אופן, ואין

¹⁹² שפינוזה, איגרת 12, 'אגרות' עמ' 97.

¹⁹³ שפינוזה אינו מתייחס לשאלה האם הגדלה או הקטנה ללא סוף נובעות ממגבלות אפיסטמולוגיות או אונטולוגיות ולכן אינני מתייחס להבחנה זו בהקשר של שפינוזה. יחד עם זאת, שפינוזה מתייחס במפורש רק לגישתו של דקארט לאינסוף.

¹⁹⁴ דומה שהנקודה הרגישה ביותר בפילוסופיה של האינסוף אצל שפינוזה קשורה בתואר העצם המתווך בין העצם לבין אופניו. תיווך זה אמור להסביר את המעבר מאחדות לריבוי ומהכרח למקריות (Mason 1986, 200).

¹⁹⁵ שפינוזה, איגרת 12, 'אגרות' עמ' 93.

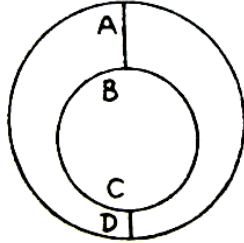
להכירו אלא במאמץ רב. המובן השני של האינסוף קשור אמנם במהות חסרת גבולות אך רק מכוח סיבתה ולא מכוח מהות עצמה, ואותו ניתן לתפוס באמצעות הדמיון. זהו אינסוף שאמנם אין בו חלקים אך ניתן להעריך את גודלו באמצעות חלקים ולכן "אנו יודעים את המקסימום והמינימום" שלו. מציאת מינימום ומקסימום של פונקציה היתה בעיה מתמטית שהעסיקה אינטלקטואלים רבים בתקופתו של שפינוזה, ולפתרונה מכוון שפינוזה בדברו על המובן השני של האינסוף. בהמשך האגרת שפינוזה אף מפרט למה בדיוק הוא מתכוון. בהתייחסו לאינטלקטואלים המבקשים לראות במספר ובמידה את חזות הכל, מביא שפינוזה תיאור מופשט של תנועת המערבולת של דקארט: מרווח בין שני מעגלים המכיל מספר אינסופי של תנועות או שינויים פנימיים. מאחר ומספר אינסופי אינו קיים ואף אינו אפשרי, המרווח המכיל אותם נחשב בעיני שפינוזה לגודל שאי אפשר להסבירו בשום מספר ואי אפשר להשוותו לשום מספר. כל מספר שנבחר יבטא אל נכון את כמות החלקים הפנימיים רק אם המרווח יעוקם ויעוצב על פי מידתו. זהו גודל המציין, באופן מופשט, את האינסופיות הנמוכה בעלת מינימום ומקסימום¹⁹⁶:

מכל האמור כאן ברור למדי, שלא המספר, לא המידה ולא הזמן יכולים להיות אינסופיים ושכל עצמם אינם אלא אמצעי-עזר לכוח המדמה, ואילו לא כן, לא היה המספר מספר, לא המידה – מידה, ולא הזמן – זמן. ולפיכך רואים כאן בבהירות מדוע שללו רבים מבין החוקרים, שהחליפו שלושה אלה בדברים עצמם, את האינסוף האקטואלי¹⁹⁷, מכיוון שלא עמדו על טבעם האמיתי של הדברים. אבל כמה עלובים דרכי הוכחותיהם ישפטו חכמי המתמטיקה, שאותם לא יעממו טעמים מן הסוג הזה בעניינים שהם עצמם תופסים אותם בבהירות ובברירות. הללו לא בלבד שמצאו דברים רבים שאי אפשר להסבירם

¹⁹⁶ יש הסוברים ששפינוזה מייחס זיהוי מקסימום ומינימום לבלתי-מוגדר שניתן לכנותו אינסופי ולא לאינסופיות השנייה (Arjew 1990, 19). אולם זה אינו סביר מכיוון ששפינוזה רואה בכך ביטוי לאינסופיות שלמעלה מכל ריבוי. שפינוזה מדגיש (בקטע המצוטט בהמשך) שהמתמטיקאים אינם מסיקים מריבוי החלקים הקיים בתוך המרווח על כך שהמרווח אינו ניתן לביטוי באמצעות מספר. אמנם צ'ירנהאוס טוען במכתבו לשפינוזה שאי היכולת לבטא מספרית את מה שמכיל המרווח דווקא כן נובעת מריבוי החלקים הפנימיים שבו; "לי נראה שכל המתמטיקאים מוכיחים באמת כל הימים מדברים אינסופיים אלה, שמספר החלקים גדול כל כך, שהוא עולה על כל מספר שניתן למנות, ובמשל של שני המעגלים, דומה, אין אתה מוכיח עניין זה, אף על פי שנתכוונת לעשות כן. שכן שם אתה מראה בלבד, שאמנם אין למדים עניין זה מגודלו המופלג של הריווח וגם לא מכך 'שאיך' כאן מקסימום ומינימום', אבל אין אתה מוכיח, שלא כמו שרצית, שאין למדים עניין זה מריבוי החלקים" (2 במאי 1676, אגרת 80; 'אגרות' עמ' 279. ביקורת דומה כותב לייבניץ בהערותיו על מכתב 12 של שפינוזה (Second half of April 1676, *Annotated Excerpts from Spinoza*; A 6.3 281, LLC 113). אולם שפינוזה משיב: "מה שאמרת באיגרת על האינסוף, שאין לומדים על אינסופיותם של החלקים מריבויים, יוצא בבירור מן העובדה, שאילו אפשר היה להסיקה מריבויים, שוב לא היינו יכולים לחשוב על ריבוי גדול יותר של חלקים, אלא ריבויים זה היה מן ההכרח גדול יותר מכל ריבוי נתון, וזה כוזב. שכן בכל הרווח בין שני מעגלים בעלי מרכזים שונים זה מזה אנו יכולים להעלות על דעתנו מספר חלקים כפול במחצית הריווח ואף על פי כן עולה מספר החלקים, הן של מחצית הרווח הן של כולו, על מספר שניתן למנות אותו" (5 במאי 1676, אגרת 81; 'אגרות' עמ' 280). בין אם שפינוזה צודק בטענתו ובין אם לא, נראה שההמחשה הקשורה ברווח שבין המעגלים אינה קשורה בבלתי מוגדר או בריבוי אינסופי סינקטורמטי, אלא באינסופיות "מכוח סיבתה".

¹⁹⁷ פרשנים אחדים סבורים ששפינוזה תופס את האינסופיות של העצם באופן קטגורמטי (Arjew 1990, Gabbey 2008). מאחר ואינסוף קטגורמטי פירושו כמות אינסופית של חלקים שניתן לראותה כשלמה, אני סבור שקביעה זו אינה אפשרית. מעבר לעובדה ששפינוזה מדגיש שאינסופיותו של העצם אינה כוללת חלקים, הוא גם מתנגד מפורשות לקיומו של 'מספר אינסופי'. לאור זאת, אני חושב ששפינוזה אינו מתייחס כאן לאינסוף-אקטואלי בתורת חלקים, כפי שהתייחסו למושג זה פילוסופים רבים. שפינוזה תופס אינסוף-אקטואלי בתורת אחדות. יחד עם זאת, מהקטע לא ברור איזה משני המובנים האפשריים של האינסוף מיוצג במושג זה.

בשום מספר, מה שמוכיח למדי את חסרונו של המספר לקבוע הכל, אלא שמצאו גם דברים רבים שאי אפשר להשוותם לשום מספר ולבטאם במספר, מפני שהם עולים על כל



מספר נתון אפשרי. אף על פי כן אין המתמטיקאים למדים מכך, שדברים אלה עולים על כל מספר משום ריבוי חלקיהם, אלא משום טעם זה לבד, שאמנם טבע הדברים ההם אינו סובל את המספר בלא סתירה גלויה. כך למשל עוברים על כל מספר כל האי-שוויונות של השטח בין שני מעגלים AB ו-CD, וכל השינויים שגוף המתנועע בתוכם חייב לסבול. ודבר זה אין למדים מגודלו המופלג של הריווח, שכן אפילו נוטלים רק חלק קטן ממנו, יעברו את המספר גם כל האי-שוויונות של אותו חלק. דבר זה אינם למדים, שלא כבמקרים אחרים, מן העובדה שאין כאן מקסימום ומינימום, שהרי שניהם באמת לפנינו במשל שלנו: המקסימום AB והמינימום CD. אבל הוא למד מכך, שטבע הריווח שבין שני מעגלים בעלי מרכזים שונים זה מזה, אינו סובל דבר כזה. רוצה אפוא אדם לקבוע אי שוויונות אלה על ידי מספר מסוים, הרי חייב הוא לגרום שהמעגל לא יהיה מעגל.¹⁹⁸

הדימוי הגיאומטרי נועד להצביע על אינסופיות "מכוח סיבתה" שהיא אחת ומשוללת חלקים אך ממנה גם נובעים כל אינסוף האופנים החלקיים. לצורך העניין, צורת המעגלים מגדירה את גודל המרווח, גודל שאין להבינו באמצעות מספר, מכיוון שכולל בתוכו את כל המספרים. מרווח בגודל אחר או בצורה אחרת יכול לכלול גם הוא את כל המספרים, ולכן אין קשר בין אינסופיותו של המרווח לבין הכמות האינסופית הכלולה בו. אם להמשיך את הדימוי, הרי שסדר העולם כפי שהוא מבחינה זמנית ומרחבית יכול להיחשב לצורך העניין כמעין מרווח שצורתו הכרחית מכיוון שאינסופיותו תלויה בסיבתו – העצם הא-לוהי. שינוי צורת המרווח משולה לשינוי סדר העולם ואינה אפשרית. לכן מייד לאחר שהוא מביא את הדימוי הגיאומטרי מזהיר שפינוזה כי "מי שרוצה לקבוע את כל תנועות החומר שהיו עד עכשיו, כלומר להחזיר ולצמצם את התמדתן לזמן מסוים ולמספר, בוודאי לא יתכוון אלא לכך שייטול מן העצם הגופני, שאנו יכולים לתופסו כנמצא בלבד, את כל מצביו ולגרום לכך שלא יהיה לו אותו טבע שיש לו".¹⁹⁹

מבחינה מטאפיזית, שפינוזה מתייחס באגרת להבדל שבין עצם לבין אופניו, כלומר להבדל שבין האינסוף המוחלט לבין מה שניתן לכוונתו אינסופי אך למעשה הוא רק בלתי מוגדר. העצם הוא אינסופי ואילו האופנים הם לעולם גדולים או קטנים אך תמיד סופיים. העצם אינו ניתן לחלוקה ואף לא להערכה באמצעות חלקים, ואילו האופנים מכילים חלקים ומהווים בעצמם חלקים של אופנים

¹⁹⁸ שפינוזה, איגרת 12, 'אגרות' עמ' 96. בדומה לגלילאו, מסיק גם שפינוזה שחשיבה באמצעות מספרים אינה מקדמת הבנה אמיתית של המציאות, אך בניגוד אליו הוא אינו מזהה את האינסוף במינימום הבלתי מתחלק (דהיינו באחד) אלא דווקא במקסימום הבלתי מתחלק דהיינו (באינסוף שמעבר לכל מספר). מקסימום, בשונה ממינימום, אפשר לאפיין בשתי צורות: כמשולל חלקים וכמוגדר באמצעות חלקים. לפיכך לשפינוזה ישנם שני סוגי אינסוף ולגלילאו אחד בלבד.

¹⁹⁹ שפינוזה, איגרת 12, 'אגרות' עמ' 96-97.

אחרים. התמקדות בהבדל זה עלולה להחמיץ את האינסופיות הנמוכה המצויה בתווך שבין האינסוף המוחלט וההכרחי של העצם הא-לוהי לבין מציאותם המקרית של האופנים הסופיים. אולם בין השורות ניתן להבחין בה:

בשעה שאנו נותנים את דעתנו על מהותם של האופנים בלבד, **ולא על סדרו של הטבע כולו באמת**, אין אנו רשאים ללמוד מן העובדה שהן נמצאים עכשיו כי אמנם יהיו נמצאים להבא [...] ניתן לנו לקבוע לפי רצוננו את מציאות האופנים ואת התמדתם בכל מקום, כמו שהדבר נעשה לעתים קרובות ביותר, כשאנו נותנים את דעתנו על מהותם בלבד **ולא באמת על סדרו של הטבע**, ואין אנו הורסים על ידי כך כל עיקר את המושג שיש לנו עליהם; ניתן לנו לחשבם גדולים יותר או קטנים יותר ולחלקם לחלקים.²⁰⁰

מציאות של חלקים אפשרית רק כאשר אנו בוחנים את האופנים במנותק "מהאופן שבו הם שופעים מן הנצח"²⁰¹. תפיסה כזו היא שמייצרת את הזמן המידה והמספר שהינם "אופני המחשבה, או מוטב לומר אופני הכוח המדמה" ותו לא. אך בחינת האופנים "מתוך סדרו של הטבע" פירושה התייחסות אליהם מתוך אחדות הכרחית ומשוללת חלקים. בחינת האופנים מעצם קיומם בשרשרת ההכרחית של הסיבות בעולם מבטלת את מובחנותם הסופית של האופנים והם הופכים להיות התפשטות או מחשבה אינסופית אחת. או אז הם שבים למעמדם האמיתי כאופנים, כמודיפיקציות בלתי מובחנות של העצם האחד. לכן, לא זו בלבד שהנצח אינו מורכב מרגעים באשר הוא מגדיר את העצם, גם ההתמד אינו כולל חלקי-זמן באשר הוא קשור בשרשרת הסיבות ההכרחית של האופנים²⁰². רק הזמן כולל חלקים באשר הוא יציר דמיונו ונועד להקל עלינו "לקבוע את ההתמד" בלבד. בהדגישו שהניסיון להבין את ההתמד של האופנים באמצעות חלקי זמן הוא נואל, שפינוזה מספק תיאור פרמינידי כפתרון לפרדוקסים של זנון:

אילו תפס אדם את ההתמד במופשט, ובהחליפו אותו בזמן היה מתחיל לחלקו לחלקים, מעולם לא היה יכול להבחין כיצד על דרך משל יכולה שעה לחלוף. כי כדי ששעה תחלוף, מן ההכרח שקודם תחלוף מחציתה, ואחר כך מחצית השאר, ואחר כך שוב מחצית השארית של השאר ואחר כך מחצית החלק שנשאר מן השארית, ואם מחסרים באופן הזה את המחצית ממה שנשתייר עד לאינסוף, אי אפשר יהיה להגיע לעולם לסופה של השעה. לפיכך העזו רבים מאלה שאינם רגילים להבחין בין יצורי מחשבה לבין דברים שבממש לקבוע ולומר שההתמד מורכב מרגעים, וכך נפלו לתוך הפח מכיוון שרצו

²⁰⁰ שפינוזה, איגרת 12, 'אגרות', עמ' 93. וכן: "יש דברים רבים שבשום אופן אי אפשר להתקרב אליהם בכוח המדמה אלא בכוח השכל בלבד, למשל, עצם, נצח וכיוצאים באלה. אם רוצים לבאר את אלה במושגים שאינם אלא אמצעי-העזר לכוח המדמה, טורחים להשתטות על ידי הכוח המדמה עצמו, ואין כאן שום מעשה אחר. אפילו את אופני העצם בלבד לעולם אין מכירים כראוי, אם מחליפים אותם ביצורי-מחשבה אלה או באמצעי-העזר של הכוח המדמה. כשאנו עושים כן, אנו מפרידים אותם מן העצם ומן האופן שבו הם שופעים מן הנצח, שבלעדיהם הרי אי אפשר להכירם באמת כראוי" (שם, עמ' 95, הדגשה שלי).

²⁰¹ שם, עמ' 95.
²⁰² "מכיוון שאנו יכולים לקבוע את ההתמד ואת הכמות לפי רצוננו, כל עוד אנו חושבים אותן כנבדלות מן העצם ומפרידים אותן מן האופן שבו הן שופעות מן הדברים הנצחים, נוצרים הזמן והמידה. הזמן בא לקבוע את ההתמד, והמידה – את הכמות, קביעה שתאפשר לנו לדמותם בקלות יתרה" (שם, עמ' 95, הדגשה שלי).

להימלט מן הפחת. כי המרכיב את ההתמד מן הרגעים דומה למי שמרכיב את המספר על ידי חיבור אפסים בלבד.²⁰³

בדומה לפרמנידס סבור גם שפינוזה שחלוקה אינסופית יוצרת בעיות כאשר מניחים את קיומם של חלקים מלכתחילה. לפיכך הבעיה נפתרת מרגע שנפטרים מהנחה זו. אך לשפינוזה סיבה נוספת לערער על ההנחה שהמציאות הממשית מורכבת מחלקים. הנחת קיומם של חלקים מונעת הכרה באינסופיותו של העצם.

שפינוזה מודע לכך שישנה התנגדות למובן הפנתיאיסטי של א-לוהים בשיטתו, ובפרט כלפי העובדה שלפנתיאיזם שלו יש צד נטורליסטי: א-לוהים אצל שפינוזה אינו רק מחשבה אינסופית אלא גם עצם חומרי אינסופי. כאמור, נקודה זו קשה במיוחד מנקודת מבט דתית משום שהיא כורכת את א-לוהים עם המציאות הגשמית עצמה. בניגוד לשפינוזה, הדעה הרווחת היא שחומר ניתן לחלוקה בהכרח ולכן אין אפשרות לראותו כאינסופי וכתואר הא-ל. "ברם", טוען שפינוזה, "מי שיקרא את דברי בעיון, ירגיש בתשובה שכבר הקדמתי להם. הרי [דבריהם] מיוסדים כולם על ההנחה שהעצם הגשמי מורכב מחלקים, וכבר הוכחתי שהיא מן הבטלות"²⁰⁴. כלומר לדעת שפינוזה הטעות של החולקים עליו נובעת מההנחה שהם מניחים שהחומר כולל חלקים או ניתן לחלוקה. לעומתם סבור שפינוזה כי "החומר אחד הוא בכל מקום ואין להבדיל בו בין חלקים אלא אם כן אותו החומר מושג בחינת מופעל באופנים שונים. לפיכך אין להבחין בין החלקים שבו אלא באופן ולא בממש"²⁰⁵. אינסופיות קשורה באחדות ומנוגדת לחלקים. כל זמן שהחומר נתפס כבעל חלקים בוודאי אין מנוס מלראותו כמוגבל וסופי. אולם שינוי בהנחות המוצא ביחס לחומר המתפשט יאפשר להכיר בכך שהוא אכן אינסופי.

מפספטים בלבד, אם לא לומר משמיעים דברי שוטים גמורים, כל אלה המאמינים שהעצם המתפשט מורכב מחלקים או מגופים הנבדלים זה מזה במציאות. הרי זה כאילו רצה אדם רק על ידי חיבור עיגולים או הערמתם זה על זה להרכיב ריבוע או משולש או צורה אחרת, הנבדלת מהם לפי כל מהותה. על כן נופל מעצמו כל אותו גל הטענות שבהן מבקשים הפילוסופים להוכיח כרגיל, שהעצם המתפשט הוא מוגבל [...]. באותו אופן יכלו גם אחרים, לאחר שהכניסו ללבם שהקו מורכב מנקודות, לעמוד ולהמציא ראיות מרובות כדי להוכיח שאין הקו בן חלוקה עד לאינסוף.²⁰⁶

כפי שניתן לראות, שפינוזה רואה בקיומם של חלקים הנחה בלתי מתאימה להבנת מהותו האמיתית של העצם הממשי, ולכן אין זה מפתיע שהוא פותח את הפרדוקסים של זנון באמצעות שלילה גורפת של חלוקה מכל סוג שהוא. יחד עם זאת, האחדות השפינוציסטית אינה זהה לזו הפרמינידית. פרמנידס תפס את החלקים כאשליה גמורה ואילו שפינוזה מזהה את שרשרת הסיבות והאירועים המגדירה את הטבע עם האחדות הא-לוהית. לפיכך, שפינוזה עושה מאמץ להראות שמעמד החלקים משולל כל יסוד מנקודת ראותה של האחדות השלמה של העצם, יהא מתפשט או חושב, אך הוא מבקש לעשות זאת מבלי להפוך את מעמד החלקים לאשליה בעלמא. בין ריבוי החלקים לבין

²⁰³ שפינוזה, איגרת 12, 'אגרות' עמ' 95-96.

²⁰⁴ שפינוזה, 'אתיקה', חלק ראשון, הערה למשפט ט"ו, עמ' מג.

²⁰⁵ שם.

²⁰⁶ שפינוזה, איגרת 12, 'אגרות', עמ' 94. וכן 'אתיקה', חלק ראשון, הערה למשפט ט"ו, עמ' מד.

האחדות משתרע פער שעל מנת לגשר עליו זקוק שפינוזה לחוליה מקשרת. דומה שזהו בדיוק תפקידה של האינסופיות "מכוח סיבתה" שבשיטתו.

9. רקע כללי: לייבניץ וההיסטוריה של האינסוף

שמונה הגישות שתוארו בסקירה זו נועדו לספק רקע פילוסופי להבנת תפיסת האינסוף של לייבניץ ועל כן כעת ברצוני להצביע בקצרה על חשיבות כל אחת מהן עבור לייבניץ.

1. הגותו של אריסטו (322-384 לפנה"ס) מהווה נקודת מוצא חשובה מאד בדיון על האינסוף בכלל ובדיון על תפיסת האינסוף של לייבניץ בפרט. על אף שאין הוא הראשון להתייחס לאינסוף באופן פילוסופי, ריכז אריסטו בצורה מסודרת יחסית את עמדותיהם של אלו שקדמו לו והיה הראשון לגבש עמדה ברורה ומנומקת על מושג האינסוף. מעבר לעובדה שאריסטו הינו מקור מהימן לפרדוקסים של זנון, חשיבותו של אריסטו בהיסטוריה של הפילוסופיה של מושג האינסוף נעוצה בהגדרות הבסיסיות שלו: אריסטו יצר הבחנה בין אינסוף פוטנציאלי ואקטואלי והתנגד לקיומו של האחרון. אריסטו גם הגדיר את הרצף כשלם מחוסר חלקים אקטואליים וכתוצאה מכך כקשור בחלוקה אינסופית פוטנציאלית. הבחנות אלו הינן יסודיות מאד בדיון על מושג האינסוף בהיבט הכמותי שלו, ומהוות נקודת מוצא בתפיסת האינסוף של לייבניץ. אפשר לומר שעמדת לייבניץ ביחס לאינסוף מצויה על מתח שבין נקודת המוצא הפילוסופית שהניח אריסטו לבין נטייתם של מתמטיקאים בתקופתו של לייבניץ לקחת בחשבון גדלים אינסופיים. למרות שלליבניץ הופך מהר מאד לאחד המתמטיקאים המבריקים של אירופה בשל גילוי התחשיב האינפיניטסימאלי, במרבית הקריירה שלו הוא נותר נאמן למגבלות היסודיות שהטיל אריסטו על המובן הכמותי של האינסוף²⁰⁷.

2. תומס אקווינס (1225-1274) פעל מתוך מוטיבציה לגשר בין הפילוסופיה האריסטוטלית לבין דוגמות שהיו מקובלות על הכנסייה הקתולית, ובשל כך הדיון האריסטוטלי על מושג האינסוף מקבל בכתביו תפנית תיאולוגית חשובה. לייבניץ רוחש הערכה רבה להגותו של אקווינס ולהגות הוגים סכולסטיים נוספים שנקודת המבט שלהם נחשבה נחותה בימיו. "המודרנים שלנו עושים עוול לתומס הקדוש ולאנשים גדולים אחרים בני הזמן ההוא, וכי דעותיהם של הפילוסופים והתיאולוגים הסכולסטיים מוצקות הן הרבה יותר מכפי שמדמים, בתנאי שמשמשים בהן בזמן ובמקום הנכונים. אף משוכנע אנוכי, כי לו היה שוקד הוגה דקדקן ומעמיק להאיר את מחשבותיהם ולהבינן על פי דרכם של הגיאומטריקנים האנליטיים, היה מוצא בהן אוצר של אמיתות רבות חשובות מאד ובנות-הוכחה לחלוטין"²⁰⁸.

²⁰⁷ לדיון בתמורות שבעמדת לייבניץ בעניין זה ראו חלק ג'.

²⁰⁸ מאמר מטאפיסי (1686), סעיף יא, עמ' 60-61. לאחר מות אקווינס נוצרה אסכולה שבה פעלו בין השאר גם פרנסיסקו סורז ולואיס דה מולינה. התומיסטים היוו נתח נכבד במסורת של הפילוסופיה והתיאולוגיה הסכולסטיות שהתפשטו לאזורים הפרוטסטנטים של גרמניה. בצעירותו לייבניץ נמשך לעמדותיהם של התומיסטים (Leibniz to Countess, 1678?, Elizabeth; A 2.1 434, AG 236). אך גם לאחר שנטש את התפיסה הסכולסטית לטובת הפילוסופיה המכאניסטית החדשה של דקארט ולטובת הפילוסופיה האטומיסטית של גסנדי, עדיין קיננה בליבו האהדה לדרך החשיבה הסכולסטית בנוגע לצורות העצמותיות. בסופו של דבר ביקש לייבניץ למקם את עצמו, על אף הידע המתמטי והפיסיקאלי הרחב שרכש, כממשיכם של הסכולסטיים ובפרט כממשיכו של תומס אקווינס.

תרומת תומס אקווינס במסגרת הסקירה ההיסטורית כאן אינה בפיתוח ההיבטים המתמטיים של האינסוף אלא דווקא בפיתוח ההיבטים המטאפיסיים שלו.²⁰⁹ אקווינס מגבש לראשונה מושג אינסוף איכותי המתאים לאפיון הא-ל, במנוגד למושג אינסוף כמותי שבו התמקד אריסטו. לייבניץ אינו מתייחס במפורש לתפיסת האינסוף של אקווינס, אך כפי שנראה בהמשך, לא ניתן להבין את מושג האינסוף של לייבניץ מפרספקטיבה מתמטית בלבד. במתח שבין אחדות לריבוי בשיטה הלייבניציאנית יש לאינסוף האיכותי מיסודו של אקווינס חשיבות רבה, והדבר בא לידי ביטוי במיוחד בדיון על מושג הא-ל.²¹⁰

3. כאמור, לייבניץ פועל לגשר בין הפילוסופיה הסכולסטית לבין זו המודרנית של ימיו. פעולת הגישור הזו באה לידי ביטוי בעיקר בהשבת הצורות העצמותיות לראש סדר היום הפילוסופי, בניגוד לרוח המכאניסטית והאטומיסטית של תקופתו. אך לייבניץ אינו מסתפק בכך. מעבר להיבטים המטאפיסיים של מושג האינסוף המגדירים את העצם, לייבניץ מקדם גם תובנות מתמטיות על מושג האינסוף שמקורם בהגות הסכולסטית. מתוך הדיון העשיר והפורר שנערך במהלך המאה ה-14 בקרב הוגים סכולסטיים בנוגע למובן הכמותי של האינסוף, נראה כי גישתו של **וויליאם מאוקהם** (1288–1348) בנוגע לאינסוף קרובה במיוחד לתפיסת האינסוף של לייבניץ.²¹¹ עם זאת, בצד קווי הדמיון הרבים ישנם גם הבדלים חשובים ביניהם. מכיוון שלייבניץ אף אינו מזכיר את שמו של אוקהם, אין בסקירת עמדתו בכדי לקבוע שלייבניץ אכן הושפע מכתביו של אוקהם אלא רק לתאר את הזיקה הרעיונית ביניהם.²¹²

וויליאם מאוקהם המשיך באורח החשיבה שלו את המסורת האריסטוטלית על האינסוף, אך גם הוסיף נדבך קריטי שנבע מרצונו להכיר בקיומו של אינסוף אקטואלי. לשם כך תפס אוקהם את האינסוף האקטואלי באופן סינקטגורמטי. משמעות הדבר היא שהמונח 'אינסוף' אינו מהווה נושא או נשוא במשפט ואינו קשור במספר מוגדר אלא מהווה ריבוי בלבד, חסר משמעות כשלעצמו, שאותו יש להבין רק ביחס לנושא או נשוא אחרים בדומה למילות יחס אחרות כדוגמת 'הרבה', 'מאד' וכדומה. באמצעות קטגוריה חדשה זו חשב אוקהם להתחמק מהפרדוקס הטמון בקיומו האקטואלי של האינסוף. קטגוריה חדשה זו חיונית להבנת מושג האינסוף אצל לייבניץ, כפי שמעיד לייבניץ עצמו: "אמת היא שיש אינסוף של דברים, כלומר יש תמיד יותר מכפי שאפשר לנקוב. אולם אין מספר או קו אינסופי, ולא כמות אינסופית אחרת, אם חושבים אותם לפוליויות אמיתיות, כמו שיקל להוכיח. לכך

²⁰⁹ יחד עם זאת, בניית מושג האמת שלו עושה אקווינס שימוש בהתכנסות אינסופית לעבר טענת זהות המשמשת גבול לניתוח – כלומר בהיבט מתמטי של האינסוף – שימוש המאפיין בהמשך את שיטת לייבניץ בנושא (Aquinas, *Quaestiones Disputatae, De Veritate; Question 1, art. 1, 5, 10*).

²¹⁰ נקודה מעניינת בהקשר זה היא העובדה שאקווינס דחה את ההוכחה האונטולוגית לקיום הא-ל שגיבש אנסלם הקדוש (Aquinas, *Summa Theologicae, first part, Question 2, art. 1-2*). לייבניץ מזכיר זאת כמה וכמה פעמים מכיוון שהוא שותף לתחושותיו של אקווינס שהוכחה זו אינה מספיקה כשלעצמה (Nov. 1684, *Mediations on Knowledge, Truth and Ideas; G VI 424, AG 26; 1692, Critical Thoughts on the General Part of the Principles of Descartes; G IV 358, L 386*). עם זאת, נימוקיו של לייבניץ שונים מאלו של אקווינס באשר הם נובעים משיקולים מתמטיים של האינסוף.

²¹¹ "It is in Ockham that we find the view, otherwise seldom treated in scholastic philosophy (at least outside Oxford), that the parts of the continuum are not potential, but actual" (Beeley 1996a, 59; trans. by Arthur, 1997, 29), and "[This Ockhamist theory] can be regarded as a forerunner of the Leibnizian concept of the continuum in 1671" (Beeley 1996a, 240; trans. by Arthur, 1997, 30)

²¹² Beeley 1997, 78

התכוונו חכמי האסכולה (או זו צריכה היתה להיות כוונתם), כאשר הניחו אינסוף 'סינקטורמטי' כלשונם, ולא אינסוף 'קטורמטי'²¹³.

בדומה לאוקהם, גם עמדתו של לייבניץ היא שאינסוף אקטואלי של חלקים קיימים בתורת ריבוי בלבד ולעולם אינם מניבים שלם (ולכן מספר אינסופי אינו אפשרי). אך בניגוד לאוקהם, לייבניץ תופס את הרצף כמהות אידיאלית מחוסרת חלקים כאריסטו²¹⁴. זוהי נקודה מכרעת בהבדל בין שני ההוגים. הקושי הגדול בהבנת תפיסת האינסוף של אוקהם נעוץ בכך שהוא מאפיין את הרצף כשלם בעל אינסוף חלקים אקטואליים. על מנת לערוב לשלמות הרצף טוען אוקהם שקיימת תלות בין אינסוף חלקיו האקטואליים של הרצף. טענת אוקהם בעייתית מכיוון שהיא מערערת את המובן האקטואלי של החלקים ומקרבת אותם למעמד פוטנציאלי בלבד. לעומת אוקהם, לייבניץ טוען שקיימים אינסוף אקטואלי של חלקים בלתי תלויים²¹⁵, וזאת בשל ההבחנה הגורפת בין האידיאלי והאקטואלי בשיטתו. אינסוף חלקים לעולם אינם מניבים רצף שלם כפי רצף שלם אינו מורכב מחלקים אקטואליים.

4. אספקט מעניין של הרקע ההיסטורי והפילוסופי של מושג האינסוף הרלוונטי להבנת עמדת לייבניץ בעניין, מופיע בפרשנותו הקבלית של רבי אברהם כהן היררה לאינסוף. המקובל **רבי אברהם כהן היררה** (?1635-1562) פעל בהשראת מאמציו של אקווינס והוגים סכולסטיים ורנסנסיים נוספים לאחד נקודות מבט שונות בכדי לקבל תמונה עשירה ומקיפה של האמת הא-לוהית, ובשל הרקע הקבלי שלו מצא רא"כ היררה עניין מיוחד בתיאולוגיה של האינסוף. רא"כ היררה עשה שימוש בשני מושגים סותרים של האינסוף בו זמנית – השלם האינסופי חסר החלקים ואינסוף החלקים שאינם מניבים שלם – בכדי לאפיין גורם אמצעי המתווך בין האחד המוחלט לבין הריבוי. לייבניץ מכיר בוודאות גישה שהוא מכנה 'קבלית' ביחס לאינסוף²¹⁶ אך הוא מסתייג ממנה²¹⁷. כמו כן, לייבניץ אינו מתייחס מפורשות לשיטתו של רא"כ היררה. יחד עם זאת, פרשנות קבלית למושג האינסוף היא חיונית בסקירה היסטורית זו מכיוון שהיא מספקת נקודת מבט שהיתה מוכרת לייבניץ ואף השפיעה על גישות אחרות כדוגמת זו של שפינוזה שאלהן היה לייבניץ חשוף יותר²¹⁸. הואיל ורא"כ היררה אינו

²¹³ 1709, 'מסות חדשות', ספר שני, פרק יז [על האינסוף], עמ' 138. הרחבה בעניין תפיסה סינקטורמטית של האינסוף אצל לייבניץ תפורט בחלקים ב' ו'ג' של המחקר.

²¹⁴ למרות ההערכה שרוחש לייבניץ להוגים סכולסטיים, הוא אינו מקבל כמקשה אחת את פרשנותם לאריסטו. כבר בעת לימודיו כסטודנט, בהמלצת מורו יעקב תומסיוס שנחשב באותה תקופה בגרמניה לאחד המומחים באריסטו, לייבניץ קורא בכתבי אריסטו ומבחין בפער שבין עמדותיו לבין אלו של פרשניו הסכולסטיים: "As soon as I arrived to the academy, by a rare fortune I met, as a master, the well known J. Thomasius who [...] engaged me very strongly to read Aristotle, announcing to me that, when I would have read this great philosopher, I would have a wholly different opinion than that offered by his scholastic interpreters. I soon acknowledged the wisdom of this advice and saw that between Aristotle and the scholastics, there was the same difference as between a great man versed in the affairs of state and a monk dreaming in his cell. I therefore took of Aristotle's philosophy another idea than the common one." (Foucher de Careil, *Memoire sur la philosophie de Leibniz*, 6; trans. by Mercer and Smith 1997, 49-50)

²¹⁵ "No line so small that it does not contain, not only infinitely many points, but also infinitely many lines (and therefore infinitely many parts actually separate from each other)." (Late 1672, *Accessio ad Arithmeticae Infinitorum*; A 2.1 347, trans. by Arthur 1997, 33)

²¹⁶ 1707?, *Commetes on Spinoza's Philosophy*; AG 276

²¹⁷ 1716, *Leibniz to Samuel Masson*; G VI 626, AG 226-227

²¹⁸ ראו בהמשך בנוגע ליחסו של לייבניץ לתפיסת האינסוף של שפינוזה.

מוכר למרבית הקוראים כפי שמוכרים שאר ההוגים ברצוני לפרט מעט בנוגע לרא"כ היררה עצמו ובנוגע לקשר ההיסטורי שבינו ללייבניץ.

לייבניץ התוודע לפרשנותו הקבלית של רבי אברהם כהן היררה לאינסוף באמצעות ידידו פרנסיס מרקורי ואן הלמונט (1614-1698). ואן הלמונט עסק בפיסולוגיה באלכימיה ובקבלה, ואף ידע על בוריין כעשר שפות. כישרון זה איפשר לו להתוודע לטקסטים קבליים ואף להתחבר לזרם מיסטי נוצרי. ב-1671 פגש לייבניץ את ואן הלמונט במיינץ לאחר שארבע שנים קודם לכן קרא את ספרו על האותיות העבריות²¹⁹. באותה שנה הפגיש ואן הלמונט את לייבניץ עם מכר אחר שלו, כריסטיאן קנור ן רוזנרוט (1636-1689)²²⁰. בעזרתו של ואן הלמונט הצליח רוזנרוט להשלים פרויקט שאפתני מאד – תרגום ועריכה של טקסטים יהודיים קבליים ומיסטיים ולפרסמם כקובץ²²¹ *Kabbalah Denudata*. פגישה נוספת וממושכת למדי בין לייבניץ וואן הלמונט ארעה ה-1679 כאשר סעדו השניים את הנסיכה אליזבת' לפני מותה²²². השניים שמרו על קשר קבוע משנת 1694 ועד מותו של ואן הלמונט ב-1698²²³. ענייננו בהיסטוריה ובפילוסופיה של מושג האינסוף מביא אותנו להתרכז בקובץ *Kabbalah Denudata*, שאותו ערך כאמור ן רוזנרוט. הכרך הראשון של הקובץ פורסם בשנת 1678, והשני (המכיל שניים משלושת חלקי הקובץ) יצא לאור ב-1684. ישנה אפשרות של לייבניץ ראה או שוחח על טקסטים מהקובץ מייד עם פרסומו, אך מכל מקום בעת המסע לוינה בינואר 1688 פנה לייבניץ מנירנברג לזולצבאך, ושהה כעשרה ימים עם רוזנרוט בהם הם שוחחו ולמדו יחד מהכתבים שבקובץ²²⁴. על פניו תכליתו של הקובץ היתה להנגיש את הרעיונות היהודיים-הקבליים עבור הקהילה הנוצרית, אך לאמיתו של דבר מאמציהם של קנור ן רוזנרוט ופרנסיס ואן הלמונט כווננו למטרה רחבה יותר. לא העניין בעולם התוכן היהודי הביא אותם לתרגם טקסטים קבליים אלא האמונה שחכמת הנסתר היהודית הינה היסוד המאחד בין הפלגים השונים של הנצרות. השניים ראו את הפילוסופיה היוונית ואת המיסטיקה ההלניסטית שתיווכו בין הרעיונות הקדומים של היהדות לבין הנצרות, כאחראיות לעיוות שנוצר אצל זו האחרונה. קנור ן רוזנרוט ראה בקבלה חכמה יהודית עתיקה המהווה את היסוד הטהור של הנצרות, ואליה על המאמינים הנוצרים לשוב בכדי להתחקות אחר עקבות הדת המאוחדת. מטרתו היתה להמיר את אמונתם של יהודים ופגאניים ולאחד בתוך כך את העולם הנוצרי כולו, וכל זאת באמצעות התוודעות לחכמת הנסתר היהודית²²⁵.

²¹⁹ *Alphabeti Vere Naturalis Hebraici Brevissima Delineatio*

Coudert 1995, 6; 36²²⁰

²²¹ "הקבלה החשופה, או הדוקטרינה הטרינסצנדנטלית, המטאפיסית והתיאולוגית של העברים" (שלום, תשל"ח, עמ' מז).

²²² הנסיכה אליזבת' היתה ידידתו של ואן הלמונט ואחותה של דוכסית הנובר, סופי, שעתידה להיות פטרוניתו של לייבניץ.

²²³ מידת השפעתו של ואן הלמונט על לייבניץ אינה ברורה. על אף שלייבניץ מצא עניין מסוים בכתיבה המיסטית והקבלית של ואן הלמונט, הוא עצמו לא עסק יתר על המידה בכתיבים הקבליים. עם זאת, חוקרים אחדים סוברים שהמונח 'מונדה' (בו השתמש לייבניץ החל מ-1695) מקורו באחד הטקסטים של ואן הלמונט שפורסם בקובץ 'קבלה דנודטה' ושעל אודותיו שוחחו ככל הנראה השניים בעת פגישתם ב-1679 ולכל הפחות בשנים שקדמו למותו של ואן הלמונט (Coudert 1995, 78-98). ייתכן גם שמקור המונח אינו הטקסט של ואן הלמונט אלא טקסטים אחרים שהופיעו ב'קבלה דנודטה', כמו הנרי מור או תרגומו של רוזנרוט את 'שער השמים' של רבי אברהם כהן היררה (למשל מאמר רביעי, פרקים י-יא). (ראו שלום, תשל"ח, עמ' עד-עה, הערה 101).

²²⁴ FC 56-57; שלום, תשל"ח, עמ' עג הערה 98.

²²⁵ Coudert 1999, 117-118

הקובץ *Kabbalah Denudata* מורכב ממגוון טקסטים. בצד תובנות מיסטיות של ואן הלמונט מופיעות גם 16 'התיזות הקבליות' של הנרי מור ופירושו המכוונים כביקורת נגדן. אשר לטקסטים קבליים, חלקים מ"שערי אורה" של ר' יוסף ג'יקטילה, "עמק המלך" של ר' נפתלי בכרך ו"פרדס רימונים" של רבי משה קורדובירו מופיעים בקובץ, אך דומה שקנור ון רוזנרוט נטה במיוחד לקבלת האר"י. רעיונותיו של האר"י תופסים כרבע מכלל הקובץ, כשלוש מאות עמודים, באמצעות חיבורים של תלמידיו²²⁶. הבולט ביותר מביניהם הינו רבי אברהם כהן היררה, צאצא למשפחת אנוסים מספרד, שמורו, רבי ישראל סרוג, היה ככל הנראה מתלמידי האר"י בצפת. שניים מספריו של רא"כ היררה, 'שער השמים' ו-'בית א-לוהים', שאותם כתב באמסטרדם בין השנים 1620-1635, הובאו באופן סלקטיבי²²⁷ בקובץ של רוזנרוט²²⁸.

חשיבותו של רא"כ היררה בעיני רוזנרוט היתה רבה, מכיוון שמבין כל המקובלים היה רא"כ היררה היחיד שפעל מתוך סינתזה פילוסופית-קבלית²²⁹. רוזנרוט שיער שספריו של רא"כ היררה יעוררו את תשומת לבם של קוראים המעוניינים בהגות פילוסופית, ואלה לא חסרו לקובץ *Kabbalah Denudata*, שכאמור התפרסם עד מהרה בין המלומדים מלייבניץ ואילך. לאמיתו של דבר, יש היבט פרדוקסאלי ביחודיות הזו של רא"כ היררה מנקודת מבטם של רוזנרוט והלמונט. זאת מכיוון שהמקובל היהודי החזיק בתפיסה היסטורית המנוגדת לזו של רוזנרוט והלמונט הנוצרים על אודות השתלשלות החכמה הקדומה. רא"כ היררה אימץ, בשינויים מתבקשים, את דעתו של מרסיליו פיצינו, מגדולי ההוגים של הרנסנס, בדבר 'התיאולוגיה העתיקה' (*Prisca Theologia*)²³⁰. מקור האמת המשותפת לכל הדתות והתרבויות העתיקות היא 'החכמה הא-לוהית' המופיעה בכתבי הקודש של העברים, ושהועברה ע"י אפלטון ותלמידיו לחכמי האומות השונות²³¹. התגלמות התיאולוגיה האוניברסאלית הזו היא לדעת רא"כ היררה הקבלה העברית, שמקורה באברהם אבינו והמצויה בראש מדרגות הדעת של

²²⁶ Coudert 1999, 119

²²⁷ 'בית א-לוהים' מכיל שבעה ספרים אך מהם תרגם רוזנרוט רק את הראשון, השני והרביעי, משום שהעריך שהספר אינו פילוסופי-מושגי אלא ממוקד ברוחות ובמלאכים בלבד. הערכתו זאת גרמה ככל הנראה להתעלמות המלומדים מהספר. על אף שיער השמים' תורגם בהיקף רחב הרבה יותר גם תרגום זה היה סלקטיבי (רשימת הפרקים החסרים בתרגום מופיעה אצל שלום, תשל"ח, עמ' מח). למרות זאת, שלום התפעל ממלאכת התרגום של רוזנרוט (שם, עמ' מט). אולם רוזנרוט לא תרגם את כתבי היררה מהמקור הספרדי אלא מהתרגום העברי של ר' יצחק אבוהב דה פונסקה (1605-1691) שפורסם ב-1655, ועובדה זו גרמה לטעויות שחלקן משמעותיות, כמו תרגום שמו של הספר 'בית א-לוהים' ל-*Casa de Dios*. מקור הטעות נעוץ לדעת יושע בכך שרוזנרוט לא ראה את המקור הספרדי ולכן תרגם את המילה העברית "א-לוהים" עד דרך הריבוי של *Die* ולא נקט במילה "א-לוהות" (*Divinitatis*) כפי שאכן עשה היררה עצמו. השם שבחר רוזנרוט הוא בעל קונוטציה נוצרית ברורה ואינו סביר שהיררה היה בוחר בו (יושע, תשנ"ד, עמ' 52). יושע גם עומד על מגמת התרגום לעברית של ר"י אבוהב. מצד אחד ר"י אבוהב ראה את עצמו תלמידו וממשיך דרכו של היררה בשלשלת הקבלה, ועל כן להשלמת מלאכת התרגום כעשרים שנה לאחר פטירת היררה היתה בעיניו חשיבות היסטורית-קבלית. מאידך, לטענת יושע, המתרגם ביקש, לא בהצלחה גדולה, לטשטש ככל האפשר את עקבות קיומם של מקורות לא-יהודיים אצל היררה ולהעמיק את חלקם של הוגים נוצרים וסכולסטים בעיצוב ניסוחיו הקבליים של היררה (שם, עמ' 74), וכן לטשטש את מאמציו של היררה למצוא קרבה רעיונית בין השקפות ניאופלטוניות וקבליות (שם, עמ' 80). אולם מאמציו הפדגוגיים של המתרגם לעברית לא צלחו ועל כן תעיד העובדה שרוזנרוט בכל זאת התרשם מרוחב ידיעותיו ומתפיסתו ההוליסטית של היררה על אף שהיה בידו רק החיבור המתורגם של ר"י אבוהב.

²²⁸ תרגום 'שער השמים' הופיע בנספח לחלק הראשון של הקובץ *Kabbalah Denudata*, בשער נפרד ובמספור מיוחד של העמודים, 192 במספר. התרגום פורסם בכרך הראשון של הקובץ בשנת 1678. תרגום 'בית א-לוהים' הופיע במסכת הראשונה של החלק השלישי של הקובץ, החזיק 55 עמודים בלבד ופורסם בכרך השני ב-1684 (שלום, תשל"ח, עמ' מז-מח).
²²⁹ יושע, תשנ"ד, עמ' 88-98.

²³⁰ Idel 1989, 208-209

²³¹ היררה, 'בית א-לוהים', ספר ז', פרק 10, עמ' 269. חלק זה אינו מופיע בתרגומו של רוזנרוט *Kabbalah Denudata*.

הפילוסופיה והתיאולוגיה, ולא דווקא הנצרות לאחר פעולת התייחדות של אפלטון כדעת פיצ'ינו. בהמשך לכך, רא"כ היררה חתר להבנת תרומתן של כל הדעות בגיבוש האמת האחת. בהשראת השקפתו של איש רנסנס נוסף, פיקו דלה מירנדולה, טען רא"כ היררה שאין ניגודים של ממש בין ההוגים השונים מכיוון שניתן לגשר ביניהם. כשם שמנקודת מבטו של דלה מירנדולה אריסטו לא בהכרח חלק על אפלטון, כך מנקודת מבטו של רא"כ היררה קבלת האר"י אינה מנוגדת לזו של רמ"ק, ועל כן שני בעלי הסמכות העיקריים בשלשלת הקבלה אומרים למעשה דבר אחד. השקפה רנסנסית זו הביאה לכך שרא"כ היררה התפעל מכל סינתזה אפשרית בין קבלה לתיאולוגיה ופילוסופיה, ואף הרבה לנמק טענות קבליות, באמצעות מונחים אריסטוטאליים, תומיסטיים וניאו-אפלטוניים²³². עם זאת, רא"כ היררה סבר כי השימוש שניתן לעשות בפילוסופיה ובתיאולוגיה הינו מוגבל מכיוון שאת האינסוף הא-לוהי לא ניתן להבין בשכל סופי ועל מנת להתחקות אחריו יש לקוות להתגלות²³³.

5. מבין הוגי העת החדשה, לייבניץ שאב השראה רבה מניתוחיו של גלילאו גליליי (1564-1642) על האינסוף, על אף שמסקנותיו של גלילאו מצויות בקוטב מנוגד לשלו. קודם קריאת כתבי גלילאו בסוף 1672 תפס לייבניץ את הרצף כשלם המורכב מאינסוף נקודות. הרכבה כזו מכילה קפיצות, כלומר חללים של ריק, בדיוק בדומה לעמדה שהציג גלילאו בספריו. אולם כתוצאה מקריאת כתבי גלילאו הסיק לייבניץ שמספר אינסופי אינו אפשרי ושגדלים אינסופיים אינם שלמים²³⁴. פרדוקסאלית קריאה בכתבי גלילאו הניעה את לייבניץ לנטוש עמדה קרובה לזו של גלילאו ולאמץ עמדה הפוכה.

לדעת גלילאו האינסוף אינו ניתן להבנה, לא ניתן להשוות אותו לא לגודל אינסופי אחר ואף לא לגודל סופי, ולכל היותר יש לזהות אותו דווקא עם היחידה המתמטית הבלתי מתחלקת, הנקודה. גלילאו מוכיח מסקנה משונה זו באמצעות פרדוקסים גיאומטריים ואריתמטיים המיוסדים כולם על הגעה של סדרה אינסופית לגבולה. במונחים מודרניים אפשר לומר שגלילאו מאפס את האינפיניטיסימאל במשוואה דיפרנציאלית ומביא להתפוצצותה. התוצאות הפרדוקסאליות שגלילאו מקבל נובעות מהנחת המוצא שלו שיש להגדיר גדלים אינסופיים באמצעות סופה של הרגרסיה ולא באמצעות הרגרסיה האינסופית עצמה. זו הסיבה שגלילאו אינו מהסס לזהות בין מעגל למצולע אינסופי: למרות שעקרונית ניתן להקטין ללא סוף את גודל פאות המצולע או להגדיל ללא סוף את מספרן, גלילאו בכל זאת טוען שבסופו של דבר מתלכד המצולע האינסופי עם המעגל. הפאות המוגדרות של המצולע הופכות בסופו של דבר לנקודות על מעגל. כתוצאה מכך חלקיקיו האפסיים של הרצף אליבא דגלילאו הינם א-כמותיים (וכך כמות אינסופית של יסודות א-כמותיים עשויה להניב כל גודל שהוא). יש לציין שלמרות הרעיון הפרדוקסאלי שבהרכבת קו רצוף מאינסוף נקודות, שטח מאינסוף קווים ונפח מאינסוף שטחים, הוא נמצא פורה במיוחד על ידי תלמידו של גלילאו,

²³² היררה, 'שער השמים', ספר ד', פרק 6, עמ' 374.

²³³ "לא נותר אלא לבקש, כמו שתמיד אבקש בהכנעה, ממי שקרע את ים סוף והעביר את עצמו בתוכו, שיפתח לי בחדשו ובטובו שער ושבילים בשביל שאזכה להשיג ולבאר את הסודות והרזים, שמציג בפנינו החכם שלנו [האר"י] בדברי חידה. זאת לתכלית שתיוודע גדולתו הא-לוהית, ושהמתבוננים והחסידיים יוכלו להשיג את הקבלה והמסורת התיאולוגית והמסתורית [...] שכן הקדמותיה הן מעבר לשכלים הרגילים המורגלים מעט במופשט" (היררה, 'שער השמים', ספר ז' פרק 8, עמ' 485. ראו גם 'שער השמים' ספר ז' פרק 3, עמ' 473; וכן ספר ו' פרק 14, עמ' 459).

²³⁴ Fall 1672, Notes on Galileo's Two New Sciences; A 6.3.167-168, LLC 7-9

בונונטורה קוולירי, שעל שיטתו לחישוב שטחים יורחב לעיל במסגרת הרקע המתמטי לחלק ב' של המחקר.

דומה שאופן הטיפול של גלילאו בפרדוקסים הטמונים באינסוף הוא שמביא את לייבניץ למסקנה שגודל אינסופי אינו אפשרי ושהדרך לקחת בחשבון אינסוף חלקים נעוצה בהמשגה מתמטית של תהליך אינסופי. לאחר קריאת כתבי גלילאו בסוף 1672 מגיע לייבניץ לתובנה שהאינפניטיסימאל והאינסוף הם גדלים סופיים כמותיים שניתן לצמצם או להרחיב אותם ללא סוף, תובנה שבהמשך מביאה לפיתוח התחשיב האינפניטיסימאלי שלו.

אך למרות ההבדל המכריע שבין תפיסות האינסוף של גלילאו ולייבניץ, לייבניץ רואה בתחשיב החדש שלו לא פחות מהצדקה מתמטית לשיטתו של קוולירי תלמידו של גלילאו. שיטתו של קוולירי סיפקה פתרונות לבעיות מתמטיות ולכן לייבניץ מעריך שהיא נכונה אינטואיטיבית אך מחפש עבודה תשתית פילוסופית-מתמטית ראויה. לנקודות הבלתי מתחלקות והא-כמותיות של גלילאו לייבניץ מוצא הצדקה מתמטית ופילוסופית באמצעות גדלים מתחלקים וכמותיים²³⁵. בניגוד לגלילאו סבור לייבניץ שמצולע אינסופי לעולם אינו שווה למעגל, משום שפאותיו הישרות לעולם לא יתאפסו לנקודות בלתי מתחלקות וא-כמותיות. ההבדל האינפניטיסימאלי שבין מצולע אינסופי למעגל ניתן לצמצום לאינסוף כך שניתן להזניח אותו מבחינה חישובית אך הוא לעולם אינו נעלם כפי שטוען גלילאו²³⁶.

הנה כי כן, תפיסות האינסוף של גלילאו ולייבניץ מנוגדות באופן קוטבי, אך דווקא בשל כך סבור לייבניץ שקיים ביניהן דמיון רב; מעבר מגדלים א-כמותיים לכמותיים הוא בגדר שינוי קל²³⁷ אך הוא גורר שינוי מערכתי בתפיסת האינסוף. בעוד וגלילאו ביקש להפוך כל תהליך סופי לפרדוקסאלי בגין קיומה של נקודה 'אחרונה' שבה נהרסת אמת המידה עצמה, לייבניץ סבור שיש לראות תהליכים אינסופיים בראי אמות המידה של גדלים סופיים וכך להימנע מהפרדוקסים של האינסוף.

6. מבין כל הפילוסופים המוזכרים בסקירה היסטורית זו, נראה שרנה דקארט הינו בעל ההשפעה הישירה הגדולה ביותר על תפיסת האינסוף של לייבניץ. **רנה דקארט** (1650-1596) קידם גישה מכאניסטית להסבר תופעות ונחשב לאבי הפילוסופיה של העת החדשה בעקבות מאמציו לראות בעצם שאיננו א-לוהים את נקודת המוצא הראשונית. דקארט עשה מאמץ להימנע מלדון באינסוף מתוך הנחה שמגבלות ההכרה אינן מאפשרות זאת, אך נאלץ להכיר בקיומו הפרדוקסאלי של אינסוף אקטואלי. כך מתברר שהאינסוף מהווה גורם יסודי בשיטתו הכוללת של דקארט, למרות אי יכולתו של דקארט לאפיין אותו או לשלול את קיומו²³⁸.

Knobloch 1999, 94²³⁵

²³⁶ כפי שנראה בחלק ב', לייבניץ תופס את גבול הסדרה האינסופית כאילו הוא מצוי בתוכה כך שהסדרה פועלת בהשראת נוכחותו בתוכה, אף שהוא לאמיתו של דבר מחוצה לה. כמו כן, עקרון הרצף של לייבניץ, שבו ידובר בחלק ג', מבוסס על פעילות של הכוח לאור קיומו של כאילו-גבול. כך יוצא שלייבניץ זיהה את ההתקרבות לגבול כפורה מבחינה מתמטית, פיסיקאלית ופילוסופית אך נזהר שלא להביא במו ידיו להרס הסדירות על ידי התקרבות-יתר, כפי שעשה גלילאו.

²³⁷ לייבניץ אף סבור שהנקודות הבלתי מתחלקות של קוולירי הן מקרה פרטי של הדיפרנציאליים שלו, על אף מדובר בשני מהויות מתמטיות שונות לחלוטין. ראו על כך להלן בחלק ב', פרק 2.2.

²³⁸ פרשנות דומה מציע ברבון (Barbone 1995, 30-36), הנשענת על רצונו של דקארט לעשות שימוש באינסוף בשיטתו הפילוסופית בד בבד עם המאמץ ליצור בלעדיות ביחס לאינסוף הא-לוהי: "I want to maintain that at the root of all of Descartes' talk and qualifications concerning the infinite and the indefinite lies an effort to satisfy two

לייבניץ מבקר את עמדת דקארט ביחס לאינסוף: לדעתו הימנעות מטיפול באינסוף אינה יכולה להיות זהה עם הכרה במושג אינסוף המכיל סתירה²³⁹. הימנעותו המפורשת של דקארט מלטפל באינסוף גרמה לו להימנע מלאפיין את טיב פעולותיו של א-לוהים: "מאחר שה[א-ל] גמר אומר לעשות את הדברים המצויים בעולם, הרי שמטעם זה, כמו שנאמר בספר בראשית, הם טובים מאד, זאת אומרת שהטעם לכך שהם טובים תלוי במה שרצה לבראם כך"²⁴⁰. לדעת לייבניץ עמדה כזו הופכת את הפעילות הא-לוהית לחסרת משמעות: "אלה האומרים שהדברים אינם טובים על פי כלל כלשהו של טוב אלא רק על פי רצונו של הא-לוהים הורסים – כך נראה לי – לחלוטין, ובלי שהם נותנים דעתם על כך, את האהבה הא-לוהית ואת תפארתו. שכן מדוע להללו ולשבחו בשל מה שעשה אם היה ראוי להלל ולשבח באותה מידה ממש גם אם היה עושה את ההיפך הגמור?"²⁴¹.

כאמור, דקארט נמנע מלטפל באינסוף וכל הדוגמאות שהוא מביא למה שהוא מכנה 'בלתי מוגדר' הן כולן כמותיות ומבוססות על חלקים. התפשטות, חלוקה או מנייה הן דוגמאות המלמדות שה'בלתי מוגדר' של דקארט קשור ביכולת להוסיף חלקים ללא סוף. פרשנים כבסלר ולוי טוענים שה'בלתי מוגדר' של דקארט תואם את תפיסת האינסוף של לייבניץ²⁴². זיהוי זה מתקבל על הדעת בהבדל חשוב אחד: ההיבט הכמותי של האינסוף עבור לייבניץ הינו בלתי מוגדר מבחינה אונטולוגית בעוד שעבור דקארט הוא בלתי מוגדר מבחינה אפיסטמולוגית. רוצה לומר: הגדלה או הקטנה של גדלים לאינסוף לא נתפסת אצל לייבניץ כביטוי למגבלות שכלנו אלא כתיאור ממשי של המציאות האקטואלית. בשל כך לייבניץ אינו מהסס לטפל מתמטית בגדלים אינסופיים. הבדלי הגישות הללו ביחס לאינסוף מביאים את לייבניץ לפתח את התחשיב האינפיניטיסימאלי שלו, שמשפר לטענתו את האלגברה הרבה מעבר לתרומה שהרים דקארט בעניין²⁴³. פרויקט הגיאומטריה האנליטית של דקארט נועד לפשט בעיות גיאומטריות ולהימנע מפתרונות אסוציאטיביים. תרגום גדלים גיאומטריים למונחים

requirements simultaneously: (1) to provide a logical support for a physics and mathematics which embrace some notion of infinite quantity, and (2) to maintain an epistemologically based philosophy and metaphysics which require 'infinity' to be predicated of God in a fashion which is distinctive or unique" (Barbone 1995, 23-24). יחד עם זאת, ברבון מסכם את מאמרו בטענה ששיטת דקארט אינה קוהרנטית או שהיא שפינוציסטית בשל העובדה שדקארט נאלץ להכיר באינסוף אקטואלי בהסבר המערבולת שלו בניגוד להצהרותיו על כך שרק אלוהים הוא אינסופי. אני סבור שזוהי מסקנה חותכת מדי מכיוון שהכרה באינסוף אקטואלי אמנם יוצרת בעיות ביחס למושג האינסוף של דקארט אך עדיין רחוקה מתפיסת האינסוף של שפינוזה.

²³⁹ "Having contented himself with saying that matter is actually divided into parts smaller than all those we can possibly conceive, he [Descartes] warns that the things he thinks he has demonstrated ought not to be denied to exist, even if our finite minds cannot grasp how they occur. But it is one thing to explain how something occurs, and another to satisfy the objection and avoid absurdity." (29 October – 10 November 1676, *Pacidius to Philalethes*; A 6.3 554, LLC 183-185); "And also, in *Principles of Philosophy* II, art. 35, he says that we should not doubt the infinite divisibility of matter even if we cannot grasp it. But this is not satisfactory, for it is one thing for us not to comprehend something, and quite something else for us to comprehend that it is contradictory." (1689?, *On Freedom*; FC 180-1, AG 95)

²⁴⁰ דקארט (AT IX 235), תורגם על ידי יקירה, 1988, עמ' 42, הערה 2.
²⁴¹ לייבניץ, 1686, 'מאמר מטאפיסי', סעיף 2, עמ' 45. טענה דומה מפנה לייבניץ כנגד ניוטון בתכתובת שלו עם סמואל קלארק בשנת 1716. מנגד, טוען קלארק שתפיסת החופש הא-לוהי אצל לייבניץ היא נבובה משום שהא-ל כפוף לכללים הרציונאליים של הסדר הטוב ושל הרמוניה (Clarke to Leibniz, 2nd letter §1; L 680).

²⁴² Bassler 1998b, 168; Levey 1998, 53 n6
²⁴³ "I am not afraid to say that there is a way to advance algebra as far beyond what Vieta and Descartes have left us as Vieta and Descartes carried it beyond the ancients." (8 Sep. 1679, *Leibniz to Huygens*; GM II 17, L 248)

אלגבריים מאפשר לנתח את הבעיה באופן מופשט, לנסח את היחסים הגיאומטריים באמצעות משוואות ולבסוף אף לבנות את הגדלים הנחוצים להוכחה הגיאומטרית באופן שיטתי.²⁴⁴ אולם בעקבות פיתוח התחשיב האינפיניטסימאלי עולה בידי לייבניץ להרחיב את האלגברה של דקארט ולהפוך אותה לכלי בעל עוצמה חישובית גדולה הרבה יותר.²⁴⁵

דומה שלייבניץ לא מודע לתרומתו האינטלקטואלית של דקארט עד הגיעו לפריס ב-1672, שם הוא מתוודע לגיאומטריה האנליטית שלו. בפריס פוגש לייבניץ גם את ניקולס מלברנש שעבורו דקארט היה דמות מפתח, ושהמפגש עימו מספק לייבניץ נקודות מבט נוספות על הפרויקט הפילוסופי הקרטזיאני. במקומות רבים טוען לייבניץ שדקארט תרם תרומה מכרעת לגיאומטריה ולפיסיקה, אבל בעיקרו של דבר סבר לייבניץ שדקארט נכשל בפרויקט שלקח על עצמו. בצד ההערכה הרבה שרוחש לייבניץ לדקארט²⁴⁶, הוא סבור שאחת ההחמצות של דקארט נעוצה בהימנעותו מלטפל באינסוף. למשל, התיאוריה הפיסיקאלית של דקארט מבוססת על מספר חוקי תנועה. אך בביקורתו טוען לייבניץ שאילו היה דקארט משתמש באינסוף היה ביכולתו לראות כיצד חוקי התנועה שלו סותרים זה את זה ומהו עקרון היסוד של הרצף הפיסיקאלי.²⁴⁷ יחד עם זאת, לייבניץ מעריך את האסכולה הקרטזיאנית כאלטרנטיבה האינטלקטואלית המעניינת והמאתגרת ביותר מבין כל החלופות.²⁴⁸ לסיכום ניתן לומר שאת תפיסת האינסוף שלו מעצב לייבניץ במידה רבה באמצעות השוואה וביקורת עם זו של דקארט.

²⁴⁴ הרחבה בעניין הזה ראו בחלק ב', פרק 2.1.

²⁴⁵ "I have a new kind of geometry as different from Mr. Descartes as his is from the geometry of the ancients. For as Descartes has added supersolids lines and problems, or even problems of the fifth, sixth, seventh, and higher degrees to the plane and solid lines and problems of the ancients, so I have added transcendental problems which are of no degree, or rather of all degrees at once, to his." (May 1680, *Leibniz to Francois de la Chaise*; A 2.1 511, L 274)

²⁴⁶ "Thus there are two absolute general truths... the first, that we think, and the second, that there is a great variety in our thoughts. From the former it follows that we exist, and from the latter it follows that there is something else besides us [...] something which is the cause of the variety of our appearances [...]. Descartes, having accepted only the former, failed to arrive at the perfection to which he has aspired in the course of his meditations. If he had followed precisely what I call the thread of meditation, I believe that he would have achieved the first philosophy. But not even the world's greatest genius can force things, and we must necessarily enter through the entryways that nature has made, so that we do not stray. moreover, one person alone cannot do anything at once, and for myself, when I think of everything Descartes has said that is beautiful and original, I am more astonished with what he has accomplish than with what he has failed to accomplish." (1675, *Leibniz to Foucher*; A 2.1 246, AG 2)

²⁴⁷ "For example, rest can be considered as an infinitely small velocity or as an infinite slowness. Therefore whatever is true of velocity or slowness is in general should be verifiable also of rest taken in this sense, so that the rule for resting bodies must be considered as a special case of the rule for motion [...]. Likewise equality can be considered as an infinitely small inequality, and inequality can be made to approach quality as closely as we wish. It is through his neglect of this consideration, among other things, that Descartes, able man that he was, failed in more ways than one in his proposed laws of nature." (July 1687, *Letter of Mr. Leibniz on a General Principle Useful in Explaining the Laws of Nature through a Consideration of Divine Wisdom – Reply to Father Malebranche*; G III 51, L 351); also: 1692, *Critical Thoughts on the General Part of the Principles of Descartes* part II, art. 45-53; L 397-402.

²⁴⁸ "I admit that it is very useful and instructive to read Descartes, and I prefer, beyond comparison, to deal with a Cartesian rather than with a partisan of some other school" (Early December 1679, *Leibniz to Christian Philipp*; G IV 282, L 272)

7. **פייר גסנדי** (1592-1655) היה כומר צרפתי קתולי שניסה לחבר את המסורת האטומיסטית של דמוקריטוס ואפיקורוס עם הדוגמה הנוצרית בנוגע לנצחיותה של הנשמה ולמעורבותו של א-לוהים בטבע. הוא לקח חלק קבוע ומשמעותי בויכוח שהתנהל בין הפילוסופים החדשים, תומאס הובס ורנה דקארט, ואף פרסם ביקורת על 'עקרונות הפילוסופיה' של האחרון²⁴⁹. גסנדי גרס שהמציאות מורכבת מאטומים בלתי מתחלקים ושעל כן החלוקה האינסופית של החומר אפשרית רק באופן מתמטי אך לא פיסי. אולם הואיל וגסנדי חלק על עמדתו המכאניסטית של דקארט, הוא התנגד לטענה שהחומר הוא יסוד אינרטי חסר חיים ואפיין כל אטום כבעל נשמה משלו. אי לכך, ההבחנה שעשה גסנדי בין המתמטיקה האידיאלית לבין הפיסיקה האקטואלית קשורה היתה גם בפער עקרוני בין החישוב הקר וחסר החיים שאליו חותרת המתמטיקה לבין החיים עצמם, שאותם יש לראות כעירוב קבוע של חומר ורוח, ושאותם לא ניתן למצות באמצעות שיקולים מתמטיים. מסיבה זאת, את רציפותו של האטום יש לתלות בעובדה האמפירית שאין כוח בעולם המסוגל לחלקו, גם לא כוחו של א-לוהים. הסיבה לכך שא-לוהים אינו מחלק אטומים נעוצה בטיבו המטאפיסי של האטום, כך שבחשבון אחרון תולה גם גסנדי את קיומו האמפירי של העולם על יסודות מטאפיסיים ותיאולוגיים.

גסנדי מיוחד בכך שלמרות המודעות המופגנת בכתביו לחשיבותו של האינסוף, הוא הצליח לבנות שיטה שהאינסוף איננו חלק בה. לפיכך בסקירה ההיסטורית של הפילוסופיה של האינסוף מייצג גסנדי התכחות לאינסוף וזאת בתקופה שבה מושג האינסוף דווקא נחשב פופולארי בקרב אינטלקטואלים.

באופן כללי, לייבניץ מעריך את גסנדי כאחד ממייסדי המדע החדש ומאבות הפילוסופיה המודרנית. כבר כאשר היה לייבניץ בן חמש עשרה²⁵⁰, הוא נמשך לחשיבה על אודות הריק ועל הרדוקציה לתנועה באמצעות האטומים בתיאוריה של גסנדי²⁵¹. בהמשך דוחה לייבניץ את התיאוריה האטומיסטית על רקע תחושותיו שאין להתעלם מקיומו של כוח מטאפיסי פעיל ביסוד החומר שאותו תפסה הגישה האטומיסטית באופן מכאני ואינרטי, אך הוא ממשך להאמין שיש לחנך את הנוער בפילוסופיה החדשה משום שהיא מרתקת, מעניינת ומגרה את הדמיון, והצעירים יוכלו בהמשך לתקן את המעוות ולחזור לדרכי חשיבה מתוחכמות יותר אודות הטבע²⁵².

יש יסוד לטענה שהגישה האטומיסטית של גסנדי הותירה את חותמה גם על התפתחותו הפילוסופית של לייבניץ בנוגע לאינסוף. היה זה גסנדי שאפיין את האטום כיסוד בלתי מתחלק המכיל חלקים שאין להפרידם, והגדרה כזו מופיעה בחורף 1671 אצל לייבניץ באפיון החלק היסודי של הרצף כנקודה בלתי מתחלקת אך בעלת חלקים. אפיון זה של הנקודה מאפשר ללייבניץ להבחין בין הנקודה

²⁴⁹ מקובלת הסברה שאת ההשראה לספרו הביקורתי כנגד ג'ון לוק 'מסות חדשות על שכל האדם', קיבל לייבניץ מהמחלוקת בין גסנדי לדקארט, באופן שלוק ממשך את המסורת האמפיריציסטית של גסנדי בעוד שהוא, לייבניץ, ממשך את המסורת הרציונאליסטית של דקארט (Brown and Fox 2006, 103).

²⁵⁰ 10 January 1714, *Leibniz to Remond*; G III 606, L 655

²⁵¹ "As for Gassendi [...] I find that he has great and wide knowledge and is well versed in his reading of the ancient and in both secular and ecclesiastical history and all classes of learning. But his thoughts satisfy me less now than they did when I first began to drop scholastic views in my own schoolboy days. Since the atomic theory satisfies the perceptual imagination, I gave myself to it, and it seemed to me that the void of Democritus or Epicurus, together with their incorruptible atoms, would remove all difficulties." (July 1714,

Leibniz to Remond; G III 620, L 657)

²⁵² *ibid.*

המתמטית האפסית וחסרת הממד לבין גודל יסודי בלתי מתחלק השונה מאפס שבכוחו להרכיב את הרצף.²⁵³ אמנם קביעתו של גסנדי בנוגע לאטום נבעה מתוך הכרה אמפיריציסטית בפער הקיים בין האידיאליות של המתמטיקה לבין האקטואליות של הפיסיקה. בשל כך נמנע גסנדי מלהכיר בקיומה האקטואלי של חלוקת חומר לאינסוף ולחילופין הוא אף נמנע מלקבל כמות אינסופית של אטומים כמרכיבה את הרצף. לייבניץ לעומת זאת פעל באותו שלב מתוך מחויבות עמוקה לזיקה הישירה שבין מתמטיקה ופיסיקה וצידד הן בחלוקה אינסופית של החומר והן בהרכבת הרצף באמצעות אינסוף חלקים בהשראת אמות המידה המתמטיות. אולם ב-1676, מספר שנים לאחר שנטש את הגישה האטומיסטית, מתחיל גם לייבניץ להתייחס לפער שבין האידיאלי לאקטואלי והוא עובר לטעון שכל כמות ניתנת תמיד להגדלה ללא סוף אך נשארת לעולם סופית.²⁵⁴ לייבניץ אף עבר לתפוס את הגדלים המתמטיים כפיזיקליים בדומה לדרך שבה תפס גסנדי את הנקודה ואת האינסוף המתמטיים.²⁵⁵

ברם, העובדה שעבור לייבניץ חלוקה אינסופית מתבררת כקשורה בסופו של דבר במספר עצום אך סופי של חלקים, אין פירושה שגדלים הקטנים מהאטום שאין לחלקו טכנית הם חסרי משמעות אקטואלית. התחשיב האינפיניטסימאלי של לייבניץ מבהיר את חשיבותם של חלקיקים קטנים לאינסוף שגודלם זעיר מגודלו של האטום לשם הבנת המציאות האקטואלית. מסיבה זו, מול קווי הדמיון שבוודאי קיימים בין גסנדי ללייבניץ, ישנם גם לא מעט הבדלים.²⁵⁶

8. האינטלקטואל האחרון שגישתו הפילוסופית כלפי מושג האינסוף כלולה בסקירה היסטורית זו הוא שפינוזה, שעיומו הספיק לייבניץ להיפגש. **ברוך שפינוזה** (1632-1676) פעל בהשראת רעיונותיו של דקארט על אף אי הסכמה יסודית ביניהם. בניגוד לדקארט שתפס את א-לוהים כחוליה הכרחית לשם קיומן הרצוף של המחשבה וההתפשטות בעולם, עבור שפינוזה א-לוהים היה זהה עם הטבע. שיטתו של שפינוזה זרעה בלבול, שכן הוא נחשב הוגה מבריק אך מסוכן מבחינה תיאולוגית, ונראה שאף לייבניץ היה אמביוולנטי בדעתו לשפינוזה. לייבניץ התנגד למאמר התיאולוגי-מדיני של שפינוזה ובאוקטובר 1670 אף שיבח את מורו תומסיוס על שתקף את המאמר²⁵⁷, אך במקביל התרשם לייבניץ מחריפותו השכלית של שפינוזה²⁵⁸. תחילת ההיכרות האישית בין שני ההוגים החלה במכתב ששלח לייבניץ לשפינוזה בתחילת אוקטובר 1671, ובו חקירה בנוגע לאופטיקה (שבה עסק שפינוזה

²⁵³ הרחבה על כך ראו בחלק ג', פרק 2.

²⁵⁴ להלן חלק ג', פרק 4.

²⁵⁵ Arthur 2001a, xxviii-xxix; 367 n19

²⁵⁶ Beeley 1997, 79-80. עמדתו של בילי היא שהשפעתו של גסנדי על לייבניץ פחותה מזו המקובלת. לדבריו, לייבניץ לא קיבל את הגישה האטומיסטית בשום שלב, גם לא במהלך שנות העשרים שלו בשנים 1666-1669 (*ibid.*, 81). עמדה זו מנוגדת לדעת פרשנים רבים (ראו בחלק ג', פרקים 1-2). מכל מקום, הבחנה בין גדלים מתמטיים ואקטואליים היתה ככל הנראה רווחת בקרב פילוסופים סכולסטיים רבים (Beeley 1996b, 19) ועל כן אין לכרוך אותה בשאלת השפעת הגישה האטומיסטית על לייבניץ.

²⁵⁷ Parkinson 1978, 74

²⁵⁸ "קראתי את הספר של שפינוזה. מעציב אותי שאדם מלומד כזה הידרדר, כך נדמה, לשפל כזה. הביקורת שהוא מטיח בספרים הקדושים מבוססת על 'לווייתן' של הובס, אבל לא קשה להראות שתכופות היא לוקה בחסר. חיבורים ממין זה נוטים לחתור תחת הדת הנוצרית שהתגבשה בדמם, זיעתם וערנותם היקרים מפז של הקדושים. הלוואי ויוכלו לעורר מישהו, המשתווה לשפינוזה בבקיאותו אבל עולה עליו בכבוד שהוא רוחש לנצרות, שיפריך את כשלו ואת גידופיו כנגד הכתבים השמיים" (5 במאי 1671, לייבניץ ליוהאן, גאורג חריבוס (Graevius); A. I. 1 148; מתורגם על ידי נדלר 2007, עמ' 289).

למחייתו)²⁵⁹. לייבניץ אף הציע לשלוח לשפינוזה עותק של הפיסיקה החדשה לו²⁶⁰, ובתגובה הציע שפינוזה לשלוח ללייבניץ עותק של המאמר התיאולוגי-מדיני. למרות שהתנגד לגישתו הפילוסופית, מצא לייבניץ עניין ברעיונותיו של שפינוזה, שאב השראה רבה ממנו, והרחיב את עושר ידיעותיו מתוך עיון בכתביו²⁶¹. למרות שהתכתבות ראשונית זו בין לייבניץ לשפינוזה הניחה את היסודות לתחלופת רעיונות שבה היה לייבניץ מעוניין ללא ספק, תחלופה כזו התאפשרה רק מאוחר יותר בתיווכו של ידידם המשותף ארנפריד וולטר ון צירנהאוס (Tschirnhaus). שפינוזה בטח בצירנהאוס ועל כן הסכים להפקיד בידיו עותק של כתב היד של ה'אתיקה' לעיניו בלבד. בנובמבר 1675 ביקש צירנהאוס משפינוזה (באמצעות שולר) להתיר לו להראות ללייבניץ את כתב היד של ה'אתיקה'²⁶², אך שפינוזה סירב²⁶³. צירנהאוס נענה לבקשתו של שפינוזה ולא הראה ללייבניץ את כתב היד אך בכל זאת תיאר באזני לייבניץ את תוכנו²⁶⁴, כפי שמעיד לייבניץ בעצמו בפברואר 1676²⁶⁵. בהמשך, תלה לייבניץ תקוות רבות במפגש עם שפינוזה בדרכו חזרה מפריס להנובר בנובמבר 1676. בפגישתם, הראה לייבניץ לשפינוזה את השיפור שלו להוכחה האונטולוגית לקיום הא-ל המוכיח שמושג הא-ל אפשרי. לדברי לייבניץ, שפינוזה אישר את תקפותו של הטיעון²⁶⁶. אולם למחרת המפגש²⁶⁷ מופיעים כבר סימנים ראשוניים של התקררות מצד לייבניץ כלפי שפינוזה²⁶⁸, המתגברים לכדי התרחקות מוצהרת משקרא לייבניץ את ה'אתיקה' עם פרסומה בשנת 1678 (לאחר מות שפינוזה). החל מאז עשה לייבניץ מאמץ להבחין את עצמו ואת שיטתו מזו של שפינוזה²⁶⁹.

מחלוקת חשובה בין שפינוזה ללייבניץ נעוצה בשאלת קיומה של אפשרות. שיטתו של שפינוזה מזהה את המהות כקיימת בהכרח. מהותו של העצם, כלומר של א-לוהים, איננה מושגית-לוגית אלא קשורה ישירות בפעילותו האקטואלית, ופעילות זו הכרחית מכיוון ש"אין א-לוהים יכול, ומעולם לא היה ביכולתו לגזור גזרה אחרת" מכפי שגזר בפועל²⁷⁰. לעומת זאת, לדעת לייבניץ, על מנת שדבר-מה יתקיים עליו להיות קודם כל אפשרי מבחינה לוגית. לפיכך, רק מתוך מה שקיים כאפשרות ניתן לבחור את מה שיתקיים בפועל. מכאן שביסוד רעיון הבחירה או החירות לבחור קיימת ההבחנה בין

²⁵⁹ 'אגרות', אגרת 45, 3 באוקטובר 1671, עמ' 201-202.

²⁶⁰ *Hypothesis Physica Nova*. בקובץ זה מופיעה התיאוריה המופשטת של התנועה (TMA) שבה אדון בהרחבה להלן בחלק ג', פרק 2.

²⁶¹ לייבניץ מדגיש במכתבו לסימון פושר בשנת 1675, שהוא לא נחשף לשיטתו של דקארט באופן ישיר אלא באמצעות תגובותיהם של פילוסופים אחרים (Arthur 2001a, 383 n2). תרומתו של שפינוזה בעניין זה היתה ככל הנראה מכרעת (Loftson and Arthur 2006, 39-40 n30).

²⁶² 'אגרות', אגרת 70, עמ' 260.

²⁶³ 'אגרות', אגרת 72, עמ' 263.

²⁶⁴ Arthur 2001a, 386 n2; Antognazza 2009, 169; נדלר 2007, עמ' 290.

²⁶⁵ "M. Tschirnhaus has given me an account of many things from M. de Spinoza's book." (February 1676?, On Spinoza's Ethics; A 6.3 384, LLC 43)

²⁶⁶ "I presented this argument to M. Spinoza when I was at The Hague, who thought it is to be sound" (A 6.3 579; PDSR 103). לדיון בהוכחה זו ראו חלק ד' חטיבה ראשונה.

²⁶⁷ Couturat 1994 (1902), 4

²⁶⁸ "If all possibles existed, no reason for existing would be needed, and possibility alone would suffice. Therefore there would be no God, except insofar as he is possible. But such a God as the pious hold to would not be possible if the opinion of those is true who believe that all possibles exist." (2 Dec. 1676, *Notation for Discussion with Spinoza*; C 530, L 169)

²⁶⁹ Nachtomy 2010-2011

²⁷⁰ שפינוזה, 'אתיקה', חלק ראשון, הערה ב' על משפט ל"ג, עמ' סג.

מהות (essence) לקיום (existence). הבחנה זו מאפשרת לייבניץ לייחס לא-ל בחירה כאשר הוא בורא עולם אקטואלי אחד מתוך אינסוף עולמות אפשריים. כמו כן, באמצעות הבחנה זו יכול לייבניץ לטעון כי הסדר שעל פיו מאורגן העולם הוא הסדר האפשרי הטוב ביותר ועל כן עולמנו הינו הטוב מכל העולמות האפשריים. לאחר שהוא קורא את ה'אתיקה', מתחוויר לייבניץ שההכרח המאפיין את שיטת שפינוזה שולל את רעיון האפשרות ומבטל במחי יד את כל ההבדל שבין הכרח לקונטינגנטיות, ובשל כך משתדל לייבניץ להתנער משיטת שפינוזה.

באשר לאינסוף, ניתן לומר שלייבניץ מצא אצל שפינוזה מאפיינים חשובים בהבחנה בין מובניו השונים של האינסוף. שפינוזה עסק בהבחנה בין המובן המתמטי והמובן המטאפיסי של האינסוף ושבגין הערבוב בין המובנים נוצרו לדעתו עמימות ובלבול המלווים את הדיון באינסוף. לטענת שפינוזה קיימים כמה סוגים של אינסופיות: ישנה אינסופיות מוחלטת המגדירה את א-לוהים; ישנה אינסופיות "מסוגה" הקשורה בתארו של א-לוהים (ההתפשטות, המחשבה וכן הלאה), הכוללת הכל אך רק מתוך אספקט מסוים; וישנה כמות המכונה אינסופית (על אף שהיא רק ניתנת להגדלה ללא גבול ולכן נשארת בכל רגע נתון סופית), הקשורה לדעת שפינוזה עם אופני העצם דהיינו עם ריבוי הדברים בעולם. נראה שלייבניץ תפס באופן דומה את החשיבות המכרעת שבהבחנה בין המשמעויות השונות של האינסוף. אולם בשונה משפינוזה, אין הוא קובע שמדובר בסוגים שונים של אינסופיות אלא רק ברמות שונות של אותה אינסופיות. בהערה מסכמת על אגרת 12 של שפינוזה המוקדשת לדיון במושג האינסוף, קובע לייבניץ שהאינסוף המוחלט (כלומר הא-ל), האינסוף "מסוגו" (כלומר המקסימום) והריבוי האינסופי (כלומר הכמות חסרת הגבול) הם מדרגות שונות של האינסוף וככאלו רמה מסוימת של קשרי גומלין קיימת ביניהם²⁷¹. כמו כן, ניתן למצוא בכתבי לייבניץ מהתקופה הפריסאית שלו הבחנה מטאפיסית בין מקסימום למינימום ברוח גישתו של שפינוזה²⁷². להבחנות אלו תפקיד חשוב בפילוסופיה של לייבניץ מאז התוודע לרעיונותיו של שפינוזה, אף שלייבניץ עושה בהן שימוש שונה מזה שעשה בהן שפינוזה כפי שיבואר בהרחבה להלן בחלק ד' של המחקר.

²⁷¹ "I set in order of degree: *Omnia; Maximum; Infinitum*. Whatever contains *everything* is maximum in entity; just as a space unbounded in every direction is maximum in extension. Likewise, that which contains everything is most infinite (infinitissimum), as I am accustomed to call it, or the absolutely infinite. The *Maximum* is everything of its kind, i.e., that to which nothing can be added, for instance, a line unbounded on both sides, which is obviously also infinite; for it contains every length. Finally those things are *infinite in the lowest degree* whose magnitude is greater than we can expound by an assignable ratio to sensible things, even though there exists something greater than these things [...]. For a maximum does not apply in the case of numbers." (Second half of April 1676, *Annotated excerpts from Spinoza*; A 6.3 282, LLC 114-115)

²⁷² "The reason why the unbounded, i.e. that which is greater than anything finite, is something, and the infinitely small is not, is that in the continuum the maximum is something, and the minimum is not; the most perfect is something, the least is not, God is something, nothing is not. In the continuum, the whole is prior to its parts; the absolute is prior to the limited; and so is the unbounded prior to that which has a bound, since a bound is a kind of addition. There is no greatest number, and no least line." (10 April 1676, *Infinite Numbers*; A 6.3 502, LLC 97)

סיכום

כאשר ניגש לייבניץ, בשלבים שונים של חייו, לגבש עמדה בנוגע לאינסוף ולרצף, כבר עמד לנגד עיניו פסיפס מורכב למדי של גישות. אריסטו משמש כמקור מהימן לפרדוקסים המפורסמים של זנון על הרצף ועל אפשרות חלוקתו לאינסוף, ומטפל לראשונה באופן שיטתי במושג האינסוף באמצעות הבחנה בין אקטואליות ופוטנציאליות. כתוצאה מכך הוא שולל אינסוף כשלם ומכיר רק באינסוף כתהליך וכהתהוות. לא ניתן להגזים בחשיבותו של אריסטו לחקר ההיסטוריה של מושג האינסוף, מכיוון שכל התמקדות עתידית בהיבט הכמותי-מתמטי של האינסוף מתייחסת בדרך זו או אחרת אליו. כפי שנראה בהמשך היא מכתובה גם את אופן התייחסותו של לייבניץ לנושא.

מנגד, חשיבותו של אקווינס נעוצה בקשר שפיתח בין אחדות הא-ל ושלמותו לבין האינסופיות במובנה המטאפיסי. פלוטינוס ואוגוסטינוס שקדמו לו, התייחסו לקשר שבין הא-ל לאינסוף בתורת ריבוי ולא בתורת אחדות. החל מאקווינס (ובני דורו בונונטורה ודונוס דקוטוס, אך באופן פחות מובהק) מתפתחת חשיבה דתית המדגישה את הפער האיכותי שבין האדם לא-ל על בסיס הפער האיכותי שבין הסוף לאינסוף.

התפתחות מרשימה בהבנת ההיבטים הכמותיים של מושג האינסוף מופיעה בהגותו של וויליאם מאוקהם. אוקהם ביקש להכיר בקיומו של אינסוף אקטואלי מבלי להגיע לפרדוקסים שהוצגו על ידי אריסטו. לשם כך תפס אוקהם את האינסוף האקטואלי באופן סינקטגורמטי. משמעות הדבר היא שהמונח 'אינסוף' אינו מהווה נושא במשפט ואיננו קשור במספר מוגדר אלא מהווה ריבוי בלבד, חסר משמעות כשלעצמו, שאותו יש להבין רק ביחס לנושא אחר בדומה למילות יחס אחרות כדוגמת 'הרבה', 'מאד' וכדומה. קטגוריה חדשה זו חיונית למחקר היסטורי-פילוסופי של מושג האינסוף וברט למחקר מושג האינסוף אצל לייבניץ.

המקובל רבי אברהם כהן היררה מפתח באופן משמעותי את ההיבט המטאפיסי של האינסוף במסגרת הדיון שהוא עורך ברעיון הצמצום. לדעתו, ההשתלשלות מאחדות אלוהית מוחלטת אל ריבוי התופעות בעולם מחייב מעבר מאינסופיות שלמה ומוחלטת לאינסופיות המכילה בתוכה את החיסרון כפוטנציאל לקיומו של ריבוי. באינסופיות פחותה זו, המכונה 'הכתר העליון', 'השם המפורש', 'אדם קדמון' וכן הלאה, משלב היררה אחדות מטאפיסית עם ריבוי כמותי כשלב ביניים בין א-לוהים והעולם. כפי שנראה בהמשך, גם אצל לייבניץ מהווה המתח שבין אחדות לריבוי אחד מסימני ההיכר של הפילוסופיה של האינסוף.

תפיסות האינסוף של אריסטו, אקווינס, אוקהם ורא"כ היררה מצויות ברקע פעילותו הפילוסופית של לייבניץ, אך עם כל חשיבותן הן אינן משקפות את הלכי הרוח בתקופתו של לייבניץ, עידן פיתוח התחשיב האינפיניטסימאלי. ארבע הגישות הנותרות של גלילאו, דקארט, גסנדי ושפינוזה נועדו לספק תמונה עשירה ומלאה יותר על יחסם של הוגים בפתח העידן המודרני לאינסוף.

מעבר לחשיבותן עבור לייבניץ, תפיסות האינסוף של גלילאו, דקארט, גסנדי ושפינוזה מייצגות את כל ארבע נקודות המוצא מהפרדוקסים של זנון. במילים אחרות, ארבעת הפילוסופים הללו מספקים יחדיו תמונה מהימנה של אופן ההתייחסות לבעיית הרצף במאה ה-17 מכיוון שהפתרונות המוצעים על ידם מכסים מבחינה מושגית את כל הוואריאציות האפשריות. ראשית כל, תפיסות האינסוף של

ארבעת הפילוסופים נעות בין הרצון להגדיר את הרצף באמצעות האינסוף לבין ההכרה ברצף כמהות שלחלוטין אינה ניתנת לחלוקה. הרצף כמהות בלתי מחולקת מופיע אצל גלילאו בזיהוי שהוא ערך בין האינסוף לבין הנקודה או היחידה הבלתי מתחלקת; אצל דקארט בהגדרת עצם ההתפשטות; אצל גסנדי בתפיסת האטום כרצוף ובלתי ניתן לחלוקה אקטואלית; ואצל שפינוזה בשימוש שהוא עשה באינסוף על מנת להגדיר את א-לוהים ככוליות מוחלטת חסרת חלקים. הניתוק בין הרצף הבלתי מתחלק לבין קיומם של אינסוף חלקים נבע מכך שהאופציה של חלוקה סופית היא פרובלמטית מבחינה פילוסופית וזו של חלוקה אינסופית מביאה שוב לפרדוקסים של זנון. כעת, מתוך נקודת מוצא משותפת זו נתן כל אחד מהוגים אלו מקום לחלוקה של הרצף. ניתן אולי לומר שכל אחד מארבעת ההוגים האמורים הציע פתרון אחר לשאלת אפשרות חלוקתו האקטואלית של הרצף, שהינה שאלה יסודית בהיסטוריה של הפילוסופיה של מושג האינסוף בכלל ובדיון שעורך לייבניץ ביחס לאינסוף בפרט. לשאלה זו יכולים להיות ארבעה פתרונות אפשריים:

שני פתרונות טבעיים ל'מבוך הרצף' המופיעים בפרדוקסים של זנון אך אינם פותרים אותם:

(1) חלוקה אינסופית שאינה מניבה חלקים בלתי מתחלקים

(2) חלוקה סופית המניבה חלקים בלתי מתחלקים

ושני פתרונות נוספים המהווים שלילה של התנאים המגדירים את 'מבוך הרצף' או אימוץ המסקנה הנובעת ממנו (כלומר האחת מאמצת בו זמנית את שני הפתרונות שלעיל, ואילו השניה דוחה את שניהם).

(3) חלוקה אינסופית המניבה חלקים בלתי מתחלקים

(4) העדר חלוקה בכלל.

חלוקה סופית של הרצף (המניבה חלקים 'אחרונים') (גסנדי)	חלוקה אינסופית של הרצף (שאינה מניבה חלקים 'אחרונים') (דקארט)	פתרונות המאמצים את אחת הקרניים של הפרדוקס ולכן אינם פותרים אותו
העדר חלוקה של הרצף כלל (שפינוזה)	חלוקה אינסופית של הרצף המניבה חלקים 'אחרונים' (גלילאו)	פתרונות המאמצים את שתי קרני הפרדוקס או אף לא אחת מהן, ולכן מתעלמים מקיומו

רנה דקארט צידד בפתרון הראשון. מסקנתו היתה שההתפשטות המרחבית ניתנת לחלוקה בלתי מוגדרת מאחר והיא אינה מורכבת מאטומים בלתי מתחלקים. אולם דקארט עובר מבלי משים מחלוקה בלתי מוגדרת לחלוקה אינסופית של הרצף: שיטתו הפיסיקאלית תלויה בקיומה של תנועה המגדירה חלקים נפרדים ומעמד החלקים הנפרדים שנוצרו מחלוקה אינסופית לא יכול להיות פוטנציאלי כמו אצל אריסטו אלא מחויב להיות אקטואלי. על מנת להתמודד עם הבעיה שאינסוף אקטואלי מעורר מבחינה פילוסופית עשה דקארט שימוש באי הנגישות התיאולוגית של האינסוף ועל ידי כך הותיר את קיומו של האינסוף האקטואלי בעמימות בלתי פתורה.

למרות אמונתו הדתית, פייר גסנדי עשה מאמץ של ממש להדיר לחלוטין את האינסוף מתמונת העולם. בשל כך אימץ גסנדי את הפתרון השני וטען לפתרון הפוך מזה של דקארט בנוגע לשאלת חלוקת הרצף, כלומר שאת החומר ניתן לחלק באופן סופי בלבד המניב יסודות סופיים בלתי מתחלקים. מסיבה זו ייחס גסנדי רציפות לאטום הבלתי מתחלק וחוסר רציפות (כלומר עירוב של ריק

ואטומים) לגופים חומריים. הפתרון של חלוקה סופית המניבה חלקים בלתי מתחלקים הוא נוח משום שהוא אינו מסתבך עם האינסוף, אך הוא חייב את גסנדי לנמק את הסיבה לכך שחלוקה אינסופית אכן אינה אפשרית. גסנדי האמפיריציסט טען שקיים פער בין מתמטיקה לממשות. חלוקה אינסופית נובעת מפעולה מתמטית אך אינה ישימה באופן פיסי, ומשום כך יש להימנע מלהפעיל על המציאות את הסטנדרטים האידיאליים של המתמטיקה. לדעת גסנדי, רצף בלתי ניתן לחלוקה וחלוקה אינסופית של הרצף הן שתי אפשרויות אידיאליות שאינן באות לידי ביטוי במציאות. על כן יש להתייחס לכך שהאטום רצוף מבחינה פיסיקאלית או שכמות סופית של אטומים מרכיבה את הרצף בעירבון מוגבל מבחינה פילוסופית טהורה.

כאמור, שני הפתרונות הנותרים חורגים מתנאי האפשרות של בעיית הרצף, דהיינו הם אינם מהווים אחת משתי הקרניים שמהן מורכבים הפרדוקסים של זנון. הפתרון השלישי, שאינו סביר, תומך בחלוקה אינסופית המניבה יסודות בלתי מתחלקים. הצעה כזו מופיעה אצל גלילאו גליליי על פיו הקו הרצוף מורכב מאינסוף נקודות חסרות ממד. פתרון כזה הוא פרדוקסאלי מעצם טבעו: אם הנקודות חסרות ממד לחלוטין אפילו כמות אינסופית שלהן לא תניב דבר, ואם הנקודות מבטאות גודל סופי בלתי מתחלק, לא ברור מדוע לא ניתן להמשיך ולחלק אותן. לא זו בלבד שהפרדוקס לא הרתיע את גלילאו, הוא אף מצא לנכון לייסד את ההסבר המדעי בכללותו על האינסוף. בניגוד לדקארט, ראה גלילאו בחיוב את העמימות הפרדוקסאלית שיוצר האינסוף. הנס והפלא הם היסוד של ההסבר המדעי ולפיכך אין צורך לפתור את הפרדוקס שמעורר האינסוף אלא דווקא להעצים אותו. במונחים של הפרדוקסים של זנון אפשר לומר שהפתרון השלישי כפי שהוא בא לידי ביטוי בגישתו של גלילאו לאינסוף הינו שילוב של שתי הקרניים בו זמנית – חלוקה אינסופית ויסודות בלתי מתחלקים – מבלי שגלילאו מסביר כיצד ניתן באמת לשלב ביניהם. לדעת גלילאו האינסוף אינו ניתן להבנה, לא ניתן להשוות אותו לא גודל אינסופי אחר ואף לא לגודל סופי, ולכל היותר יש לזהות אותו דווקא עם היחידה המתמטית הבלתי מתחלקת, הנקודה. מסקנה זו מעניינת במיוחד לאור העובדה שגלילאו עשה שימוש במושג של אינסוף המבוסס על חלקים (א-כמותיים) ולא על מושג של אינסוף המבוסס על אחדות משוללת חלקים, אולם זו בדיוק הסיבה שמסקנתו שונה מזו של שפינוזה.

הפתרון הרביעי והאחרון אינו פרדוקסאלי אך גם הוא אינו פותר את 'מבוך הרצף' אלא רק מתכחש לקיומו. בניגוד לגלילאו שטען שיש להעצים ולא לפתור את הפרדוקס באמצעות אחיזה בזמנית בשתי האפשרויות המנוגדות של הבעיה, הציע ברוך שפינוזה לשלול בו זמנית את שתי האפשרויות האמורות. לא חלוקה סופית ולא חלוקה אינסופית מאפיינות את הרצף. הרצף אינו ניתן לחלוקה כלל. המוניזם הפנתיאיסטי של שפינוזה הכחיש את קיומן של התופעות כחלקים בלתי תלויים וראה בהן אופנים בלבד של הטבע בכללותו. האינסוף האקטואלי מובן אצל שפינוזה ככוליות טוטאלית ומוחלטת הזחה עם א-לוהים. כתוצאה מכך חזר שפינוזה במידה רבה למסורת האליאטית שכנגדה יצא אריסטו מלכתחילה, ואישר מחדש את תקפותם של הפרדוקסים של זנון שנועדו לערער את קיומה של התנועה ואת קיומם של חלקים נפרדים.

כל אחת מארבע הגישות המרתקות של גלילאו, דקארט, גסנדי ושפינוזה הותירו את חותמן על ליבניץ. עם זאת, דומה שיש להבין את חשיבותן בגיבוש תפיסת האינסוף שלו רק באמצעות הבנת התמונה הכוללת שהן מייצרות יחדיו.

חלק ב': מתמטיקה

99	מבוא
102	1. 'אמנות הצירופים' כבסיס צורני לחשיבה: רטרוספקטיבה על חיבור מ-1666
111	2. לייבניץ והתחשיב האינפיניטסימאלי
111	2.1. רקע מתמטי: עבודות מתמטיות במאות ה-16 וה-17
127	2.2. התפתחות המתמטית של לייבניץ
129	א. עקרון הסתירה ושילת מספר אינסופי
131	ב. סדרות אינסופיות
143	ג. פיתוחים גיאומטריים
149	ד. פיתוחים אלגבריים וגיבוש התחשיב האינפיניטסימאלי
160	3. הבהרות מושגיות: אינסוף סינקטגורמטי ואינסוף אקטואלי אצל לייבניץ
161	א. אינסוף סינקטגורמטי – אינסוף קטגורמטי
164	ב. אינסוף אקטואלי – אינסוף פוטנציאלי
165	ג. אינסוף סינקטגורמטי – אינסוף בלתי מוגדר (indefinite)
167	ד. אינסוף ואינפיניטסימאל
172	ה. האם תפיסת האינסוף של לייבניץ ניתנת להצדקה?
175	ו. סדרה אינסופית מתכנסת וגבול
177	ז. אינסוף אקטואלי
186	סיכום

חלק ב': מתמטיקה

מבוא

בחלק זה תפורט תפיסתו המתמטית של לייבניץ את האינסוף. ניתוח זה מתמקד בשני תהליכים מקבילים שעבר לייבניץ במחצית הראשונה של שנות השבעים של המאה ה-17: האחד קשור בשלבי פיתוח תחשיב אינפיניטסימאלי במטרה לפתור בעיות מתמטיות הקשורות ברצף. תהליך זה כרוך במציאת חוקיות בין סדרות מספרים, באיתור טכניקות גיאומטריות ובחשיבה יצירתית על סימולים אלגבריים, ומטבעו הוא טכני במידה רבה. בתהליך זה יתמקד חלק זה. התהליך השני קשור בתמורות שעבר לייבניץ בהבנת היחס שבין הרצף האקטואלי לבין מרכיביו סביב שאלת מעמדו של האינפיניטסימאל, והוא יפורט בחלק הבא. שני התהליכים שלובים זה בזה מכיוון ששאלת זהותם ומעמדם המטאפיסי של מרכיבי הרצף השפיעה והושפעה מתובנות גיאומטריות ואלגבריות שאליהן הגיע לייבניץ במהלך התפתחותו המתמטית. התייחסות נפרדת לשני התהליכים משרתת צורך מתודולוגי אך מבחינה היסטורית ופילוסופית הם מרכיבים יחד את האופן שבו פתר לייבניץ את הבעיה הפילוסופית של האינסוף ושל הרצף, בעיה שברטרנד ראסל טען שהיא הקשה ביותר בפילוסופיה.¹

עמדתו של לייבניץ עברה מספר שינויים בטרם התגבשה בשנת 1676 לתפיסה סינקטגורמטית של האינסוף.² אינסוף סינקטגורמטי פירושו גודל שאינו שלם סופי מצד אחד אך גם אינו שלם אינסופי מצד שני, אלא הוא גודל דינמי מעצם הגדרתו. לייבניץ עושה שימוש מועט במונח 'סינקטגורמטי' ובדרך כלל מסתפק בתיאור האינסוף כ"גודל סופי גדול ככל שנרצה"³. תפיסה סינקטגורמטית של האינסוף קובעת כי לא ניתן לראות את האינסוף כשלם (כקולקציה של כל אינסוף החלקים) אלא רק כגדילה מתמדת.⁴ לדעת לייבניץ האינסוף איננו גודל (magnitude) אלא לכל היותר ריבוי (multitude) שאין שום אפשרות לארגן אותו או לתפוס אותו באופן קולקטיבי. לפיכך, תפיסה כזו אינה מכירה בחלק 'אחרון' שבכוחו לסיים את הגדילה ולאפשר סכימה של אינסוף החלקים.

By infinitely great and infinitely small, we understand something indefinitely great or something indefinitely small, so that each conducts itself as a sort of a class and not merely as the last thing of a class.⁵

¹ Russell 1900, 109

² הטענה של לייבניץ תפס את האינסוף האקטואלי באופן סינקטגורמטי אינה חדשה והיא מופיעה כבר אצל אישיגורו (Ishiguro 1990), בילי (Beeley 1996a, 1997), לוי (Levey 1998), בסלר (Bassler 1998a) וארתור (Arthur 2001b), אך ישנם פרשנים החולקים עליה כדוגמת רשר (Rescher 1967) ובראון (Brown 2000). בחלק זה לא רק שמופיעים סימוכין לעמדתו הסינקטגורמטית של לייבניץ ביחס לאינסוף אלא אף מתואר התהליך שבאמצעותו הוא מגיע למסקנה זו, לא רק ברמה הפיסיקאלית (Arthur 2010a) אלא גם ביחס להתפתחות המתמטית במהלך פיתוח התחשיב.

³ April 1676, *Infinite Numbers*: A 6.3 101; 1698, *Leibniz to Bernoulli*: GM III 566

⁴ הרחבה נוספת בנוגע לתפיסה סינקטגורמטית של האינסוף מופיעה בתפיסת האינסוף של ויליאם מאוקהם, בחלק א'.

⁵ Ca. 1695, *Leibniz to Nieuwentij*; Child 150

עמדה סינקטגורמטית כלפי האינסוף מציבה מגבלה בתפיסה של ריבוי אינסופי כשלם, אך מגבלה זו אינה נובעת מסופיות התבונה או מכשל אפיסטמולוגי אחר, אלא מכך ששלם אינסופי או מספר אינסופי כלל אינם אפשריים. זו הסיבה שיש להבחין בין עמדת לייבניץ בנוגע לאינסוף סינקטגורמטי לבין גישת דקארט הרואה באינסוף גודל 'בלתי מוגדר' (indefinite). לכן, למרות שפעמים רבות לייבניץ מאפיין גדלים אינסופיים כ'בלתי מוגדרים', הוא אינו תמים דעים עם דקארט בנוגע לדרך שבה יש לתפוס את האינסוף.

יש המזהים אינסוף סינקטגורמטי עם אינסוף פוטנציאלי, משום שבשניהם ניתן להגדיל או להקטין לאינסוף גודל שמעצם הגדרתו אינו כולל הכל⁶. אולם לייבניץ בעצמו מצהיר פעמים רבות את מחויבותו לאינסוף אקטואלי דווקא. המובן המקובל של אינסוף אקטואלי הוא בתפיסה קטגורמטית של האינסוף: כאשר כל אינסוף החלקים קיימים באופן ממשי מתקבלת קולקציה שלמה הכוללת את 'כל' החלקים. כפי שתואר בחלק א' של המחקר, אינסוף אקטואלי נחשב לבעייתי כבר מאז אריסטו בשל הסתירה הפנימית שבין היותו 'שלם' שאין להוסיף עליו לבין היותו 'אינסוף' חסר גבול. לייבניץ רואה עצמו כתומך נלהב של האינסוף האקטואלי אך במקביל כופר בקיומו של מספר אינסופי או אינסוף שלם. לפיכך התוצאה היא שלייבניץ מאפיין את האינסוף הקשור בחלקים כסינקטגורמטי ואקטואלי גם יחד.

An actual infinity cannot be demonstrated in magnitude as it can in a multitude.

Arguments against an actual infinity assume that, with this allowed, there exists an infinite number; likewise, that all infinities are equal. But it must be recognized that an infinite aggregate is in fact not one whole, or endowed with magnitude, and that it cannot be enumerated. And accurately speaking, in place of 'infinite number', we should say that more things are present than can be expressed by any number; or, in place of 'infinite straight line', that a line is extended beyond any specifiable magnitude, so that there always remains a longer and longer line. It is of the essence of number, of line, and of any whole whatsoever to be bounded [...] For just as it cannot be said that of an infinite number whether it is even or odd, so it cannot be said of an infinite line whether it is commensurable or incommensurable with a given line [...] only absolute and indivisible infinity has a true unity, namely, God. And this, I think, is enough to satisfy all the arguments against an actual infinity [...]⁷

חלק זה נועד לעסוק באינסוף מנקודת מבט מתמטית. עם זאת, הצהרתו של לייבניץ בנוגע לקיומו של אינסוף אקטואלי מחייבת להרחיב מעט את נקודת המבט ולדון בבעיית חלוקת חומר לאינסוף החורגת מההפשטה המתמטית. אכן, ישנם פרשנים המפנים ביקורת כלפי השילוב שמבקש לייבניץ ליצור בין אינסוף אקטואלי לבין תפיסה סינקטגורמטית של אינסוף⁸. ביקורת זו חושפת את המגבלות

⁶ למשל Ariew 1990, 25

⁷ 11 March 1706, *Leibniz to Des-Bosses*; G II 304-305, LR 31-33

⁸ Russell 1900; Benardete 1964; Levey 1999a; Brown 2000

שבהפעלת מודל מתמטי על הממשות האקטואלית אצל לייבניץ ומאלצת לחפש פתרונות החורגים מתחום הדיון המתמטי וגולשים למטאפיסיקה. בפתרונות השונים שהעלה לייבניץ יעסוק חלק ג' בהמשך. הבעיות והאילוצים יועלו בפרק המסכם של חלק זה.

הפרק הראשון מהווה מעין פתיחה או הקדמה למחקר בחלק זה. פרק זה מתייחס לחיבור מוקדם משנת 1666, 'אמנות הצירופים', אותו מזהה לייבניץ כעבור כ-50 שנה כתחילת הדרך בדרכו הפילוסופית והמתמטית. למרות שמבחינה היסטורית ליאמנות הצירופים יש ערך מועט בהקשר של הדיון באינסוף, מבט רטרוספקטיבי על החיבור מאפשר לזהות את היסודות שליוו את לייבניץ בפיתוח התחשיב ובגישתו הסופית כלפי האינפיניטסימאל. כבר ביאמנות הצירופים לייבניץ אינו מהסס לכרוך את האינסוף בהנחות המוצא הפילוסופיות שלו להבנת העולם והא-ל, מצדד בקידום חשיבה מרחבית ולא רק כמותית, מציג חזון של מתודה סימבולית ופותח בפרויקט החישובי שלו על קומבינציות של מספרים. נושאים אלו עמדו ביסוד התפתחותו המתמטית והפילוסופית של לייבניץ כפי שמעיד לייבניץ בעצמו, ויש לכל אחד מהם חשיבות מיוחדת בהבנת תפקידו של האינסוף בשיטתו הכוללת של לייבניץ. תיאור שלבי פיתוח התחשיב האינפיניטסימאלי מבחינה היסטורית מופיע בפרק השני. הסעיף הראשון מוקדש לתיאור הרקע לפעילותו המתמטית של לייבניץ: גיבוש הגיאומטריה האנליטית על ידי דקארט ופרמה והתפתחות חישוב שטחים, פתרון בעיות מינימה ומקסימה ומציאת משיקים בעבודותיהם של קוולירי, ואליס, רוברוול ופרמה. בסעיף השני מפורטת עבודתו של לייבניץ על התחשיב החל משנת 1672 עם הגיעו לפריס, תוך התייחסות למחקריהם של היסטוריונים של המתמטיקה של לייבניץ.⁹ יש הטוענים שכבר באפריל 1676 עם סיום שהותו בפריס לייבניץ מגיע למסקנה שהאינפיניטסימאל אינו גודל ממשי מצד אחד ואף אינו נקודה אפסית מצד שני אלא גודל מתמטי פיקטיבי שניתן לחלקו לאינסוף.¹⁰ לעומתם, מספר פרשנים טוענים שלמסקנה זו מגיע לייבניץ רק בשלהי שנות התשעים של המאה ה-17 או מאוחר יותר.¹¹ על מנת לחזק את פרשנותם של הראשונים מתואר בסעיף זה פירוט התפתחותו המתמטית של לייבניץ במהלך פיתוח התחשיב האינפיניטסימאלי בדגש על שנות שהותו בפריס. תהליך התפתחותו המתמטית של לייבניץ בפריס מתואר באמצעות ארבעה שלבים: (א) זיהוי עקרון הסתירה כבסיס באריתמטיקה של לייבניץ ובשלילת מספר אינסופי, (ב) הבנת החוקיות העומדת ביסוד סדרות מספרים סופיות ואינסופיות, (ג) תרגום חוקיות זו לביטויים גיאומטריים, ו-(ד) גיבוש כללים ומונחים ברמה האלגברית ותפיסת האינפיניטסימאל כפיקציה. לדעתי, בתחילת 1676 לייבניץ אכן מגיע למסקנה שעלה בידיו לגבש מתודה מתמטית לחישוב שטח באמצעות סדרה אינסופית של חלקים אינפיניטסימאליים, ולהצדיק מבחינה מתמטית את הטכניקה של קוולירי באמצעות מעמדו הפיקטיבי של האינפיניטסימאל.¹²

הפרק השלישי מוקדש לבירור מספר סוגיות הקשורות בדרך טיפולו של לייבניץ באינסוף ובאינפיניטסימאל, ובו תובהר מבחינה מושגית עמדת לייבניץ בנוגע לאינסוף סינקטגורמטי ותיבחן האפשרות להגן עליה פילוסופית. מכיוון שפרק זה אינו עוסק בתיאור היסטורי של הפרקטיקה

⁹ Child 1920; Hofmann 1974; Bos 1974, 1980

¹⁰ Arthur 1998, Levey 1998

¹¹ Bos 1974; Jesseph 1998; Ishiguro 1990

¹² Fall 1675-Summer 1676, *De Quadratura Arithmetica*, prop. 6

המתמטית של לייבניץ, מופיעות בו גם התייחסויות מאוחרות יותר של לייבניץ לתחשיב, שאותן הוא מספק רק כעבור עשרים שנה בשלהי שנות התשעים של המאה ה-17 או מאוחר יותר, בעקבות קריאת תיגר מצד מספר מתמטיקאים על מהימנותו של התחשיב ועל תקפותו הפילוסופית. בנוסף לכך, בפרק זה ייבחן לעומקו השילוב המוצע על ידי לייבניץ בין אינסוף אקטואלי לתפיסה סינקטגורמטית של אינסוף. דיון זה חשוב להבנה מלאה של תפיסת לייבניץ את האינסוף ולהבנת אופי הקשר שבין מתמטיקה ופיסיקה, שיפורט בחלק הבא. לפיכך, דיון זה מהווה מעין הקדמה לחלק ג' של המחקר העוסק בגישת לייבניץ לרצף הפיסיקאלי ולמרכיביו האינפיניטסימאליים. לייבניץ רואה את היסודות המטאפיסיים של הפיסיקה, כפי שהם באים לידי ביטוי בשאלת הרכבת הרצף, כרלוונטיים להבנה מתמטית של הממשות. בעיות מושגיות במעבר ממתמטיקה לפיסיקה באות בסופו של דבר לידי ביטוי בתפיסתו הסופית של לייבניץ את האינפיניטסימאל כפיקטיבי ואת הרצף כשלם שכלל אינו מורכב מחלקים.

1. 'אמנות הצירופים' כבסיס צורני לחשיבה: רטרנספקטיבה על חיבור מ-1666

כאשר פונה לייבניץ באחרית ימיו לסכם את נקודת מבטו על ההיסטוריה של התחשיב החדש שפיתח לחישוב גדלים קטנים לאינסוף, הוא מזהה את נקודת ההתחלה של מפעלו הרעיוני ב'אמנות הצירופים', דיסרטציה שפרסם כחמישים שנה קודם לכן, בשנת 1666.¹³ לייבניץ חוזר על הזיהוי הזה שוב באותה שנה גם בטקסט מסכם על היסודות המטאפיסיים של המתמטיקה.

It is also to be noted that the whole of algebra is an application to quantities of the *art of combinations*, or of the science of abstracted forms, which is the universal characteristic and belongs to metaphysics.¹⁴

ישנן ארבע סיבות לכך ש'אמנות הצירופים' נתפסת על ידי לייבניץ כנקודת התחלה: (1) כבר באמנות הצירופים מופיעה התייחסות של לייבניץ למושג האינסוף כיסוד חשוב בשיטה; (2) לייבניץ מדגיש ב'אמנות הצירופים' את החשיבה המרחבית שבהמשך תהווה את הבסיס להבנת האינפיניטסימאל; (3) ב'אמנות הצירופים' ישנו עיסוק בסימול ובנוטציה ואף הרהורים ראשוניים בנוגע למיסוד שפה סימבולית אוניברסאלית. לעניינים אלו חשיבות עליונה בפיתוח התחשיב; (4) ב'אמנות הצירופים' נעשו הצעדים הראשוניים בנוגע להיבט הקומבינטורי במספרים המרכיבים את המשולש האריתמטי של פסקל.

מובן שזיהוי ארבע הסיבות הללו אפשרי רק ממבט רטרנספקטיבי והוא נועד להצביע על 'אמנות הצירופים' כמקור התחשיב האינפיניטסימאלי, כפי שלייבניץ מעיד על כך בעצמו. עם זאת, אין הכוונה כאן לטעון טענה היסטורית באשר לחשיבותה או השפעתה המעשית של 'אמנות הצירופים'. חשיבות פרק זה, מעבר להבלטת המשמעות שייחס לייבניץ ל'אמנות הצירופים' באוטוביוגרפיה שלו, היא

¹³ 1714, *Historia et Origo Calculi Differentialis*; Child 29

¹⁴ 1714, *The Metaphysical Foundation of Mathematics*; GM VII 25, L 670

בפירוט ארבעת המרכיבים העומדים ביסוד גישתו של לייבניץ לכמויות, מספרים, סדרות וגדלים. תיאור היסטורי של התפתחותו המתמטית של לייבניץ יפורט בפרק 2 להלן.

א. אינסוף כנקודת מוצא פילוסופית

ב'אמנות הצירופים' לייבניץ מתבטא ביחס לאינסוף ואף מזהה אותו כנקודה יסודית בהוכחת קיומו של א-לוהים. השימוש שעושה לייבניץ באינסוף ב'אמנות הצירופים' הוא מגוון מאד: לא-לוהים מיוחס כוח אינסופי, החומר ניתן לחלוקה אינסופית וגודל אינסופי אחד יכול להיות גדול מגודל אינסופי אחר. אולם דומה שביסוד יחסו של לייבניץ לאינסוף קיים קשר בין האינסוף לשלם.

Any number of things may be taken simultaneously and yet be treated as one whole. If anyone makes bold to deny this, I will prove it. the concept of *parts* is this: given a plurality of beings all of which are understood to have something in common; then, since it is inconvenient or impossible to enumerate all of them every time, one name is thought of which takes the place of all the parts in our reasoning, to make the expression shorter. This is called the *whole*. But in any number of given things, even infinite, we can understand what is true of all, since we can enumerate them individually, at least in an infinite time. It is therefore permissible to use one name in our reasoning in place of all, and this will itself be a *whole*.¹⁵

ניתן לראות כבר בשלב זה שלייבניץ מחפש לכרוך יחד כמויות וגדלים סופיים ואינסופיים. ההגדרות המושגיות והכללים הפועלים עליהן אמורים להיות אדישים להבדל שבין סופי לאינסופי. כמו כן, ניתן כבר לזהות כאן את החשיבות שמייחס לייבניץ לחשיבה יעילה או נוחה. כפי שנראה מייד, שימוש נכון בנוטציה אינו רק אמצעי טכני אלא גם ביטוי להתקדמות מהותית בהבנה. הסיבה לכך רמוזה אף היא בקטע קצר זה: החשיבה שלנו איננה רק דימוי חיצוני על העולם הנתפס אלא ביטוי אמין למדי שלו. המאמץ לתפוס בו-זמנית את כל החלקים באמצעות המאפיין המשותף שלהם אינו רק קיצור דרך לכינוי אוסף החלקים אלא גם ביטוי לקיומו של קולקטיב המבוסס על מאפייניהם הממשיים של החלקים.

אם נשלב את ההכללה של הסופי והאינסופי עם הטענה שניתן לקבל מושג שלם ומקוצר של אוסף החלקים באמצעות חשיבה בו-זמנית על המאפיין המשותף שלהם, נקבל מסקנה בעייתית. לייבניץ כורך כאן יחד את האינסוף והשלם. ייתכן שקביעותיו של לייבניץ בנוגע לאינסוף ולשלם בטקסט מוקדם זה עתידות עוד להתפתח ולהשתנות, הואיל ולייבניץ שולל בהמשך את האפשרות של מספר אינסופי ואת קיומו של שלם אינסופי.¹⁶ מכל מקום, התבטאויות מוקדמות כל כך בנוגע לאינסוף עשויות ללמד על החשיבות של לייבניץ מייחס לאינסוף בהגותו.¹⁷

¹⁵ 1666, *De Arte Combinatoria*; A 6.1 169, G IV 32, L 74

¹⁶ עמדה דומה מופיעה גם לקראת סיום פיתוח התחשיב בשלהי 1675: "All things which are, will be, and have been, constitute a whole." (2nd half of Dec. 1675, *On Mind, the Universe, and God*; A 6.3 464, PDSR 7) גם התבטאויות רבות, בעיקר מנקודת מבט מטאפיזית או תיאולוגית, הכורכות יחד את האינסוף עם השלם, אך הן תלויות בהבחנה שבין האידיאלי לאקטואלי, הבחנה של לייבניץ היה ער לה רק החל מאפריל 1676. סביר להניח של לייבניץ

ג. חשיבה מרחבית

אזכור 'אמנות הצירופים' בהקשר של הפיתוח האלגברי של לייבניץ נעוץ בסיבות עמוקות יותר מאשר הטיפול הראשוני של לייבניץ באינסוף. כבר מתחילת דרכו, לייבניץ מחפש דרכים להבין את העולם באופן שיטתי וכולל, והוא חש שהחשיבה המתמטית מצמצמת את היש לכמויות מוגדרות ובלתי מוגדרות ומחמיצה על ידי כך את האפשרות להבין אותו באופן כוללני ומעמיק. הצורה, הסדר או הסיטואציה של היש הם כולם מאפיינים שאינם נלקחים בחשבון מנקודת מבט מתמטית. במכתב לצ'ירנהאוס ממאי 1678 מדגיש זאת לייבניץ ביתר שאת:

If you hold the art of combinations to be the science of finding the number of variations, I freely admit that it subordinate to the science of numbers and consequently to algebra [...] But for me the *art of combinations* is in fact something far different, namely, the science of forms or of similarity and dissimilarity, while algebra is the science of magnitude or of equality and inequality. The combinatory art seems little different, indeed, from the general science of characteristics, by the use of which fitting characters have been or can be devised for algebra, for music, and even for logic itself.¹⁸

ב'אמנות הצירופים', מבחין לייבניץ בין כמות חלקי המכלול (*complexion*) שאותה לוקחת בחשבון האריתמטיקה הרגילה, לבין יחסים המתקיימים בין החלקים לבין עצמם או בינם לבין המכלול (*situs*) ושאותם צריכה לפרש אריתמטיקה חדשה – זו של הצורה.

Furthermore, the whole itself (and thus number or totality) can be broken up into parts, smaller wholes as it were. This is the basis of *complexions*, provided you understand that there are common parts in the different smaller wholes themselves. For example, let the whole be *ABC*; then *AB*, *BC*, and *AC*

מערבב כאן אמירות מתמטיות ותיאולוגיות, שרק מאוחר יותר הוא ער לצורך להבחין ביניהן. בהמשך לכך, לייבניץ תפס רק בשלהי שהותו בפריס (למשל: *On Magnitude*, 1676) שהמספר, אותו הוא מזהה כאן כקולקציה של יחידות הנתפסות יחד (De Arte Combinatoria, part III, 5), יכול להיות מובן רק באמצעות יחידות שאין להן מקבילה ממשית בריאליה (Loemker 1969, 84 n10). אף על פי כן, לייבניץ מדגיש כאן שתפיסה בו-זמנית כזו של כל החלקים שבשלם מתאפשרת באמצעות תפיסת הסיטואציה או הקונפיגורציה של כל החלקים יחד (De Arte Combinatoria, part III, 4; L 76). דהיינו, את האינסוף השלם המכיל את כל החלקים ניתן לתפוס כרצוף מנקודת מבט גיאומטרית ולא כדיסקרטי מנקודת מבט אריתמטית. כפי שנראה לקראת סיום פרק זה, לאבחנה אינטואיטיבית זו יש משמעות גדולה ביחס לטיבו הפיקטיבי של האינפיניטיסימאל.

¹⁷ כדאי לשים לב שאזכור האינסוף ב'אמנות הצירופים' אינו מעיד רק על חשיבותו כשלעצמו עבור לייבניץ, אלא גם על תרומתו התיאולוגית הייחודית. לייבניץ מדגיש כבר בשלב מוקדם זה את החלוקה של כל גוף לאינסוף חלקים (Every body whatsoever has an infinite number of parts; or, as is commonly said, the continuum is infinitely divisible" (1666, *De Arte Combinatoria*; L 74). מכיוון שכל תנועה מכילה את אינסוף חלקי התנועות שבתוכה, קיומן מכריח את קיומה של תנועה או כוח אינסופיים, כלומר את קיומו של א-לוהים. משמעות הקביעה הזו היא שלדעת לייבניץ אינסוף החלקים או התנועות קיימים באופן אקטואלי ולא רק פוטנציאלי, בניגוד לפרשנות המקובלת של אריסטו (Garber 1982, 168). באמצעות פרשנות כזו לאריסטו מנסה לייבניץ בשלהי שנות השישים לגשר בין הפילוסופיה הסכולסטית ששימרה את התובנות האריסטוטליות לבין הפילוסופיה המכאניסטית של תקופתו (Arthur 2001a, 368). n31; 432 n4.

¹⁸ May 1678, *Leibniz to Tschirnhaus*; GM IV 451, L 192

will be smaller wholes, its parts. And the disposition of the smaller parts, or of the parts assumed to be smallest (that is, the unities) in relation to each other and to the whole can itself also be varied. Such disposition is called *situs*.

So there arise two kind of *variation: complexio and situs*. And viewed in themselves, both complexio and situs belongs to metaphysics or to the science of whole and parts [...] I am inclined to think that the science of complexio pertains more to pure arithmetic, and that of situs to an arithmetic of figure.¹⁹

בשנת 1679, שלוש שנים אחרי פיתוח עיקרי התחשיב, מתאר לייבניץ בהרחבה את הגיאומטריה המרחבית (*Analysis Situs*) שעליה החל לחלום ב'אמנות הצירופים' כאשר כתב על 'האריתמטיקה של הצורה'. זוהי אינה גיאומטריה רגילה. על אף שגם הגיאומטריה מתייחסת ליחסים מרחביים היא אינה מספקת שיטה לפתרון בעיות אלא מבוססת על אינטואיציה. האקסיומות הגיאומטריות אמורות להכיל באופן אימננטי את כל התובנות המרחביות, אך השימוש בהן אינו מוסדר ואינו שיטתי. דקארט ופרמה היו ערים לחסרון הזה של הגיאומטריה, והם פעלו (במקביל) לתרגום צורה גיאומטרית למונחים אלגבריים. תרגום כזה יצר פתרונות כוללניים יותר בשל השימוש במשוואות ואף איפשר פריצת דרך בהגדרת בעיות גיאומטריות מסובכות ובפתרון. כתוצאה מכך השתחררה האלגברה מהתלות בגיאומטריה ומתמטיקאים לא רק שהחלו להתמודד עם בעיות מופשטות שלא ניתן לבטא אותם גרפית אלא גם גיבשו פתרונות הזרים לכל חשיבה גיאומטרית (כמו מספרים שליליים ודמיוניים). במילים אחרות, הפתרון האלגברי איבד את ההיבט המרחבי של הבעיה הגיאומטרית. לייבניץ לעומת זאת חותר לחקירה עמוקה יותר של המרחב. ב"אריתמטיקה של הצורה" שואף לייבניץ לעשות שימוש בפעולה המנומקת והשיטתית של האלגברה החדשה, ומנגד לאחוז בירתון הגיאומטריה המתמודדת עם הסיטואציה המרחבית ולא רק עם המאפיינים החלקיים שלה.²⁰ לייבניץ חותר לתחשיב שיהיה בכוחו לקחת בחשבון את הסיטואציה כמכלול בשיטה שתהיה מנומקת כאלגברה.

לענייננו, ישנה חשיבות מיוחדת לניתוח המרחבי של לייבניץ משום שהוא קשור ישירות בפיתוחים שהביאו לגיבוש התחשיב המתמטי שלו. שלוש שנים לאחר שהשלים את עיקר הפיתוח של התחשיב, מנסה לייבניץ לשכנע את כריסטיאן הויגנס שבכוחו להציג ניתוח מרחבי מסוג חדש.

But in despite of the progress which I have made in these matters, I am still not satisfied with algebra, because it does not give the shortest methods or the most beautiful constructions in geometry. This is why I believe that, so far as geometry is concerned, we need still another analysis which is distinctly geometrical or linear and which will express *situation [situs]* directly as

¹⁹ 1666, *De Arte Combinatoria*; G IV 36, L 77

²⁰ "A part of the secret is the characteristic, rather the art, of using notation well, and you see, Sir, by this little example, that Vieta and Descartes did not even know all of its mysteries." (28 April 1693, *Leibniz to L'hospital (On Determinants)*; G II 240, trans. by Smith 1929, 269); cf. 1679, *On Analysis Situs*; GM V 178, L 254

algebra expresses *magnitude* directly. And I believe that I have found the way and that we can represent figures and even machines and movements by characters, as algebra represents numbers or magnitudes.²¹

כאשר לייבניץ קובע כי ניתן לייצג צורות או תנועות על ידי מאפיינים (characters) ולא על ידי גדלים הוא מתייחס למשולש-מאפיין (*Characteristic Triangle*²²) – וואריאציה של המשולש הדיפרנציאלי – שאיפשר את פריצת הדרך שלו לגיבוש התחשיב האינפיניטסימאלי. לייבניץ מפרק את העקומה לאינסוף משיקים אינפיניטסימאליים. כל משיק מזערי שכזה מוגדר כדיפרנציאל, כהפרש בקצב השינוי של המשתנה המגדיר את העקומה, וכך את העקומה בונה לייבניץ מחדש באמצעות סדרה אינסופית של הפרשים או דיפרנציאליים. כל דיפרנציאל כזה מהווה צלע ב-*Characteristic Triangle*. מכיוון שגודל המשולש מזערי, לא ניתן לחשב באמצעותו את אורך העקומה או את גודל השטח הכלוא תחתיה. לשם כך עושה לייבניץ שימוש בדמיון הפרופורציות המרחביות של *Characteristic Triangle* עם משולשים אחרים. בדרך זו עולה בידו לקחת בחשבון מרכיב שמאפייני הכמותיים זניחים אך תרומתו להבנת הסיטואציה המרחבית מכרעת. *Characteristic Triangle* הוא הגודל החיוני ביותר בכל התחשיב: הוא גודל גיאומטרי שאין דרך לעמוד על טיבו האריתמטי אלא רק באמצעות חשיבה מרחבית ובסיוע ייצוג וסימול הולמים.

אולם *Characteristic Triangle* היה מוכר לפחות לעשרה מתמטיקאים נוספים בתקופתו של לייבניץ²³ ועל כן חשיבותו של ניתוח המאפיינים המרחביים אינו מסתכם בשימוש שעושה לייבניץ במשולש זה, אלא דווקא בתכונותיו הייחודיות של הדיפרנציאל. לייבניץ מבקש לאמץ את אופי החשיבה האלגברי שקידמו ויאט ודקארט ועל כן עושה מאמץ לנתק בין הדיפרנציאל לבין ייצוגו כמשיק. שחרור הדיפרנציאל מייצוג גודל ריאלי מאפשר להגדילו או להקטינו כל כמה שנרצה. למשל ביחס ל- dx אינפיניטסימאלי ניתן לנסח שורש של dx הגדול ממנו לאינסוף, או חזקה של dx הקטנה ממנו לאינסוף, מבלי שיהיה צורך לקבוע מי משלושת הגדלים הללו שימש כגודל המקורי עליו התבצעה פעולת החישוב. לפיכך, בתחשיב האינפיניטסימאלי שלו, לייבניץ אינו מנסה לטעון טענה אודות ערכו הכמותי של הדיפרנציאל אלא אודות ערכו המרחבי²⁴. למרות שלייבניץ מדגיש פעמים רבות שהדיפרנציאל הוא כמות סופית (גם כאשר מדובר בדיפרנציאל מסדר גבוה), המידע שלייבניץ חותר לחלץ מהדיפרנציאל הוא מידע מרחבי, פרופורציונאלי. זהו המידע הקשור בסיטוס של הדיפרנציאל. לפיכך, שיטה המיוסדת על הצורה ולא על הכמות היא הכרחית על מנת לפרוץ דרך

²¹ 8 Sep. 1679, *Leibniz to Huygens*; GM II 18, L 248-249

²² השימוש במונח *Triangulum Characteristicum* הוא בלעדי ללייבניץ. לשאלת תרגום המונח ראו הערה 148 בחלק זה.

²³ Hofmann 1974, 74-76

²⁴ Bos 1974, 24-25

מבחינה מתמטית²⁵. וכך, למרות שהדיפרנציאליים אינם יכולים להיות מוגדרים, היחסים ביניהם דווקא מוגדרים ונשמרים גם אחר כך בגדלים סופיים מובחנים²⁶. במילים אחרות, אצל לייבניץ הדיפרנציאל הוא כמותי ולא א-כמותי כמו הרכיבים של הרצף אצל קוולייירי וגלילאו, אך מנגד הדיפרנציאל הזה בלתי ניתן להשוואה ולהתייחסות כמותית בשל גודלו המזערי ולכן נותר להעריכו באמצעות היחסים והפרופורציות שהוא מקיים עם סביבתו. לייבניץ מדגיש זאת כאשר הוא נדרש לשאלת גודלו הממשי של הדיפרנציאל. במהלך מחוכם מראה לייבניץ שאנו מנועים מלהתייחס לגודלו של הדיפרנציאל בשל גודלו המזערי (הגם שהוא סופי), אך בה בעת הוא מדגים כיצד ניתן לקחת אותו בחשבון כאשר נעשה שימוש בפרופורציה מרחבית:

To make my reasoning clear to everyone, it would suffice here to explain the infinite through the incomparable, that is, to think of quantity incomparably great or smaller than ours... that which is incomparably smaller has no value whatever in relation to the calculation of the value which are incomparably greater than it. It is in this sense that a bit of magnetic matter which passes through glass is not comparable to a grain of sand, or this grain if sand to the terrestrial globe, or the globe to the firmament.²⁷

ג. מתודה סימבולית

רצונו של לייבניץ לקדם חשיבה מרחבית ולא רק כמותית אכן החל ב'אמנות הצירופים', אך ישנה סיבה נוספת, שלישית במספר, לכך ש'אמנות הצירופים' הוא טקסט מכוון בהתייחס לתחשיב המתמטי שפותח על ידי לייבניץ. 'אמנות הצירופים' הוא הטקסט הראשון המשמעותי שבו לייבניץ חותר לגיבוש שפה סימבולית אוניברסאלית (*Characteristica Generalis*) המבוססת על הלוגיקה.

But when the tables or categories of our art of complication have been formed, something greater will emerge. For let the first terms, of the combination of which all others consist, be designated by signs; these signs will be a kind of alphabet. [...] for one, a point; for numbers, points; for the relations of one entity to another, lines [...] If these are correctly and ingeniously established, this universal writing will be as easy as it is common, and will be capable of

²⁵ ברוח זו, ייתכן שבדומה לדרך שבה יש להבין את הדמיון שיוצר לייבניץ בין גודל הקטן לאינסוף לבין גודל סופי (מבחינת התחשיב האינפניטיסימאלי), יש לראות גם את הדרך שבה לייבניץ הקיש מהסופי לאינסופי (מבחינה מטאפיסית ותיאולוגית, למשל בנוגע לאופי ההכרה הא-לוהית).

²⁶ נקודה זו היא קריטית בהצדקה המטאפיסית שמספק לייבניץ לתחשיב האינפניטיסימאלי. מכיוון שהיחסים האינפניטיסימאליים נשמרים, לא ניתן לטעון שהם פשוט נעלמים כאשר הדיפרנציאל קטן עד כדי שיוויון לאפס (L 545). משום כך הדיפרנציאל מייצג מצב ביניים בין 0 ל-1 (בין "כלום" לבין "משהו") שבאמצעותו מגשר לייבניץ בין הרצף לבין אינסוף חלקים. זוהי גם הסיבה לכך שאת האינפניטיסימאל תופס לייבניץ כפיקציה, כלומר שדבר מה שאין לו מקבילה ממשית. הרחבה בעניין זה ראו להלן בפרק 2.2 סעיף ד ובפרק 3 סעיף ד.

²⁷ 2 Feb. 1702, *Leibniz to Varignon*; GM IV 92, L 543; cf. *Acta Eruditorum*, July 1695, *Responsio...Nieuwentij*; GM V 322

being read without any dictionary; at the same time, a fundamental knowledge of all things will be obtained.²⁸

השימוש בסמלים מאפשר ללייבניץ לחשוב, לארגן ולבטא קשרים באופן עקרוני וללא תלות בתוכן הספציפי שאותו הם מייצגים. מאמץ עליון כזה לגיבוש מתודה של חשיבה כללית מסביר את החשיבות שמייחס לייבניץ לתרגום טענות מתמטיות וצורות גיאומטריות להכללות אלגבריות. זאת ועוד, חתירה למתודה כללית מסבירה בעיקר את המשקל שתולה לייבניץ בנוטציות ובסמלים במהלך פיתוח התחשיב, מפני שסימול עשוי להקל או להכביד בזיהוי היחסים האפשריים בין הגורמים.²⁹ לייבניץ מדגיש לא אחת, שעיקר העניין שלו אינו בתוצאות החישוביות אלא בדרך להשיגן. המתודה חשובה יותר מאשר הפתרון משום שלייבניץ מחפש דרך לבטא בצורה יעילה, חסכונית ונוחה את היחסים ולא בהכרח לקבל תשובה מוגדרת לשאלה מוגדרת. יש לזכור שלייבניץ לא היה מתמטיקאי בהכשרתו והסיבה למאמצים שהשקיע בתחום זה, מעבר לעניין האינטלקטואלי, היתה תחושתו שבאמצעות החוקיות המתמטית ניתן יהיה לגבש שפה לוגית יסודית וכללית. מכאן שהתחשיב לא היה עבור לייבניץ רק כלי מתמטי לפתרון בעיות אלא בעיקר מתודה יסודית לחשיבה כללית על מגוון יישומים: חקר התנועה הפיסיקאלית, ניתוח אמיתות קונטינגנטיות, הגדרה מטאפיסית של אינדיבידואל והכרה תיאולוגית של ההרמוניה הקוסמית.³⁰ עדות להעדפת המתודה על חשבון הדיוק החשובי אצל לייבניץ מופיעה במהלך גיבוש התחשיב בטקסט משלהי 1675 שבו טען לייבניץ כי עלה בידו לנמק את נכונות החישוב של קוולירי.

I would have willingly preferred to omit this theorem, because nothing is more alien to my mind than these scrupulous details of some authors which imply more ostentation than utility. For they consume time, so to speak, on certain ceremonies, include more trouble than ingenuity, and envelop the origin of inventions in blind night which is, as it seems to me, mostly more prominent than the inventions themselves. I do not deny, however, that it is in the interest of geometry to have the methods themselves and the principles of the inventions as well as some more outstanding theorems rigorously demonstrated. Hence, I believe that I had to give way a bit to the received opinions.³¹

²⁸ 1666, *De Arte Combinatoria*; A 6.1 202, PPL 11

²⁹ אחת הדוגמאות היפות למודעות כזו מופיעה בבחירת הנוטציה המתאימה לדיפרנציאל. מכיוון שהיחסים בין סכימה ודיפרנציאל הם הפוכים (המבטלים זה את זה), סימל לייבניץ עד תחילת נובמבר 1675 את הדיפרנציאל כשבר $(1/d)$ ואת סימן הסכימה כשלם (\int) . אולם ב-11 בנובמבר 1675, עבר לייבניץ לסימול אחר (dx) , בכדי לאפשר גמישות בשימוש בדיפרנציאל (למשל בדיפרנציאלים מסדר גבוה) ובכדי להימנע מלייבניץ מלייבניץ ממדים גיאומטריים שונים לגודל הגיאומטרי המקורי ולדיפרנציאל שלו (Child 97). כתוצאה מכך הפך לייבניץ את סימני הדיפרנציאל והסכימה לנטולי ממד גיאומטרי מוגדר ועשה בהם שימוש כאופרטורים ניטרליים לגמרי המקיימים ביניהם יחסים הפוכים.

³⁰ הרחבה על כך ניתן לראות להלן בחלק ד'.

³¹ Fall 1675-Summer 1676, *De Quadratura Arithmetica*; trans. by Knobloch 2002, 67

ד. קומבינטוריקה

שלוש הסיבות שתוארו לעיל קשורות בחזון התיאורטי של לייבניץ, שבגינו ראה לייבניץ את 'אמנות הצירופים' כחיבור מכונן. אך מעבר לטיפול באינסוף, לחשיבות הניתוח הצורני ולתרומתה המכרעת של מתודה כללית סימבולית, ב'אמנות הצירופים' פשוט מופיעים פיתוחים ראשוניים של לייבניץ בקומבינטוריקה. פיתוחים אלו מניבים טבלת מספרים זהה לזו הקיימת במשולש האריתמטי של פסקל, ושממנו יקבל לייבניץ את ההשראה לסכימה שיטתית של סדרות אינסופיות.

ב'אמנות הצירופים' לייבניץ מדגיש את חשיבותו של ה-*Situs* להבנת יחסים א-כמותיים שבין הגורמים, אולם בהמשך הוא פונה לבחינת הקומבינטוריקה של היחידות האלמנטאריות המכוננות את הגורמים ושניתן למדוד באמצעות "האריתמטיקה הטהורה" (*Complexion*). למרות שאין מדובר ישירות ב-*situs*, קומבינטוריקה אינה זרה לחלוטין לחשיבה מרחבית, הואיל וכמות הצירופים מבטאת את ההרכבות השונות שניתן ליצור באמצעות היחידות האלמנטאריות. דהיינו, כמות הצירופים היא גודל אריתמטי המייצג מרחב אפשרויות. המרחב הזה מצוי על המתח שבין המכלול לבין הגורמים המרכיבים אותו. למשל, כאשר בוחנים מהו מספר הצירופים שניתן לקבל משלושה גורמים יסודיים מתוך המכלול המרובע [אבגד], הכוונה היא למספר המכלולים המשולשים שניתן לקבל, כלומר ל: [אבג], [אבד], [בגד]. תוצאה זו אינה לוקחת בחשבון מופעים כפולים של אותו גורם, ואף לא היבטים מובהקים של *situs* כמו תשומת לב לסידור הפנימי ולמיקום של כל גורם במכלול³² או לצורת המכלול (צורה פתוחה או סגורה ללא נקודת התחלה)³³.

לייבניץ בודק את מספר הצירופים המתקבל עבור מספר משתנה של איברים זמינים (exponents). כתוצאה מכך הוא מסיק על קיומו של כלל:

Add the complexions of the number preceding the given number, by the given exponent and by the exponent preceding it; the sum will be the desired complexion.³⁴

אם למשל עלינו למצוא את מספר הצירופים המשולשים האפשריים שניתן לקבל ממכלול בעל 5 גורמים [אבגדה], עלינו לבדוק כמה צירופים משולשים וכפולים ניתן לקבל כאשר המכלול הוא בעל 4 גורמים³⁵. כאשר המכלול בעל 4 גורמים ישנם 6 צירופים כפולים ([אב], [אג], [אד], [בג], [בד], [גד]) ו-4 צירופים משולשים ([אבג], [אבד], [אגד], [בגד]), ולכן ישנם בסך הכל 10 צירופים משולשים ממכלול

³² פרמוטציות לוקחות בחשבון יחס פנימי של המרכיבים ולכן מביאות בחשבון את הסיטוס. לעומת זאת, קומבינציות אינן מבטאות הבדלים בארגון הפנימי ובסדר של המרכיבים אלא רק את היחס של אפשרויות הצירוף. לכן הקומבינציות הן אלגברה או מתמטיקה טהורה, בעוד שהפרמוטציות מרחיבות את ההבנה ומכניסות ממד מרחבי לחישוב. מבחינת השימוש במונחים, לייבניץ לא הכיר את ההבחנה הטרימינולוגית בין פרמוטציות לקומבינציות. המונח קומבינציה (com2nation) אצל לייבניץ מיוחד לכמות הצירופים שניתן לקבל משני איברים זמינים מתוך n, בשונה מקונטרנציה (con3nation), המייצגת את מספר הצירופים שניתן לקבל משלושה איברים מתוך n, וכן הלאה.

³³ בחיבור, לייבניץ מתייחס לסידור ליניארי כ"מוחלט" ולסידור מעגלי כ"יחסי".

³⁴ 1666, *De Arte Combinatoria*; G IV 75, L 79

³⁵ בנוטציה מודרנית: $c_5^3 = c_4^3 + c_4^2$

בעל 5 גורמים³⁶. הטבלה שבונה לייבניץ מבוססת על הטענה הזו, וכתוצאה ממנה הוא מקבל במדויק את המשולש האריתמטי של פסקל, מבלי שידע על קיומו³⁷.

אופקי: כמות גורמים כללית אנכי: כמות גורמים זמינים לצירופים (exponent)³⁸

	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
e x p o n e n t s	0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	0	1	3	6	10	15	21
3	0	0	0	1	4	10	20	35
4	0	0	0	0	1	5	15	35
5	0	0	0	0	0	1	6	21
6	0	0	0	0	0	0	1	7
7	0	0	0	0	0	0	0	1
	1	2	4	8	16	32	64	128

ראשית כמה הבהרות: לייבניץ מסמן את כמות הגורמים הכללית באופן אדטיבי באמצעות שורת האחדות העליונה (הסימונים בסוגריים נועדו להקל על הבנת הטבלה והם שלי). הוא עושה זאת על מנת להמחיש דפוס סימטרי החוזר על עצמו. כמו כן, הטור הראשון משמאל בתוך הטבלה מאופס כולו מאחר והוא מייצג אפס גורמים לייצר מהם צירופים. לייבניץ מצרף אותו לטבלה משיקולים אסתטיים למרות שבכך הוא פוגע בקוהרנטיות של הטבלה. בטורים הבאים מופיעות כמויות הצירופים.

ב'אמנות הצירופים' לייבניץ עדיין אינו מודע למכלול היישומים העתידיים של המספרים המופיעים בדפוס הסימטרי, ומכנה אותם "מספרים קומבינטוריים" (סדרה מודגשת לדוגמא). "המספרים הקומבינטוריים" של לייבניץ מופיעים במשולש האריתמטי של פסקל, והם חיוניים לפירוק בינום.³⁹ באמצעותם עתיד לייבניץ לגבש את המשולש ההרמוני שלו, משולש שהינו טבלה המסייעת לסכימה שיטתית של טורים אינסופיים. על כל פנים, ב'אמנות הצירופים' מופיע לראשונה חישוב נתון באמצעות סכימה של נתונים שקדמו לו⁴⁰.

³⁶ כאשר מוסיפים גורם זמין נוסף להגדלת מספר הצירופים, ניתן לקחת את ארבעת הצירופים המשולשים המתקבלים ללא הגורם החדש, ולהוסיף להם את ששת הצירופים הכפולים שיהפכו למשולשים כאשר יתווסף אליהם הגורם החדש.

$$10=4+6$$

³⁷ פסקל בונה את המשולש שלו מתוך מודעות מלאה לכך שכל תא במשולש הוא סכום של כל הטור משמאלו ולא רק של שני התאים אליהם מתייחס לייבניץ בכלל האמור לעיל. התייחסות מפורטת יותר למשולש האריתמטי של פסקל בפרק 2.2 סעיף ב.

³⁸ הטבלה לקוחה מ'אמנות הצירופים' (1666, *De Arte Combinatoria*; G IV 75, L 79)

$$\text{למשל בינום מהמעלה הרביעית: } (x+1)^4 = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$$

⁴⁰ לייבניץ גם מזהה באמצעות טבלת המספרים הקומבינטוריים את הנוסחה $2^n - 1$ באמצעותה ניתן לחשב את כמות הצירופים כאשר כל הגורמים הנתונים זמינים, אך לייבניץ מודה שהוא עדיין אינו יודע איך להתייחס לנתון הזה (סכום סדרת כמויות הצירופים של טור נתון היה מוכר לפסקל כ- 2^n). ההבדל נעוץ בכך שאצל פסקל השורה הראשונה כלולה במשולש ואילו אצל לייבניץ היא מגדירה את הטבלה ויש להחסיר אותה מכמות הצירופים). בהמשך, נוסחא זו תוביל את לייבניץ לפתח את תחום המספרים הבינאריים.

2. לייבניץ והתחשיב האינפיניטסימאלי

2.1. רקע מתמטי: עבודות מתמטיות במאות ה-16 וה-17

מטרת תיאור הרקע המתמטי שלהלן הינה להציג את פיתוחיו המתמטיים של לייבניץ בנוגע לאינסוף תחת הקשר מתאים. מבלי להקל ראש בחשיבות עבודתו המתמטית של לייבניץ, אין ספק שהיא התאפשרה הודות לפועלם של מגוון רחב יותר של מתמטיקאים אחרים. למעשה, לייבניץ וניוטון – שפיתחו במקביל את התחשיב האינפיניטסימאלי – לא הציעו דרכים חדשות לפתרון בעיות מתמטיות אלא עשו שימוש במתודות ידועות⁴¹. תרומתם העיקרית הייתה מושגית והיתה נעוצה בהבנת הכלליות של התחשיב המבקש לחשב גדלים השואפים לאינסוף. הבנה שכזו יצרה פריצת דרך מתמטית ואף קידמה משמעותית את נוחות השימוש בתחשיב בשל המאמץ שהשקיעו לייבניץ וניוטון בבחירת סימולים מתאימים.

לשם הנוחות, בסקירה שלפנינו הוקדמה התשתית לחישוב הדיפרנציאל על פני זו של האינטגרל⁴². אולם מבחינה היסטורית, לא היה צורך לחשב את האינפיניטסימאל על מנת לנסח את השטח המחושב באמצעות גדלים אינפיניטסימאליים או להתוודע לעובדה שאת האינפיניטסימאל ניתן לתרגם לנקודת השקה של ישר לעקומה. החישוב היה מבוסס על גיאומטריה או על תרגום אלגברי של הגיאומטריה, כך שמרחקים אפסיים הפכו חסרי חשיבות. באופן זה, בעיות חישובי שטחים היו קלות יותר להתמודדות מאשר שאלות הנוגעות במשיקים ובמאפייניהם⁴³. אפילו פרמה, שעשה שימוש בסדרה אינסופית של מלבנים בכדי לחשב את השטח, לא תרגם את התובנות האלגבריות הללו למציאת משיק לעקומה, ולא קישר בין תהליך הסכימה לתהליך הדיפרנציאציה. את הקשר שבין מציאת משיק לבין חישוב שטח עשו, באופן בלתי תלוי, לייבניץ וניוטון.

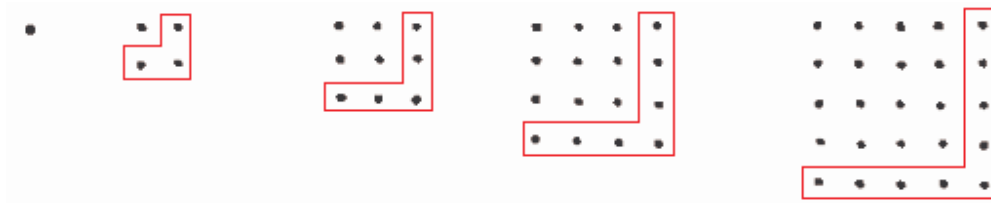
א. ניתוק האלגברה מהגיאומטריה: יסודות הגיאומטריה האנליטית

האסכולה הפיתגוראית ביוון העתיקה ראתה את היחס המספרי באופן מיסטי. הפיתגוראים גילו עניין במספרים שלמים וביחסים ביניהם והדבר בא לידי ביטוי במציאת חוקיות בין סדרות מספרים שלמים. התמקדות בפיתגוראיות שונות הקשורות בכמויות חשפה בפני הפיתגוראים למשל שמספרים ריבועיים (1, 4, 9, 16, ...) מהווים סכומים של מספרים אי זוגיים עוקבים (1, 1+3, 1+3+5, 1+3+5+7, ...)⁴⁴.

⁴¹ Pedersen 1980, 10. עם זאת, כפי שהודגש במבוא, לדרך המקורית שבה תפס לייבניץ את האינפיניטסימאל היתה השפעה על פיתוחיו המתמטיים.

⁴² המונח 'דיפרנציאלי' נקבע על ידי לייבניץ באמצע 1676, בהתייחס להיבט האלגברי והנומינליסטי של האינפיניטסימאל (שנים קודם לכן לייבניץ התמקד בהפרשים בין איברי סדרות מספרים. התמקדות בהפרשים הייתה הבסיס לדיפרנציאליים שלו מאוחר יותר). עבור לייבניץ, השאיפה לאפס איננה באה לידי ביטוי באמצעות יש מתמטי מינימאלי (כפי שהיא באה אצל ניוטון) אלא רק באמצעות יחס מתמטי פיקטיבי שניתן לצמצמו ללא סוף. יחס כזה יכול לאפיין הפרש או הבדל בין כל צמד איברים בסדרה ללא צורך לאפיין אותו באופן גיאומטרי כמשיק לעקומה בדווקא, ומכאן גזר לייבניץ את כינויו. המונח 'אינטגרל' הוא מאוחר יותר ואותו טבע יוהן ברנולי בשנת 1690. לייבניץ התנגד למונח זה וביקש מברנולי שיחדל משימוש בו. חישוב השטח נתפס אצל לייבניץ כסכימה משום שבאופן זה מודגשת פעולת חיבור כל החלקים האינפיניטסימאליים ולא הטוטאליות של השטח כולו (Bos 1974, 21).

⁴³ "[A]rea problems tended at that time to be easier to handle than tangent questions" (Boyer 1968, 390)
⁴⁴ התרשים שלהלן מאונגורו 1989, עמ' 62.



אולם כאשר נתקלו היוונים בגדלים חסרי מידה משותפת (כלומר בגדלים שלא ניתן לתפוס אותם באמצעות יחס מספרי מדויק) הם נאלצו להכיר בנחיתות האריתמטיקה בהשוואה לגיאומטריה. בכך נמנעו הפיתגוראים ממספרים בלתי מוגדרים ומגדלים בלתי נתפסים, כלומר מהכרה במספרים ממשיים. קו ישר יכול להיות שווה באורכו לשורש של 2 יחידות אורך (כאשר הוא משמש כאלכסון של צלע ריבוע בעלת יחידת אורך אחת) או להכיל בתוכו אינסוף נקודות. תיאור אריתמטי של גדלים כאלו הוא בעייתי בעוד שתיאור גיאומטרי שלהם הוא פשוט, ומכיוון שכך האריתמטיקה הפכה להתקיים בצילה של הגיאומטריה. במאה ה-16 החל באירופה פיתוח מסודר של האלגברה כמקצוע נפרד. ויאט פיתח נוטציה של פרמטרים באמצעותם ניתן היה לנסח פסוק מתמטי כללי ללא מספרים אלא בחסות סמלים בלבד המייצגים קבועים ומשתנים. דקארט, שראה את עצמו כממשיכו של ויאט, שכלל את הנוטציה באופן שהקל את השימוש בה (משתנים מסוף הא ב, קבועים מתחילתו)⁴⁵.

לדעת היסטוריונים רבים, פיתוח התחשיב האינפיניטסימאלי של לייבניץ וניוטון כרוך בהתפתחות של האלגברה ובהתנתקות הדרגתית שלה מן הגיאומטריה. פיתוח הגיאומטריה האנליטית שנעשה באורח בלתי תלוי ע"י רנה דקארט⁴⁶ ופייר דה פרמה⁴⁷ במהלך שנות השלושים של המאה ה-17, יצר את תנאי האפשרות לפיתוח התחשיב האינפיניטסימאלי. באמצעות הגיאומטריה האנליטית ניתן היה לבטא קווים באמצעות פרמטרים, להפעיל עליהם אופרטורים מתמטיים ומאוחר יותר גם להשתחרר מהתלות בתרשים הגרפי.

פרמה חתר להרחיב את המשמעויות של הגיאומטריה היוונית ותרגם לשפה אלגברית את דרך המחשבה הגיאומטרית של אפולוניוס, שעסק בעקומות ובמאפייניהן. באמצעות שני משתנים המציינים מרחקים כמותיים מדידים (מרחק אנכי ומרחק אופקי) אפיין פרמה את כל העקומות של אפולוניוס: משוואה מהמעלה הראשונה מתארת קו ישר; משוואה מהמעלה השנייה מתארת מקום גיאומטרי היכול להיות אחד החתכים הקוניים: פרבולה, אליפסה, היפרבולה או ישר⁴⁸. **דקארט** לעומת זאת, פעל ממוטיבציה הפוכה. מטרתו היתה ליצור מתודה מנומקת שתחליף את הבנייה האינטואיטיבית של ישרים ועקומות בגיאומטריה היוונית. הגיאומטריה האנליטית שגיבש היתה אמורה לספק דרך רציונאלית לפתרון בעיות גיאומטריות. לטענת דקארט ניתן לעשות זאת רק אם ניתן יהיה להפעיל על הישם הגיאומטריים את הפעולות האריתמטיות היסודיות. חיבור, חיסור, חילוק, הכפלה או הוצאת שורשים של קטעים (בהנחה של קיום יחידת אורך מוסכמת) ניתן לבצע רק

⁴⁵ Boyer 1968, 371

⁴⁶ Descartes 1637, *Discours de la Methode* (Appendix I: *La Geometrie*)

⁴⁷ Fermat 1679, *Ad Locos Planos et Solidos Isagoge* (החיבור הושלם כבר בשנת 1629).

⁴⁸ אונוגורו 1989, עמ' 32-34.

באמצעות מונחים אלגבריים, ועל כן בנייה גיאומטרית חייבת להיות מבוססת על מציאת משוואות אלגבריות שתייצגנה את הישרים והעקומות⁴⁹. מכאן מגיע דקארט לרעיון המשוואה של העקומה. מאחר ודקארט שאף להבנה מעמיקה ורציונאלית של הגיאומטריה, הוא הדגיש כי על המשוואה האלגברית לשמור על הומוגניות גיאומטרית. העלאה בחזקה שנייה מוסיפה ממד אחד לגודל נתון והוצאת שורש שלישי מורידה אותו בשני ממדים. חישובים אלגבריים מאפשרים דיון במספר ממדים גבוה הרבה יותר מאלו האפשריים בגיאומטריה, אך עדיין יש להקפיד על שמירת הממד הגיאומטרי של המשתנה. דגש זה מעיד על כך שעודנה קיימת תלות של האלגברה החדשה בגיאומטריה⁵⁰. לעניין זה חשיבות מבחינה פילוסופית: העמדה הגורסת שהנקודה אינה מרכיבה את הקו מאחר שהקו מורכב באופן הומוגני רק מקווים קטנים הדומים לו, נוסחה כבר על ידי אריסטו והיו לה תומכים רבים במשך מאות שנים. כיוון חשיבה כזה מופיע למשל אצל פרמה ופסקל⁵¹, ובאופן מרומז גם אצל קפלר. הומוגניות גיאומטרית היתה תפיסה מקובלת במאה ה-17 והיא באה לידי ביטוי בגישה השוללת את הרכבת הרצף מנקודות אצל דקארט, גסנדי והובס. לעומת זאת קוולירי ב-1635, גלילאו ב-1638 וטוריצ'לי ב-1644, המשיכו את קו המחשבה של אפלטון, שבו הנקודה היא היסוד של הקו, הקו מהווה את התשתית לשטח, והשטח הוא חלק בלתי מתחלק של הנפח. הרכבה של רצף באמצעות נקודות או אפסים הערימה קשיים בהצדקת השיטה החישובית של המתמטיקאים האיטלקיים, אך היא גם עוררה השראה רבה, במיוחד אצל מתמטיקאים אנגלים כדוגמת ג'ון וואליס וגיימס גרגורי⁵². שיטות העבודה של פרמה ודקארט היו דומות למדי, כפי שניתן יהיה לראות בהמשך בשיטות השונות למציאת משיק. על מנת לחשב גודל גיאומטרי באופן שיטתי יש לנסח גודל זה באמצעות גדלים גיאומטריים אחרים. שני ניסוחים שונים של אותו גודל יספקו משוואה שבאמצעותה ניתן יהיה לחשב את הגודל הרצוי.

⁴⁹ אונגורו 1989, עמ' 35-36.

⁵⁰ "It should also be noted that all parts of a single line should always be expressed by the same number of dimensions, provided unity is not determined by the conditions of the problem. Thus, a^3 contains as many dimensions as ab^2 or b^3 , this being the component parts of the line which I have called $\sqrt[3]{a^3 - b^3 + ab^2}$.

It is not, however, the same thing when unity is determined, because unity can always be understood, even when there are too many or too few dimensions; thus, if it be required to extract the cube root of $a^2b^2 - b$, we must consider the quantity a^2b^2 divided once by unity, and the quantity b multiplied twice by unity"

(Descartes 1637, *Discours de la Methode*, Book I: *La Geometrie*; quoted from Smith 1929, 399)

⁵¹ השפעת כתבי פסקל על התפתחות המתמטיקה של לייבניץ אינה מוטלת בספק. עם זאת, ככל הנראה פסקל לא השכיל לפתח שיטת חישוב ועבודתו רצופה הברקות מתמטיות ללא עיקרון מארגן. אשר על כן ההתייחסות לפסקל תופיע ספציפית במהלך תיאור פיתוחיו של לייבניץ בסעיפים ב ו-ג של פרק 2.2.

⁵² הפוטנציאל הרב שרבים זיהו בשיטת קוולירי גרם לטשטוש הדיכוטומיה בין שתי התפיסות. כך רוברוול, שהיה הראשון להשתמש במתודה של זיהוי הישר באמצעות אינסוף ישרים קטנים, חשב שאין הבדל גדול בינו לבין קוולירי ואף אימץ את המונח "בלתי מתחלקים", למרות שקונספטואלית חלק על קוולירי. פסקל, שהושפע מרוברוול והיה אחד המשפיעים על לייבניץ בזמן שהות האחרון בפריס בגיבוש הדיפרנציאלים שלו, השלים את ההתאמה בין שתי התפיסות השונות הללו בכך שתפס את הקווים 'הבלתי מתחלקים' המרכיבים שטח כמלבנים: "The indivisibles of a plane figure constitute an infinity of infinitesimal rectangles, whose sum differs from the figure only by a quantity smaller than any given one" (Pascal, *Oeuvres*, vol. 8, p. 352; trans. by Arthur 2001a, 452) כפי שיפורט בחלק ג' של המחקר, לייבניץ עצמו נע בין התפיסות השונות לאורך הקריירה המתמטית שלו. במסגרת המאמץ להצדיק את שיטתו של קוולירי ניסה לייבניץ בשלהי 1670 להרכיב את הקו הרצוף באמצעות אינסוף נקודות. לעומת זאת בחורף 1672 קבע לייבניץ שקו רצוף מורכב מאינסוף קווים המתחלקים לאינסוף.

If, then, we wish to solve any problem, we first supposed the solution already effected, and give names to all the lines that seem needful for its construction, – to those that are unknown as well as to those that are known. Then, making no distinction between known and unknown lines, we must unravel the difficulty in any way that shows most naturally the relations between these lines, until we find it possible to express a single quantity in two ways. This will constitute an equation, since the term of one of these two expressions are together equal to the terms of the other.⁵³

המחשה מצוינת לגיאומטריה האנליטית של פרמה ניתן יהיה לראות ב'מתודה לחישוב מקסימום ומינימום' שפיתח, להלן.

ב. מציאת משיק: התפתחות חישוב הדיפרנציאל

חלק ניכר מהבעיות שהעסיקו מתמטיקאים במאה ה-17 היו קשורות בעקומות גיאומטריות: מציאת משיק לעקומה או חישוב השטח הכלוא מתחתיה או מציאת הערכים המקסימאליים או המינימאליים שלה.⁵⁴ אולם בצד מחויבות עמוקה שחשו מתמטיקאים רבים במאה ה-17 לדרך החשיבה הגיאומטרית, היו רבים שביקשו לקבל מענה לבעיות הללו מנקודת מבט פניסקאלית. חקר התנועה עורר בעיות בעקבות הצורך לחשב מהירויות רגעיות. על פניו, מהירות רגעית היא מושג חסר מובן. היא אינה ניתנת לחישוב באמצעים הקונוונציונאליים המבוססים על יחס זמן ומרחק, משום שיחס כזה מאבד כל משמעות כאשר מדובר על מרחק אפסי שנגמא בהרף עין. אך הפיסיקה הרווחת במאה ה-17 היתה זו המכאניסטית שפותחה ע"י גלילאו, דקארט, הובס וגסנדי. על אף ההבדלים ביניהם, כולם סברו שאת התנועה יש לפרק למרכיבים ישירים יסודיים הנמשכים רגע. לפיכך, התנועה המעגלית היא תנועה המורכבת מנטיות רגעיות לנוע ישר בעוצמות ובכיוונים שונים. תפיסת העולם הפניסקאלית של המאה ה-17 התבססה על תנועות רגעיות ועל אימפולסים. התאפסות האימפולסים הללו על פי המתמטיקה הקלאסית איפסה במקביל את התנועה כולה ולפיכך נענו מתמטיקאים רבים לאתגר לנסות ולפתח תחשיב חדש. תפקידה המכריע של המהירות הרגעית בהסבר עולם התופעות היווה מניע משמעותי לאיתור תחשיב שיהיה בכוחו לאפיין תנועה רגעית שכזו.⁵⁵

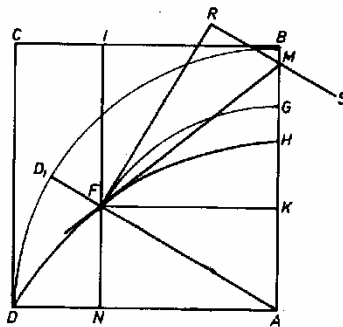
המחויבות הכפולה לגיאומטריה ולפיסיקה יצרה את המפתח לפיתוחים מתמטיים ראשוניים בנושא: העקומה נתפסה כתנועה במישור. שאלות הכרוכות במציאת שטח הכלוא תחת העקומה תורגמו אצל קוולירי לשאלות הקשורות בסכום הנקודות שעברה הנקודה במסעה, ושאלות הכרוכות באיתור משיק לעקומה תורגמו אצל רוברוול לשאלות הכרוכות באיתור הנטיות הרגעיות או האימפולסים המייצרים יחדיו את כיוון התנועה בנקודה נתונה של מסלולה.

⁵³ Descartes 1637, *Discours de la Methode*, Book I: *La Geometrie*; quoted from Smith 1929, 399

⁵⁴ בעיות מינימום ומקסימום נוסחו בתחילה אצל פרמה כשאלות גיאומטריות ללא קשר לעקומה.
⁵⁵ הרחבה בעניין האימפולסים בפיסיקה של תומס הובס ראו להלן בחלק ג' להלן, פרק 2. כפי שנראה מייד, נקודת המבט של מתמטיקאים במאה ה-17 בנוגע לתנועה המעגלית היתה שונה מנקודת המבט המודרנית. בשל תנועת האימפולסים התרגום הפניסקאלי לתרשים הגרפי של העקומה הוא מצולע אינסופי. הגישה המודרנית, לעומת זאת, היא שהעקומה היא רצופה לחלוטין, גזירה בכל מקום ומורכבת מנקודות ולא מקוים זעירים (Levey 2003, 385).

בשלהי שנות השלושים של המאה ה-17 מצא ז'יל פרסון דה רוברוול דרך שיטתית למצוא משיק לעקומה. בערך באותה תקופה עשה זאת גם אוונג'ליסטה טוריצי'לי, תלמידו של גלילאו⁵⁶. למרות שהשניים פעלו באופן עצמאי, שניהם עשו שימוש דומה בטיעונים מתחום הפיסיקה. משמעות החשיבה הפיסיקאלית היא שבדומה לקווליירי גם רוברוול ראה את העקומה כתנועה של נקודה (אולם, בכפוף להומוגניות גיאומטרית, את מסלול התנועה העקומה מייצרים קטעים של תנועות ישרות). את התנועה העקומה של הנקודה ניתן להגדיר פיסיקאלית באמצעות שימוש בווקטורים. הווקטורים הם מגמות לתנועה בכיוונים שונים שסכומם מייצר את התנועה המעגלית⁵⁷. רוברוול תפס על המשיק לעקומה כביטוי למהירות רגעית של הנקודה. מאחר ולכל נקודה יש משיק, מעגל או עקומה הם בעצם אינסוף קווים משיקים רגועים. דהיינו, המאמץ המודע לאתר את המשיק באמצעות ווקטורים של התנועה המעגלית מבוסס על האמונה שהמעגל אינו אלא מצולע אינסופי. אולם כאמור, ההשלכה העיקרית של הטיעון היא פיסיקאלית: באופן זה עלה בידי רוברוול לאפיין את התנועה הישרה והרגעית של גוף, ולאפשר לפילוסופיה הקרטזיאנית החדשה להסביר באמצעות תנועה כזו את מכלול השינויים המתרחשים בעולם התופעות⁵⁸.

מהות העבודה של רוברוול היא גיאומטרית, בהתבסס על כך שהתרשים הגיאומטרי הוא תרשים פיסיקאלי של תנועת ווקטורים. השיטה מבוססת על ייצוג של תנועות באמצעות עקומות או ישרים ואיתור יחסים שווים בין תנועות אלו, עד לשלב שבו ניתן לבנות מהם – באופן גיאומטרי – את המשיק לנקודה המבוקשת⁵⁹.



תנועה מעגלית קבועה (למשל DD_1B) נוצרת באמצעות שני ווקטורים קבועים: האחד (AD_1) משמש כרדיוס של התנועה המעגלית ומגדיר את מרכז (A) , ואילו השני משמש כציר ההתקדמות שלה.

⁵⁶ Torricelli 1644, *Opera Geometrica*; Roberval 1693, *Observations sur la Composition des Mouvements* למרות העיכוב בפרסום שיטתו של רוברוול, רעיונותיו הוזכרו כבר ב-1644 ע"י ידו מרסן: Mersenne 1644, *Cogitate* (Pedersen 1980, 20) *Physico-Mathematica*

⁵⁷ ההצעה להעדיף וקטורים המייצגים מגמות לתנועה בכיוונים ניצבים דווקא היתה של דקארט, והיא נועדה להקל את הבניה הגיאומטרית של המשיק. עבור הגיאומטריה האנליטית של דקארט היתה להצעה הזו השלכה מכרעת לבחירה במערכת קואורדינאטות בעלת שני צירים המקיימים ביניהם זווית ישרה, מכיוון שהדבר מקל את ייצוג העקומות באמצעות משוואות אלגבריות. מכאן קצרה מאד הדרך לזיהוי ראשית הצירים במערכת הקרטזיאנית כאפס. זאת למרות שדקארט התנגד לקיומו של האפס כמייצג דבר מה ממשי וראה בו ביטוי מתמטי דמיוני (דקארט התנגד לקיומו של ריק ושלל את האקטואליות של הנקודה הגיאומטרית המייצגת אפס ממדים או אפס התפשטות).

⁵⁸ בעניין חשיבות התנועה בתפיסת העולם הקרטזיאנית ראו לעיל חלק א' בפרק המוקדש לתפיסת האינסוף אצל דקארט. ⁵⁹ התרשים שלהלן מופיע אצל Pedersen 1980, 22, והוא בנוי בהשראת התרשים המקורי של רוברוול, Roberval 1693, *Observations*

הזוית בין שני הווקטורים הללו היא ישרה, ולכן הווקטור השני מציין את המשיק לכל נקודה בתנועה המעגלית המתקבלת. אך שיטתו של רוברוול אינה חלה רק על מקרים שבהם המרכיבים אינם תלויים זה בזה אלא גם במקרים מסובכים יותר: בתרשים למטה איתר רוברוול את המשיק לנקודה F על העקומה DFH כ-FM. העקומה DFH מתקבלת בו זמנית מתנועה ישרה וקבועה של IN מ-CD ל-AB (ומסומנת באמצעות FK), ומתנועה מעגלית קבועה של AD₁ מ-AD ל-AB (ומסומנת באמצעות DD₁B). תנועות אלו מבטאות לא רק כיוונים אלא גם מהירויות, ובאמצעותן אמורה להגיע נקודה F לייעדה ב-AB בנקודה H.⁶⁰

מאחר ולרוברוול לא היתה דרך להגדיר באופן שוטף מהירויות אלא רק להתאים בכל פעם מהירות ספציפית לעקומה או ישר ספציפיים, לא עלה בידו להכליל את השיטה. רוברוול מצא את המשיקים באמצעים גיאומטריים, ועל אף שניתן למצוא את הערכים האריתמטיים של העקומות באמצעות מדידתן, נעדרת משיטתו לחלוטין הכללה סימבולית אלגברית.⁶¹

הכללה אלגברית כזו ניתן למצוא בכתביו של פייר דה פרמה. כאמור, שיטתו של רוברוול היתה מבוססת על כך שאת העקומה ניתן לפרק לאינסוף תנועות ישרות מינימאליות. התקדמותו של פרמה נובעת מכך שאת התובנה הזו של רוברוול הוא הצליח לתרגם לתובנה אלגברית. על פי פרמה יש לראות את ההבדל שבין העקומה בנקודת ההשקה לבין המשיק שלה כזניח, מאחר ואת נקודת ההשקה ניתן לאפיין כקרובה כל כך לנקודה הסמוכה לה עד שהמרחק ביניהם הוא אפסי. מרחק אפסי באמת קיים רק בנקודות המצויות על ישר, כך שההבדל בין העקומה והישר המשיק לה אמנם איננו אפס אך הוא מבוטל.

את הניסוח האלגברי הראשוני לכך מספק פרמה בנוגע לשאלות מקסימום ומינימום.⁶² השיטה למציאת מקסימום ומינימום מבוססת על שני פרמטרים ועל רצף קבוע של צעדים:⁶³

1. a מייצג גודל מקסימאלי; E מייצג שינוי מזערי מינימאלי.
2. a מומר ב- $a+E$, ולכן גם המקסימום מיוצג באמצעות מונחים המשלבים a ו- E .

⁶⁰ רוברוול מצא את העקומה FG, המייצגת את כיוונה ומהירותה של הנקודה F כתוצאה מתנועת AD₁ (העקומה חושבה על פי מיקום F על AD₁: $AD_1 : AF = arc FG : arc D_1B$). המשיק לנקודה F על FG הוא בפשוטות האנך FR (הואיל והתנועה FG היא קבועה). FR מייצג את המהירות הקבועה המייצרת את העקומה FG ולכן רוברוול הקפיד שאורכו יהיה שווה לאורך העקומה. על מנת לחשב את המשיק לנקודה F על FH (שאינה תנועה קבועה הואיל ומעורבת בה התנועה הישרה FK) בנה רוברוול אנך נוסף RM החותך את היעד לתנועה AB בנקודה M. כך קיבל רוברוול את הישר FM, שהזווית בינו לבין FR שווה לזווית שבין FA ל-FK, ומשום כך הוא המשיק של העקומה FG בנקודה F (כלומר הוא מייצג את כיוון ומהירות התנועה עבור כל נקודה במסלולה).

⁶¹ בקרב היסטוריונים של המתמטיקה ישנה מחלוקת באשר לשימוש שעשה רוברוול באינפיניטסימאל בכדי לאתר את המשיק לעקומה, ומחלוקת זו מיוסדת ככל הנראה על הגדרתו של האינפיניטסימאל עצמו. ישנה הסכמה כללית שרוברוול כנראה לא חתר להגדרה עצמאית של האינפיניטסימאל כגודל מתמטי, אך מאידך ברור לכולם שרוברוול היה משוכנע שגודל כזה אכן קיים מבחינה פסיקאלית ושאת העקומה יש לראות כמורכבת מאינסוף ישרים מינימאליים. מאחר ותשומת הלב שלו התמקדה באיתור המהירות הרגעית באמצעים גיאומטריים, לא לגמרי ברור אם ניתן לומר שרוברוול היה הראשון שעשה שימוש מושגי באינפיניטסימאל לצורך מציאת משיק לעקומה (Edwards 1979, 133-138), או שמא לא הוא ולא טוריצ'לי נדרשו לאינפיניטסימאל בשיטתם (Pedersen 1980, 22).

⁶² *Fermat 1636, Methodus ad Disquirendam Maximam et Minimam*. סביר להניח שליבניץ מתייחס למאמר זה כאשר הוא מפרסם את פריצת הדרך המתמטית שלו ב-1684 במאמרו *Nova Methodus pro Maximis et Minimis* Pedersen 1980, 23⁶³

3. בשל העובדה ש- E מייצג תוספת אפסית, פסוק שבו מופיע a "מושווה" לפסוק שבו מופיעים a ו- E ($a=a+E$). פירושה של ההשוואה הזו הוא "שווים עד כמה שניתן".

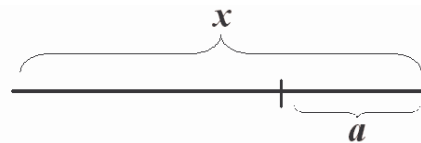
4. מונחים זהים מוסרים משני צידי המשוואה.

5. כל המונחים מחולקים ב- E , בכדי שלפחות מונח אחד לא יכיל את E .

6. כל תוספת של E שנתרה כעת, נחשבת לזניחה וניתן להתעלם ממנה.

7. שאר המונחים מקיימים ביניהם משוואה, שפתרונה מספק את הערך המבוקש עבור a .

הבעיה הראשונה שאיתה התמודד פרמה באשר למציאת מקסימום היא כיצד יש לחלק קו בגודל נתון x על מנת להרכיב משני חלקיו שטח מרובע מקסימאלי. פרמה ביקש לחשב שטח מרובע מקסימאלי כפונקציה של נקודת החלוקה של ישר: שטח המרובע המבוסס על צלע a לא יכול להיות גדול יותר והוא מגיע לערכו המקסימאלי⁶⁴.



במונחי השיטה של פרמה פירוש הדבר שתוספת מינימאלית לאורך הצלע לא תניב הגדלה של השטח. תוספת כזו היא תוספת אפסית וניתן בעצם להשוות בין השטח המקסימאלי של המרובע לבין אותו השטח כולל התוספת האפסית. שטח המרובע הוא $a(x-a)$. פרמה מנסח פעמיים את השטח שיוצרים שני חלקים שרירותיים של הקו: פעם אחת באמצעות a ופעם באמצעות $a+E$. את שני הניסוחים הוא משווה השוואה "כמעט מלאה", מצמצם מונחים זהים משני צידי המשוואה ומחלק הכל ב- E . על מנת לאפשר שיוויון מלא הוא משמיט את יתר התוספות של E המופיעות רק בצד אחד של המשוואה. שיוויון מאפשר לו לחלץ את a ולקבוע כי צלע a תניב שטח מרובע מקסימאלי כאשר הצלע תהווה בדיוק מחצית מגודלו של הקטע המקורי x . במילים אחרות, כאשר היא צלע של ריבוע $(a=x-a)$.

$$a(x-a) \approx (a+E)[x-(a+E)]$$

$$ax-a^2 \approx ax-a^2-aE+Ex-aE-E^2$$

$$0 \approx -2aE-E^2+Ex$$

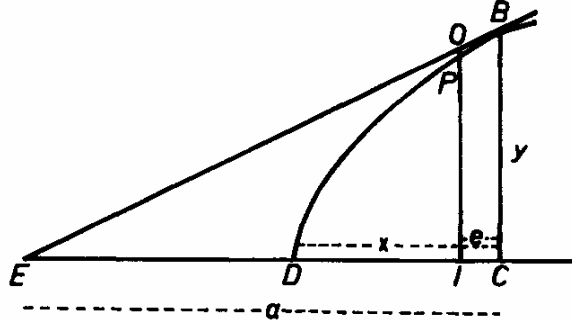
$$2a+E \approx x$$

$$2a = x$$

בהעדר מושג ברור של גבול או של אינפיניטסימאל לפרמה היתה בעיה לנמק את עצמו, משום שלחלוטין לא ברור כיצד יש להתייחס לתוספת האפסית E באופן כה רב משמעי. כיצד ניתן לחלק הכל ב- E (כאילו התוספת E אינה ממש אפסית) אך לאחר מכן להפחית תוספות נוספות של E מהמשוואה (כאילו התוספת E היא אפסית לחלוטין)? למרות בעיות בהצדקת התיאוריה וחוסר יכולת לגבש הגדרה קונסיסטנטית של ההליך המתמטי הצליח פרמה לנסח את ההליך היסודי למציאת

⁶⁴ התרשים המצורף הוא עיבוד שלי.

הדיפרנציאל⁶⁵. באמצעות רעיון ההשתנות האפסית של הפונקציה – המופיע במתודה החדשה שלו לאיתור מקסימום ומינימום – עלה בידי פרמה לנסח אלגברית את ההליך למציאת המשיק לעקומה⁶⁶.



על מנת לחשב את המשיק לנקודה נתונה על העקומה פעל פרמה בדומה לדקארט. ביסוד הגיאומטריה האנליטית יש להניח שהפתרון ישים, ולהגדיר אותו במונחים שונים בכדי לייצר משוואה. 'במתודה למציאת מקסימום ומינימום' התייחס פרמה לפרבולה DB המקיימת עם הציר DC את היחס $y=x^2$. המשיק בנקודה B נפגש עם המשכו של DC בנקודה בלתי ידועה E . אורכו המקסימאלי של DC מסומן כ- a . מנקודת ההשקה הוריד פרמה אנך BC , ובמרחק אפסי e על ציר DC בנה פרמה אנך נוסף, הפוגע בעקומה בנקודה P ובמשיק בנקודה O . באמצעות שני האנכים ניתן יהיה לאפיין את המשיק כתוספת מזערית של העקומה מ- P ל- B . כעת על פרמה להשוות בין נקודת ההשקה על העקומה לבין נקודה סמוכה הרחוקה מרחק אפסי ממנה, או במונחים אלגבריים: בין ערך הפונקציה של x לבין ערך הפונקציה של $x-e$. פרמה מצא דרך להשוות ביניהם באמצעות מידע הקשור במשיק a : נקודת המפגש של המשיק עם הבסיס).

ערכי הפרבולה $(y=x^2)$ של x ו- $x-e$ הם BC ו- PI בהתאמה.

$$\frac{x}{x-e} = \frac{BC^2}{PI^2}$$

המשיק לעקומה מהווה יתר משותף לשני האנכים, כך שמתקבלים שני משולשים דומים (EBC , EOI), המקיימים ביניהם יחס פרופורציונאלי:

$$\left(\frac{a^2}{(a-e)^2} \right) = \frac{EC^2}{EI^2} = \frac{BC^2}{OI^2}$$

פרמה היה מודע לכך שישנו הבדל מזערי בין PI לבין OI הנובע מהשינוי ב- e . מכיוון שההבדל הוא אפסי והעלאה שלו בריבוע הופכת אותו לקטן עוד יותר, פרמה התעלם ממנו וחיבר את שתי המשוואות יחד. התוצאה מספקת בסופו של דבר את מיקום קודקוד המשולש וממנו את ערכה של נקודת ההשקה.

⁶⁵ Baron 1969, 168-169; Edwards 1979, 122-125; Pedersen 1980, 26-27

⁶⁶ מקור התרשים שלהלן ממאמרו של פרמה (in: Fermat 1636, *Methodus ad Disquirendam Maximam et Minimam* (in: *Oeuvres* 1891-1912, vol. 1, 134-136)

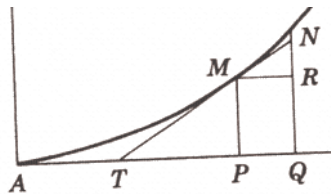
$$\frac{a^2}{(a-e)^2} \approx \frac{x}{x-e}$$

$$a^2x - a^2e \approx a^2x - 2aex + e^2x$$

$$a = 2x$$

מאחר והגודל x ידוע, ניתן לחשב בנקל את גודלו של a המשתנה בהתאם למיקומה של נקודת ההשקה. פרמה בדק את הכלל באמצעות עקומות שונות. כאמור, את הגדרתו האלגברית של המשיק לעקומה x^2 ניתן לחשב כ- $2x$. לעקומה x^3 יוגדר משיק באמצעות הביטוי $3x^2$ ולעקומה x^4 יהיה משיק ב- $4x^3$. התוצאה של פרמה היא מרשימה, מכיוון שמטרתו היתה ניסוח כלל אלגברי ולא פתרון לבעיה נתונה. כתוצאה מכך שהיתה בידו מתודה למציאת המשיק, יכול היה פרמה לנסח באופן מלא את היחס שבין הפונקציה לבין המשיק שלה. פרמה קבע כי עבור פונקציה $y = x^n$, המשיק יוגדר כ- nx^{n-1} . עבודתו של פרמה פרצה את הדרך לבאים אחריו, משום שהיא יצרה את התנאים לראות את הקשר ההפוך שבין האינטגרל לדיפרנציאל. פרמה הצליח לפתור בעזרת אותו רעיון הן את שאלת חישוב המשיק והן את חישוב השטח הכללי שתחת העקומה (ראו להלן). אך פרמה התמודד עם הבעיות באופן טכני ולא שאף לזקק מהן תובנה כללית. על אף פריצת הדרך המשמעותית שלו, פרמה לא זיהה את הקשר ההפוך שבין סכימה לדיפרנציאציה.

אולי המתמטיקאי שהתקרב יותר מכל אחד אחר לתגלית המשותפת של לייבניץ וניוטון היה מורו של ניוטון, אייזיק בראו⁶⁷. בראו עשה שימוש דומה לזה של פרמה בהוספת פרמטרים המייצגים השתנות אפסית וניסח את מציאת המשיק באמצעות "המשולש הדיפרנציאלי"⁶⁸.



המשולש הדיפרנציאלי של בראו (בתרשים משולש MNR) הוגדר באמצעות השינוי המזערי של x ושל y , ועל כן יתר המשולש MN שימש בו-זמנית כחלק ישר של המשיק וכחלק לא ישר של העקומה. לייבניץ עתיד לעשות שימוש במשולש הדיפרנציאלי משום שבאמצעותו הוא יצליח להראות כיצד איתור המשיק (באמצעות היחס שבין dy ל- dx), אינו אלא פעולה הפוכה לפעולת איתור השטח שתחת העקומה (באמצעות הכפלה של y ב- dx)⁶⁹. בדומה לרוברוול, בראו התמקד בהיבטים הגיאומטריים של המשולש הדיפרנציאלי והרבה פחות בתרגום האלגברי של התובנות הגיאומטריות שלו ולכן לא התקדם לייבניץ וניוטון לכדי גיבוש התחשיב האינפניטיסימאלי⁷⁰.

⁶⁷ Child 1920, 234; Boyer 1968, 426

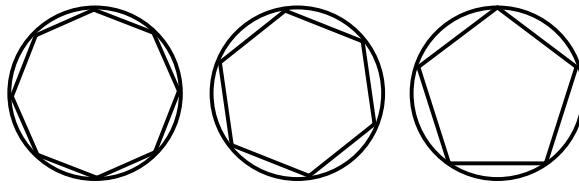
⁶⁸ Barrow 1669, *Lectiōnes Geometricae*. התרשים לקוח מבזר (ראו הערה קודמת).

⁶⁹ Bos 1980, 69

⁷⁰ לייבניץ פעל בדומה לשיטתו של בראו, ועל כן נמנעתי מלפרט כאן את שיטתו של האחרון. פירוט על תפקידו המכריע של המשולש הדיפרנציאלי בפיתוח התחשיב האינפניטיסימאלי ראו להלן בפרק הבא.

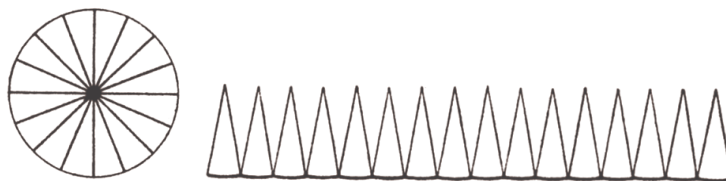
ג. חישוב שטח: התפתחות חישוב האינטגרל

נקודת הפתיחה לדיון בנוגע לחישוב שטח תחת עקומה היתה 'שיטת המיצוי' שפותחה ע"י אאודוקסוס ושופרה ע"י ארכימדס: חישוב שטחה של צורה בעלת קווי מתאר עקומים באמצעות שימוש בצורות נוחות לחישוב המתקרבות עד כמה שניתן לקווי המתאר של הצורה המבוקשת. מסיבה זו החישוב מספק אומדן מקורב בלבד של הגודל הרצוי.⁷¹



ניתן לקבל את הרושם שמדובר בחישוב חלקים הולכים וקטנים עד אינסוף במטרה לצמצם למינימום את מרכיב הטעות בחישוב, אך למעשה מטרתה של השיטה היתה להימנע עד כמה שניתן מעיסוק באינסוף. שיטת המיצוי לא חתרה לחישוב מדויק של השטח המבוקש אלא רק לקירוב שלו. במאה ה-17 התחושה הרווחת היתה שיש לבסס שיטה מדויקת יותר.

התייחסות לאינסוף בחישוב השטח מופיעה במאה ה-17 לראשונה אצל **יוהנס קפלר** כאשר הוא נזקק לחישוב שטח בעקבות גיבוש העקרונות הקוסמולוגיים שלו.⁷² העיקרון הראשון הוא שכוכב נע בתנועה אליפטית שהשמש מצויה באחד ממוקדיה.⁷³ העיקרון השני הוא שרדיוס המרחק בין הכוכב לשמש – שגודלו משתנה בשל המסלול האליפטי – חולף במהלך תנועת הכוכב על פני שטחים שווים בזמנים שווים. על מנת לחשב שטחים עשה קפלר שימוש באינפיניטסימלים. שטח עיגול הוגדר על ידו באמצעות סכום אינסופי של משולשים שווים בעלי קודקוד משותף במרכז המעגל ובסיס מינימאלי שווה המהווה חלק קטנטן של היקף המעגל.⁷⁴ שטח כל משולש הוא מכפלה של מחצית הרדיוס בבסיס וסכום כל אינסוף המשולשים הוא מכפלה של מחצית הרדיוס בסכום טור אינסופי של בסיסים מינימאליים. כאשר בסיס כל משולש אינפיניטסימאלי הוא אפסי באמת, סך הבסיסים של אינסוף המשולשים שווה להיקף העיגול. מכפלה של מחצית הרדיוס בהיקף מניבה את שטח העיגול.⁷⁵



⁷¹ התרשים משמש כאילוסטרציה בלבד. מופיע אצל: Davies 1981, 24.

⁷² Kepler 1615, *Nova stereometria doliorum vinariorum*

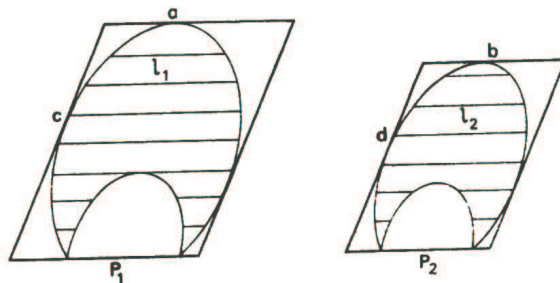
⁷³ קפלר לא היסס להתייחס לאינסוף בשיקוליו וקבע כי המוקד השני של האליפסה מצוי באינסוף. לפיכך השימוש באינסוף לצורך חישוב השטח אינו מקרי אצל קפלר.

⁷⁴ חידושו של קפלר לא היה בתפיסת העיגול באמצעות אינפיניטסימאליים (תפיסה המופיעה בכתבי ויאט וסטיפל) אלא בניסיון לחשב גם חתכים קוניים אחרים באופן זה ובשימוש החופשי והרווח כל כך באינפיניטסימאליים בחישוביו (Baron 1969, 110).

⁷⁵ $\frac{1}{2}r(2\pi r) = \pi r^2$

את שטחה של האליפסה חישב קפלר ביחס לשטח העיגול, מתוך הנחה שניתן לבנות את האליפסה באמצעות שני רדיוסים בעלי יחס ידוע עם רדיוס העיגול⁷⁶. בהמשך לכך, קפלר ראה נפח כדור כסכום אינסופי של חרוטים שקודקודם במרכז הכדור ובסיסיהם על מעטפת הכדור, וחישב מגוון סוגים של נפחים באמצעות גדלים אינפיניטסימאליים. עם זאת, קפלר לא מצא דרך שיטתית לחשב שטחים וכל שנתר לו הוא להמשיך את קו המחשבה היווני המאתר אד הוק צורות גיאומטריות נוחות לחישוב הממלאות את חלל הצורה המבוקשת.

היישום השיטתי הראשון נעשה על ידי **בונוונטורה קוולייירי** בשנת 1635⁷⁷ וההד שזכתה שיטתו בקרב מתמטיקאים במאה ה-17 נתן דחיפה משמעותית לשימוש באינפיניטסימאליים בחישוב שטח. קוולייירי קיבל את ההשראה לשיטתו ממורו גלילאו⁷⁸. זיהוי הרצף כמורכב מאינסוף נקודות הביא את קוולייירי לעשות שימוש בגדלים מינימאליים בלתי מתחלקים (*indivisibles*). הקו מורכב מנקודות מינימאליות; השטח מורכב מקווים מינימאליים; והנפח משטחים מינימאליים – ובכל המקרים בכמות אינסופית. בדומה למתמטיקאים נוספים בתקופתו, תפס קוולייירי את הרכבת השטח על ידי החלקים באופן דינאמי, בדומה לתנועה פסיקלית של גוף. קוולייירי כינה את היחידה הנעה 'רגולה' (*Regula*). רגולה היא יחידה בסיסית של השטח הנדרש לחישוב והיא מסמנת את הרכבת השטח באמצעות תנועה קבועה מקצהו האחד של השטח לקצהו האחר. מכיוון שקצב 'כיסוי' השטח על ידי רגולה הוא תמיד קבוע, ניתן לחשב באמצעות יחסים בין שטחים. גדלים שונים של רגולה (l_1, l_2) מייצרים גדלים שונים של שטחים (P_1, P_2). היחס הקיים בין גדלים שונים של רגולה יהיה אותו יחס בין השטחים המיוצרים על ידם⁷⁹. זאת על אף שישנה כמות אינסופית זהה של 'בלתי מתחלקים' מינימאליים בכל שטח שהוא⁸⁰.



⁷⁶ Boyer 1968, 356-357. האיור לעיל מופיע אצל Baron 1696, 110, בהשראת התרשים המקורי של קפלר, Kepler 1615.

Nova stereometria doliorum vinariorum

⁷⁷ Cavalieri, *Geometria Indivisibilibus continuorum*. הרעיון גובש על ידי קוולייירי כבר ב-1627 אך יצא לאור רק ב-

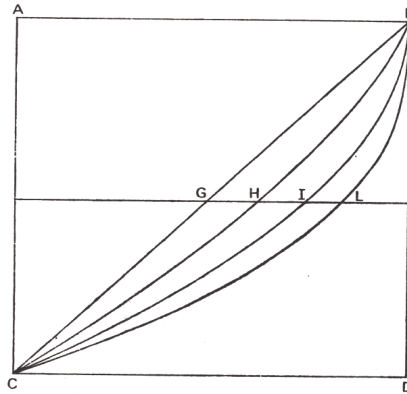
1635 (Pedersen 1980, 32; Boyer 1968, 362).

⁷⁸ על תפיסתו המתמטית של גלילאו ראו חלק א'.

⁷⁹ Baron 1969, 124

⁸⁰ קוולייירי עשה הבחנה בין נקודת מבט 'קולקטיבית' התופסת את השטח הכולל שנוצר מאינסוף החלקים, לבין נקודת מבט 'מחולקת' הממוקדת בחלוקת השטח או ביצירתו מאינסוף חלקים. התייחסות לשטח הכולל כנתון עוקפת את הכשל שבהרכבתו מאינסוף אפסים ולכן קוולייירי בחר בנקודת המבט הקולקטיבית מלכתחילה כאשר החל לדון ביבלתי מתחלקים' שלו. בשל ביקורות על מידת ההצדקה הפילוסופית של השיטה, עבר קוולייירי להתייחס גם להיבט הבעייתי של הרכבת רצף מאינסוף אפסים (Baron 1969, 125-126). לעניין זה חשיבות מנקודת המבט של לייבניץ על האינפיניטסימאל ועל האינסוף. האיור להלן מקורו בספרו של קוולייירי: Cavalieri 1635, *Geometria Indivisibilibus continuorum*, book II, p. 127

מכיוון שיחידת הבסיס שלו היתה אפסית, קוולירי היה מנוע מלחשב באופן ישיר את גודלו של שטח נתון והיה מחויב לעסוק רק ביחסים בין שטחים. בשל כך לקוולירי היתה גישה לשטח שתחת עקומה רק באמצעות השוואתו לשטח אחר, קל יותר לחישוב. עם זאת, שיטתו של קוולירי חתרה לדיוק רב יותר משיטת המיצוי היוונית. במקום שימוש בצורות גיאומטריות נוחות שלעולם אינן ממלאות במדויק את השטח המבוקש, קוולירי עשה שימוש ביחידות בלתי מתחלקות שכמות אינסופית שלהם חופפת לחלוטין את השטח כולו. דיוק כזה אצל קוולירי בא לידי ביטוי בניסוח יחס קבוע בין שטחים ונפחים עקומים⁸¹.



שטחו של המשולש $BGCD$ מהווה מחצית משטחו הכולל של המלבן $ABCD$ הבנוי מצלעותיו, בדיוק כשם שהרגולה l של המשולש (מסומנת באורך G ל- BD) מהווה מחצית מהרגולה a של המלבן (AB) . שטח המשולש אינו מחושב באופן ישיר אלא רק באופן יחסי לשטח המלבן. באותו אופן שקוים בלתי מתחלקים מרכיבים כל אחד משטחים אלו, שטחים אלו יכולים לשמש בעצמם כחלקים בלתי מתחלקים להרכבת נפחים. קוולירי מצא שאם נסובב את המלבן ואת המשולש סביב BD , נקבל גליל וחרוט בהתאמה שהיחס ביניהם הוא שליש ולא חצי. במילים אחרות, סכום (Σ) אינסוף הקווים המרכיבים את המלבן ואת המשולש מניב יחס של חצי וסכום אינסוף השטחים המרכיבים את הגליל ואת החרוט מניב יחס של שליש. קוולירי סימן זאת באופן הבא:

$$\frac{\sum l}{\sum a} = \frac{1}{2} \quad \frac{\sum l^2}{\sum a^2} = \frac{1}{3}$$

קוולירי כמעט שלא ניסח את טענותיו באופן אלגברי. נקודת המבט שלו היתה גיאומטרית ובשל כך בשלב ראשון, בחיבור המוקדם שלו מתחילת שנות השלושים של המאה ה-17, קוולירי לא עסק בסכימה של אינסוף נפחים יחד (רגולה בעלת חזקה מהמעלה השלישית) מהסיבה הפשוטה שלא היה לסכימה כזו שום ביטוי גיאומטרי מוכר. עם זאת, בחיבורו המאוחר משלהי שנות הארבעים עלה בידי קוולירי לחשב את היחס בין השטחים גם עד מעריך 9 של החזקה:

$$\frac{\sum l^3}{\sum a^3} = \frac{1}{4} \quad \frac{\sum l^4}{\sum a^4} = \frac{1}{5} \quad \frac{\sum l^5}{\sum a^5} = \frac{1}{6} \quad \frac{\sum l^6}{\sum a^6} = \frac{1}{7} \dots$$

⁸¹ האירור להלן הוא עיבוד של בארון (Baron 1696, 132) לתרשים המקורי של קוולירי Cavalieri 1647, *Exercitationes Geometricae Sex*, p. 306

מכאן קצרה הדרך להגדרת היחס כאלגוריתם:

$$\frac{\sum l^n}{\sum a^n} = \frac{1}{n+1}$$

כיצד חישוב קוולירי יחסים בין גדלים כאלו, אם נקודת המבט שלו היתה בכל זאת גיאומטרית? תובנותיו של דקארט אפשרו ליחס לכל גודל גיאומטרי ביטוי אלגברי, אך גם לנתק ביניהם (ובלבד שתשמר ההומוגניות הגיאומטרית). הביטויים האלגבריים x^2 , x^3 לא ייצגו רק שטח ונפח בהתאמה אלא גם מכפלות של קווים הבאות לידי ביטוי בעקומות. קוולירי ידע לומר שהרגולה l של המשולש $BGCD$ שווה להעלאה בריבוע של הרגולה של $BHCD$, להעלאה בחזקה שלישית של הרגולה של $BICD$, להעלאה בחזקה רביעית של הרגולה של $BLCD$, וכן הלאה.⁸² עקומות מייצרות את אותו היחס שמצא קוולירי בעבור שטחים ונפחים. למרות שאת השטח המבוקש מצא קוולירי רק ביחס לשטח הכללי של הצירים המגדירים את העקומה (כלומר ביחס לשטח המלבן שאותו קל לחשב), עלה בידו לאפיין את היחס הקבוע בין העקומות, השטחים והנפחים.⁸³ באמצעות ההתמקדות ביחס שבין רגולה לבין השטח, הצליח קוולירי להשיג תוצאות נכונות עבור סכימה של אינסוף גדלים אינפיניטסימאליים, ולהתעלם מהבעיות הלוגיות הכרוכות בסכימה של אינסוף אפסים.⁸⁴

ג'ון וואליס קידם את השימוש באינפיניטסימאליים לשם חישוב השטח בכך שהצליח לתרגם את תובנותיו הגיאומטריות של קוולירי לגדלים אריתמטיים.⁸⁵ וואליס התעניין בסדרות אינסופיות של מספרים ולכן במקום לחשב את השטח באמצעות הקשר האינטואיטיבי בינו לבין הרגולה, הוא חישב אותו באמצעות סדרה אינסופית של מלבנים זעירים.⁸⁶

היחס שבין השטח הכלוא תחת אלכסון של מלבן לבין שטחו של המלבן כולו הוא חצי. וואליס ידע שעל פי שיטת המיצוי היוונית יש לבנות מלבנים הממלאים עד כמה שניתן את שטח המשולש המבוקש. ככל שנקטין את רוחב המלבנים נוכל להגיע לקירוב מדויק יותר של הצורה המיוחלת. הבעיה בשיטת המיצוי היתה שככל שהגדלים התקרבו לגודל אפס הם אמנם ביטאו בדייקנות רבה יותר את השטח הכללי אבל האפשרות לעשות בהם שימוש הלכה והצטמצמה. חלקים בגודל אפס אינם ברי חישוב. מה שואליס הציע, בהשראת הצלחתו הגיאומטרית של קוולירי, היה לזהות את היחס הקבוע שמייצרות סדרות הולכות וגדלות של מלבנים. בדרך זו עקף וואליס את בעיית סכימת האפסים.

בדומה לקוולירי, גם וואליס העריך את גודל השטח המבוקש בהשוואה לגודל אחר נוח לחישוב. את המשולש ניתן להרכיב ממלבן אחד, שניים, שלושה וכו', כשכל מלבן גבוה מזה שקדם לו ביחידה אחת.

⁸² כמו מתמטיקאים רבים בתקופתו (ובכללם לייבניץ), מיקם קוולירי את ערך הפונקציה בציר x ולא בציר y . משום כך הרגולה של קוולירי איננה x אלא y , למרות שהיא ממוקמת באופן אופקי.

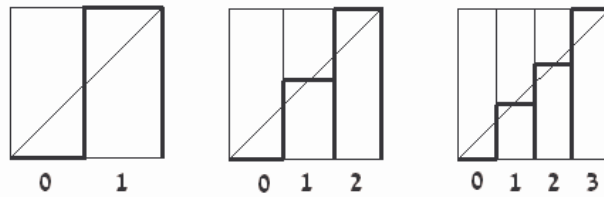
⁸³ Baron 1969, 131-132; Boyer 1968, 362-363

⁸⁴ גם לפי שנחשף למתמטיקה ברמה גבוהה בפריס עשה לייבניץ מאמץ עליון למצוא הצדקה מתמטית ופילוסופית ראויה לשיטת הבלתי מתחלקים של קוולירי שממנה הוקסם. לייבניץ לא רק התוודע לקוולירי במהלך לימודיו אלא גם לגרגורי סנט וינסט שהושפע מאד מגישתו הגיאומטרית של קוולירי. להתייחסות מקיפה לסנט וינסט ולתגובתו של לייבניץ ראו להלן פרק 5.

⁸⁵ Wallis 1655, *Arithmetica Infinitorum*

⁸⁶ היה זה וואליס שהתייחס לראשונה אל האינסוף באמצעות הסימול ∞ , מכיוון שהיה עליו להתייחס לאינסוף כאל גודל אריתמטי בחישוביו (Boyer 1968, 418).

בכל אחת מהאפשרויות הללו היחס בין המשולש למלבן הכללי יהיה חצי. עם זאת, ככל שרמת הדיוק תלך ותעלה ניתן יהיה באמצעות מספר גדול יותר של מלבנים לחדד את הרזולוציה. ההפרש בין מלבן למלבן יהיה יותר ויותר מזערי ככל שישגדלו מספר המלבנים. המלבן הראשון אצל וואליס, ללא קשר לכמות המלבנים, היה תמיד בגובה 0. קביעה זו, המשפיעה על ספירת המלבנים המרכיבים את השטח, לא הושפעה מהבלתי מתחלקים של קוולירי, אלא דווקא מהגיאומטריה האנליטית של דקארט. הספירה אינה מתחילה ב-1 אלא ב-0, משום ש-0 ולא 1 מהווה את ראשית הצירים ומציין את נקודת הפתיחה בהגדרה האריתמטית של הגדלים הגיאומטריים. וואליס מצא יחס קבוע בין המשולש למלבן, ללא קשר לכמות משתנה של מלבנים או לכמות יחידות המגדירות את גודל המלבנים.⁸⁷



$$\frac{0+1}{1+1} = \frac{1}{2} \quad \frac{0+1+2}{2+2+2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad \frac{0+1+2+3}{3+3+3+3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

קצת ניגש וואליס להצדיק את היחס 1:3 שמצא קוולירי בין הגליל לבין החרוט (או בין עקומה המוגדרת באמצעות העלאה בריבוע של כל המספרים הטבעיים לבין השטח הכללי של המלבן). כאן לכמות האיברים בסדרה, כלומר לכמות המלבנים או ליחידות המרכיבות אותם, היתה חשיבות. סכום הסדרה התקרב לשליש ככל שכמות המלבנים גדלה וככל שגודל היחידה המרכיבה אותם קטנה.

$$\frac{0+1}{1+1} = \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \quad \frac{0+1+4}{4+4+4} = \frac{5}{12} = \frac{1}{3} + \frac{1}{12} \quad \frac{0+1+4+9}{9+9+9+9} = \frac{14}{36} = \frac{1}{3} + \frac{1}{18}$$

ואליס הגדיר את השארית המצטמצמת באמצעות כמות המלבנים (או כמות היחידות המגדירות את המלבנים)

$$\frac{0+1+4+\dots+n^2}{n^2+n^2+n^2+\dots+n^2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6n}$$

כאשר כמות המלבנים היא אינסופית, גודל היחידות המגדירות אותם הוא אפס. זוהי הנקודה שבה היחס בין השטח שתחת העקומה הריבועית לבין המלבן משתווה בדיוק לשליש. למרות שחלוקה ב-0 אסורה מבחינה מתמטית ולוגית, התוצאה שקיבל וואליס היתה נכונה⁸⁸. באמצעות סדרות אינסופיות הצליח וואליס להגיע לאותו אלגוריתם שהופיע בכתבי קוולירי:

$$\frac{0^p+1^p+2^p+3^p+\dots+n^p}{n^p+n^p+n^p+\dots+n^p} = \frac{1}{p+1}$$

מכיוון שואליס עסק בתרגום אריתמטי של הגיאומטריה של קוולירי, הוא גיבש את כללי החזקה והוכיח את תקפותו של הכלל האלגברי לא רק עבור מעריכים טבעיים אלא גם עבור מעריכים שליליים

⁸⁷ יחס זה נשאר קבוע גם כאשר מדובר בחלוקה של נפח קוביה באמצעות אלכסון לשני נפחים שווים המורכבים מאינסוף תיבות אינפיניטסימאליות.
⁸⁸ Baron 1969, 208-209

או רציונאליים⁸⁹. כך עלה בידי וואליס להכליל את מסקנותיו של קוולירי גם לתחומים אלגבריים נוספים שהיו חסומים בפני מי שהיה מונע בעיקר באמצעות אינטואיציה גיאומטרית. הוא גם הצליח לחשב שטח תחת עקומה המוגדרת ע"י ביטוי פולינומי באמצעות חישוב האינטגרל של כל איבר בנפרד. לטענת היסטוריונים אחדים, וואליס תפס באופן מתקדם ביותר את אופן החישוב. במקום לראות את כמות ה"בלתי מתחלקים" של קוולירי מתקרבת לשטח המדויק הכלוא תחת העקומה, תיאר וואליס את ההתקרבות הזו כהתקרבות אל גבול⁹⁰. במילים אחרות, במקום להתמקד בישים הגיאומטריים ה"בלתי מתחלקים" עצמם שמעמדם במידה רבה פרדוקסאלי, התמקד וואליס בקיומו של גבול אותו סדרת המלבנים אינה יכולה לעבור⁹¹. הבנת תהליך הסכימה של אינסוף גורמים כתהליך התקרבות לגבול עשויה לפתור בעיות לוגיות הכרוכות באינפיניטסימאליים אפסיים אך שונים מאפס שהתחשיב היה מעורב בהן. עם זאת, קביעה זו בנוגע לתפיסת הגבול אצל וואליס אינה מדויקת. בדומה לקוולירי וגלילאו תפס גם וואליס את המרכיב האינפיניטסימאלי של השטח כאפס, והדגיש שסדרה אינסופית מגיעה ממש עד ליעד ולא רק שואפת אליו באופן מתמיד⁹². בהתכתבותו עם לייבניץ הדגיש וואליס נקודה זו:

You see that my methods for tangents were summarily set out in the *Philosophical Transactions* for the month of March 1672, and again in Proposition 95 of my *Algebra*, which I had earlier applied throughout my *Treatise of Conic Sections* of 1655, and these methods plainly rest on the same principles as your differential calculus, but in a different form of notation. For my quantity a is the same as your dx , except that my a is nothing and your dx infinitely small. Then when those things are neglected which I hold should be neglected in order to abbreviate the calculation, that which remains is your minute triangle, which according to you is infinitely small, but according to me is nothing or evanescent.⁹³

למעשה מרבית המתמטיקאים שהביאו לידי ביטוי את האינסוף בחישוביהם תפסו את האינפיניטסימאל כאפס. היה זה לייבניץ שהגיע למסקנה שהאינפיניטסימאל (או ליתר דיוק הדיפרנציאל) אינו אפס אלא "גודל סופי קטן ככל שיהיה" ואף הצליח לנסח באופן פילוסופי את מושג הגבול⁹⁴. מכל מקום, ניסוח מתמטי של מושג הגבול הושג רק בתחילת המאה ה-19.

⁸⁹ וואליס ניסח לראשונה את חוקי החזקה גם עבור מעריכים רציונאליים (Wallis 1655, *Arithmetica Infinitorum*; in: Wallis 1695, *Opera Mathematica*, Oxford, Vol. I, pp. 410-411; trans. Smith 1929, 217-218). הואיל והשטחים חושבו ביחס לגודל המלבן הכללי, קוולירי ידע שחיבור השטח תחת העקומה עם השטח שמעליה יהיה 1, אך אצל וואליס קיבלה תובנה זו ביטוי אלגברי בחזקה של x חיובי ושורש של x שלילי.

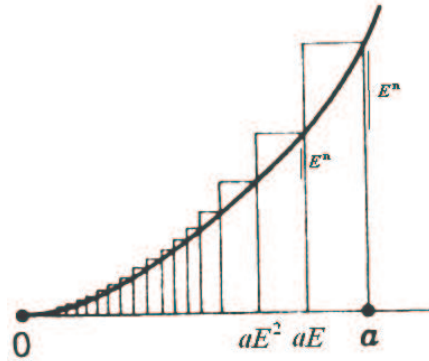
⁹⁰ Hooper 1958, 249-253

⁹¹ הכרה בקיומו של גבול מופיעה גם אצל גיימס גרגורי (*Vera Circuli et Hyperbolae Quadratura*, 1667, Gregory). לטענתו, השיטות החדשות לחישוב שטחים ואורכים של עקומות מבוססות על מציאת גבול שהינה אופרציה מתמטית חדשה שאינה כלולה בחמש הפעולות המוכרות: חיבור, חיסור, כפל, חילוק והוצאת שורשים (אונגורו 1989, עמ' 69).
⁹² ראו להלן בפרק 5, בדיון על תפיסת האינסוף הגיאומטרית של גרגורי סנט וינסט (שקיבל אף הוא השראה מקוולירי) והשפעתה על לייבניץ.

⁹³ 30 July 1697, *Wallis to Leibniz*; GM IV 37, trans. by Jessephe 1998, 24

⁹⁴ היסטוריונים של המתמטיקה טוענים שמושג הגבול נחשף על ידי אוגוסטין קושי רק בתחילת המאה ה-19 (Edwards 1979, 310; Boyer 1949, 87). אך אחדים מפרשני לייבניץ טענים כי לייבניץ זיהה את חשיבותו של הגבול בהגדרת

בשונה מגישתם של קוולייירי ו-ואליס לחישוב שטח באמצעות מציאת היחס שבינו לבין שטח אחר נתון וידוע מראש, לפייר דה פרמה היתה גישה לחישוב שטח באופן ישיר. בדומה לוואליס גם שיטתו של פרמה התבססה על מילוי השטח המבוקש במלבנים הולכים וקטנים אך פרמה חישב כל מלבן בנפרד וחיבר את כל איברי הסדרה האינסופית.⁹⁵



פרמה בנה על השטח שתחת העקומה $y=x^n$ מלבנים הולכים וקטנים.⁹⁶ שיטת הבניה היתה מבוססת על שני הפרמטרים עליהם מבוססת שיטת איתור המינימום והמקסימום שלו: a – הגודל המקסימאלי, E – גודל הקטן אינפיניטסימאלי מ-1. הכפלה של שני הגדלים הללו (aE) מספקת גודל הקטן באופן מזערי מ- a . הגודל המקסימאלי של העקומה (a) מתקבל ללא כל הכפלה ב- E , ואילו הגודל המינימאלי של העקומה (אפס) מתקבל על ידי הכפלה ב- E בכמות אינסופית. רוחב המלבנים הוא ההפרש בין הכפלה ב- E בכמות n לבין הכפלה ב- E בכמות $n+1$ (למשל $aE^2 - aE^3$). אורך המלבנים נקבע על פי הכפלה של a^n בכפולות של E^n . אורך המלבן הראשון יהיה a^n , השני $a^n E^n$, השלישי $a^n E^{2n}$, וכן הלאה. סדרת שטחי המלבנים של פרמה נראית אפוא כך:

$$a^n(a - aE), a^n E^n(aE - aE^2), a^n E^{2n}(aE^2 - aE^3)$$

סכום הטור האינסופי:

$$\frac{a^{n+1}}{1 + E + E^2 + E^3 + \dots + E^n}$$

טור המלבנים חופף במדויק על השטח שתחת העקומה כאשר $E=1$. פירוש הדבר הוא שהשטח

שתחת העקומה $y=x^n$ הוא

$$\frac{a^{n+1}}{n+1}$$

פרמה לא התייחס לשאלה מהו הגודל האחרון של E אלא רק השמיט אותו מהמשוואה. כדאי לשים לב לכך שבניגוד לחישוב של וואליס המתייחס לאינפיניטסימאל כאל אפס, החישוב של פרמה אינו

הסדרה האינסופית ואף התבסס עליו כשחדל לזהות את הדיפרנציאל כאיבר אקטואלי בסדרה ועבר לזהותו כגודל פיקטיבי חסר ייחוס (Loemker 1969, 546 n2; Ishiguro 1990, 92; Levey 1998, 81). בכל מקרה לייבניץ לא ניסח מתמטית את קיומו של הגבול.

⁹⁵ Fermat 1658, *De Aequationum localium*

⁹⁶ האזור לעיל לקוח מבויר (Boyer 1968, 394).

מאפשר זאת. פרמה לא התייחס לחלקים האינפיניטסימאליים של השטח כאל קווים בלתי מתחלקים נוסח קווליירי אלא ראה בהם תמיד מלבנים זעירים. גם כאשר $E=1$, המלבן הזעירי אינו הופך לקו בלתי מתחלק אלא פשוט מתאפס ומתבטל. משוואה שבה E נעדר יכולה להיות אמדן בלבד של השטח, הואיל ומבחינת פרמה סדרה אינסופית של מלבנים לעולם אינה מביאה להזנחתו של E . הזנחה של E היא פעולה יזומה של פרמה במטרה להניח את סופה של הסדרה האינסופית. בשל כך יש קושי להצדיק של שיטתו של פרמה.

על אף ששיטות קודמות עשו שימוש בחלוקה אינסופית של השטח לקווים, פרמה היה הראשון לעשות שימוש בחישוב סכום טור אינסופי של איברים-שטחים על מנת לחשב שטח⁹⁷. פרמה גם היה ככל הנראה הראשון לבטא מבחינה חישובית את השינוי המזערי בגדלו של משתנה⁹⁸. בשל כך לאגרנג' ולאפלס ראו בו הממציא הראשון של התחשיב האינפיניטסימאלי. עם זאת, פרמה לא ראה את הקשר ההפוך שבין סכימה לדיפרנציאציה, שידוע היום בתור המשפט היסודי של התחשיב. השימוש במתודה שלו לאיתור מינימום ומקסימום הן לחישוב שטח והן למציאת משיק היה בעיקרו טכני ולא הביא את פרמה לגיבוש כלל רעיוני. כלל כזה הצליחו לייבניץ וניוטון להציג. בפרק הבא נפנה לסקור את התפתחותו המתמטית של לייבניץ.

2.2. התפתחותו המתמטית של לייבניץ

מטרתו של פרק זה היא להציג את התפתחותו המתמטית של לייבניץ במהלך שנות שהותו בפריס, בהן הפך ממתלמד זוטר לאחד מבכירי המתמטיקאים של אירופה. ניתן לומר שהתפתחות המתמטית של לייבניץ מאופיינת בשלושה שלבים עיקריים: (א) התעניינות בקומבינטוריקה ובסדרות מספרים סופיות ואינסופיות (ב) הבנת הידע המתמטי העדכני באמצעות גיאומטריה (ג) חתירה לגיבוש כלליים רעיוניים וכלי עבודה נוחים באמצעות אלגברה.

א. בתחילת דרכו המתמטית קודם הגיעו לפריס מתמקד לייבניץ בעיקר בעבודה על סדרות מספרים ועל יחסים פנימיים בין קומבינציות של איברים. בשל העניין הרב שמוצא לייבניץ בשיטות חשיבה כלליות ואוניברסאליות, הוא מזהה את החיסרון שבחשיבה כמותית ומנסה לאפיין יחסים בין גורמים גם באמצעות הדפוס הקבוע שנוצר באמצעותם. הוא מגבש טבלה של מספרים קומבינטוריים, שאותה עם בואו לפריס הוא מוצא בכתביו של פסקל תחת השם 'המשולש האריתמטי'. בשל עיסוקו בסדרות מספרים, הוא מתמקד בהפרשים ביניהם, מפתח את המשולש ההרמוני שלו ומצליח לחשב סכומים של סדרות אינסופיות. כבר בשלב הזה לליבניץ מגיע לתובנה שסכום של סדרה ניתן לחישוב באמצעות ההפרשים שבין איבריה, תובנה המטרימה את הקשר שבין סכימה לדיפרנציאציה. קשר זה הולך ומעמיק ככל שלייבניץ מתקדם לעבר גיבוש מסקנותיו ביחס לאינסוף.

ב. לייבניץ מעיד על עצמו שרמת הידע המתמטי שלו קודם הגיעו לפריס היתה נמוכה למדי ושהוא היה "נבוך בבורותו"⁹⁹: הוא הכיר גיאומטריה באופן כללי ולא התעמק בהוכחות ומשפטים, ואילו

⁹⁷ Pedersen 1980, 42

⁹⁸ Baron 1969, 167

⁹⁹ April 1703, Leibniz to Bernoulli; Child 12

מתמטיקה היתה מוכרת לו רק מתוך הפרספקטיבה הלוגית והקומבינטורית. גם עיסוקו הראשוני של לייבניץ במציאת סכומם של טורים אינסופיים בשלהי 1672, לאחר שהוא מתוודע בעצת הויגנס לכתביהם של גלילאו וגרגורי סנט וינסנט, איננו בשל והוא משקף את המטאפיסיקה שבה אחז לייבניץ לפני בואו לפריס¹⁰⁰. למרות שניסח למאמר את תגליותיו על סדרות אינסופיות ואף זכה לעידוד ממורו הויגנס, נוכח לייבניץ לדעת בינואר 1673 שרמתו המתמטית אינה גבוהה כאשר הוא מבקר לראשונה בלונדון, במפגש של החברה המלכותית למדעים¹⁰¹. אף שהוא רוכש בלונדון את ספרו של אייזיק בראו, אין בכוחו של לייבניץ להבין את הפוטנציאל הגלום במשולש הדיפרנציאלי המופיע בו¹⁰². בחזרתו לפריס לייבניץ מתחיל בלימוד אינטנסיבי של כתבי פסקל, דקארט, מרקטור (Mercator), גיימס גרגורי וסלז (Sluse)¹⁰³. בעקבות הגיאומטריה האנליטית של דקארט והמשולש הדיפרנציאלי של פסקל משדרג לייבניץ את הבנתו הגיאומטרית ומנסח הצדקה לשיטת קוולירי לחישוב שטחים תחת עקומות ולגילוי אורך העקומה. החישוב נעשה באמצעות עקרון ההמרה של לייבניץ: מציאת פרופורציות דומות למשולש הדיפרנציאלי של לייבניץ מאפשרת לתרגם משולשים בעלי יתר עקומה על המעגל למרובעים אינפיניטיסימאליים נוחים לחישוב. במילים אחרות, המשולש הדיפרנציאלי מאפשר ללייבניץ להמיר קווים עקומים בישרים, ולחלופין להגדיר את הישרים באמצעות שטחים של מלבנים מזעריים. באמצעות הגיאומטריה מצליח לייבניץ גם לנסח את שטח העיגול כסכום של טור אינסופי. המעבר לגיאומטריה מאפשר ללייבניץ להעמיק את הקשר ההפוך שבין סכימה לדיפרנציאציה אליו נחשף בעבודותיו הקודמות על סדרות מספרים, משום שהגיאומטריה מדגישה את רציפותם של הגדלים ומתעלמת מהשאלה האם באמת אינסוף החלקים מניבים את השלם.

ג. מכיוון שלייבניץ תר אחר הדפוס הכללי של החשיבה, הוא עובר מגיאומטריה של המשולש הדיפרנציאלי אל הניסוח האלגברי. מעבר זה מלווה בחזרה לסדרות מספרים ואיברים ובמאמץ לאתר את המשוואות הכלליות שלהן. לייבניץ מעוניין למצוא את הרעיון הכללי מאחורי קשר שהגיאומטריה מצביעה עליו בכל סיטואציה מחדש. לשם כך הוא מנסח את הקשר באופן אלגברי, באמצעות פרמטרים ומשוואות¹⁰⁴. בפיתוחיו האלגבריים מביא לייבניץ לידי ביטוי את כישורו בבחירת סימולים לחישוב שימושי: בסוף 1675 בוחר לייבניץ להפוך את סימן הסכימה ואת הדיפרנציאל לחסרי ממד

¹⁰⁰ Bassler 1999, 179

¹⁰¹ Hofmann 1974, 27

¹⁰² ביקור זה בלונדון הפך כעבור שנים למוקד המחלוקת בין לייבניץ לניוטון באשר לזכות הראשונים על פיתוח התחשיב האינפיניטיסימאלי. כיום מקובלת הסברה של לייבניץ לא ראה באותו ביקור את כתב היד של ניוטון (*De Analysis*), שבו פירט ניוטון את אבחנתו אודות ההקשר ההפוך שבין סכימה לדיפרנציאציה, אך גם אילו ראה לא יכול היה לייבניץ להפיק ממנו דבר בשל העובדה שרמת הידע המתמטי שרכש עד אותה עת היתה נמוכה מדי. לייבניץ וניוטון פיתחו במקביל ובאופן עצמאי את התחשיב החדש: ניוטון פיתח אותו ראשון אך פרסם זאת אחרי לייבניץ (חיבורו של ניוטון *De Analysis Per Aequationes Numero Terminorum Infinitas* הושלם ב-1669 אך פורסם רק ב-1711. תובנות דומות מופיעות גם בחיבור נוסף שלו *Methodus Fluxionum et Serieram Infinitarum*, שהושלם כבר ב-1671, אך פורסם רק ב-1736. לייבניץ הצליח לעמוד על טיבו הכללי של התחשיב החדש רק בשנת 1676, אך פרסם מסקנות ראשוניות ב-1684 במאמר בן שישה עמודים *Nova Methodus pro Maximis et Minimis*, שלוש שנים לפני הופעת ספרו של ניוטון *Principia Mathematica* ב-1687).

¹⁰³ Hofmann 1974, 47

¹⁰⁴ פסקל ראה את הקשר אך לא את הרעיון הכללי שניתן לנסחו באמצעות אלגברה. לעומת זאת וואליס פעל רבות להרחבת הידע האלגברי, אך לא זיהה (לפני לייבניץ) את הקשר ההפוך שבין סכימה לדיפרנציאציה שאותו תפס פסקל. יתרונו של לייבניץ (כמו זה של ניוטון) נעוץ בחתירה לכלל האלגברי מתוך התונים האריתמטיים והגיאומטריים (Hofmann 1974, 54).

ספציפי בכדי לנתק את הדיפרנציאל ממובנו הגיאומטרי כמשיק ולאפיין אותו כהבדל בין גורמים בכל סדרה שהיא. בכך מעמיק לייבניץ את תובנותיו בעניין הקשר ההפוך שבין סכימה לדיפרנציאציה: ניתן לחשב דיפרנציאל מכל סדר שהוא ובתנאי שהוא שומר על יחס קבוע עם הגודל המייצג את הסכום. יתרונה של האלגברה נעוץ בכוחה לתמצת את כל המצבים לכדי ביטוי קבוע ושיטתי. אולם היא אינה מספקת תמונה של מכלול היחסים הקיימים בו זמנית כפי שמסוגל למשל לתת המשולש ההרמוני על סדרות אינסופיות. ידה של האלגברה גם קצרה מלתת תמונה של גדלים רציפים ושלמים כפי שמסוגלת לתת הגיאומטריה. זו הסיבה שכתוצאה מהמעבר לאלגברה מגיע לייבניץ למסקנה שהצדקת התחשיב נעוצה בשימוש בגיאומטריה. על מנת שטור אינסופי יהיה שווה לסכומו יש צורך להניח לדיפרנציאל להתחלק לאינסוף ובדרך זו להזניח את קיומו. ניתן לעשות זאת כאשר נקודת המבט היא גיאומטרית, כלומר כאשר הגדלים אינם מובחנים כדיסקרטיים. אולם מנקודת מבט אריתמטית או אלגברית, תשומת הלב ממוקדת בגדלים מובחנים דווקא וכך הפער בין אינסוף החלקים לבין השלם לעולם אינו ניתן להזנחה. הואיל והמציאות הממשית מבוססת על חלקים דיסקרטיים, מגיע לייבניץ למסקנה מרחיקת לכת מבחינה פילוסופית: הפער בין אינסוף החלקים לבין השלם הוא פער ניתן לגישור באמצעים מתמטיים בלבד, אך ברמה האקטואלית גישור כזה אינו אפשרי. זהו פער בין מציאות אידיאלית ורצופה של גדלים מתמטיים פיקטיביים לבין מציאות אקטואלית מקוטעת של גדלים ממשיים. עקרון הרצף המטאפיסי המגשר על פער זה מופיע אצל לייבניץ רק כעשור לאחר גיבוש התחשיב האינפניטיסימאלי. עם זאת, טיעונים ראשוניים בעניינו של עקרון מטאפיסי המאפשר בכל זאת את הקשר ההפוך שבין סכימה לדיפרנציאציה (בהשראת הגיאומטריה הרציפה), מופיעים מייד עם גיבוש התחשיב באביב 1676 ובהם ניגע במהלך הפרק השלישי של חלק זה וביתר פירוט בחלק הבא המוקדש לאינסוף בפיסיקה של לייבניץ.

במהלך השנים התגבשה קבוצת מתמטיקאים, כדוגמת האחים יעקב ויוהן ברנולי והמרקוז דה ל'הופיטל, שפרסמו את התחשיב החדש. לקראת סוף המאה ה-17 החלו ויכוחים בקרב מתמטיקאים באקדמיה בפריס בעניין ההצדקה הפילוסופית של התחשיב, ובעקבותיהם מתחיל לייבניץ לנמק באופן פומבי את תפיסת עולמו הפילוסופית בנוגע לטיבו של האינפניטיסימאל. בהתכתבויות הרבות עם מתמטיקאים כמישל רול, ברנרד ניאווניטכט, פייר וריגנון, יוהאן ברנולי וג'ון וואליס, מתאר לייבניץ עמדה פילוסופית-מתמטית שיסודותיה מצויים בכתביו כבר מאז 1676¹⁰⁵. ניגש כעת לתיאור מפורט של התפתחותו המתמטית של לייבניץ.

א. עקרון הסתירה ושליטת מספר אינסופי

סדרות אינסופיות היו השער שדרכו החל לייבניץ את הכשרתו המתמטית. כפי שמעיד לייבניץ על עצמו במבט רטרוספקטיבי, הגילוי בנוגע לסכימה של טורים אינסופיים התבסס על האמונה שניתן

¹⁰⁵ כפי שתואר לעיל במבוא לחלק זה, ישנה מחלוקת בקרב הפרשנים כיצד לראות את התבטאויותיו המאוחרות של לייבניץ. חלקם סבורים שלייבניץ גיבש עמדה מחודשת בשנים אלו או שינה את עמדותיו הישנות (Bos 1974; Jesseph 1998), אולם יש הסוברים שלייבניץ חשף בפומבי הרהורים ישנים המופיעים ברובם בניירותיו מפריס (Arthur 2010a). בחלק זה אתמקד בתובנות שניתן לדלות מניירותיו המוקדמים של לייבניץ עד 1676 ובשל כך אאמץ את נקודת המבט של ארתור.

לנסח כל טענת אמת באמצעות הגדרות ומשפטי זהות בלבד. במילים אחרות, עבור לייבניץ ישנה אקסיומה אחת בלבד והיא זו של עקרון הסתירה או עקרון הזהות ($A=A$). ברוח זו חשב לייבניץ שבכוחה של הלוגיקה להוכיח את האקסיומות הגיאומטריות של אוקלידס. כאשר נחשף לייבניץ לקושי המתמטי בהוכחת תקפות אחת האקסיומות (למעשה פוסטולט) של אוקלידס – השלם גדול מחלקו – ביחס לזווית ההשקה שבין עקומה וישר¹⁰⁶, הוא ניגש להראות שהאקסיומה היא למעשה טענה שניתן להוכיחה כתקפה באמצעות הגדרה ומשפט זהות:

Every thing possessed a magnitude is equal to itself, i.e., $A=A$, then we have the syllogism:

Whatever is equal to part of another, is less then that other (by the definition)

But the part is equal to a part of the whole (i.e., to itself, by identity)

Hence the part is less then the whole.

Q.E.D.¹⁰⁷

הוכחה זו היא שהפכה את האקסיומה שלם-חלק לעקרון יסוד בעל מעמד של אמת נצחית בעיני לייבניץ, הן ביחס לגדלים סופיים והן ביחס לגדלים אינסופיים. כעבור זמן קצר בסתיו 1672, כאשר נחשף לייבניץ לפרדוקסים הכרוכים באינסוף, הוא מתוודע להצעתו של גלילאו להגביל את האקסיומה של אוקלידס לגדלים סופיים בלבד¹⁰⁸. הצעתו של גלילאו נבעה מכך שבנקודת ההגעה לאינסוף כל הגדלים לכאורה שווים ומכיוון שכך מתבטלים כל הבדלי הכמות והגודל שהתקיימו עד לאותה נקודה אינסופית. לטענת גלילאו, אם באינסוף מתבטלים כל הבדלי הגודל, הרי שביחס לאינסוף אין עוד משמעות לאקסיומה שהשלם גדול מחלקו. מכיוון שלייבניץ רואה את העיקרון "השלם גדול מחלקו" כמוכח וכנצחי, הוא בוחר לדחות את ההצעה של גלילאו. אולם משמעות הדבר היא שעליו לשלם מחיר מסוים בהגדרת האינסוף. הברירה היחידה שנותרת ללייבניץ היא לדחות את אפשרות קיומו של מספר אינסופי הואיל והוא מפרך את האקסיומה.

Among numbers there are infinite roots, infinite squares, infinite cubes. Moreover, there are as many square numbers as there are numbers in the universe, which is impossible. Hence it follows either that in the infinite the whole is not greater then the part, which is the opinion of Galileo and Gregory of St. Vincent, and which I cannot accept; or that infinity itself is nothing, i.e. that it is not one and not a whole.¹⁰⁹

פירוש הדבר הוא שגדלים אינסופיים הם אינסופיים רק בהתהוות. גודל אינסופי משמעו גודל סופי שמתמיד בגדילתו. גודל זה לעולם לא יוכל להגיע לנקודה שממנה לא יוכל עוד לגדול – כלומר לגודל

¹⁰⁶ Hofmann 1974, 13 n12; White 1992, 294

¹⁰⁷ 1714, *Historia et Origo Calculi Differentialis*; GM V 393, Child 30; cf. 1714, *The Metaphysical*

Foundations of Mathematics; GM VII 20, L 668

¹⁰⁸ ראו לעיל בחלק א' של המחקר, בפרק המוקדש לתפיסת האינסוף של גלילאו.

¹⁰⁹ Fall 1672, *Notes on Galileo's Two New Sciences*; A 6.3 168, LLC 9

אינסופי שלם ומשולל פוטנציאל גדילה נוסף – משום שהאקסיומה שלם-חלק מוכרחה לחול עליו לנצח¹¹⁰. בסעיף שלהלן נחזור להתייחסות זו של לייבניץ לגלילאו ולגרגור סנט וינסנט.

ב. סדרות אינסופיות

1. סכימה של טורים אינסופיים וגיבוש 'המשולש ההרמוני'

בסתיו 1672 כבר היתה ללייבניץ אינטואיציה שניתן לסכום טורים אינסופיים מתכנסים. באמצעות שימוש יצירתי בעקרון הסתירה מצליח לייבניץ לעמוד על היחס ההפוך שבין מציאת סכום של סדרה לבין מציאת ההפרשים שלה. תובנה זו היתה תחילת דרכו של לייבניץ בחשיפת הקשר ההפוך שבין סכימה ודיפרנציאציה, קשר שהיווה את היסוד הרעיוני בכל שנות פיתוח התחשיב האינפניטיסימאלי. בהתבסס על השוויון $A-A=0$ הנובע מעקרון הסתירה, לייבניץ מנסח סדרת איברים שמתירה את השוויון על כנו:¹¹¹

$$A + \frac{(-A+B)}{L} + \frac{(-B+C)}{M} + \frac{(-C+D)}{N} + \frac{(-D+E)}{P} - E = 0$$

$$A + L + M + N + P - E = 0$$

$$L + M + N + P = E - A$$

בשל עקרון הסתירה, בניית סדרת האיברים גרמה לייצור סדרת איברים נוספת, המהווה סדרת הפרשים של הסדרה נתונה. סכום ההפרשים מניב את ההפרש בין האיבר האחרון לראשון בסדרה המקורית. לייבניץ רואה מייד את סדרת ההפרשים כסדרה עצמאית בעלת חוקיות עצמאית, ואף רואה את הפוטנציאל של איתור סכומים של סדרות באמצעות סדרת ההפרשים שלהן.

The sums of the differences between successive terms, no matter how great their number, will be equal to the difference between the terms at the beginning and the end of the series.¹¹²

סדרת ההפרשים של סדרת המספרים הריבועיים היא סדרת המספרים האי-זוגיים. לייבניץ מסיק שניתן לחשב את סכום סדרת המספרים האי-זוגיים באמצעות הפרש בין האיבר הראשון והאחרון בסדרת המספרים הריבועיים. אם האחרונה מתחילה באפס, האיבר האחרון בה יגלם את הסכום בעצמו.

¹¹⁰ הטענה שהעיקרון שלם-חלק תקף עבור גדלים אינסופיים מופיעה גם בדיאלוג שמחבר לייבניץ עם סיום שהותו בפריס (I) "believe it to be no less true in the infinite than in the finite that the part is less than the whole... there is no number of all numbers at all, and such a notion implies a contradiction." (29 Oct. – 10 Nov. 1676, *Pacidius* "The rules of *to philalethes*; A 6.3 551, CCL 179) , וכן כעבור שלושים שנה, ב-1702, בתגובתו של לייבניץ לוריאנון: "The finite are found to succeed in the infinite" (GM IV 92-93, L 544) . משום כך, לייבניץ היה עקבי כל ימיו בשלילת המספר האינסופי למשל: 1686, *Leibniz to Arnould* (G II 119, L 343); 1699, *Leibniz to Bernoulli* (GM III 575, 566); 1704, *New Essays*, Book II Ch. 17 (A 6.6 157) .

¹¹¹ שהועלו על ידו בעניין שלילת המספר האינסופי מתוך בחינת מעמד האינפניטיסימאל. 1714, *Historia et Origo Calculi Differentialis*; GM V 393, Child 30 ¹¹² *ibid.* כפי שהדגשתי לעיל, הטענה של לייבניץ בשלב זה איננה מקיפה והיא כוללת אך ורק קשר בין סכום להפרשים. לשם הכרת הקשר ההפוך שבין סכימה ודיפרנציאציה על לייבניץ להתוודע לגיאומטריה המביאה בחשבון גם את קצב השינוי ולא רק את עצם קיומם של הפרשים (Child 1920, 31 n60).

$$\begin{array}{cccccc}
 0 & 1 & 4 & 9 & 16 & 25 \\
 1 & 3 & 5 & 7 & 9 & \\
 1+3+5+7+9=25-0=25
 \end{array}$$

לייבניץ מסיק מכך שניתן לחשב את סכומה של כל סדרת מספרים, ובלבד שיתקיימו שני תנאים: ראשית, על הסדרה להיות מאורגנת על פי חוק כלשהו (ולפיכך ניתן יהיה להתחקות אחריו באמצעות סדרת ההפרשים) ושנית, על הסדרה להתכנס לעבר גודל סופי כלשהו המהווה את סכומה. התנאי האחרון הוא בלתי נמנע, בעיקר לאור העובדה שלייבניץ כבר הגיע למסקנה שמספר אינסופי איננו אפשרי. הסיבה שלא ניתן לסכום טור אינסופי מתבדר איננה בשל קושי טכני אלא בשל העדר מספר אינסופי. מאותה סיבה בדיוק לייבניץ תפס את הסדרה האינסופית כסדרה בעלת מספר סופי של איברים שתמיד ניתן להמשיך ולהגדילו.

לייבניץ ממחר לספר להויגנס על תגליתו, שניתן לסכום טור אינסופי באמצעות טור ההפרשים שלו, והויגנס בתגובה מציב בפני לייבניץ אתגר לחשב את סכומו של טור שברים אינסופי $\frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} \dots$ הבנוי באמצעות סדרת המספרים שמניב שטח משולש $\frac{xx+x}{2}$ (שגובהו x

ובסיסו $x+1$). בעצת הויגנס ניגש לייבניץ ללמוד את ספרו של גרגור סנט וינסנט (*Opus Geometricum Quadraturae Circuli*)¹¹³ שיצא לאור בשנת 1647 וטיפל בגדלים גיאומטריים הגדלים או קטנים בטור הנדסי עד אינסוף. כפי שמדגיש הופמן¹¹⁴, לייבניץ לא מתעמק בספרו של סנט וינסנט מכיוון שהספר ארוך מאד ומסורבל בסגנונו, אך ישנן בכל זאת שתי תובנות של סנט וינסנט בעלות משמעות רבה עבור לייבניץ: הראשונה היא הקביעה שקטע נתון שווה לסכום טור אינסופי מתכנסת של חלקים ממנו, והשנייה קשורה בחישוב סכום טורים אינסופיים ספציפיים.

סנט וינסנט עבד באופן אינטואיטיבי על היחס שבין שלם לסדרה אינסופית של חלקים. מצד אחד, בהמשך לאינטואיציה הקלאסית של זנון, סנט וינסנט קובע שקטע נתון אינו קטן מסכום טור אינסופי של חלקיו משום שניתן להמשיך את יחס החלוקה עד אינסוף מבלי להגיע לסיומו של הקטע¹¹⁵. מאידך, הקטע אינו יכול להיות גדול יותר מסכום טור החלקים מכיוון שהמרחק בין סכום הטור האינסופי המתכנס של החלקים לבין גודל הקטע הנתון הוא קטן יותר מכל גודל שהוא¹¹⁶. מכיוון שקטע נתון אינו יכול להיות קטן או גדול מסכום חלקיו, מסיק סנט וינסנט שהקטע כולו יכול להיות

¹¹³ "Geometrical Work on the Squaring of the Circle and of Conic Sections"

Hofmann 1974, 16

¹¹⁵ "A terminus can be designated to any progression continued to infinity... I say that it is possible for the proportion of AB to BC to be continued by acting within the length AK without reaching K " (Gregory St. Vincent, 1647, *Opus Geometricum*, Book II (*Geometricae Progressiones*), part II, proposition 75, trans. by I. Bruce, <http://www.17centurymaths.com>)

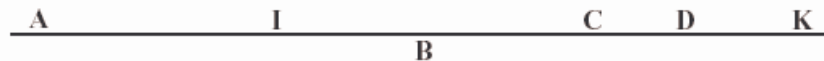
¹¹⁶ "From a magnitude AK some part AB is taken, and from the remainder BK is taken BC [...] I say that if this is always done by subtraction, then the amount to be left from the given AK is always less than any magnitude. A generalization of Euclid Book X. Prop I (*ibid.*, proposition 78)

רק שווה לסכום טור אינסופי של חלקיו¹¹⁷. מסקנה זו היתה מקובלת אצל מתמטיקאים שעבדו על סדרות אינסופיות בסוף המחצית הראשונה של המאה ה-17. כך למשל גם וואליס, שאת ספרו *Arithmetica Infinitorum* לייבניץ ראה באותה תקופת זמן, מגדיר סדרות אינסופיות כהתקרבות רצופה לגבול הכוללת גם את הגבול עצמו.

Infinite series or converging series [...] intimating the designation of some particular quantity, by a regular progression or rank of quantities, continually approaching to it; and which, if infinitely continued, must be equal to it.¹¹⁸

תובנה זו מעניינת מנקודת המבט של לייבניץ, משום שלייבניץ כבר הכיר בכך שמספר אינסופי אינו אפשרי ושעל כן אין אפשרות לראות קטע סופי ושלם כשווה לטור אינסופי של חלקים. עם זאת לייבניץ בכל זאת עושה שימוש בחישוב סכום טורים אינסופיים שמצא סנט וינסנט המבוסס על כך שהקטע השלם דווקא שווה לסכום טור אינסופי של חלקיו. במילים אחרות, לייבניץ מחשיב את התוצאות החישוביות של סנט וינסנט ככונות, על אף שהוא אינו מזהה את סכום הטור האינסופי כשלם.

לסנט וינסנט היה נוח ליצור סדרות אינסופיות של קטעים באמצעות שמירה על פרופורציה ידועה ביניהם, משום שהוא פעל באמצעים גיאומטריים בלבד. מאחר ואת עיקר ההשראה לטיפול בסדרות אינסופיות לקח סנט וינסנט מזנון ומהפרדוקסים שלו¹¹⁹, הוא טיפל בעיקר בקטעים המבוססים על חלוקה על פי גודל קבוע: את החצי חילק בשתיים, ואז את הרבע חילק שוב בשתיים, וכן הלאה; או את השליש חילק בשלוש, ואז את התשיעית חילק שוב בשלוש וכדומה. ומכיוון שסנט וינסנט הבין סדרות אינסופיות באמצעות פרופורציות, הוא ניגש לחשב את אורכו של קטע המהווה סכום לאינסוף חלקיו באמצעות פרופורציות:



אם נניח חלק נתון AB המקיים יחס קבוע עם החלק הבא אחריו בסדרה BC , יחס שניתן לחזור עליו עד אינסוף, נוכל לבנות על AB חלק IB השווה ל- BC , וכך באמצעות ההפרש AI נוכל לשחזר את היחס בין סכום הסדרה האינסופית (AK) לבין החלק הראשוני הנתון (AB) . דהיינו: $\frac{AB}{AI} = \frac{AK}{AB}$. כעת טוען סנט וינסנט שמהיחס בין שני הגדלים הראשונים של הסדרה ניתן לקבוע את סכום הסדרה כולה: אם היחס בין AB ל- BC הוא 1:2 סכום הסדרה האינסופית (AK) יהיה פי 2/1 מ- AB . אם היחס בין AB ל- BC הוא 1:3 (והיחס בין AB ל- AI הוא 3:2), הרי שסכום הסדרה האינסופית (AK) יהיה פי 3/2 מ- AB .

¹¹⁷ "I say that the magnitude AK is equal to the magnitude of the whole progression: for if the proportions in the ratio AB to BC are continued indefinitely then K is the final amount" (*ibid.*, proposition 79) Wallis 1685, *De Algebra Tractatus, Historicus and Practicus*; quoted from Smith 1929, 219 ¹¹⁸
¹¹⁹ סנט וינסנט מתייחס במישרין לפרדוקסים של זנון, בסיכום מפורט של המסקנות הנגזרות מההיגדים 75-87 בספר השני. לדעתו ניתן לפתור את הפרדוקסים באמצעות התובנה שהמקטע שווה לסדרה האינסופית של החלקים, מכיוון שישנה נקודה שבה משיג אכילס את הצב. נקודה זו נקבעת שרירותית על פי יחס המהירות והמרחק שבין אכילס והצב. כפי שניתן לראות בחלק א', טיעון זהה שבחור של האינסוף הקטגורמטי והאקטואלי מופיע אצל דקארט, מבלי שדקארט מוכן לערוב לתקפותו.

לבסוף, אם היחס בין AB ל- BC הוא 1:4 (והיחס בין AB ל- AI הוא 4:3), הרי שסכום הסדרה האינסופית (AK) יהיה פי $\frac{4}{3}$ מ- AB .¹²⁰

לייבניץ מזהה באמצעות החישוב האינטואיטיבי של סנט וינסנט את האלגוריתם הקבוע של סדרות

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \dots = \frac{1}{x-1} \quad \text{אינסופיות מן הסוג שטופל על ידי סנט וינסנט:}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 1 \quad \left(\frac{1}{2} \times 2 = 1\right)$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \dots = \frac{1}{2} \quad \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} + \dots = \frac{1}{3} \quad \left(\frac{1}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{1}{3}\right)$$

עבור לייבניץ, הנקודה המשמעותית היא היחס שמצליח סנט וינסנט לזהות בין האיבר הראשון של טור אינסופי לבין סכומו. בשלב זה לייבניץ מפעיל את העיקרון שמצא ומנסה לעבוד עם טור ההפרשים של טור שברים אינסופי בכדי לחשב את סכומו. כפי שזוהה על ידו קודם לכן, האיבר האחרון בסדרה אינסופית נתונה מהווה את הסכום של סדרת ההפרשים שלה. הוא משתמש בקביעה של סנט וינסנט (הבעייתית מבחינת לייבניץ) על כך שהקטע השלם שווה לסכום אינסוף חלקיו, אולם כעת, במקום לנהוג כסנט וינסנט ולזהות סכום טור אינסופי באמצעות גודל אחרון המתקבל מחיבור סוף של חלק אחד לתחילת החלק שאחריו, עובר לייבניץ לחבר את כל החלקים מאותה נקודה, ועל ידי כך מזהה את ההפרשים המייצרים סדרה אינסופית בעצמם ושסכומה הוא האיבר הראשון בסדרת החלקים המקורית.¹²¹ לייבניץ כבר טיפל בסדרות מספרים באופן הזה, ולכן הוא חושב על העניין באופן אריתמטי ולא גיאומטרי:

לייבניץ מזהה שהסדרה $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, \dots$ היא סדרת ההפרשים של $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$ ולכן סכום טור

ההפרשים צריך להיות שווה לאיבר הראשון בסדרה הנתונה, כלומר ל-1: קל להראות זאת באמצעות היישום של חוק הסתירה על סדרות אינסופיות:

$$1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \dots = 0$$

$$1 - \left(1 - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) - \dots = 0$$

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots$$

סכום טור ההפרשים הזה שווה בדיוק למחצית מסכום טור השברים המייצגים שטחי משולש, שאותה התבקש לייבניץ לחשב. לפיכך סכום הסדרה המבוקשת הוא 2.¹²²

¹²⁰ Gregory St. Vincent, *Opus Geometricum*, Book II (*Geometricae Progressiones*), part II, proposition 85-87

¹²¹ Baron 1969, 271; Hofmann 1974, 16

¹²² ליתר דיוק, לייבניץ אינו טוען שסכום הסדרה הוא 2 אלא שהוא קרוב באופן אינסופי ל-2. סדרת השברים האינסופית הזו מבוססת כאמור על משוואת שטח משולש, ולכן ניתן לנסחה כהיפוך שלה: $\frac{2}{x(x+1)}$. התובנה שניתן לחשב סכום טור אינסופי

$$2 = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots$$

באותו אופן לייבניץ משחזר את יתר התוצאות של סנט וינסנט, ומספק הצדקה אריתמטית לאינטואיציה הגיאומטרית של האחרון:

$$1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{8} + \dots = 0$$

$$1 - (1 - \frac{1}{2}) - (\frac{1}{2} - \frac{1}{4}) - (\frac{1}{4} - \frac{1}{8}) - (\frac{1}{8} - \frac{1}{16}) - \dots = 0$$

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

$$1 - 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{9} + \frac{1}{27} - \frac{1}{27} + \dots = 0$$

$$1 - (1 - \frac{1}{3}) - (\frac{1}{3} - \frac{1}{9}) - (\frac{1}{9} - \frac{1}{27}) - (\frac{1}{27} - \frac{1}{81}) - \dots = 0$$

$$1 = \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \frac{2}{27} + \frac{2}{81} + \dots$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \dots$$

מכאן ממשיך לייבניץ לסדרות אינסופיות שהיחס בין איבריהן איננו מכפלה קבועה. כאמור, לייבניץ מצא שטור המספרים הנובעים מפאות משולש $\frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \dots$ מסתכם ב-2 (או $\frac{2}{1}$). הוא

בוחר את סדרת המספרים הנובעים מפאות משולש $\frac{1}{1}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \dots$ ומוצא את סדרת ההפרשים

שלה: $\frac{2}{3}, \frac{2}{12}, \frac{2}{30}, \frac{2}{60}, \dots$. כעת סכום טור ההפרשים הזה צריך להיות שווה לאיבר הראשון של הסדרה

הנתונה, כלומר ל-1. את סדרה ההפרשים הזו ניתן לנסח כסדרת המספרים שמניבים פאות פירמידה¹²³: $(1, \frac{1}{4}, \frac{1}{10}, \frac{1}{20}, \dots)$. סכום הטור האינסופי $\frac{2}{3} + \frac{2}{12} + \frac{2}{30} + \frac{2}{60} + \dots$ (השווה ל-1) קטן פי $\frac{2}{3}$

מסכום טור השברים הבנויים על פי שטחי הפירמידה $\frac{1}{4} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{35} + \dots$. לפיכך סכום טור

המספרים המבוסס על פאות פרמידה הוא $\frac{3}{2}$. כתוצאה מכך לייבניץ מצליח לגבש טבלה לחישוב סכום

טורים אינסופיים, שתהווה בהמשך את התשתית למשולש ההרמוני שלו¹²⁴.

באמצעות טור ההפרשים שלו, מתורגמת לביטוי: $\frac{2}{x} - \frac{2}{x+1}$, ומכיוון שהטור מוגדר רק עבור x טבעי (שלם וגדול מאפס), ניתן

לנסח את הכלל של הטור שוב: $\frac{2}{x+1}$. ככל שהטור מתארך, x גדל ועל כן $\frac{2}{x+1}$ קטן, כך שגדילה אינסופית של x תניב

מרחק אפסי מ-2. לאבחנה זו חשיבות רבה בנוגע לשאלת הזהות שבין טור אינסופי לבין סכומו.

¹²³ על פי המשוואה $\frac{x(x+1)(x+2)}{1 \cdot 2 \cdot 3}$.

¹²⁴ האזור לקוח ממכתב של לייבניץ בסוף 1672 (Late 1672, Leibniz to Gallois; A 2.1 347) שאותו הפך למאמר על סדרות אינסופיות ששלח לאולדנבורג בפברואר 1673 (*Accessio ad Arithmeticae Infinitorum*). כפי שניתן לראות, לייבניץ "סוכם" גם את טור השברים המבוסס על המספרים הטבעיים, על פי החוקיות המופיעה בטבלה, למרות שזהו טור אינסופי מתבדר. עם זאת, ברור שאין מדובר בסכימה רגילה של טור אינסופי הואיל ומבחינת לייבניץ לא היתה כל דרך לסכום טור זה – הוא אינו טור הפרשים של טור אינסופי אחר. בחלקו השני של סעיף זה אתייחס לדרך שבאמצעותה בחר לייבניץ לבטא את "סכום" הטור.

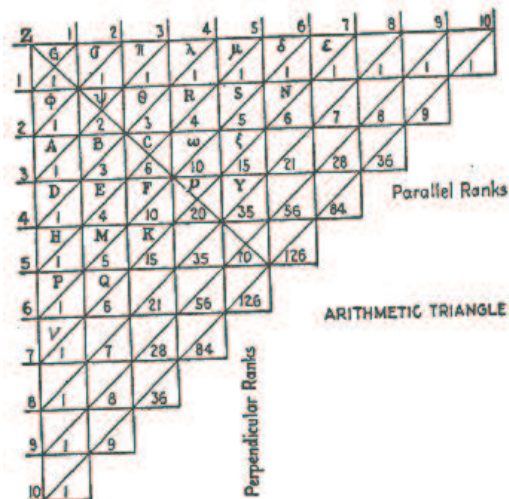
Series Fractionum Progressionis Arithmeticae Replicatae

Exponentes	semel	bis	ter	quater	quinquies	sexies	septies
	1	2	3	4	5	6	7
	Unitarium	Naturalium	Triangularium	Pyramidalium	Triangularium	Triangularium	Pyramidalium
	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1
	1	2	3	4	5	6	7
	1	1	1	1	1	1	1
	1	3	6	10	15	21	28
	1	1	1	1	1	1	1
	1	4	10	20	35	56	84
	1	1	1	1	1	1	1
	1	5	15	35	70	126	210
	1	1	1	1	1	1	1
	1	6	21	56	126	252	462
	1	1	1	1	1	1	1
	1	7	28	84	210	462	924
Summae	0	1	2	3	4	5	6
	0	0	1	2	3	4	5

etc.

לייבניץ מראה להויגנס את התוצאות הללו בנובמבר 1672, ומדווח עליהן להנרי אולדנבורג, מזכיר החברה המלכותית למדעים של לונדון, בפברואר 1673.¹²⁵ אולם במהלך הביקור הראשון בלונדון בינואר 1673 לייבניץ לא מצליח לשחזר במדויק את התובנות הללו ואף מגלה למבוכתו שחישוב סכום טור אינסופי באמצעות זיהוי כטור הפרשים הוא עניין מוכר בקרב מתמטיקאים באנגליה. זמן לא רב לאחר מכן הוא נחשף למשולש האריתמטי של פסקל ובונה באמצעותו ובאמצעות הניסיון שרכש בעבודה עם סדרות אינסופיות את המשולש ההרמוני שלו.

פסקל בונה את המשולש האריתמטי באמצעות בחירה שרירותית של הקודקוד (בחירה בעלת השפעה פרופורציונאלית על כל המשולש) וקביעת ערך כל תא כסכום התאים מעליו בשורה ובטור. במשולש האריתמטי כל מספר הוא סכום של כל המספרים שמשמאלו בשורה שמעליו (עד אליו) ובו זמנית גם ההפרש של שני המספרים שמשמאלו בשורה שמתחתיו.¹²⁶



¹²⁵ 1714, *Historia et Origo Calculi Differentialis*; Child 49
¹²⁶ Pascal 1653, *Treatise on the Arithmetical Triangle*; Smith 1929 67-79 : הטבלה מעבודתו המקורית של פסקל

אלא מתכנסות¹²⁹. לשם כך היה על לייבניץ לבנות את המשולש שלו הפוך: במשולש האריתמטי כל מספר הוא סכום המספרים שמשמאלו ומעליו (עד אליו) ובו זמנית גם ההפרש של שני המספרים שמתחתיו (בדומה לטבלת הצירופים של לייבניץ¹³⁰). לעומת זאת, במשולש ההרמוני של לייבניץ כל מספר הוא סכום כל האיברים שמימינו ומתחתיו ובו זמנית גם ההפרש של שני המספרים שמעליו. המשולש האריתמטי אינו ערוך לטפל בטורים אינסופיים משום שהסכומים מופיעים בצדו הימני המשתנה ולא בצדו השמאלי הקבוע. על מנת לבטא סכום אינסופי על המשולש להיות אינסופי בעצמו. אך אם מדובר בטור אינסופי מתכנס שסכומו מגולם באיבר הראשון של הטור ש"מעליו" (כלומר טור הסכומים), סכום הטור כבר מופיע בחלקו השמאלי הקבוע של המשולש, והסדרה יכולה להימשך באין מפריע וללא הגבלה בצדו הימני¹³¹.

$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{42}$	
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{105}$		
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{140}$			
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{105}$				
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{42}$					
$\frac{1}{7}$						

המשולש ההרמוני של לייבניץ נבנה על בסיס המשולש האריתמטי של פסקל, ומכיוון שכך, בחירה שונה של קודקוד המשולש ושל היחסים הראשוניים שלו עם התאים הסמוכים לו בסדרה הראשונה, תאפשר לחשב סכום של כל סדרת מספרים באמצעות סדרות ההפרשים שמתחתיה. אולם בשונה מהמשולש של פסקל, במשולש של לייבניץ מופיעים טורים אינסופיים, שסכומם הוא האיבר הראשון ולא האחרון בטור שמעליהם.

המשולש האריתמטי סייע בידי פסקל לגבש את כללי האינדוקציה המתמטית. המשולש ההרמוני איפשר ללייבניץ לארגן באופן שיטתי את הידע שרכש בסכימה של טורים אינסופיים. במשולש מביע

¹²⁹ המשולש ההרמוני של לייבניץ בנוי על סדרות הפרשים של הטור ההרמוני (טור המספרים הטבעיים), אך הטור ההרמוני עצמו יוצא מן הכלל ואינו מתכנס.

¹³⁰ הטבלה מצורפת בסופו של פרק 1 על 'אמנות הצירופים'.

¹³¹ "I had for some time previously taken a pleasure in finding the sums of series of numbers, and for this I had made use of the well-known theorem, in a series decreasing to infinity, the first term equal to the sum of all the differences. From this I had obtained what I call the "Harmonic Triangle", as opposed to the "Arithmetical Triangle" of Pascal; for M. Pascal had shown how one might obtain the sums and sums of sums of the natural scale of arithmetical numbers. I on the other hand found that the fractions having figurate numbers for their denominators are the differences and the differences of the differences etc., of the natural harmonic scale (that is, the fractions $1/1, 1/2, 1/3, 1/4$, etc.), and that thus one could give the sums of the series of figurate fractions: $1/1+1/3+1/6+1/10+\text{etc.}$; $1/1+1/4+1/10+1/20+\text{etc.}$ " (1694, *Leibniz to l'Hospital*; Child 222)

לייבניץ מודעות לקיומו של קשר הפוך בין סכומים להפרשים – מודעות שתלך ותעמיק ככל שפיתוח התחשיב האינפניטיסימאלי יקרום עור וגידים.¹³²

2. טורים אינסופיים מתכנסים ומתבדרים

במשך כל זמן הפיתוח של סדרות אינסופיות, לייבניץ אינו מקבל את הטענה הרווחת שטור אינסופי של איברים אכן שווה לסכומו, מכיוון שהוא אינו מקבל את הטענה שהשלם גדול מחלקו רק ביחס לגדלים סופיים. כאמור, לייבניץ מתבסס על כך שהאקסיומה של אוקלידס היא למעשה טענה מוכחת באמצעים לוגיים ולכן בעלת ערך אמת בכל מצב. תהליך אינסופי אינו יכול להגיע לסיומו ולכן גם אינו יכול להניב שלם. לפיכך הסדרה מתקרבת מאד למספר המבטא את הסכום אך אינה יכולה להגיע אליו, משום שלצורך כך עליה לחדול מלהיות אינסופית. סדרות מספרים אינן מגיעות לנקודה אינסופית המייצגת את הגבול שלהן אלא גדלות בהתמדה ללא סוף, ולכן את ההשוואה ביניהן ניתן לערוך רק על סמך קצב הגידול שלהן או בהתאמה חד-חד ערכית בין איבריהן המתאימים. לייבניץ טוען טענה דומה ביחס לגדלים גיאומטריים, שמרבית המתמטיקאים שאת כתביהם הכיר טענו שהם מורכבים מאינסוף נקודות.¹³³ באותו אופן שסדרות אינסופיות המורכבות מאיברים מובחנים אינן יכולות להגיע למספר אינסופי אחרון, כך גם קווים גיאומטריים המורכבים מאינסוף נקודות אינם יכולים להגיע לקצה גבול המתאר שלהם. הואיל וניתן לצייר קו גיאומטרי מתחילתו ועד סופו, קו זה בהכרח אינו יכול להיות מורכב מאינסוף נקודות.¹³⁴

שלילת המספר האינסופי, או האינסוף כשלם, היא אם כן נקודת מוצא של לייבניץ בכל הדיונים שהוא עורך בנוגע לסדרות אינסופיות ובהמשך בפיתוחים הגיאומטריים שהטרימו את התחשיב האינפניטיסימאלי. טור אינסופי מורכב מאינסוף גורמים ולכן איננו יכול להיות שווה לסכום השלם המיוחס לו על פי החישובים. לפיכך טורים אינסופיים מתכנסים מבוססים על שניות מושגית: מצד אחד לטור אינסופי יש סכום שאותו ניתן לחשב, אך מאידך תמיד קיים פער בין טור אינסופי לבין סכומו מכיוון שהוא לעולם לא יהיה שווה לו. עמדה זו תשוב ותופיע בכל התייחסויותיו המתמטיות של לייבניץ לאינסוף, והיא אף תאפיין בהמשך גם את התייחסויותיו המטאפיסיות והתיאולוגיות לחיבור יחד של אינסוף חלקים לכדי סכום שלם. אולם בעוד והסדרה האינסופית המתכנסת מוגדרת על ידי לייבניץ כתחומה ומוגבלת בקטע אריתמטי או גיאומטרי נתון, הסדרה האינסופית המתבדרת, אינה מוגדרת ולפיכך היא איננה ביטוי לאינסוף שניתן לראותו באופן מקורב וסכמטי כשלם.

¹³² לאחר פיתוח התחשיב האינפניטיסימאלי מוצא לייבניץ אפשרויות פיתוח נוספות הגלומות במשולש ההרמוני והקשורות בהפרשים מסדר גבוה. מכיוון שכל טור אינסופי מגולם באיבר הראשון של טור הסכומים שלו, ומכיוון שניתן לא רק לבטא סכום באמצעות טור אינסופי של הפרשים אלא גם לאתר אינסוף רמות שונות של הפרשים עבור סכום זה, מוצא לייבניץ שניתן לבטא את סכום הטור באמצעות מגוון סדרות של הפרשים ברמות שונות. לשם כך הוא עושה שימוש נוסף בסדרות המספרים המופיעות במשולש האריתמטי ובמספרים הקומבינטוריים (ראו להלן סעיף ד').

¹³³ גלילאו, קוולירי, ואליס, בראו ומאוחר יותר גם ניוטון.
¹³⁴ שלילת הנקודה כמרכיבה את הרצף היא השלב השלישי מתוך ארבעה שלבים בהם מגיע לייבניץ למסקנה שהרצף כלל אינו מורכב מחלקים ושהאינפניטיסימאלי הוא פיקציה חסרת ממשות (ראו חלק ג' פרק 3; תהליך בירור טיבו של הרצף האקטואלי אצל לייבניץ נמשך למעשה לאורך חמישה שלבים אך השלב החמישי כרוך בגילוי של הכוח הפיסיקאלי ואינו מהווה שלב נוסף בהתפתחות המתמטית של לייבניץ).

הגם שלייבניץ גיבש רק בשלהי התקופה הפריסאית שלו את ההבחנה בין סדרות אינסופיות מתכנסות ומתבדרות, הוא מצא לנכון להתייחס באופן שונה לסדרה אינסופית מתבדרת כבר בתחילת עבודתו עם סדרות אינסופיות בנובמבר 1672 (*Accession ad Arithmetica Infinitorum*)¹³⁵. הטור הבסיסי $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$, המשמש כטור היסודי של המשולש ההרמוני, איננו טור הפרשים של טור אחרת, ולפיכך לייבניץ לא היתה דרך לחשב את סכומו. למעשה זהו טור מתבדר ולא מתכנס ולכן אין לו סכום מוגדר¹³⁶. אך הסכומים של כל הטורים שבהן טיפל סנט וינסט יוצרים ביניהם דפוס קבוע $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ שממנו ניתן לנחש את האיבר הראשון בדפוס זה, שיהווה את סכום הטור המתבדר: $\frac{1}{0}$. באותו אופן, סכומי הטורים המרכיבים את המשולש ההרמוני יוצרים אף הם דפוס

$$\text{קבוע } \frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots \text{ שממנו ניתן להסיק את סכום הטור ההרמוני הראשון: } \frac{1}{0}.$$

מלבד קיומה של אנלוגיה לטור הסכומים, לייבניץ מספק צידוק נוסף לטענתו. טור אינסופי שאינו מתכנס לסכום סופי מוגדר הוא לדעתו "שום דבר". סדרת המספרים הטבעיים אינה יכולה להיקרא אינסופית מכיוון שאין בשום שלב דרך קבועה להתייחס אליה. היא אינה מתכנסת לשום גודל שהוא. גודלה לדעת לייבניץ הוא פשוט אפס. כאשר ממקמים את סדרת המספרים הטבעיים במכנה, בסכום הטור יופיע אפס במכנה. התוצאה $1/0$ אינה שונה מהסכום 0 של כל טור מתבדר אחר, ולכן לייבניץ מרשה לעצמו לקבוע כי $\frac{0}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \dots = \frac{0}{0}$. לייבניץ אינו תופס את האפס כמספר אלא כביטוי לחוסר משמעות ולחוסר קיום.

The infinite is impossible, not one, not the whole, but nothing.

Thus the infinite number = 0.¹³⁷

לייבניץ מדגים את חוסר המשמעות של האינסוף המתבדר באמצעות אותו עקרון שסייע בידו לחשב סכומים של טורים אינסופיים מתכנסים. באמצעות ארגון חדש של הטור הוא הופך את האיבר הראשון שלו לסכום. אבל בדרך זו יכול טור השווה לאפס להיות שווה לאיבר הראשון שלו.

$$1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots = 0$$

$$1 + (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \dots = 1$$

¹³⁵ כבר בשנת 1673 לייבניץ התייחס לסדרה $1-2+4-8+16-\dots$ כמתבדרת וניסה ליצור הבחנה ברורה בין סדרות מתכנסות ומתבדרות. אולם רק כעבור שנתיים, בשנת 1675, הוא מצליח לקבוע קריטריון הקובע אם סדרה מתכנסת או לא (*De Progressionibus Intervallorum*; A 7.3 205-207; Knobloch 2006, 124-127).

¹³⁶ למרות שחלקי הטור ההרמוני $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$ הולכים וקטנים, ידוע היה כבר הרבה לפני לייבניץ שהטור אינו מתכנס. למעשה צמצום מתמיד את האיברים בטור אינו מבטיח את התכנסותו. האיברים עצמם אמנם מתקרבים לאפס אך הם אינם מתקרבים מספיק מהר. במילים אחרות, התוספת המצטברת גדולה מקצב הצטמצמות האיברים. ניקולס אורס הוכיח זאת כבר במאה ה-14 כאשר כינס איברים לקבוצות והראה שכל קבוצה גדולה מעט מ- $1/2$. סכימה של אינסוף חצאים דומה לסכימה של אינסוף יחידות ואינה מתכנסת.

¹³⁷ Late 1672, *Leibniz to Gallois (Accessio ad Arithmetica Infinitorum)*; A 2.1 349, trans. by Bassler 1998b, 858

אם ננסה להכליל את הטענה הזו הרי שניתן לבנות סדרות כאלו מכל מספר n (שאותו נפחית ונוסיף לאינסוף). הסדרה שווה לאפס או לכל מספר n . אך זוהי טענה מופרכת. השוואת טור אינסופי מתבדר לאפס משמעה שהאינסוף המתבדר איננו "משהו" כלל ולכן הוא שווה ל"שום דבר"¹³⁸.
 לטענת הופמן וקנובלוך, יש לראות קביעה זו של לייבניץ על רקע טענת גלילאו שטור אינסופי מתבדר שווה ל-1¹³⁹. גלילאו בחר ביחידה הבלתי מתחלקת לייצג את האינסוף משום שלדעתו ישנה ביניהם קרבה מושגית: האינסוף והאחד הבלתי מתחלק אינם ניתנים להבנה כמותית משום שהם א-כמותיים באופיים. מאחר ולדעת גלילאו קטע בכל אורך שהוא, מורכב מערבוב כמויות אינסופיות של ואקום ושל יחידות בלתי מתחלקות, הרי שאין שום דרך לאפיין כמותית הבדלים באורכו של הקטע. מסיבה זו אין אצל גלילאו שום משמעות להבדל שבין סדרה אינסופית מתכנסת לבין סדרה אינסופית מתבדרת. תמיד מדובר באינסוף א-כמותי או בכמות אינסופית של יחידות א-כמותיות המכוננות יחד את הרצף, ומשום כך התוצאה לדעת גלילאו גם היא אינה כמותית אלא אחידה ורצופה שאינה מוגדרת באמצעות חלקים או כמויות. לייבניץ לעומת זאת מתנגד לקיומם של גדלים אינסופיים א-כמותיים ולקיומן של יחידות בלתי מתחלקות א-כמותיות. עבורו גדלים הם תמיד כמותיים, יהיו גדלים או קטנים ככל שיהיו. חוסר בהגדרה כמותית – כפי שקיים בהגדרה של מספר אינסופי או בהגדרת טור אינסופי מתבדר – איננו אחד אצל לייבניץ אלא אפס, כלום, שום דבר.

¹³⁸ זייף 2003, 118-119. למרות שהיגיון האריתמטי מרוקן מכל משמעות את הטור $1-1+1-1+\dots$, לייבניץ בכל זאת מהרהר באפשרות שטור זה שווה ל-1/2 בחיבור על המשולש ההרמוני ב-1674 (*De Triangulo Harmonico*; A 7.3 369) וכן במכתב לצירניהאוס ב-1676 (A 7.3 817). הסיבה לאמביוולנטיות ביחסו של לייבניץ לטור נעוצה בכך שמול ההיגיון האריתמטי ניצב היגיון גיאומטרי המקנה לטור כזה משמעות. אך בשלב זה מדובר רק באינטואיציה כללית. ארבעים שנה מאוחר יותר, בתגובה לכריסטיאן וולף שהתפרסמה כמאמר בשנת 1713, מסביר לייבניץ את הפילוסופיה העומדת ביסוד אינטואיציה זו. במאמר מתייחס לייבניץ לטור האינסופי $1-1+1-1+\dots$ כשווה ל-1/2. לייבניץ מתייחס במאמר להוכחה גיאומטרית שמצא הכומר האיטלקי לואיג'י גוידו גרנדי ב-1703 (*Quadrature Circula et Hyperbolae*). גרנדי מוכיח באמצעות עקומה מורכבת שזכתה לכינוי 'המכשפה מאניאסי' (Witch of Agnesi) שהסדרה בכל זאת מתכנסת ושהביטוי (המתאר את העקומה המורכבת) $1-x+x^2-x^3+\dots$ / $1+x$ מניב את הסדרה $1-1+1-1+\dots$ כאשר $x=1$. במאמרו לייבניץ מאשר את תגליתו של גרנדי בהסתייגות מסוימת. לטענת לייבניץ הביטוי נכון רק עבור $x < 1$ אך בשל 'עקרון הרצף' עליו להיות נכון גם במקרה הגבול $x=1$, למרות שבכך הוא יוצר אבסורד מנקודת מבט אריתמטית: "All this accords with the Law of Continuity, which I first proposed in Bayle's *Nouvelles de la Republique des Letters* and applied to the laws of motion. It entails that with respect to continuous things, one can treat an external extremum as if it were internal, so that the last case or instance, even if it is of a nature completely different, is subsumed under the general law governing the others." (*Acta Erud.* 1713 (Supplementa), *Epistola ad V. Cl. Christianum Wolfium, circa Scientiam Infiniti*; GM V 365, trans. by Grosholz 2008, 154 n3). לטענת לייבניץ, עקרון הרצף מבוסס על כך שגבול סדרה אינסופית יכול להיחשב ככלול בה על אף שלאמיתו של דבר הוא מצוי מחוץ לה. רעיון זה, שבאמצעותו מציג לייבניץ נימוק פילוסופי לכך שהסדרה האמורה בכל זאת שווה לחצי, מופיע במפורש בכתבי לייבניץ רק החל מ-1687. יחד עם זאת, ניתן למצוא את התשתית המתמטית והפילוסופית ליחס מורכב שכזה אל גבול הסדרה האינסופית כבר בכתביו המוקדמים של לייבניץ מתקופתו הפריסאית. תקפותו של ביטוי תלוי בהדגמה גיאומטרית שלו גם אם כתוצאה מכך נוצרת בעיה במהימנותו האריתמטית (Ferraro 2000, 65). כפי שנראה בהמשך, הישענות על הדגמה גיאומטרית ולא על היגיון אריתמטי קשורה בעדיפות שנותן לייבניץ כבר בשנים 5-1674 לתמונה הרצופה המשתקפת מהדימוי הגיאומטרי על פני התמונה הדיסקרטית שמשפכת האריתמטיקה בכל מה שקשור בגדלים אינפיניטסימאליים, אותם לייבניץ תפס כפיקטיביים בשל העובדה שהם בלתי מובחנים גיאומטרית. (הרחבה בעניין מעמדם הפיקטיבי של האינפיניטסימאליים ראו בסעיף ד של פרק זה ובפרק 3. על ההיבטים המתמטיים של עקרון הרצף ראו בחלק ג' פרק 5). על כל פנים, בשל עדיפות הזו, מנסה לייבניץ באותו מאמר מ-1713, להצדיק את סכימת הסדרה ל-1/2 גם באופן אריתמטי. הוא טוען כי הסדרה אינה זוגית (ולכן סכומה 0) או אי זוגית (ולכן סכומה 1) משום שהיא אינסופית. מכיוון שכך "סכומה" הוא הממוצע של האפשרויות הללו, שסבירותן שווה (GM IV 386-387).

¹³⁹ Hofmann 1974, 21; Knobloch 1999, 94

האפס עבור לייבניץ מייצג את הריק, את הכלום¹⁴⁰. הריק איננו ממשי משום שהמציאות לדעת לייבניץ מלאה לחלוטין בישים, ובאותו אופן גם האפס אינו מייצג דבר מה ממשי, כמותי או א-כמותי. לפיכך זיהוי האינסוף המתבדר כאפס קשור אצל לייבניץ בשלילה כפולה: לא האינסוף ולא האפס קיימים ממשיים. באותו אופן שאין מקסימום אין גם מינימום ובשל כך השוואת טור אינסופי מתבדר לאפס איננה השוואה כמותית. האפס, כמו מספר אינסופי, איננו קיים¹⁴¹.

There is no maximum in things, or what is the same thing, the infinite number of all unities is not one whole, but is comparable to nothing [...] We therefore hold that two things are excluded from the realm of intelligibles: minimum, and maximum; the indivisible, or what is entirely one, and everything; what lack parts, and what cannot be part of another.¹⁴²

לסיכום, כבר בחורף 1673, קודם שנחשף לייבניץ לגיאומטריה בעקבות ביקורו הראשון בלונדון, מבחין לייבניץ בין אינסוף נגיש לתבונה ושניתן לתופסו באמצעים מתמטיים לבין אינסוף מתבדר חסר משמעות וחסר ביטוי ממשי. לייבניץ תופס את האינסוף (המתכנס) ככמות סופית שניתן להגדילה או להקטינה ללא גבול, אך בד בבד ניתן לאפיין אותה באמצעות גבול. אינסוף כזה אינו אחדות בלתי מתחלקת ואף אינו מורכב מיחידות בלתי מתחלקות, אלא גודל השואף באמצעות חלקים סופיים וכמותיים אל גבול המייצג את סכומו הסופי והשלם של האינסוף. הווי אומר, בתפיסתו של לייבניץ את האינסוף אופפת כבר משלב זה שניות הקשורה בהגדרתו באמצעות חלקים ובשאיפתו לעבר השלם, שאינה מונעת מלייבניץ מלראות אותו כנגיש לתודעה אנושית¹⁴³. לעומת זאת, הסדרה

¹⁴⁰ בהשראת הטור $1-1+1-1+\dots$, השווה אריתמטית ל-1 או ל-0, טען לייבניץ כי א-לוהים בורא את העולם מתוך האין, כאשר אחד ואפס מייצגים עבורו את היש האחד והשלם ואת הריק חסר הממשות בהתאמה (גם גוידו גרנדי התפרסם בשל אמירה תיאולוגית זו ועל רקע אותו טור אינסופי עצמו). רעיון זה שב ומופיע אצל לייבניץ ביחס לתיאולוגיה של התחשיב הבינארי שפיתח. לייבניץ טען שכשם שביכולתה של האחדות הא-לוהית ליצור את הריבוי בעולם מתוך האין, כך ניתן לבטא את הריבוי באמצעים הכוללים רק את האחד ואת האין-אחד, כלומר אפס.

¹⁴¹ מעמדו של האפס אצל לייבניץ בכל זאת מורכב מכיוון שהאפס אינו דומה לחלוטין לאינסוף כך ששלילת האפס אינה דומה לשלילת מספר אינסופי. לייבניץ מכיר בנקודות מתמטיות חסרות-ממד כישים מתמטיים לגיטימיים, הגם שהן אינן יכולות לשמש כרכיבים גיאומטריים בשום מצב. כאשר לייבניץ שולל את המינימום או את הנקודה הגיאומטרית האפסית, הוא עושה זאת בנוגע לשלילת האפשרות שנקודה כזו מתממשת במציאות האקטואלית. זאת בניגוד לשלילה של מספר אינסופי הכרוכה בהתנגשות לוגית עם עקרון שלם-חלק. האפס אינו מכיל סתירה פנימית כפי שמכיל הצירוף 'מספר אינסופי' ולכן לא ניתן לטעון שהאפס אינו אפשרי לוגית ולפיכך אי אפשרות של האפס אינה מתמטית אלא אקטואלית-קיומית. אבל מצד שני, לייבניץ שומר מעמד מיוחד לגדלים מתמטיים שאין אפשרות לממשם בפועל. כך מתייחס לייבניץ למספרים דמיוניים או לאינפיניטיסימלים: אלו גדלים אפשריים שאינם יכולים להתממש משום שהגדרתם מנוגדת למציאות, אך כשלעצמם הם אינם כוללים סתירה פנימית. דומה שלייבניץ אינו כולל את האפס בקטגוריה הזו, וכך הופך האפס לבעל מעמד נחות מהאינפיניטיסימאל אך עליון ממספר אינסופי. בשל שכנוע עמוק שגדלים א-כמותיים אינם אפשריים (אקטואלית ולא לוגית) הופך האפס ב-1672 לשם כולל לחוסר משמעות מתמטית. אך גם בהמשך, למרות הניתוק בין המתמטיקה לפיסיקה שאליו הוא מתוודע ב-1676, ממשיך לייבניץ לטעון לרלוונטיות של המתמטיקה עבור המציאות הממשית. חישוב בעל משמעות מתמטית אינו יכול להיות חסר משמעות פיסיקאלית גם אחרי שלייבניץ מתוודע למספרים דמיוניים ולאינפיניטיסימלים ולכן ניתן לומר שהשימוש שעושה לייבניץ באפס כבר בשלב זה עקבי עם עמדות מאוחרות שלו.

¹⁴² Nov. 1672-Jan 1673, *On Minimum and Maximum, on Bodies and Mind*; A 6.3.98; LLC 13

¹⁴³ לייבניץ הסתייג מקביעתו של דקארט שהאינסוף אינו נגיש לתודעה אנושית, אך רק בשלהי 1675 הוא מתייחס בהערות לעקרונותיו הפילוסופיים של דקארט. בגרסה הסופית של ההערות הללו מ-1692 מביא לייבניץ שלל דוגמאות שהמכנה המשותף לכולן הוא שהן קשורות בסדרה אינסופית מתכנסת: "למרות היותנו סופיים, אנו בכל זאת יכולים לדעת הרבה על האינסוף. כמו למשל, בקשר לקווים אסימפטוטיים, כלומר: כאלה הנמשכים עד אין סוף, קרבים זה לזה בהתאמה

האינסופית המתבדרת מורכבת מחלקים סופיים אך אינה ניתן להבנה כמותית כלל. האינסוף המתבדר כמוהו כאפס, ולייבניץ פוטר אותו בביטול¹⁴⁴. מול חוסר המשמעות של האינסוף המתבדר, לאינסוף המתכנס תפקיד מרכזי בשיטה הפילוסופית הכוללת של לייבניץ.

ג. פיתוחים גיאומטריים

במרץ 1673, לאחר שובו מאנגליה, לייבניץ מתחיל להתעמק בגיאומטריה האנליטית של דקארט, שעד אותו זמן תפס כמסובכת ובלתי יעילה. במסגרת ההתוודעות לגיאומטריה לייבניץ גם קורא חיבור של פסקל (*Lettres de A. Dettonville*). בטקסט תיאור פסקל את ה"מומנט" של מעגל בהתבסס על הגדרת המעגל של ארכימדס. המומנט הוא מונח פיסיקאלי-מכאני שמשמעו נטייה רגעית של גוף לנוע ישר. במילים אחרות, פסקל מצא דרך להגדיר את השטח באמצעות חישוב המשיק. כארבעים שנה לאחר מכן לייבניץ מתאר בהתרגשות את מה שחש לאחר שקרא את פסקל:

Later on from one example given by Dettonville, a light suddenly burst upon [me], which strange to say Pascal himself had not perceived in it. For when he proves the theorem of Archimedes for measuring the surface of a sphere or parts of it, he used a method in which the whole surface of the solid formed by a rotation round any axis can be reduced to an equivalent plane figure.¹⁴⁵

שטח העיגול מוגדר אצל ארכימדס באמצעות התנועה הסיבובית של הרדיוס. פסקל ניצל זאת בכדי למצוא את שטח העיגול באמצעות חלקי הקשת המינימאליים המגדירים את תנועתו הסיבובית של הרדיוס. לשם כך עשה פסקל שימוש במשולש מינימאלי *EKE* שקשת המעגל שימשה כיתר שלו. במקביל בנה פסקל משולש אחר *DIA* בעל פרופורציות דומות למשולש המינימאלי ושהרדיוס שימש כיתר שלו¹⁴⁶.

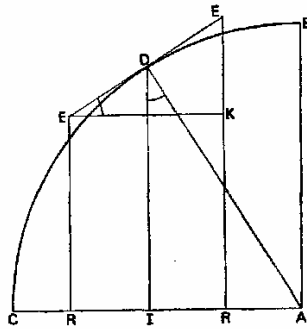
ובכל זאת אינם נגשים; או בעניין שטחים בעלי אורך אינסופי אשר בכל זאת אינם עולים בשטחם על שטח סופי מסוים, וכן על הסכום של סדרות אינסופיות. לולא היה הדבר כך, לא היינו יודעים גם על הא-ל שום דבר וודאי. דבר אחד הוא לדעת משהו על דבר מה, ודבר אחר – להקיפו בהכרתנו, כלומר להפקיע אל רשותנו את החבוי בו" (הערות ביקורתיות לחלק הכללי של עקרונות הפילוסופיה של דקארט, חלק א', 26).

¹⁴⁴ חשוב להבחין בין הסדרה האינסופית המתבדרת (שלייבניץ לא מוצא בה עניין) לבין האינסוף המטאפיסי (שבו ידובר בחלק ד'), שאותו לייבניץ מעריך כחשוב ביותר ושאותו הוא רואה כשלם אידיאלי ורצוף, זאת על אף שבשני המקרים מדובר בביטוי לא כמותי של האינסוף. האינסוף המטאפיסי אינו אמור להימדד באמצעים כמותיים, מאחר והוא מייצג פן אחר של האינסוף שהמתמטיקה אינה יכולה לבטא כראוי (אך היא זקוקה לו כאשר היא מנסה לאפיין את התכנסות סדרה אינסופית לעבר גבול מוגדר). לעומת זאת, הסדרה המתבדרת עדיין מצויה בתחום הכמותי משום שהיא מגדירה את האינסוף באמצעות חלקים, ועל כן חוסר היכולת לאפיין אותה כמותית הופך אותה לחסרת משמעות עבור לייבניץ (2nd half of April 1676, *Annotated Excerpts from Spinoza*; A 6.3 282; LLC 115).

¹⁴⁵ 1676 כאשר גם האינסוף הא-לוהי היה מוקד עניינו ובה יורחב במהלך חלק ד'.

¹⁴⁶ 1714, *Historia et Origo Calculi Differentialis*; Child 38

¹⁴⁶ האיור לקוח מהפשטה שעושה בארון לטיעון של פסקל (Baron 1969, 204-205). וואריאציה מעט שונה ניתן למצוא אצל הופמן (Hofmann 1974, 48-49).



$$\frac{DI}{DA} = \frac{EK}{EE} = \frac{RR}{EE}$$

$$DI \cdot EE = DA \cdot RR = AB \cdot RR$$

$$\sum DI \cdot EE = AB \cdot \sum RR$$

באמצעות זיהוי חלק מזערי של העקומה כיתר המשולש הצליח פסקל להמיר את הקו העקום כולו למלבנים. המעניין הוא שלא רק שפסקל הצליח לנסח בקלות את שטח העיגול באמצעות מכפלה של הרדיוס AB בחלקיקי RR , אלא שהוא גם יצר קשר בין חישוב השטח למציאת המשיק EE . לייבניץ ממוקד באיתור שיטה כללית לחשיבה ולניתוח, ומשום כך הוא מזהה מיד את הפוטנציאל הקיים בכתבי פסקל. מה שמאיר את עיניו של לייבניץ הוא הקשר הכללי שבין תנועת ישר המבטאת שטח לבין ההפרשים המזעריים המאפיינים תנועה זו. במילים אחרות, מה שנחשף לעיני לייבניץ כתוצאה מקריאה בפסקל הוא ההיבט הגיאומטרי של הקשר ההפוך שבין סכימה ודיפרנציאציה. חישוב שטח תחת עקומה, ללא קשר לצורת העקומה הספציפית המעורבת בחישוב, אינו מוכרח להיות באמצעות תנועת הרדיוס, כפי שעשה זאת ארכימדס; ישנה אפשרות לבטא את השטח באמצעות מכפלה של גובה העקומה בקטע מזערי של העקומה, כלומר באמצעות המשיק. ככל שהמשיק המגדיר את המשולש המינימאלי יהיה מזערי יותר, כן תגדל רמת הדיוק בחישוב השטח שתחת העקומה. בקרב פרשני לייבניץ¹⁴⁷ מקובל כי ה'מכתבים' של פסקל הם מקור ההשראה למשולש-המאפיין¹⁴⁸ או הסימבולי (*Characteristic Triangle*) של לייבניץ. באותה תקופה היו לכל הפחות עשרה מתמטיקאים שעשו שימוש במשולש כזה, אך לייבניץ נחשף לראשונה לרעיון גיאומטרי כזה דווקא אצל פסקל כנראה מכיוון שלפסקל היה הכישרון לפשט עניינים מסובכים ולהציגם באופן קצר וקולע¹⁴⁹. רמת ההבנה של לייבניץ באותו שלב היתה נמוכה והסיכוי שהיה ביכולתו ללמוד על

¹⁴⁷ Gerhardt 1920 (1891), 196; Hofmann 1974, 49; Bos 1980, 62

¹⁴⁸ ישנו קושי בתרגום המונח characteristic לעברית: לייבניץ מתכוון למשולש שהוא אב-טיפוס לגדלים אחרים, כלומר הוא משולש טיפוס או סמלי. בגוף הטקסט השתמשתי בדרך כלל במונח הלועזי ורק לעתים רחוקות במונח 'משולש-מאפיין'. ככל הנראה הדרך הטובה ביותר לעקוף את מכשול התרגום היתה לעשות שימוש במונח המקובל 'משולש דיפרנציאלי', אבל מונח כזה יכול להיות מטעה מנקודת מבט היסטורית. לייבניץ מעולם לא כינה את המשולש שלו באופן הזה, למרות שבראו עשה במונח זה שימוש נפוץ. בכדי להימנע מתלות בין בראו ללייבניץ (ראה להלן) בחרתי במכוון במונח אחר.

¹⁴⁹ בניגוד למשל לספרו המסובך של בראו.

Characteristic Triangle ממקורות אחרים הוא קטן¹⁵⁰. למרות שמתמטיקאים רבים עשו באותה תקופה שימוש במשולש שאחת מצלעותיו היא קטע מזערי של המעגל, המיוחד אצל לייבניץ נעוץ בשאיפתו לראות באמצעות משולש כזה את התבנית הכללית ובהמשך אף את ההמשגה האלגברית המתאימה¹⁵¹. באוגוסט 1673 לייבניץ כבר מזהה את הקשר בין חישוב סכום באמצעות טור הפרשים לבין חישוב עקומה באמצעות המומנטים שלה. בשני המקרים מתקיים יחס הפוך בין בעיית מציאת משיק לבין בעיית מציאת שטח:

The two questions, the first that of finding the description of the curve from its elements, the second that of finding the figure from the given differenced, both reduce to the same thing. From this fact it can be taken that almost the whole of the theory of the inverse method of tangents is reducible to quadratures.¹⁵²

כאמור, התוצאות שהניב *Characteristic Triangle* לא היו חדשות אבל התובנה הכללית בדבר הקשר ההפוך שבין שטח ומשיק היתה חדשה. למעשה, מכיוון שלייבניץ ידע קודם לכן על טיבן של סדרות אינסופיות ועל הקשר ההפוך שבין סדרת סכומים לסדרת הפרשים, היה ביכולתו לעמוד על הכלל הגיאומטרי.

The consideration of differences and sums in number sequences has given me my first insight, when I realized that differences correspond to tangents and sums to quadratures.¹⁵³

בטרם נתייחס לגילוי הקשר ההפוך שבין סכימה לדיפרנציאציה, נבחן בקצרה את שיטת העבודה של לייבניץ, שהיתה המשך ישיר לזו של פסקל: בנייה של משולש אב-טיפוס מאפיין (*Characteristic Triangle*), שצלע היתר שלו מורכבת מקטע מזערי של העקומה. באמצעות הגיאומטריה האנליטית של דקארט ופרמה ניתן לבנות משולשים נוספים המשמרים את הפרופורציות הפנימיות בין הצלעות, בדומה ל-*Characteristic Triangle*. הפרופורציה שבין צלעות המשולשים הדומים מאפשרת לנסח מכפלה של צלעות. מכפלה של צלעות אפשר להמיר לשטח מזערי (בדרך כלל של מלבן אינפניטיסימאלי), וסדרה אינסופית של שטחים כאלו מגדירה את השטח המבוקש. ככל שבסיסי

¹⁵⁰ לטענת הופמן נעשה שימוש במשולש דיפרנציאלי אצל פרמה, טוריצ'לי, הויגנס, הוד, הרואנט, וורן, נייל, ואליס, גרגורי ובראו (Hofmann 1974, 74). הופמן מדגיש זאת כדי לשלול את הטענה שלייבניץ קיבל השראה מהמשולש הדיפרנציאלי של בראו, שאת ספרו רכש בעת ביקורו הראשון בלונדון, כבר בינואר 1673 (Child 1920, 173-175). זאת כאמור מעבר לעובדה שרמת הידע של לייבניץ היתה נמוכה מכדי להבין את בראו כבר בלונדון. זו גם הסיבה לכך שבעת ביקורו הראשון בלונדון לא יכול היה לייבניץ להיחשף למידע מתמטי משמעותי, ולכן הטענה שלייבניץ ראה טיוטה של ניוטון והתבסס עליה בפיתוח התחשיב האינפניטיסימאלי שלו מוכרח להיות שגויה.

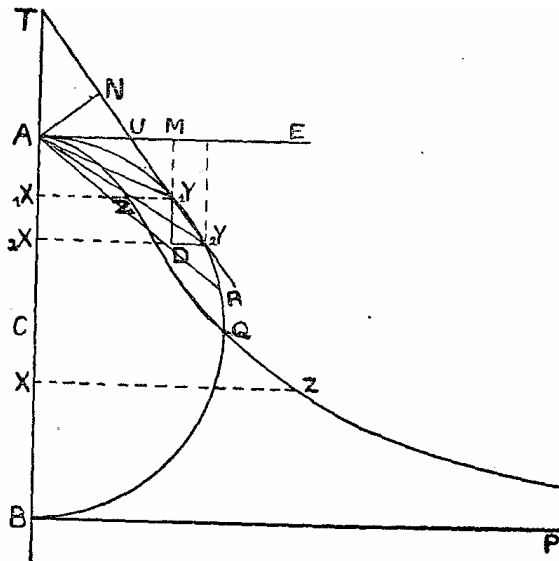
¹⁵¹ Bos 1980, 64

¹⁵² August 1673, *Methodus Nova Investigandi Tangentes*; Child 60
¹⁵³ 28 May 1697, *Leibniz to Wallis*; GM IV 25, trans. by Bos 1974, 13

השטחים המזעריים יהיו קטנים יותר, כך תוצאת החישוב של השטח המתקבל משטחים אלו תהיה מדויקת יותר.¹⁵⁴

לייבניץ כינה את ההליך הגיאומטרי הזה, שאותו גיבש בשלהי 1673, בשם שהושאל אולי מאלכימיה – תהליך ההמרה (*Transmutation Theorem*). בתהליך זה ממיר לייבניץ חלקי עקומה מזעריים לשטחים מזעריים. באמצעות ההמרה הזו מגיע לייבניץ למסקנה כי עלה בידו להצדיק באופן גיאומטרי את השיטה המפורסמת של קווליירי¹⁵⁵. קווליירי עשה שימוש ביחידות גיאומטריות בלתי מתחלקות. את הקו הוא הגדיר באמצעות נקודות ואת השטח הוא מצא באמצעות קווים. הבעיה היתה שלמרות התוצאות המדויקות שהניבה שיטתו של קווליירי, לא ניתן היה לקבל אותה מבחינה גיאומטרית משום שהיא התבססה על הפרה של כלל ההומוגניות הגיאומטרית. אורך קו יש לחשב באמצעות קוים, וגודל שטח יש להבין על ידי שטחים. ערבוב של ממדים גיאומטריים שונים מוביל לסתירות ואינו ניתן להצדקה¹⁵⁶. באמצעות כלל ההמרה שלו, מצליח לייבניץ לאפיין את הבלתי מתחלקים של קווליירי כשטחים אינפיניטסימאליים ולפיכך להפוך את הרעיון המקורי של קווליירי לקביל מבחינה מושגית: במקום קווים הוא מצליח לגבש טור אינסופי של שטחים שאת סכומם כבר ידע לחשב באמצעות הידע על סדרות מספרים.

תהליך ההמרה הגיאומטרי פועל באופן הבא¹⁵⁷:



¹⁵⁴ כפי שאראה בסעיף הבא, תובנה גיאומטרית זו אפשרה ללייבניץ להפנים באופן עמוק יותר את טיב היחסים שבין סדרות אינסופיות ובשל כך כאשר הוא מנסה לנסח באופן אלגברי את התובנות הגיאומטריות הוא מגיע למסקנה שניתן לחשב סכום טור אינסופי בדיוק רב יותר אם לצורך החישוב נעשה שימוש בטור הפרשים קטנים יותר.

¹⁵⁵ לשם כך לייבניץ פירש את הבלתי מתחלקים של קווליירי באופן סימבולי, כשפי שעשו זאת גם פסקל ורברוול (Arthur 2001a, 451-452). ראו להלן בסעיף הבא (פירוט נוסף על כך ראו להלן בפרק 3 שבחלק הבא, העוסק בהיבטים הפיסיקאליים של תפיסתו המתמטית של לייבניץ בשנים 1675-1672).

¹⁵⁶ משמעות הרכבה של ממד גיאומטרי אחד באמצעות ממד גיאומטרי אחר היא שהדבר מערב כמויות אינסופיות של אפסים. הוספת נקודה לקו אינה מגדילה אותו משום שהיא חסרה את הממד המגדיר את התפשטותו. הסתירה היא בכך שקו שנוספה לו נקודה אינו אלא שווה לקו ללא התוספת הזו.

¹⁵⁷ התרשים שלהלן מופיע אצל: Child 42, *Historia et Origo Calculi Differentialis*; 1714. תרשים דומה אך פחות ברור מופיע למשל גם: Child 104, *Pro Methodo Tangentium Inverse*; 21 Nov. 1675.

לצורך חישוב השטח שמשמאל לעקומה AYR , מותח לייבניץ מהעקומה ישירים AY המתלכדים כולם בנקודה A . מנקודה A גם נבנים צירים AC ו- AE שביניהם זווית ישרה. בהתאם למתודה הגיאומטרית של דקארט, לייבניץ כבר מניח את קיומו של משיק בנקודה Y החותך את הצירים האמורים בנקודות T ו- U בהתאמה. באמצעות הורדת אנך מ- A אל המשיק TY קובע לייבניץ את שטחו של משולש אינפיניטסימאלי AY_1Y_2 , שבסיסו בנוי על קטע אינפיניטסימאלי של העקומה: שטח המשולש AY_1Y_2 שווה למחצית מכפלת הגובה AN בבסיס Y_1Y_2 . כעת עושה לייבניץ שימוש ב-*Characteristic Triangle*, אותו הוא בונה שוב על קטע אינפיניטסימאלי של העקומה Y_1Y_2 . משולש-מאפיין Y_1Y_2D דומה פרופורציונאלית למשולש ANU ולכן הוא מנסח את היחסים בין הצלעות:

$$\text{ועל כן, } Y_1Y_2 \cdot AN = AU \cdot Y_1D, \text{ ומכאן } \frac{Y_1Y_2}{Y_1D} = \frac{AU}{AN}$$

של בסיס וגובה המשולש AY_1Y_2 לייבניץ מבטא באמצעות החלק הימני של המשוואה את שטח המשולש $\frac{AU \cdot Y_1D}{2} = \Delta AY_1Y_2$. מכאן, לייבניץ מאתר XZ השווה ל- AU , כך שמתקבל מלבן

אינפיניטסימאלי שמחציתו שווה למשולש AY_1Y_2 . במילים אחרות, השטח הכלוא בין העקומה AYR וציר y ניתן לחישוב על ידי פירוקו למשולשים אינפיניטסימאליים מסוג AY_1Y_2 בתוספת המשולש הגדול ARX . החישוב מתאפשר משום שלייבניץ מצליח להמיר חלקי עקומה אינפיניטסימאליים למלבנים אינפיניטסימאליים באמצעות *Characteristic Triangle*.

בקיץ 1674 לייבניץ גם מצליח לנסח באמצעות כלל ההמרה שלו טורים אינסופיים המתארים את כל החתכים הקוניים¹⁵⁸. שטח עיגול למשל מתואר בטור הידוע כ"טור לייבניץ", המגדיר את ערכו של π במידה ורדיוס המעגל המבוקש שווה ל-1: $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \dots$ ¹⁵⁹. סדרה זו מבוססת על כך שצלעו המזערית של כל אחד מהמשולשים המרכיבים את השטח המיועד לחישוב שווה באמת לעקומת המעגל שעליה היא בנויה. במילים אחרות, שמצולע בעל אינסוף פאות אינפיניטסימאליות אכן זהה למעגל מושלם. זהות זו מבוססת על התקרבות אינסופית ועל הזנחה של הפער בשלב שבו הוא באמת חסר כל השפעה על החישוב¹⁶⁰.

שנה מאוחר יותר, בסדרת חיבורים מאוקטובר ומנובמבר 1675, מנסח לייבניץ את תובנותיו ומסקנותיו מסכימה של טורים אינסופיים ומתהליך ההמרה הגיאומטרי. במסקנות אלו מופיע הקשר ההפוך שבין סכימה לדיפרנציאציה באופן ברור:

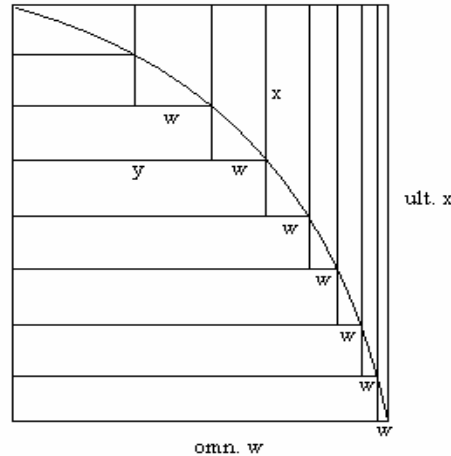
לייבניץ מנסה להגדיר שטח עקום באמצעות מלבנים. המלבנים בשטח שמעל העקומה נקבעים באמצעות מכפלה של ישירים x עם ההפרשים המשתנים ביניהם (עד x ultimate). ככל שההפרשים

¹⁵⁸ Hofmann 1974, 95

¹⁵⁹ לשם כך לייבניץ מתייחס לעקומה $AZQZ$ שנבנתה ממרחקים XZ המשתנים באורכם בהתאם למיקום נקודת ההשקה ולגודלו של המשולש ANU . זוהי וואריאציה של עקומה מורכבת המכונה 'המכשפה מאגיאסי' (Witch of Agnesi). השטח הכלוא תחת העקומה $AZQZ$ שווה לשטח מחצית העיגול AQB .

¹⁶⁰ עם זאת, באפריל 1676 קובע לייבניץ באופן סופי שעל מנת לזהות בין מצולע אינסופי לבין מעגל על הדיפרנציאל לאבד את מאפייניו כגודל מובחן ובשל כך במקביל הוא מאבד את האפשרות להתממש כגודל ריאלי. אי לכך ניתן לראות את המשוואה כמדויקת לחלוטין רק באמצעות גדלים פיקטיביים. עניין זה יפורט בסעיף הבא.

קטנים יותר כך חישוב השטח באמצעות המלבנים הוא מדויק יותר. באותו אופן, ניתן לנסח את השטח שמתחת לעקומה באמצעות ישרים y והפרשים ביניהם. בתרשים הפרשים אלו מופיעים קבועים ובלתי מתחלקים¹⁶¹.



בהתאם למסורת הקרטזיאנית מנסה לייבניץ להגדיר את הבלתי ידוע באמצעות גדלים גיאומטריים ידועים ולחתור למשוואה המיוצרת באמצעות שני ניסוחים שונים של אותו גודל. במשוואה של לייבניץ שטח אחד שווה להפחתת השטח המשלים אותו מהשטח הכללי. בכדי לבטא את השטחים השונים במשוואה אחת ממיר לייבניץ את y לביטויים המכילים את x, w בלבד. לייבניץ עושה זאת בשלושה שלבים: ראשית, הגדלים w , המייצגים את הפרשים שבין האנכים x ושבאמצעותם מחושב השטח העליון, הם למעשה הפרשים בין הישרים y . במילים אחרות $w = dy$. כפי שאיבר בטור נתון מהווה את סכום כל האיברים בטור הפרשים שלו (עד אליו), כך גם סכום כל הפרשים w שווה לאורכו של ה- y האחרון. משום כך ניתן לכנות את ה- y האחרון $w = \int dy$. במילים אחרות: $y = \int dy$ ¹⁶². כעת ניתן לבטא את y במונחים של w . שנית, אם נניח שהשטח התחתון הוא סכום כל ה- y (מבלי להתייחס להפרש ביניהם, שכרגע נחשב קבוע ובלתי מתחלק), נוכל לבטא אותו כסכום הסכום של w . כלומר $\int y = \int w$. שלישית, בהנחה שהשטח הכללי הוא המכפלה xy (כלומר $x \int dy$ או במונחים של w : $x \int w$), נוכל לבטא את השטח העליון (מכפלה של כל ה- x ב- w המתאים לו, או $\int xdy$) כשווה להפחתת השטח התחתון מהשטח הכללי: $\int xdy = x \int dy - \int dy$.

¹⁶¹ התרשים שלהלן מופיע אצל Bos 1980, 66, והוא בנוי כהמחשה של התרשים המקורי של לייבניץ מה-26 באוקטובר 1675 (Child 70). כפי שניתן לראות היטב, שיטת הבלתי מתחלקים של קוולירי מתבססת על חישוב השטח באמצעות הפרשים קבועים ובלתי משתנים הנחשבים גם כבלתי מתחלקים. אולם בשל מאפייני העקומה עצמה, כל חלוקה של שטח להפרשים קבועים מניחה שינוי בגודל הפרשים כאשר בוחנים את השטח המשלים של העקומה (כלומר השטח שמעליה). תובנה זו תבוא בפרק הבא לידי ביטוי בכך שהדיפרנציאל אינו נתפס אצל לייבניץ כמייצג גודל אקטואלי מסויים אלא כמשתנה שאינו מוגבל לרמה אחת של הפרשים. במילים אחרות, שיטת הבלתי מתחלקים של קוולירי יכולה להיחשב כמקרה פרטי של שיטת החישוב החדשה של לייבניץ.

¹⁶² כדאי לשים לב להומוגניות הגיאומטרית המופיעה כאן: לייבניץ לא רואה את ההפרש בין הקווים כנקודה אלא כקו, ושכל הקווים יחד מניבים את הקו האחרון. טענה זו אפשרית לאחר שבעקבות הצלחת תהליך ההמרה השתכנע לייבניץ שניתן להצדיק את שיטת קוולירי ולחשב שטח באמצעות שטחים אינפיניטסימאליים. אולם תמונה כאן בעיה, משום שאם הקו האחרון y מורכב מכמות אינסופית של הפרשים אזי גדלו אינסופי. תשומת לב לכך מביאה את לייבניץ להכיר בטיבו הפיקטיבי של האינפיניטסימאל (ראו להלן בסעיף הבא).

בצעד כזה מצליח לייבניץ להביא לידי ביטוי את תובנותיו בעניין סדרות אינסופיות אל התחום הגיאומטרי: **ניתן להגדיר כל איבר בסדרה כסכום כל הפרשים**. מבחינה גיאומטרית, כל הפרשים בין קווים ניתנים לסכימה בקו האחרון. לכן שטח כל הקווים ניתן לביטוי כסכום כל הקווים או כסכום הסכום של כל הפרשים. אבל בסדרות מספרים **ניתן גם לאפיין כל איבר כהפרש בין אברי סדרת הסכומים**. השטח התחתון הוא בעצם ההפרש בין השטח הכללי לבין השטח העליון. לכן סכום כל הקווים המייצרים את השטח העליון שווה להפחתת סכום הסכום של כל הפרשים מהסכום הכללי.

The moments of the differences about a straight line perpendicular to the axis are equal to the complement of the sum of the terms; and the moments of the terms are equal to the complement of the sum of the sums, i.e.:

$$omn.(xw) = ult.x omn.w - omn.omn.w^{163}$$

אולם לא די בתובנות על סדרות מספרים בכדי לאתר את הכלל היסודי של התחשיב. תהליך ההמרה הגיאומטרי שתואר קודם לכן מאפשר לייבניץ לתרגם הפרשים אינפיניטסימאליים על קו לשטחים אינפיניטסימאליים בשטח הנדרש לחישוב. רק בעקבות הצלחת ההמרה הזו יכול היה לייבניץ לזהות את הקשר בין w , כלומר dy , לבין x ולחשב את השטח באמצעותם. מעבר לכך, תהליך ההמרה סיפק בידי לייבניץ את האפשרות לתרגם גדלים גיאומטריים לסדרות אינסופיות. אלמלא תהליך ההמרה לא היתה לייבניץ כל סיבה לחשוב שניתן להצדיק את שיטת העבודה של קוולירי, והוא היה נותר עם תובנות אריתמטיות בלבד. תרומת תהליך ההמרה, המבוסס על השימוש ב-*Characteristic Triangle*, היא שבגינה עולה בידי לייבניץ לחלץ מהגיאומטריה ולא רק מאריתמטיקה של סדרות מספרים את הניסוח הכללי של הקשר ההפוך בין סכימה לדיפרנציאציה.

ד. פיתוחים אלגבריים וגיבוש התחשיב האינפיניטסימאלי

לאחר שלייבניץ מזהה את הקשר הגיאומטרי ההפוך שבין משיק לעקומה לבין שטח המוגדר באמצעות עקומה, הוא פונה לאלגברה בכדי לזהות את המאפיינים השיטתיים הקיימים בקשר זה. לייבניץ מבין שיש לנתק את הדיפרנציאל מזהותו עם משיק אקטואלי ואת הסכום מזהותו עם שטח אקטואלי. הואיל והכלל נכון גם ביחס למשתנים מתמטיים, ניתן לחשב גדלים באמצעות רמות

¹⁶³ 26 Oct. 1675, *Analysis Tetragonistica*; Child 70. לייבניץ עושה שימוש באופרטור *omn.* ששירת גם מתמטיקאים אחרים כקוולירי על מנת לבטא "כלי". אולם ב-29 באוקטובר לייבניץ בוחר בסימון אחר לביטוי הסכימה, והמשוואה מקבלת צורה מוכרת יותר (I משמש כהפרש במקום w): $[xl = x]l - \int l$ (Child 80). הסיבה לבחירה בסימון הזה, מעבר לכך שהוא מבוסס על האות s כקיצור ל-*sum*, היא שבכוחו לייצג באופן טוב יותר מהמילה *omn.* את העובדה שבעת הפעלתו ישנה עליה בממד הגיאומטרי (בדומה לגדילת מעריך החזקה). פחות או יותר במקביל, לייבניץ גם משנה את סימון הדיפרנציאל. הסימון $1/d$ נועד לייצג את היחס ההפוך שבין סכימה לדיפרנציאציה, אך ב-11 בנובמבר 1675 לייבניץ מבחין בבעיות בחישוב שמעורר מיקום d במכנה. מכיוון שכל גודל יכול להיות דיפרנציאל או סכום של גדלים אחרים, לייבניץ בוחר להדגיש את הגמישות השימושית של האופרטור d בדומה לאופרטור \int , ולוותר על ביטוי הבדלי הממדים ביניהם (Bos 1980, 68-69). משיקולים של הומוגניות גיאומטרית לייבניץ גם עובר לסמן סכימה של שטח באופן שיבטא את הממדים הגיאומטריים, כלומר לא עוד $\int y$ אלא $\int y dx$, וכך dx יכול להיתפס גיאומטרית כישר אינפיניטסימאלי (Bos 1974, 22).

מגוונות של דיפרנציאלים או סכומים. למעשה, במשוואה שהוזכרה לעיל ובה תואר הקשר ההפוך שבין סכימה לדיפרנציאציה יש ביטוי לזיהוי גודל נתון באמצעות שתי רמות שונות של הפרשים או סכומים: שטח נחשב כסכום כל המלבנים או כסכום מסדר שני של כל הפרשי המלבנים. כתוצאה מכך לייבניץ מבין את הסכימה ואת הדיפרנציאציה כהליכים הפוכים, חסרי קשר ישיר לגיאומטריה.

differences and sums are the inverse to one another, that is to say, the sum of differences of a series [sequence] is a term of the sequence, and the difference of sums of a sequence is itself a term of the sequence; and I enunciate the former thus, $\int dx = x$, and the latter $d\int x = x$.¹⁶⁴

כאשר הוא עובר לאלגברה, לייבניץ כבר אינו מתעניין בשאלת זהותם הגיאומטרית של הגדלים. בשל כך ביכולתו לקבוע כלל שבמהלך חישוב אין להזניח גדלים הקטנים לאינסוף אך ניתן להזניח גדלים קטנים לאינסוף מסדר שני. הזנחה של אינפיניטסימלים אינה נובעת מכך שהם מתאפסים באמת אלא מרמת דיוק נדרשת.¹⁶⁵ דיפרנציאלים מסדר שני תמיד יהיו זניחים בהשוואה לגודל הנדרש לחישוב וזאת ללא קשר לגודלם האמיתי או הגיאומטרי.

dxy is the same thing as the difference between two successive xy 's; let one of these be xy , and the other $x + dx$ into $y + dy$; then we have:

$$dxy = (x+dx)(y+dy) - xy = xdy + ydx + dxdy$$

the omission of the quantity $dxdy$, which is infinitely small in comparison with the rest, for it is supposed that dx and dy are infinitely small [...] will leave $xdy + ydx$.¹⁶⁶

כעת חוזר לייבניץ לבחון סדרות אינסופיות מתוך הבנה עמוקה יותר של הקשר בין סכימה לדיפרנציאציה. מתוך הבנת עקרון היסוד של התחשיב חותר לייבניץ לזיהוי המבנה המרחבי הפנימי שבין סדרות מספרים. זיהוי היחסים המרחביים הללו מאפשר לייבניץ לעשות שימוש מופשט לחלוטין בכלל הגיאומטרי שמצא ולנסח סדירויות וקשרים באופן אלגברי. בשורות הבאות אתאר את הצעדים שעושה לייבניץ, כפי שהוא עצמו דיווח עליהם במבט רטרוספקטיבי בשנת 1714.¹⁶⁷

על בסיס סדרה אינסופית של איברים בונה לייבניץ תבנית של אינסוף סדרות הפרשים, הדומה למשולש ההרמוני שלו:

Ca 1680, *Elementa Calculi Novi pro Differentiis et Summis*; Child 142¹⁶⁴

¹⁶⁵ בבסיס השימוש באינפיניטסימלים קיימת ההנחה שהקטנה של גודל החלקיקים ברצף מגדילה את רמת הדיוק. אך צמצום החלקים לאפס מוחלט מביא ל'פיצוץ' של המשוואה בשל השימוש באינסוף. זו הבעיה בשיטת הבלתי מתחלקים של קוולירי שמניבה תוצאות נכונות אך חסרה הצדקה מתמטית. בשיטת לייבניץ, לעומת זאת, ההפרשים אינם מתאפסים מכיוון שהרצף אינו מורכב מנקודות בלתי מתחלקות, וכל דיפרנציאל ניתן לחלוקה לאינסוף.

¹⁶⁶ Ca 1680, *Elementa Calculi Novi pro Differentiis et Summis*; Child 142. ראו התייחסותו של לייבניץ להנחה של גדלים במהלך החישוב קודם שטבעו הגמיש של הדיפרנציאל התברר לו: "[I]t is not safe to reject multiples of the [differences, that is the] infinitely small part b, and another things; for it may happen that through the compensation of these with others, the equation may come to a totally different condition" (August 1673, *Methodus Nova Invesrigandi Tangentes*; Child 60)

1714, *Historia et Origo Calculi Differentialis*; Child 32¹⁶⁷

סדרת איברים מקורית	a	b	c	d	e	etc.
סד' הפרשים ראשונה	f	g	h	I	k	etc.
סד' הפרשים שניה		l	m	n	o	p etc.
סד' הפרשים שלישית			q	r	s	t u etc.
סד' הפרשים רביעית				v	w	x y z etc.
סד' הפרשים חמישית					A	B C D E etc.

כל איבר בסדרה שווה לסכום כל האיברים בסדרת הפרשים שמתחתיו (עד אליו). כמו כן, כל איבר בסדרה מהווה הפרש בין האיברים המתאימים בסדרת הסכומים שמעליו. ניתן לראות את הסדרות כטבלה של מעריכים שמטרתם לשמור על הפרופורציה הקבועה בין הרמות השונות של סדרות הפרשים. במילים אחרות, לייבניץ יכול לנסח שיוויון פרופורציונאלי בין סדרות הפרשים השונות. למעשה זהו ביטוי אלגברי לשמירה על הומוגניות גיאומטרית של הדיפרנציאלים. כל איבר ניתן לחישוב באמצעות שימוש בכל סדרת הפרשים שהיא ובלבד שיישמר האיזון באמצעות הכפלת הפרשים ע"י גדלים מתאימים. איזון כזה יישמר על ידי שימוש בערכים של המשולש האריתמטי שתואר לעיל. באמצעות הפרופורציות המאזנות של המשולש האריתמטי כל הסדרות מבטאות את האיבר הראשון (שהוא למעשה סכום הטור המקורי כולו משום שהוא אינסופי מתכנס). הסדרות האינסופיות במשולש האריתמטי (או בטבלת הצירופים של לייבניץ) מאזנות את הפרשים שבין הסדרות המתכנסות במשולש ההרמוני ומותירות את השיוויון על כנו:

$$\begin{aligned}
 a &= 1f + 1g + 1h + 1i + 1k... \\
 a &= 1l + 2m + 3n + 4o + 5p... \\
 a &= 1q + 3r + 6s + 10t + 15u... \\
 a &= 1v + 4w + 10x + 20y + 35z...
 \end{aligned}$$

בצעד נוסף ניתן לחשב את האיבר הראשון a (אך באופן דומה גם כל איבר אחר) באמצעות איברים מכל סדרות הפרשים יחד. לשם כך עושה לייבניץ שימוש במספרים הקומבינטוריים. על ידי כך הוא מביא לידי ביטוי מתמטי את היחסים הפנימיים "המרחביים" המתקיימים במשולש האריתמטי.

$$\begin{aligned}
 a &= [f] + 1f \\
 [+g] &= +1f - 1l \\
 [+h] &= +1f - 2l + 1q \\
 [+I] &= +1f - 3l + 3q - 1v \\
 [+k] &= +1f - 4l + 6q - 4v + 1A \\
 &\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots
 \end{aligned}$$

כפי שניתן לראות, המשולש שנוצר בנוי על שני סוגים של סדרות אינסופיות: הסדרות האופקיות הן סדרות הפרשים שתוארו לעיל. הסדרות האנכיות הן סדרות מספרים שמאזנות את הפרופורציות בין רמות הפרשים השונות, וגם ביניהן יש קשר קבוע. הסדרה הראשונה, המוכפלת ב-f, היא סדרה אינסופית של יחידות. השנייה, המוכפלת ב-l, היא סדרה אינסופית של מספרים טבעיים. השלישית היא סדרת המספרים הנובעים מפאות משולש, הרביעית היא סדרת המספרים הנובעים מפאות פירמידה, וכן הלאה. ניתן לנסח אלגברית את טבלת היחסים הזו באמצעות משוואה אחת שבה באים

לידי ביטוי שני הסוגים של הסדרות האינסופיות. אם x הוא משתנה המורכב מסדרה אינסופית של יחידות, ההפרש של x הוא 1 והסכום של x הוא סכום טור המספרים הטבעיים, וכן הלאה:

$$a = x \cdot f - \int x \cdot l + \int \int x \cdot q - \int^3 x \cdot v + \int^4 x \cdot A$$

ובניסוח המוכר של לייבניץ (כאשר $a=y$):

$$y = x \cdot dy - \int x \cdot ddy + \int \int x \cdot d^3 y - \int^3 x \cdot d^4 y + \int^4 x \cdot d^5 y$$

ישנם יתרונות לנקודת מבט גיאומטרית. נקודת מבט כזו אפשרה ללייבניץ לזהות בקלות יחסית את הקשר ההפוך שבין סכימה לדיפרנציאציה, דבר שקשה יותר לתפוס כאשר מתעסקים בפרמטרים מופשטים. יתרון נוסף וחשוב של הגיאומטריה הוא שהגיאומטריה מספקת מבט טוב יותר על הרצף ומאפשרת לטשטש את העובדה שהרצף המתמטי השלם נוצר מאיברים שניתן לחלקם לאינסוף. עיסוק בגדלים רציפים מעמעם את העובדה שחישוב שטח על ידי שטחים אינפיניטסימאליים מבוסס על גדלים בלתי מובחנים, ולפיכך מאפשר את ביצוע הסכימה. זו הסיבה שבסכמו את פעילותו המתמטית מבחינה היסטורית מדגיש לייבניץ את נקודת המבט הגיאומטרית כפורייה ומשכנעת יותר מזו האריתמטית ביחס לקיומה של הצדקה לתחשיב החדש:

The differential calculus could be employed with diagrams in an even more wonderfully simpler manner than it was with numbers, because with diagrams the differences were not comparable with the things which differed; and as often as they were connected together by addition or subtraction, being incomparable with one another, the less vanished in comparison with the greater; and thus irrationals could be differentiated no less easily than surds, and also, by the aid of logarithms, so could exponents. Moreover, the infinitely small lines occurring in the diagrams were nothing else but the momentaneous differences of the variable lines.¹⁶⁸

נקודת המבט הגיאומטרית מאפשרת סכום של אינסוף חלקים משום שהיא אינה ממוקדת בטבעו החמקמק של הדיפרנציאל. כפי שמדגיש לייבניץ, הדיפרנציאל איננו גודל א-כמותי כפי שסברו גלילאו וקוולירי, אך הוא גם לא בעל גודל כמותי ברור. אין ספק שהדיפרנציאל הוא גודל סופי, אך הוא אינו גודל סופי מוגדר. נקודת המבט האריתמטית היא שאפשרה ללייבניץ לזהות את הפוטנציאל הפורה שיש להפרשים בין איברי סדרות מספרים, משום שבסדרות אלו האיברים והפרשיהם היו מובחנים וברורים. הפרש בין איברים בסדרה יכול להיחשב בעצמו איבר בסדרת הפרשים חדשה מכיוון שיש לו גודל מוגדר וניתן לזיהוי. עם זאת, האפשרות לסכום טורים אינסופיים מותנית במעבר לנקודת מבט גיאומטרית שבה ההפרשים המצטמצמים לאינסוף אינם מובחנים עוד. אין זאת אומרת שבדימוי הגיאומטרי של סדרה אינסופית ההפרשים באמת נעלמים; הדימוי הגיאומטרי פשוט ממוקד בצורה הכוללת ולא בחלקים המרכיבים אותה ובמידת המובחנות שלהם. לעומת זאת דימוי אריתמטי של סדרה אינסופית ממוקד באיברים ובהפרשים ביניהם ולכן מנקודת מבט כזו ניתן אולי לזהות סדרות

¹⁶⁸ 1714, *Historia et Origo Calculi Differentialis*; Child 53-54

מספרים המרכיבות את טבלאות צירופים או משולשים הרמוניים אך טור אינסופי לעולם אינו יכול להיות שווה לסכומו וכך האפשרות להצדיק את התחשיב אינה קיימת.

For instance, $\frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{15} + \frac{1}{24} + \frac{1}{35}$ etc. or $\int dx/(xx-1)$ with x equal to 2, 3, 4, etc. is a sequence which taken entirely to infinity, can be summed, and dx is here 1. For in the case of numbers the differences are assignable... but if x or y were not discrete terms, but continual terms, that is, not numbers whose difference are assignable intervals, but straight line abscissas increasing continually or by elements, that is, by unassignable intervals, so that the sequence of terms constitutes the figure.¹⁶⁹

בדיוק בנקודה הזו נודעת חשיבות מיוחדת לנקודת המבט האלגברית. מעבר לעובדה שבכוחה של האלגברה לאפיין באופן מקוצר ושימושי את מערך היחסים הגיאומטרי באופן סימבולי, האלגברה משמרת קביעות של יחסים שניתן להמשיכם באופן אינסופי ומאפשרת ללייבניץ להתייחס לאינסוף רמות של דיפרנציאליים. המעניין הוא שהעבודה האלגברית גורמת לשינוי בדרך שבה לייבניץ תפס את הדימויים הגיאומטריים. זוהי הנקודה שבה מבין לייבניץ שביסוד התחשיב האינפיניטיסימאלי ישנה פיקציה.

האם המצולע האינסופי אכן זהה עם המעגל? כאשר לייבניץ עסק בסדרות אינסופיות הוא נטה לחשוב שלא, משום שהוא הבין שסדרה אינסופית אינה יכולה להגיע לסכומה על אף טענותיהם של גלילאו וסנט וינסנט. כאשר לייבניץ עסק בגיאומטריה הוא יצא מנקודת הנחה שכן, משום שה-*Characteristic Triangle* של לייבניץ היה בנוי על יתר "השוכן" על העקומה. נקודת המבט הגיאומטרית מספקת התייחסות אל המכלול של הצורה המבוקשת ואל רציפותה, ובשל כך לייבניץ נטה לחשוב שהבעיות החמורות שצצו במהלך חקר סדרות אינסופיות עתידות לבוא אל פתרון, דהיינו שניתן יהיה בכל זאת להשוות בין טור אינסופי לבין סכומו.

There is still one difficulty left: it seems impossible to determine which is the end or first term of the indefinite equation that is obtained [...] This is the same difficulty whether you start from the lower or the highest degree in the equation assumed to begin with as indefinite [...] In the general calculus then, we may take it as certain that this difficulty is solved, and that such a division after the calculation can never happen; or if it is possible for it to happen then the terms will go out, one after another, so that the equation can be depressed and the comparison be made; and then it is to be seen whether this difficulty cannot be overcome in general, and the comparison proceed as we proceed with the elimination.¹⁷⁰

Acta Erud., May 1702, *Specimen Novum Analyseos Quasraturarum pro Scientia Infiniti*; G VII 356-357, ¹⁶⁹

trans. by Bos 1974, 13-14

Oct. 29, 1675, second part of *Analyseos Tetragonisticae*; Child 77-78 ¹⁷⁰

על פי התבטאויותיו, בשל החלוקה האינסופית של הדיפרנציאל ניתן לראות בו כאילו הוא אכן מרכיב את העקומה ומכאן שהמצולע האינסופי אקוויוולנטי למעגל.

Every curvilinear figure is nothing but a polygon with an infinite number of sides, of an infinitely small magnitude. And if Cavalieri or even Descartes himself had considered this sufficiently, they would have produced or anticipated more.¹⁷¹

נקודת המבט הגיאומטרית הזו מופיע כבר בסוף 1675 וממשיכה בעקביות להופיע בפרסומים הרשמיים של לייבניץ¹⁷². עם זאת, זיהוי המצולע האינסופי כזהה עם המעגל מבוסס על כך שהחלק האינפיניטסימאלי שניתן לחלקו ללא סוף אכן הופך בשלב כשלהו לאפס; רק אז ההפרש בין הצורות מתבטל לחלוטין. במרץ 1676 לייבניץ אכן מספק התייחסות מפורשת לכך שלדעתו הדיפרנציאל שניתן לחלקו לאינסוף משול לאפס.

We need to see exactly whether it can be demonstrated in quadratures that a differential is nonetheless not infinitely small, but that which is nothing at all. And this will be shown if it is established that a polygon can always be inflected to such a degree that even when the differential is assumed infinitely small, the error will be smaller. Granting this, it follows not only that the error is not infinitely small, but that it is nothing at all – since, of course, none can be assumed.

I call that quantity *undesignatable (indesignabilem)* whose magnitude cannot be expressed by any character signs detectable by the senses. For every designatable magnitude whatsoever will always be writable in a sufficiently small book with the aid of abbreviations and representations.¹⁷³

לדעתי זהו טקסט חשוב ביותר משום שהוא מכיל בקצרה את גישתו הפילוסופית של לייבניץ כלפי האינפיניטסימאל. אתייחס ראשית לרישא: לייבניץ מודיע עצמצום אינסופי של הפער בין מצולע אינסופי לבין מעגל מאפשר לראות את הפער כאפס מבחינה מעשית. ארתור מפרש את דבריו של לייבניץ כאן כהצהרה שמרכיב הטעות בהשוואת המצולע האינסופי עם המעגל תמיד קטן מהחלק הקטן לאינסוף של המצולע, כך שניתן להשמיט את מרכיב הטעות ולהתייחס למצולע האינסופי כזהה

Late 1675 – summer 1676, *De Quadratura Arithmetica* 69 (prop. 29): trans. by Levey 2008, 120-121 n25¹⁷¹
 "I feel that this method and others in use up till now can all be deduced from a general principle which I¹⁷²
 use in measuring curvilinear figures, *that a curvilinear figure must be considered to be the same as a polygon with infinitely many sides*" (*Acta Eruditorum*, Dec. 1684, *Additio... De Dimensionibus Curvilineorum*; GM V 126-167, trans. by Bos 1974, 14; cf. ca 1680, *Elementa Calculi Novi pro Differentiis et Summis*, Child 137; *Acta Eruditorum*, Oct. 1684, *Nova Methodus pro Maximis et Minimis*; GM V 223, trans. by Bos 1974, 63-64)
 26 March 1676, *On the Infinitely Small*; A 6.3 434-435, LLC 65; "...the error is smaller than any¹⁷³
 assignable, and therefore null." (Feb. 1676, *De Quadratura Arithmetica*; trans. by Arthur 2008, 26); cf. 1?-
 10 April 1676, *On Motion and Matter*; A 6.3 492, LLC 75; 10 April 1676, *Infinite Numbers*; A 6.3 502, LLC 97

עם המעגל¹⁷⁴. בסלר לעומת זאת, טוען שמרכיב הטעות תמיד יהיה שווה לדיפרנציאל הקטן לאינסוף ולכן לעולם לא יוכל להתאפס אלא לכל היותר לשאוף לאפס. כתוצאה מכך טוען בסלר שהטיעון שמספק לייבניץ כאן אינו יכול להיות נכון¹⁷⁵. ביקורתו של בסלר מבוססת בדיוק על המסקנות האלגבריות של לייבניץ מגבש מהתחשיב. כפי שראינו, חלוקה אינסופית של הדיפרנציאל מאפשרת רמות שונות של דיפרנציאלים, אותן ניתן להסדיר באמצעות פרופורציה קבועה. אם קיים יחס קבוע בין הרמות השונות של הדיפרנציאלים, לעולם לא ניתן לאפס חלק קטן לאינסוף ויהא זה חלק מזערי ככל שיהיה. את הדיפרנציאל ניתן להזניח, כפי שאכן קובע לייבניץ ביחס לדיפרנציאלים מסדר שני, אך לא נכון יהיה מבחינה מתמטית לראות את הדיפרנציאל הזניח כאפס. פתרון לבעיה הזו מונח בסיפא של הטיעון שצוטט לעיל, דהיינו בעובדה שהחלק הקטן לאינסוף נחשב אצל לייבניץ כחלק בלתי מובחן (*indesignabilem*):

כבר בנובמבר 1675 עובר לייבניץ לסמן סכימה של שטח כ- $\int ydx$ ולא כ- $\int y$ משיקולים של הומוגניות גיאומטרית. לטענתו, מכיוון שהדיפרנציאל איננו יחידה בלתי מתחלקת אין לראות את השטח כסכימה של אינסוף קווים אלא כסכימה של אינסוף מלבנים. עם זאת לצעד זה משמעות רעיונית מרחיקת לכת: אם הדיפרנציאל איננו בלתי מתחלק, אין הכרח שהדיפרנציאל של הדיפרנציאל יהיה בלתי מתחלק. לדעת לייבניץ שיטת קוולירי מתייחסת למצב פרטי שבו $dx=1$, $dx=0$, אך הגבלה זו מונעת הכרה בקיומם של דיפרנציאלים מסדרים גבוהים יותר ומגבילה את כלליות התחשיב¹⁷⁶. מסיבה זו טוען לייבניץ בפרסום רשמי עשור שנים מאוחר יותר, שהשמטת דיפרנציאלים מהמשוואה (או זיהויים כאפס) מתאימה רק במקרה פרטי שבו קצב ההתקדמות של המשתנה קבוע:

Before I finish, I add one warning, namely that one should not lightheartedly omit the dx in the differential equations like the one discussed above $a = \int \frac{dx}{\sqrt{1-xx}}$, because in the case in which the x are supposed to increase

uniformly, the dx may be omitted. for this is the point were many have erred, and thus have closed for themselves the road for higher results, because they have not left to the indivisibles like the dx their universality (namely that the progression of the x can be assumed *ad libitum*) although from this alone innumerable transfigurations and equivalences of figures arise.¹⁷⁷

יכולתו של לייבניץ לזהות את הפוטנציאל העשיר של היחסים בין הגדלים הקטנים לאינסוף, מביאה אותו בסופו של דבר להסיק שגדלים אלו אינם אקטואליים אלא פיקטיביים. את השטח הנדרש לחישוב ממלאים אמנם גדלים אינפיניטסימאליים, אך לאמיתו של דבר ניתן באותה מידה להרכיב את השטח מחלקים אינפיניטסימאליים הקטנים לאינסוף מהגדלים הקטנים לאינסוף.

Arthur 2001a, 393 n4; Arthur 2001a, 1v¹⁷⁴

Bassler 2008, 150¹⁷⁵

"The geometry of indivisibles is fallacious unless it is explicable by means of infinitely small; for truly indivisible points may not safely be applied, and instead it is necessary to use lines which, although infinitely small, are nevertheless lines, and therefore divisible." (Late 1675 – summer 1676, *De Quadratura Arithmetica* 24: trans. by Arthur 2008, 25)¹⁷⁶

Acta Eruditorum, June 1686, *De Geometria Recondita et Analysis*; GM VI 233, trans. by Bos 1974, 79¹⁷⁷

כתוצאה מכך לא ניתן לקבוע איזו רמה של חלקים קטנים לאינסוף אכן מרכיבה את הרצף. וכך, למרות שהתחשיב חושף קשר הפוך בין סכימה לדיפרנציאציה, הוא גם מציג חוסר יכולת לאפיין את הרכיבים הבסיסיים המכוננים יחד את הסכום או האינטגרל. לייבניץ מגיע למסקנה שהעיקרון היסודי של התחשיב אינו אמור לאתר את האינפיניטיסימל אלא להתמקד בחוקיות הקבועה שבינו לבין השטח הנדרש לחישוב. במילים אחרות, למרות חשיבותו, הגודל הקטן לאינסוף הוא חסר פנים ובלתי ניתן לזיהוי. זהו גודל בלתי מובחן באופן עקרוני, ולכן לייבניץ רואה בו פיקציה¹⁷⁸.

בניגוד לטענות שהדיפרנציאל מוכרח להיות גודל אקטואלי המרכיב את הגדלים הנדרשים לחישוב, טוען לייבניץ שישנם אינסוף רמות של דיפרנציאלים המקיימות ביניהן יחס קבוע. היחס הקבוע, ולא טיבם האקטואלי של הדיפרנציאלים, הוא שמאפשר לקחת אותם בחשבון מבחינה מתמטית משום שכשלעצמם הם גדלים בלתי ניתנים להשוואה (incomparable). השוואה בין גודל נתון לבין גודל זה בתוספת הדיפרנציאל שלו ($x=x+dx$) אינה נובעת מכך שהדיפרנציאל שווה לאפס אלא מכך שמדובר בגודל חסר חשיבות ביחס לגודל הנתון. הדרך היחידה להתייחס לגודלו המזערי של הדיפרנציאל היא באמצעות פרופורציה שלו עם דיפרנציאלים מסדר גבוה יותר¹⁷⁹.

לייבניץ מהרהר במסקנה זו כבר בפברואר 1676¹⁸⁰, מפרסם זאת לראשונה ככל הנראה בפברואר 1689¹⁸¹, אך רק במאמר תגובה למתמטיקאי ברנרד ניאווניטכט מיולי 1695 הוא מנמק באופן מתמטי את טענותיו¹⁸². לייבניץ מראה באופן אלגברי וללא קשר לדימוי הגיאומטרי של הגדלים המתמטיים, שהיחס בין גודל נתון לדיפרנציאל שלו (x/dx), שווה ליחס שבין הדיפרנציאל לדיפרנציאל מסדר שני (dx/ddx), וכך ניתן להמשיך לאינסוף דיפרנציאלים כשאף לא אחד מהם באמת מתאפס:

For whenever the terms do not increase uniformly, the increments necessarily have differences themselves, and obviously these are the differences of the differences. Further, the renowned author [Nieuwentijt] conceded that dx is a quantity. Now the third proportional of the two quantities is again a quantity, and the quantity ddx is of this kind with respect to the quantities x and dx , which I prove thus: let x be in geometrical progression and y in arithmetical progression, then dx will be to the constant dy as x to the constant a , or $dx = xdy : a$. Hence $ddx = dx dy : a$. Removing $dy : a$ from this by the former

¹⁷⁸ הרחבה מושגית בעניין זה בפרק הבא.

¹⁷⁹ חשוב להדגיש שהדיפרנציאל dx נחשב כתופסת מזערית הומוגנית ל- x . ההומוגניות הגיאומטרית מבטיחה רציפות לא רק במעבר מ- x ל- dx אלא גם במעבר מ- dx ל- ddx וכן הלאה (Horvath 1986, 61).

¹⁸⁰ *On the Secrets of the Sublime*, Feb. 11, 1676; A 6.3 475, LLC 49. בהמשך לייבניץ מגיע למסקנה שאין יחידה משותפת לעקומה ולסדרה האינסופית של הישרים המנסים להרכיב אותה, דהיינו שפרויקט ריבוע המעגל אינו אפשרי באמצעות סדרה אינסופית נוספת והוא לעולם לא ניתן למיצוי באמצעות איברי סדרה אינסופית לבין גבולה יכול להיות מוגדר רק בתוספת סדרה אינסופית נוספת והוא לעולם לא ניתן למיצוי באמצעות איברי סדרה נתונה. פירוש הדבר שעל מנת לבטא דיפרנציאל אין די ביחס הפנימי הקיים בין איברי הסדרה שבה הוא משתף. התקרבות לגבול הסדרה אפשרית רק באמצעות יחס הדיפרנציאל לדיפרנציאלים מסדרים גבוהים יותר. אפשרות החלוקה לדיפרנציאלים מסדרים גבוהים יותר מלמדת שגודל כל הדיפרנציאלים תמיד סופי, אם כי בלתי ניתן להשוואה (incomparable).

¹⁸¹ 1689, *Tentamen De Motuum Coelestium Causis*; GM VI 144-160

¹⁸² לייבניץ מדגיש זאת ביתר זאת במכתב התגובה לפייר וריגנון בשנת 1702 (GM IV 91, L 543).

equation, one has $x ddx = dx dx$, whence it is clear that x is to dx as dx is to ddx .¹⁸³

בחליפת המכתבים שהוא מקיים עם ג'ון וואליס בשלהי המאה ה-17, מדגיש לייבניץ את הפרופורציה בין סדרים שונים של דיפרנציאלים כחלק מהויכוח ביניהם בנוגע לטיבו של האינפניטיסימאל. בהתכתבות טוען וואליס שיש לראות את החלק האינסופי באמצעותו טור אינסופי שווה לסכמו כחסר גודל ולכן כאפס בהשראת קוולירי, והוא אף מציע להשוות בין שיטתו לבין שיטת לייבניץ.¹⁸⁴ לעומת זאת, לייבניץ טוען שהגדלים האינפניטיסימאליים אינם גדלים א-כמותיים, משום ש"אף אחד אינו יכול לקבל צורה חסרת גודל".¹⁸⁵ מכיוון שהגדלים בתחשיב של לייבניץ מבוססים על פרופורציה יש להדגיש את גודלם הסופי, קטן או גדול ככל שיהיה. לפיכך קובע לייבניץ באופן מפורש שאת האינפניטיסימאל שלו לא ניתן לראות כאפס אלא רק כגודל סופי מזערי שניתן להזניחו בשל העובדה שהוא "בלתי ניתן להשוואה" ביחס לגדלים אחרים במשוואה.

Of course, the form of the characteristic triangle can be rightly explained by the degree of declination, but for the calculus it is useful to imagine infinitely small quantities, or as Nicholas Mercator called them, infinitesimal, such that when at least the assignable ratios between them is sought, they precisely may no be taken to be nothing. On the other hand they are rejected whenever they are added to quantities incomparably greater, according to lemmas on incomparable quantities I once proposed in the *Acta Eruditorum* of Leipzig.¹⁸⁶

הביטוי 'אינפניטיסימאל' אינו הולם את תפיסתו המתמטית של לייבניץ משום שהדיפרנציאל לעולם אינו הופך להיות גודל קטן לאינסוף, כלומר גודל שלא ניתן להקטין. מבחינה זו אין הבדל לדעתי בין אינפניטיסימאל לאינסוף: את שני המקרים לייבניץ אינו תופס באופן סטטי כגדלים שלא ניתן עוד להקטיןם או להגדילם ללא סוף.¹⁸⁷ זו הסיבה שכבר בתחילת 1673 לייבניץ שולל גודל אינסופי מקסימאלי וגודל אינסופי מינימאלי ונמנע מלהרכיב את הרצף מנקודות.¹⁸⁸ כמו כן, שמירת פרופורציה קבועה בין גדלים שונים של המשוואה מאפשרת להתייחס לגודל קטן לאינסוף מבלי לטעון

¹⁸³ *Acta Eruditorum*, July 1695, *Responsio [...] Nieuwentijt*; GM V 325, trans. by Bos 1974, 23. טיעון דומה מאד לטיעון הזה מופיע בכתבי לייבניץ כבר בשנות השבעים המאוחרות (Pasini 1985-1986). הטיעון נועד להוכיח שגדלים קטנים לאינסוף אינם אפשריים ככל הנראה בשל אי האפשרות להגביל גדלים אינסופיים (Bassler 2008). עם זאת ניסיון ההוכחה שהאינפניטיסימאל אינו אפשרי לא חוזר על עצמו אצל לייבניץ.

¹⁸⁴ "You see that my methods for tangents were summarily set out in the *Philosophical Transactions* for the month of March 1672, and again in Proposition 95 of my *Algebra*, which I had earlier applied throughout my *Treatise of Conic Sections* of 1655, and these methods plainly rest on the same principles as your differential calculus, but in a different form of notation. For my quantity a is the same as your dx , except that my a is nothing and your dx infinitely small. Then when those things are neglected which I hold should be neglected in order to abbreviate the calculation, that which remains is your minute triangle, which according to you is infinitely small, but according to me is nothing or evanescent." (30 July 1697, *Wallis to Leibniz*; GM IV 37, trans. by Jessephe 1998, 24, cf. Beeley 2008, 47)

¹⁸⁵ 29 Dec. 1698, *Leibniz to Wallis*; GM IV 54, trans. by Jessephe 1998, 25, cf. Beeley 2008, 48

¹⁸⁶ 30 March 1699, *Leibniz to Wallis*; GM IV 63, trans. by Jessephe 1998, 26, cf. Beeley 2008, 49 n38

¹⁸⁷ כפי שיובהר לעיל בפרק 3 של חלק זה, לייבניץ תופס באופן סינקטורמטי הן את האינסוף והן את האינפניטיסימאל.

¹⁸⁸ ראו חלק ג' פרק 3.

שמדובר בחלק בלתי מתחלק כפי שטוען קוולירי. לדעתו, טענה כשל קוולירי אינה ניתנת להצדקה משום שהתאפסות של הדיפרנציאל מפרקת את ההליך המתמטי עצמו ואינה תורמת ליצירת זהות בין מצולע אינסופי לבין מעגל. לחלופין, לייבניץ אינו יכול להצדיק את התחשיב האינפיניטסימאלי שלו – הקשר ההפוך שבין סכימה לדיפרנציאציה לעולם אינו יכול להיות מלא כל זמן שישנה בעיה להתייחס ישירות לגודל אינסופי שניתן להקטינו או להגדילו ככל שנרצה. על מנת להצדיק בכל זאת את התחשיב המתמטי שלו בוחר לייבניץ לאפיין את הגדלים הקטנים (או הגדולים) לאינסוף כפיקטיביים, כלומר כגדלים שאין להם שום ביטוי ממשי. את הצעד הזה יכול לעשות לייבניץ רק בחסות האלגברה:

המצולע האינסופי מורכב מאינסוף משולשים אינפיניטסימאליים הבנויים משברים של הקו העקום של המעגל. מצולע אינסופי זהה עם המעגל בנוי כך שהיתר של כל אחד מהמשולשים האינפיניטסימאליים הוא גודל אפסי. במילים אחרות, ש- ds קבוע ובלתי משתנה. משמעות הדבר היא ש: $dds=0$. לתובנה זו כמה השלכות. ראשית, אם הדיפרנציאל יכול להתחלק לאינסוף, הדיפרנציאל של הדיפרנציאל אינו בהכרח אפס. ההנחה (העומדת ביסוד שיטת החישוב של קוולירי) שלא ניתן להמשיך ולחלק את הדיפרנציאל, יכולה לכל היותר להיחשב כמקרה פרטי חריג. שנית, *Characteristic Triangle*, שבאמצעותו נבנה המצולע האינסופי, בנוי מצלעות דיפרנציאליות נוספות dx , dy . איפוס קצב ההשתנות של ds אין פירושו איפוס של קצב ההשתנות של הדיפרנציאלים האחרים. למען האמת, איפוס dds אינו מאפשר את איפוס ddx או את איפוס ddy . התלות ההדדית בין המשתנים (שבמקרה הספציפי נובעת מכך שהיחסים הפנימיים בין צלעות המשולש נותרים קבועים) מחייבת את קיומו של קצב השתנות עבור dx ו- dy במקרה שבו $dds=0$ ¹⁸⁹.

לטענת לייבניץ, כאשר נטען שמצולע אינסופי זהה עם המעגל, כלומר שאת החלק האינפיניטסימאלי של עקומה יש לראות כפאה ישרה של מצולע אינסופי, עלינו להבין שישנם כמה דרכים לעשות זאת: ישנו חופש לבחור איזה מצולע מייצג את העקומה ולכן מי מהערכים (x, y) או s מבטא את הרציפות שלו. מכיוון ששאלת הזהות בין המצולע האינסופי למעגל נעוצה בבחירת הערכים, או בבחירת הדיפרנציאלים השונים של ערכים אלו (dx, dy) או ds , היא אינה יכולה להיות נכונה בכל מקרים יחד¹⁹⁰. זאת מעבר לעובדה שאין קשר הכרחי בין הדיפרנציאל לבין ביטוי אקטואלי מסוים שלו. הדיפרנציאל איננו משיק דווקא אלא כל הפרש שהוא בין משתנים בסדרת איברים המייצגת את הרצף. חלוקה אינסופית של הדיפרנציאל היא פועל יוצא הכרחי של הגדרתו כמשתנה, ומשום כך, שוב, אין מקום לזהות את המצולע האינסופי כמעגל באופן בלתי תלוי¹⁹¹.

ניתוק הדיפרנציאל מהקשרו הגיאומטרי ואפשרות החלוקה האינסופית שלו מונעים את האפשרות לבנות גודל כלשהו מדיפרנציאלים. לפיכך מגיע לייבניץ למסקנה מכרעת: המעגל המהווה גבול לסדרה אינסופית של פאות המצולע אינו יכול להיות אקטואלי. הוא "מהות" אידיאלית רצופה וחסרת חלקים לחלוטין. סדרה אינסופית של פאות המצולע לעולם אינה יכולה להגיע לגבולה, כלומר למעגל, ומנגד המעגל המייצג את הגבול הזה אכן חסר חלקים לגמרי. הנה הטיעון של לייבניץ במלואו:

¹⁸⁹ Bos 1974, 25-26

¹⁹⁰ אם את המצולעים האינסופיים אנו בונים ממשולשים אינפיניטסימאליים, המצולע שיהפוך להיות דומה למעגל מבוסס על שני מצולעים השונים ממנו.

¹⁹¹ Bertoloni-Meli 1993, 63

The circle —as a polygon greater than any assignable, as if that were possible— is a fictive entity, and so are other things of that kind. So when something is said about the circle we understand it to be true of any polygon such that there is some polygon in which the error is less than any assigned amount a , and another polygon in which the error is less than any other definite assigned amount b . However, there will not be a polygon in which this error is less than all assignable amounts a and b at the same time, even if it can be said that polygons somehow approach such an entity in order. And so if certain polygons are able to increase according to some law, and something is true of them the more they increase, our mind imagines some ultimate polygon; and whatever it sees becoming more and more so in each single polygon, it declares to be perfectly so in this ultimate one. And even though it does not exist in the nature of things, an expression for it can still be produced, for the sake of giving propositions in abbreviated form.¹⁹²

לייבניץ מנתק כאן באופן ברור בין המתמטיקה לבין הממשות. דיון בטיבו של רצף מתמטי חייב להיות שונה מדיון על הרכבת רצף מחלקים אקטואליים, משום שביסוד הדיון המתמטי ישנם גדלים פיקטיביים שאין להם ולא יכולה להיות להם מקבילה ממשית. המעגל המושלם מהווה גבול לסדרה אינסופית של מצולעים. מכיוון שאי אפשר לטעון בפשטות שדיפרנציאל מתאפס, ניתן להשוות בין המצולע האינסופי לבין המעגל רק אם האינפיניטסימאל המפריד ביניהם יהפוך לפיקטיבי, כלומר הוא יהפוך להיות גודל שלא רק שאי אפשר לעמוד על טיבו אלא שחוסר יכולת זו נובעת מעצם הגדרתו. טיבה של הפיקציה טמון בהפרדה האמורה בין מתמטיקה לפיסיקה. דבר ממשי נוצר באמצעות חלקים הקודמים לו. לעומת זאת, "יש" מתמטי קודם לחלקיו הואיל והוא בלתי מתחלק. השלם האידיאלי של המתמטיקה כלל אינו מורכב מחלקים, ורק בשל כך ניתן להזניח את מרכיב הטעות ולזהות בין מצולע אינסופי לבין מעגל. החלק האינפיניטסימאלי המפריד ביניהם ניתן אמנם תמיד לחלוקה ולצמצום נוספים ללא סוף, אך ביסודו הוא בלתי מובחן ולכן ניתן להשמטה כאשר הוא מזערי. חלקים אקטואליים הם חלקים מובחנים. הם מובחנים כאשר מחלקים חומר לחלקים, והם מובחנים כאשר הם נדרשים לכוון יחד גוש חומר. בשני המקרים החלקים האקטואליים קודמים לשלם ולכן מובחנותם הכרחית. כל זמן שהתחשיב האינפיניטסימאלי של לייבניץ עסק בגדלים אריתמטיים דיסקרטיים, לא ניתן היה לטעון להתאפסות של הדיפרנציאל דווקא משום שהפרופורציה בין הגדלים תמיד נשמרת (זאת מעבר לבעיית איפוס גדלים הקשורים באינסוף). הצדקת התחשיב מותנית בניתוק הדיפרנציאל מתיאור הממשות: הרצף השלם הוא פיקציה אידיאלית בלתי מתחלקת שאין לה מקבילה ממשית מכיוון שהממשות מבוססת תמיד על הרכבה של אינסוף חלקים ואלו לעולם לא יכוננו שלם. כמו כן, גם חלקי הרצף האינפיניטסימאליים הם פיקטיביים משום שהשוואת טור אינסופי עם סכומו מבוססת על כך שניתן יהיה בסופו של דבר לצמצם לחלוטין את הפרשים, וזה

¹⁹² 10 April 1676, *Infinite numbers*; A 6.3 498, LLC 88-89. תפקידו של "המצולע האולטימטיבי" המדומיין והזהה עם המעגל הוא להגדיר את האלגוריתם (כלל ההפקה) המייצר סדרה אינסופית של מצולעים.

אינו אפשרי בגדלים מובחנים אלא רק בגדלים בלתי מובחנים שאינם מרכיבים את הרצף השלם אלא נובעים ממנו.

האינטואיציה האריתמטית על סדרות אינסופיות היתה אם כן נכונה. טור אינסופי לעולם אינו יכול להגיע לסכומו, משום שאין באמת איבר אחרון. לפיכך, הדיפרנציאל המבחין בין סדרת האיברים לגבולה הוא פיקטיבי, ורק באופן זה ניתן להצדיק את התחשיב. אולם המסקנות מהפיתוח האלגברי של התחשיב הן שיש להבין באופן עמוק יותר גם את המשתקף מהגיאוטרמה: הצורות המייצגות גבול לתנועה אסימפטוטית גם הן פיקטיביות. קיומן הוא אידיאלי בלבד, משום שההפרשים המיוצגים בחלקים אינפניטיסימאליים מובחנים לעולם לא יוכלו להניב רצף שלם. סכימה ודיפרנציאציה הם יחסים הפוכים, אך במידה מסוימת הם גם בלתי קשורים. כל סכימה היא פרי תפיסה מנטאלית אידיאלית. כל דיפרנציאציה היא פרי חלוקה כאלו-אקטואלית. סכימת אינסוף החלקים האינפניטיסימאליים מספקת אמן טוב מאד של השלם האידיאלי משום שמרכיב הטעות ניתן לצמצום "ככל שנרצה", אך לעולם לא לצמצום מוחלט. לחלופין, מנקודת המבט השלמה הרצופה והאידיאלית של הסכום, החלקים אינם מובחנים-אקטואליים אלא פיקטיביים. הם אינם באמת מרכיבים את השלם משום שהשלם הוא רצוף ומשולל חלקים, ולכן ניתן להזניח אותם במאמץ להצדיק את התחשיב.

בחלק הבא אתמקד בתיאור התפתחות מעמד האינפניטיסימאל בתפיסת הרצף הפיסיקאלי אצל לייבניץ. תיאור זה אינו עוסק בתחשיב האינפניטיסימאלי ישירות אלא בשינוי עמדותיו הפילוסופיות של לייבניץ כלפי האינפניטיסימאל לפני פיתוח התחשיב במהלכו ולאחריו. משיקולים פילוסופיים מגיע לייבניץ בסופו של דבר למסקנה שהאינפניטיסימאל הוא פיקציה, במקביל למסקנה שתוארה בפרק זה בנוגע לפיקטיביות של האינפניטיסימאל אליה הגיע לייבניץ מתוך הפרקטיקה המתמטית. ההבהרות המושגיות שבפרק הבא, שניתן לראותן כסיכום לפרק זה, נועדו גם לשמש כהקדמה לתיאור השינויים במעמדו של האינפניטיסימאל מבחינה פילוסופית אצל לייבניץ.

3. הבהרות מושגיות: אינסוף סינקטגורמטי ואינסוף אקטואלי אצל לייבניץ

פרק זה נועד להבהיר באופן תמציתי ומסודר את עמדתו הפילוסופית של לייבניץ על האינסוף, או ליתר דיוק את עמדתו על היבטיו הכמותיים של האינסוף (היבטים איכותיים או מטאפיסיים ייבחנו בחלק ג' המוקדש לדיון בפיסיקה של לייבניץ ובחלק ד' המוקדש למטאפיסיקה ולתיאולוגיה שלו). בנוסף לכך, מטרת פרק זה להבהיר מספר בעיות המתעוררות בעת ניסיון לעשות שימוש פיסיקאלי במתמטיקה של האינסוף, שימוש הבא לידי ביטוי באינסוף האקטואלי אצל לייבניץ. לייבניץ אינו שונה מהוגים רבים בתקופתו הרואים במתמטיקה אמת מידה יסודית להבנת הממשות, כך שלא פעם הבנה מתמטית (בעיקר בגיאומטריה) מתאפשרת באמצעות דימויים פיסיקאליים. אך לייבניץ בכל זאת חריג בשל השימוש המרובה שלו באינסוף. לייבניץ ער לבעיות הכרוכות באינסוף האקטואלי והוא מקפיד להימנע מהן בכל אחד משלבי התפתחות תפיסת האינפניטיסימאל אצלו. ברצוני להסב את

תשומת הלב לבעיות ולפתרונות שמציע לייבניץ בכדי להעריך באופן מלא את תפקיד האינסוף והאינפיניטיסימאל בפתרון מבוך הרצף, שבו אעסוק בחלק הבא.

א. אינסוף סינקטגורמטי – אינסוף קטגורמטי

בחינה מדוקדקת של תהליך גיבוש התחשיב האינפיניטיסימאלי אצל לייבניץ מלמדת שלייבניץ סבר שגדלים אינסופיים אינם אפשריים. בבסיס התייחסותו של לייבניץ לאינסוף עומדת שלילתם הגורפת של המספר האינסופי ושל הסדרה האינסופית המתבדרת. אמנם בעבודותיו הגיאומטריות יצא לייבניץ מנקודת הנחה שטור אינסופי מתכנס שווה לסכומו, אך המעבר לאלגברה הביא אותו למסקנה ששוויון זה מותנה במעמד הפיקטיבי של החלקים האינפיניטיסימאליים. זאת משום שאינסוף איברים בסדרה פירושים שלעולם אין חלק אחרון ולפיכך לעולם אין הגעה לגבול. טענה זו יוצרת קשר ישיר בין שלילת המספר האינסופי לבין שלילת האינפיניטיסימאל. במילים אחרות, האינפיניטיסימאל הוכר על ידי לייבניץ כגודל קטן לאינסוף רק במובן זה שאפשרות החלוקה שלו בלתי מוגבלת אך לא כחלק ממשי מינימאלי. לפיכך אין חלק אינפיניטיסימאלי של הרצף המסיים את הסדרה האינסופית ומאפשר לה להגיע לגבולה.

אף על פי שלייבניץ שולל את האינסוף כבר בתחילת פעילותו המתמטית בפריס ב-1672, הוא מתייחס רק מאוחר יותר לקטגוריה פילוסופית שבאמצעותה ניתן להבין את יחסו לאינסוף. במכתבים ובפרסומים אחדים מדגיש לייבניץ שעמדתו ביחס לאינסוף היא **סינקטגורמטית**. ההבחנה בין אינסוף קטגורמטי ואינסוף סינקטגורמטי היתה קיימת כבר בהגות הסכולסטית במאה ה-14, ומטרתה היתה להבהיר את פשרו של אינסוף אקטואלי¹⁹³. תפיסה **קטגורמטית** של האינסוף פירושה תפיסה של האינסוף כמכלול, כמהות שלמה. הטענה שקיים מספר אינסופי מתבססת על הנחה קטגורמטית בנוגע לאינסוף דהיינו שניתן לארגן יחד את כל אינסוף החלקים. היסטורית, תפיסה קטגורמטית של האינסוף גררה פרדוקסים הקשורים באינסוף האקטואלי ועל מנת לאמץ אותה היה צורך להימנע מהם. למשל ארגון של כל החלקים יחד סותר את האפשרות להוסיף עוד חלקים – כלומר סותר את הגדרת האינסוף כגודל לא-סופי – ועל מנת להתגבר על בעיה זו ניתן לארגן את אינסוף החלקים יחד באמצעות התאמה חד-חד ערכית עם אינסוף חלקים אחרים מבלי ליצור הכללה במובן הרגיל¹⁹⁴. התוצאה, כפי שהיא באה לידי ביטוי בתורת הקבוצות של גיאורג קנטור, היא הכללה אלטרנטיבית, יחסית ולא מוחלטת, המאפשרת להתייחס לכמות אינסופית כאל קבוצה. כמו כן, מספרים אינסופיים אינם נחשבים 'מספרים' במובן המקובל של המילה אלא נחשבים מספרי-על (transfinite) המייצגים 'עוצמה' של סדרות אינסופיות. אולם, כפי שתפיסה קטגורמטית מכירה במספרים אינסופיים היא גם מכירה בקיומו של חלק אינפיניטיסימאלי בסדרה אינסופית מתכנסת. למרות שסדרה אינסופית אינה באמת מסתיימת ולכן גם חסרה חלק אינפיניטיסימאלי אחרון, ניתן בכל זאת לאפיין את הגעת הסדרה

¹⁹³ אינני נכנס כאן להקשר ההיסטורי של ההבחנה בין המונחים קטגורמטי/סינקטגורמטי מכיוון שתכלית פרק זה היא פילוסופית-מושגית. הרחבה בעניין זה ניתן למצוא בפרק על תפיסת האינסוף של ויליאם מאוקהם שבחלק אי של המחקר.

¹⁹⁴ הצעה זו עומדת בבסיס תורת הקבוצות של גאורג קנטור ב-1883, אך הופיעה כבר בעבר, למשל במאה ה-14 אצל ויליאם מאוקהם וגרגורי מרמיני.

לגבול באמצעות איבר הנובע מהגדרת הסדרה כולה כמכלול, כבעלת עוצמה מסוימת או רמת ארגון אינסופית מוגדרת. אם יש אינסוף קטגורמטי של איברים שניתן לראותם כמכלול באמצעות מספר-על, החלק האינפיניטסימאלי יחשב גם הוא באופן קטגורמטי כ'איבר טרנספיניטי'¹⁹⁵.

לעומת זאת, תפיסה סינקטגורמטית של האינסוף מסרבת לראות באינסוף מהות שלמה. זהו אינסוף שניתן תמיד להגדילו או להקטינו ללא גבול וללא חלק אחרון. מנקודת מבט סינקטגורמטית בסדרה אינסופית לעולם אין איבר אינסופי, גם אם הסדרה מתכנסת. לייבניץ ער לאפשרויות הללו בתפיסת האינסוף ומתייחס אליהן כמפתח להבנת עמדתו:

אמת היא שיש אינסוף של דברים, כלומר יש תמיד יותר מכפי שאפשר לנקוב. אולם אין מספר או קו אינסופי, ולא כמות אינסופית אחרת, אם חושבים אותם לפוליות אמיתיות, כמו שיקל להוכיח. לכך התכוונו חכמי האסכולה (או זו צריכה היתה להיות כוונתם), כאשר הניחו אינסוף 'סינקטגורמטי' כלשונם, ולא אינסוף 'קטגורמטי'.¹⁹⁶

ארתור היטיב לנסח את ההבדל שבין שתי העמדות: תפיסת סינקטגורמטית של האינסוף טוענת שעבור כל איבר x בסדרה אינסופית יש y גדול ממנו. לעומת זאת, תפיסה קטגורמטית של האינסוף טוענת שיש y הגדול מכל איבר x בסדרה אינסופית.¹⁹⁷ תפיסה סינקטגורמטית מתמקדת בעובדה שתמיד ניתן למצוא איבר נוסף כך שלעולם אין איבר אחרון או איבר 'גדול ביותר'. מנגד תפיסה קטגורמטית מתמקדת בקיומו של גודל שכל אינסוף האיברים קטנים ממנו.¹⁹⁸ לפיכך לטענת לייבניץ, ניתן להתייחס לכל האיברים מבלי להתחייב על ידי כך לקיומו של גודל טוטאלי המארגן אותם יחד, דהיינו שיש לתפוס את האינסוף כריבוי שאינו ניתן לארגון קולקטיבי:

There is also an actual infinite in the sense of a distributive whole but not a collective one. Thus, something can be stated about all numbers, though not collectively. in this way it can be said that for every even number there is a corresponding odd number, and vice versa; but it is not therefore accurately said there is an equal multitude of even and odd numbers.¹⁹⁹

כפי שניתן לראות, לייבניץ מוכן לקבל שקיימת התאמה בין איברי סדרת המספרים הזוגיים ולבין איברי סדרת המספרים האי-זוגיים. אך בכדי לטעון שכמות האיברים בשני המקרים שווה יש לטעון שבשני המקרים יש מספר אינסופי. זאת לייבניץ אינו מוכן לטעון ולפיכך אין הוא מוכן לקבוע שכמות האיברים זהה למרות קיומה של התאמה בין כל האיברים.

כבר בסוף 1672 לייבניץ טען שכמות אינסופית איננה שלמה ורק משום כך לא ניתן להעריך את גודלה בהשוואה עם כמויות אינסופיות אחרות. לכאורה, העובדה שניתן לערוך התאמה בין איברי סדרת המספרים הטבעיים לבין איברי סדרת המספרים הריבועיים יוצרת פרדוקס משום שהיא מראה שלמרות שישנם יותר מספרים טבעיים ממספרים ריבועיים, הכמות האינסופית של שתי הסדרות בכל

¹⁹⁵ Levey 1999a, 150-151. זאת על אף שקנטור בעצמו התנגד לקיומם של אינפיניטסימאליים.

¹⁹⁶ 1709, 'מסות חדשות', ספר שני, פרק יז [על האינסוף], עמ' 138. כמו כן: 2 Feb. 1702, *Leibniz to Varignon*; GM IV

93, L 543, 1 Sep. 1706, *Leibniz to Des Bosses*; G II 314, LR 53

Arthur 2001b, 107¹⁹⁷

Levey 2008, 109¹⁹⁸

1 Sep. 1706, *Leibniz to Des Bosses*; G II 314-315, LR 53, R 244¹⁹⁹

זאת שווה. תגובתו של גלילאו ושל גיאומטריקונים אחרים כדוגמת קוולירי וגרגור סנט וינסנט שאחזו בתפיסה קטגורמטית של האינסוף, היתה שהאקסיומה האוקלידית בנוגע לשלם הגדול מחלקו אינה תקפה ביחס לגדלים אינסופיים. פירוש הדבר שהאופרטורים "גדול מ" או "שווה ל" אינם רלוונטיים בהשוואת סדרות אינסופיות ולכן הפרדוקס אינו מתעורר²⁰⁰. לייבניץ לעומת כבר הוכיח זמן לא רב קודם לכן את האקסיומה האוקלידית באמצעות עקרון הסתירה אותו תפס כנצחי ולכן טען שהשלם תמיד גדול מחלקו, גם כאשר מדובר בגדלים אינסופיים²⁰¹. המוצא שנותן ללייבניץ הוא לשלול את האפשרות שגדלים אינסופיים הינם שלמים, למרות ההכרה בקיומה של התאמה אינסופית עבור כל האיברים בשתי הסדרות, וכך להימנע מהפרדוקס²⁰².

באפריל 1676 לייבניץ מדגיש שוב שאינסוף חלקים אינם יכולים להניב שלם. כאשר הוא מציג את שתי החלופות הוא מעדיף לתמוך בריבוי אינסופי שאיננו שלם קולקטיבי מאשר לשלול באופן גורף את הכמות האינסופית עצמה ולהכיר בכמויות סופיות בלבד²⁰³. מעצם העמדת שתי החלופות הללו ניתן להבין שלייבניץ מאמין כי ניתן להתייחס לאינסוף בתורת ריבוי בלבד²⁰⁴. בחיבור אחר מתחילת 1676 בו הוא מצהיר על התחשיב האינפיניטיסימאלי שפותח על ידו, שוב מדגיש לייבניץ את המובן הסינקטגורמטי של האינסוף:

²⁰⁰ עמדתו של קנטור מורכבת יותר, משום שהוא אכן שולל את הרלוונטיות של האקסיומה האוקלידית בדבר השלם הגדול מחלקו אך בכל זאת מעוניין לשמר את הרלוונטיות של האופרטורים המאפשרים הערכה של גודל. אצל קנטור, סדרה אינסופית נחשבת כשווה לתת-סדרה שלה (כמו למשל בדוגמה של סדרת המספרים הטבעיים והריבועיים), ולכן בגדלים אינסופיים השלם יכול להיות שווה לחלקו. מצד שני, קנטור בכל זאת מדבר על מספרים קרדינאליים שונים הנובעים מכך שעוצמת סדרה אינסופית אחת יכולה להיות גדולה מעוצמה של סדרה אחרת (כמו למשל בפער שבין קבוצת המספרים הממשיים שאינה בת מנייה לבין קבוצת המספרים הטבעיים שהיא בת מנייה). במקרה כזה, סדרה אינסופית אחת אכן קטנה מסדרה אינסופית שנייה, מאחר ולא ניתן להתאים בין איבריהן. כלל לא ברור אם עמדה מורכבת כזו כשל קנטור היא אכן קונסיסטנטית. עניין זה יורחב בסעיף ה' להלן, בהתייחס לביקורת הפרשנית על עמדת לייבניץ.

²⁰¹ "I believe it to be no less true in the infinite than in the finite that the part is less than the whole" (29 Oct. – 10 Nov. 1676, *Pacidius to philalethes*; A 6.3 551, CCL 179); "The rules of the finite are found to succeed in the infinite." (2 Feb. 1702, *Leibniz to Varignon*; GM IV 94, L 544)

²⁰² "Among numbers there are infinite roots, infinite squares, infinite cubes. Moreover, there are as many square numbers as there are numbers in the universe. Which is impossible. Hence it follows either that in the infinite the whole is not greater than the part, which is the opinion of Galileo and Gregory of St. Vincent, and which I cannot accept; or that infinity itself is nothing, i.e. that it is not one and not a whole." (Fall 1672, *Notes on Galileo's Two New Sciences*; A 6.3.168, LLC 9)

²⁰³ "[...] Aristotle would have been vindicated [if] there would be a finite number of corporeal creatures [...]. One response will still remain: this is that this kind of translation, oblique and also one at a time, is impossible, and not perfectly understood by us, because possibles cannot be understood one at a time without understanding the order of the universe. Again this can be made clear by a very splendid example. For otherwise, to prove that the number of created things can be infinite, I imagine similarly that at each hour from eternity onwards a new body be supposed to have come into existence, always in the same straight line; it is evident that, since it is possible to suppose them one at a time, there will then be an infinity of bodies of this kind. And so no one will be able to reply in any other way than by denying it possible to suppose them one at a time. And if it seems imaginable in this way, why then should I not make the same reply at once from the start?" (10 April 1676, *Infinite Numbers*; A 6.3 501, LLC 95-97)

²⁰⁴ "Therefore we conclude finally that there is no infinite multiplicity, from which it will follow that there is not an infinity of things either. Or it must be said that an infinity of things is not one whole, i.e. that there is no aggregate of them." (10 April 1676, *Infinite Numbers*; A 6.3 503, LLC 101)

But by 'infinite' I understand a quantity, either bounded or unbounded, greater than any that can be assigned by us or that can be designated by numbers.²⁰⁵

ניתן לומר שלייבניץ מגבש עמדה סינקטגורמטית בנוגע לאינסוף בשלב מוקדם של הקריירה והוא אוהז בה בעקביות עד סופה.

ב. אינסוף אקטואלי – אינסוף פוטנציאלי

ההבחנה בין אינסוף סינקטגורמטי לאינסוף קטגורמטי אינה זהה להבחנה בין אינסוף אקטואלי לאינסוף פוטנציאלי. ההבחנה בין אינסוף אקטואלי ופוטנציאלי נוסחה לראשונה על ידי אריסטו במטרה לפתור את הפרדוקסים של זנון. לדעת אריסטו לא ניתן לצדד באינסוף אקטואלי משום שאם כל אינסוף החלקים כבר קיימים לא ניתן להוסיף חלקים, בניגוד למובן של האינסוף כבלתי מוגבל. אריסטו מזהה בין אינסוף אקטואלי לבין אינסוף שלם (או מספר אינסופי), ולכן שולל את האינסוף האקטואלי משיקולים של סתירה פנימית. עם זאת, אריסטו היה מעוניין להכניס את האינסוף בתפיסת הזמן שלו, באפשרות חלוקה של חומר ובטיבה של מנייה אריתמטית ולכן הגדיר את האינסוף הלגיטימי כפוטנציאלי. ההגות הפילוסופית בימי הביניים שעשתה מאמץ לתת פשר פילוסופי לאינסוף אקטואלי, קיבלה בתחילת הדרך את נקודת המוצא הפילוסופית של אריסטו שאינסוף אקטואלי זהה עם מספר אינסופי. במילים אחרות, שאינסוף אקטואלי הינו אינסוף קטגורמטי, ולכן בלתי אפשרי. כאשר באים תיאורטיקנים להסביר את תפיסת האינסוף של קנטור, שהינה קטגורמטית בבסיסה, הם עושים זאת על פי רוב מבלי לערער על הקשר שבין אינסוף אקטואלי ואינסוף קטגורמטי. במאמרו על האינסוף, מציג דיוויד הילברט באופן תמציתי את גישת קנטור באמצעות ההבדל שבין אינסוף אקטואלי ואינסוף פוטנציאלי:

Someone who wishes to characterize briefly the new conception of the infinite which Cantor introduced might say that in analysis we deal with the infinitely large and the infinitely small only as limiting concepts, as something becoming, i.e., with the *potential infinite*. But this is not the true infinite. We meet the true infinite when we regard the totality of numbers 1, 2, 3, 4... itself as a completely unity, or when we regard the points of an interval as a totality of things which exists all at once. This kind of infinity is known as *actual infinity*.²⁰⁶

עם זאת, ההנחה הכורכת יחד את אינסוף אקטואלי ואינסוף קטגורמטי אינה מדויקת. לייבניץ, בהמשך לעמדתו של ויליאם מאוקהם, תפס את האינסוף האקטואלי באופן סינקטגורמטי. בהמשך, בסעיף האחרון, אתייחס להבחנה שבין אינסוף קטגורמטי לבין אינסוף אקטואלי בכדי להסביר את עמדתו. אולם יש לעשות הבחנה גם בין תפיסה סינקטגורמטית של האינסוף לבין אינסוף פוטנציאלי.

Fall 1675 – Summer 1676, *De Quadratura Arithmetica*, 133; trans. by Levey 1998, 73; Knobloch 1999, 97²⁰⁵
Hilbert 1983, 188²⁰⁶

בדומה לאינסוף סינקטגורמטי גם אינסוף פוטנציאלי מבוסס על הסתירה שבין השלם לבין האינסוף, אך אצל הראשון הנתון הוא אינסוף החלקים ואילו אצל האחרון הנתון הוא השלם הבלתי מחולק. שלם ניתן לחלוקה אינסופית, אך בשל העובדה שהוא שלם חלוקה כזו היא פוטנציאלית בלבד. לעומת זאת, אינסוף חלקים אינם יכולים לעולם להניב שלם, ובשל כך יש לתפוס אותם באופן סינקטגורמטי, דהיינו ככמות חסרת גבול שאינה מניבה אוסף שלם. מכאן, שתפיסה סינקטגורמטית של האינסוף יכולה להתיישב עם אינסוף אקטואלי ואינה קשורה דווקא באינסוף פוטנציאלי.²⁰⁷

ג. אינסוף סינקטגורמטי – אינסוף בלתי מוגדר (indefinite)

הטענה של לייבניץ תופס את האינסוף באופן סינקטגורמטי מופיעה במחקריהם של הידה אישיגורו, סמואל לוי וריצ'ארד ארתור²⁰⁸. ברדלי בסלר טוען לעומת זאת שאת תפיסת האינסוף של לייבניץ יש להבין כדומה לזו של דקארט, דהיינו האינסוף נחשב כבלתי מוגדר (indefinite). בסלר מקפיד להדגיש כי תפיסה סינקטגורמטית של האינסוף זהה לתפיסה של האינסוף כבלתי מוגדר – בשתייהן האינסוף נחשב כגודל שניתן להגדילו או להקטינו ככל שנרצה ללא גבול²⁰⁹. לדעת בסלר בין גודל סופי לגודל אינסופי (קטגורמטי) יכול להתקיים רק גודל 'בלתי מוגדר', כלומר גודל שאינו מוגבל וסופי מצד אחד אך גם אינו אינסופי ושלם מצד שני. הגודל ה'בלתי מוגדר' הוא גודל דינמי המאופיין בגדילה או בצמצום תמידיים מבלי שניתן ליצור ממנו קולקציה קבועה ומוגדרת. מכיוון שזוהי גם ההגדרה של האינסוף הסינקטגורמטי, בסלר מזהה בינה לבין ה'בלתי מוגדר'. אולם הסיבה שבגינה בסלר בכל זאת מתעקש לאפיין את תפיסת האינסוף של לייבניץ כזוהי לזו של דקארט (שביקש להימנע מלדון באינסוף) במקום לקטלג אותה כסינקטגורמטית היא שבסלר מוצא בתפיסת האינסוף של לייבניץ טעם לפגם. בעוד וסינקטגורמטיות של האינסוף יכולה להיחשב קטגוריה פילוסופית, 'בלתי מוגדר' אינו כזה. דקארט, שתפס את האינסוף כ'בלתי מוגדר', תלה את חוסר היכולת להבין את האינסוף במגבלות התבונה האנושית, ולכן לא ראה בעיה בכך שטיעונו הפילוסופיים בנוגע לתנועה מבוססים על מספר אינסופי שאת קיומו אין הוא מסוגל להבין. לטענת בסלר תפיסת האינסוף כ'בלתי מוגדר' נותרה נגיטיבית ובלתי מוצדקת גם אצל לייבניץ, והיה על לייבניץ להכיר בתפיסה קטגורמטית של האינסוף כלומר באפשרות קיומו של מספר אינסופי שלם או לסגת לתפיסה פוטנציאלית של האינסוף²¹⁰. ביקורת זו של בסלר נעוצה בהנחה שיש רק שתי אלטרנטיבות לתפיסת האינסוף, ולייבניץ

²⁰⁷ בדומה להילברט, מספר תיאורטיקנים ופרשנים נטו שלא להבחין בין תפיסה פוטנציאלית של האינסוף לבין תפיסה סינקטגורמטית של האינסוף. למשל: Benardete 1964, 55; Loemker 1969, 546 n3; Brouwer 1983, 82-86; Dummett 1983, 124; Dummett 1993, 429-445; Lavine 1994, 55-56; Mancosu 1996, 144-145; Levey 1999a, 153. התייחסות מפורטת לעניין זה ראו בדיון על האינסוף האקטואלי אצל לייבניץ בהמשך הפרק.

²⁰⁸ Ishiguro 1990, 80ff; Levey 1998; Arthur 2001a, Ixii-Ixiii; Arthur 2001b, 111. ההבדל ביניהם הוא שאישיגורו מייחסת ללייבניץ עמדה כזו בעקבות התבטאויותיו המאוחרות משלהי שנות התשעים ואילו לוי ורתור טוענים שלייבניץ גיבש עמדה סינקטגורמטית ביחס לאינסוף כבר בשנת 1676.

²⁰⁹ Bassler 1998b, 854-856

²¹⁰ Ibid, 873 n70

אינו מתאים לאף אחת מהן²¹¹. בכך מצטרף בסלר לפרשנים נוספים ובראשם ברטרנד ראסל, הטוענים בהשראת עמדות מתמטיות מודרניות שתפיסת האינסוף של לייבניץ אינה מוצדקת פילוסופית²¹². לדעתי בסלר טועה בזהות שהוא יוצר בין תפיסת האינסוף כ'בלתי מוגדר' לבין תפיסה סינקטגורמטית של האינסוף. תפיסת סינקטגורמטית של האינסוף אינה מניחה מגבלה ביכולת התבונה לתפוס את האינסוף; היא מבוססת על כך שאין שום מובן אחר לכמות אינסופית של חלקים. זאת אפשר לראות היטב במכתב ששלח ללייבניץ למלברנש בסוף שנות השבעים:

The number of all numbers implies a contradiction, which I show thus: to any number there is a corresponding number equal to its double. Therefore the number of all numbers is not greater than the number of even numbers, i.e. the whole is not greater than its part. It is no use responding that our finite mind cannot comprehend the infinite, for we can demonstrate something about what we do not comprehend. And here we comprehend at least the impossibility, if this only means that there is a certain whole which is not greater than its part.²¹³

את תפיסת האינסוף של לייבניץ אין לראות כאופציה חסרת הגדרה הנובעת מחוסר יכולת להבין את האינסוף (והמצויה בתוך בין הסופי והאינסופי המוגדרים היטב). תפיסה סינקטגורמטית של האינסוף דווקא מכירה בקיומה של כמות אינסופית של חלקים, אך מכחישה ששלם יכולה להיווצר ממנה. לייבניץ מדגיש זאת שוב מאוחר יותר בתגובתו לטיעונו של לוק על האינסוף:

פילאלתס: אין לנו מושג של חלל אינסופי; וברי וגלוי, אך רעיון-הבל הוא שיש לנו בפועל מושג של מספר אינסופי.
תיאופילוס: דעתי כדעתך. אולם אין זה מפני שלא יוכל להיות לנו מושג של האינסופי, אלא מפני שהאינסופי לא יוכל להיות בגדר כוליות אמיתית.²¹⁴

בסלר מנסה להראות שלייבניץ תופס את האינסוף כבלתי מוגדר, באמצעות הפניות להתבטאויות של לייבניץ בהן האינסוף והאינפיניטסימאל נחשבים כבלתי מובחנים. כך למשל ההתבטאות הבאה:

[T]he infinite, taken in a rigorous sense, must have its source in the undetermined; otherwise I see no way of finding an adequate ground for distinguishing it from the finite.²¹⁵

אולם ישנו הבדל גדול בין גודל 'בלתי מוגדר' המופיע בפילוסופיה של דקארט לבין גודל 'בלתי מובחן'. הגדול לאינסוף והקטן לאינסוף בתחשיב האינפיניטסימאלי מאופיינים על ידי לייבניץ כבלתי מובחנים משום שגדלים אלו פיקטיביים ואינם יכולים להתממש כגדלים אקטואליים. אי אפשרות זו אינה פועל יוצא של מגבלות התבונה האנושית אלא תכונה אימננטית של הישים המתמטיים הללו,

²¹¹ בדיון על האינסוף האקטואלי אצל לייבניץ לקראת סוף הפרק אתייחס לביקורתו של לוי הטוען שלייבניץ ניסה לשלב בין שתי האלטרנטיבות גם יחד ובשל כך ניקלע לסתירה פנימית המערערת על הקוהרנטיות הפנימית של הפילוסופיה שלו.

²¹² הרחבה בעניין זה ראו בהמשך הפרק.

²¹³ 22 June 1679, *Leibniz to Malebranche*; G I 338, trans. by Brown 2005, 479

²¹⁴ 1704, 'מסות חדשות', ספר שני, פרק יז [על האינסוף], עמ' 141.

²¹⁵ 2 Feb. 1702, *Leibniz to Varignon*; GM IV 91, L 543

והיא זו המבחינה בינם לבין גדלים סופיים מובחנים²¹⁶, כפי שנראה מייד בדיון על טיבו הפיקטיבי של האינפיניטיסימאל.

ד. אינסוף ואינפיניטיסימאל

באפריל 1676 לייבניץ מגיע למסקנה שטור השברים האינסופי המתכנס לשטח העיגול, הידוע כטור לייבניץ, אינו באמת שווה לו. רמת הדיוק של אינסוף שברים רציונאליים לעולם אינה יכולה להשתוות לערכו המדויק של π , שהינו מספר אי-רציונאלי:

We must still investigate whether and to what extent the following is true, namely that the square is to the $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \dots$ circle as 1 to etc. For when we say 'etc.' or 'to infinity', the last number is not really understood to be the greatest number, for there isn't one, but it is still understood to be infinite. But seeing as the series is not bounded, how can this be the case? For something must be added, even if it is assumed to be an infinite number, so that it must be said this [equation] is not rigorously true. And seeing as the circle is nothing, this series will of course also be nothing.²¹⁷

הפער בין טור אינסופי מתכנס של איברים לבין סכומו הוא פער הקשור במעמדו של האינפיניטיסימאל. תפיסה סינקטגורמטית של האינסוף שוללת אפשרות של איבר אחרון בסדרה. באותו אופן שלא ייתכן מספר אינסופי, לא ייתכן איבר אינסופי אחרון. אם האינפיניטיסימאל הינו האיבר האחרון באמצעותו ניתן לסכום טור אינסופי, הרי שהוא אינו אפשרי:

²¹⁶ אבחנה זו נכונה גם ביחס להתבטאויות קשות יותר לפירוש שבהן לייבניץ מדגיש את הכשל האפיסטמולוגי של תפיסת האינסוף, כדוגמת ההקדמה לימסות חדשות' מ-1704: "אבל רק השכל העליון, שאין דבר נעלם ממנו, רק לו היכולת להשיג השגה מובחנת את האינסוף כולו, את כל הטעמים ואת כל המתחייב מהם. כל מה שנוכל להשיג לגבי האינסופיות, הרי זה להכירן במטושטש, ולמצער לדעת במובחן שהן קיימות" (עמ' 13). תפיסה סינקטגורמטית של אינסוף מבוססת על כך שאי-מובחנות היא אימנטית בהגדרתם של גדלים אינסופיים (ואינפיניטיסימאליים). הנקודה הבעייתית בקטע זה היא הטענה שא-לוהים מסוגל בכל זאת לתפוס את האינסוף באופן מובחן, ועל ידי כך להצליח להשיג אותו באופן הסותר את הגדרתו. המוצא מהקושי נעוץ בהקשר של הקטע. בהקדמה לימסות חדשות' לייבניץ אינו עוסק במתמטיקה אלא ביישום האקטואלי שלה. בניגוד לנטייה הנפשית לתפוס את המציאות באמצעות הפשטות מושלמות, "טבע הדברים אינו מניח מקום למושגים כאלה, ורק חוסר הידיעה שלנו ומיעוט תשומת הלב מצידנו אל הבלתי מורגש נותנים להם רשות כניסה... כך נעזרים המתמטיקאנים בהפשטה כשהם מדברים על קווים משוכללים, על תנועות קצובות ועל תולדות סדורות אחרות, אף על פי שהחומר (כלומר עירוב תולדותיו של האינסוף הסובב אותנו) מראה תמיד איזו סטייה" (שם). מייד לאחר מכן לייבניץ מתייחס ליכולתו של א-לוהים להשיג את האינסוף באופן מובחן. לפיכך את היכולת הא-לוהית אין לראות ביחס לגדלים המתמטיים עצמם אלא ביחס להתבטאות הפיסיקאלית שלהם: כפי שיוסבר בדיון על האינסוף האקטואלי להלן וביתר פירוט בפרק 5 של החלק הבא, בטבע אין צורות מושלמות אלא שינויים רגועים לאינסוף. יכולת התפיסה המוגבלת שלנו אינה עומדת בקצב השינויים ונוטה להכללה ולהפשטה מוטעות ובשל כך מדבר לייבניץ על הצורך להכיר בקיומם של "הבדלים בלתי מורגשים". למרות המודעות שמפגין לייבניץ, רק א-לוהים יכול לתפוס את מכלול אינסוף השינויים הרגועים באופן מדויק. אך מכך שא-לוהים מסוגל לתפוס את כל השינויים במובחן ולא במעומעם אין בכדי להצביע על יכולתו של א-לוהים לתפוס גודל אינסופי או אינפיניטיסימאלי באופן מובחן. למעשה, גם א-לוהים אינו יכול לעשות זאת בשל טבעו הסינקטגורמטי של האינסוף ובעיקר בשל טבעו הפיקטיבי של האינפיניטיסימאל, כפי שאראה להלן בדיון על ניתוחן לאינסוף של אמיתות קונטינגנטיות, בחטיבה השלישית של חלק ד'.

²¹⁷ 10 April 1676, *Infinite Numbers*; A 6.3 502, LLC 97

If there are ten terms, then there is a tenth; but it is debatable whether it follows from this that, if there are infinitely many terms, then there is an infinitieth one... It could be equally argued that, since among any ten terms there is a last number, which is also the greatest of those numbers, it follows that among all numbers there is a last number, which is also the greatest of all numbers. But I think that such number implies a contradiction.²¹⁸

בציטוט ניתן לראות היטב שקיימת סימטריה בין מספר אינסופי ומספר אינפיניטיסימאלי. לייבניץ יוצר אנלוגיה ברורה ביניהם באמצעות דיון ב'מספר האחרון': בסדרה אינסופית המספר האחרון יושב במקום האינסופי. אם מספר אינסופי הוא חסר מובן גם האיבר האינסופי בסדרה אינו אפשרי.²¹⁹ עם זאת שתירה פנימית קיימת רק בהגדרת מספר אינסופי השווה למספר כל המספרים, משום שמספר כזה מהווה חלק מעצמו (הוא כלול, עם כל שאר המספרים בתוך מספר כל המספרים, הזהה לו). שתירה כזו אינה קיימת בהגדרת מספר אינפיניטיסימאלי, וזו אולי הסיבה לכך שלייבניץ אינו מוכיח שאינפיניטיסימאל אינו אפשרי.²²⁰

כך או כך, הקשר בין מספר אינסופי למספר אינפיניטיסימאלי מפורש מאד. גם אם אין סימטריה מלאה בין האינסוף לאינפיניטיסימאל ברור למדי שלייבניץ תופס את שניהם באופן סינקטגורמטי.²²¹

Given infinitely many terms, it does not follow that there must be an infinitesimal term [...] I concede the infinite multiplicity of terms, but this multiplicity does not constitute a number or a single whole. It signifies nothing but that there are more terms than can be designated by a number. Just so,

²¹⁸ 1699, *Leibniz to Bernoulli*; GM III 566, trans. by Levey 1998, 76-77

²¹⁹ בדרך כלל לייבניץ מתייחס לאינפיניטיסימאל כאל גודל סופי קטן ככל שרצה. אולם כאשר הוא מדגיש במכתב לורגיון שבתפיסה סינקטגורמטית של אינסוף מופיעים רק גדלים סופיים רגילים, הוא מנסח את האינפיניטיסימאל כגודל ההופכי של האינסוף, דהיינו $1/\infty$. ניסוח כזה של האינפיניטיסימאל פירושו שהוא אינו אפשרי בדומה למספר אינסופי עצמו: "Yet we must not imagine that this explanation [about infinitesimal as imaginary numbers] debased the science of the infinite and reduces it to fictions, for there always remain a 'syncategorematic' infinite, as the scholastic says/ and it remains true, for example, that $2 = 1/1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 + \dots$, which is an infinite series containing all the fraction whose numerators are 1 and whose denominators are a geometric progression of power 2, although only ordinary numbers are used, and no infinitely small fraction or one whose denominator is an infinite number, even occurs in it." (2 Feb. 1702, *Leibniz to Varignon*; GM IV 93, L 543-544) בחלק הבא, בסקירת התפתחות מושג האינפיניטיסימאל בפיסיקה של לייבניץ, ניתן יהיה לראות שלייבניץ אכן תפס בשלב מסויים (1670) את האינפיניטיסימאל כ- $1/\infty$.

²²⁰ כפי שמראה בסלר, לייבניץ אמנם מספק הוכחה אחת לכך שהאינפיניטיסימאל אינו אפשרי, אך הוא אינו חוזר עליה שוב. הוכחה זו מבוססת על כך שגודל אינסופי אינו יכול להיות מוגבל (Bassler 2008). אי לכך, גם בהוכחה זו אין התייחסות ישירה לאינפיניטיסימאל כגודל בלתי אפשרי. לטענת לוי, לייבניץ מעולם לא הוכיח שהאינפיניטיסימאל אינו אפשרי על אף שהצהיר על קיומה של הוכחה כזו בהתכתבות עם יוהן ברנולי () "As concern infinitesimal terms, it seems to me not only that we cannot penetrate to them but that there are none in nature, that is, that they are not possible. Otherwise, as I have already said, I admit that if I could concede their possibility, I should concede their being." 18 Nov. 1698, *Leibniz to Bernoulli*; GM III 551, L 511 שגודל מיינמאלי אינו אפשרי, אך באותה התכתבות עם ברנולי לייבניץ גם מדגיש ששלילת מיינמום אינה דומה לשלילת אינפיניטיסימאל: "I admit that the impossibility of our infinitesimals does not follow directly from this [...]" (1699, *Leibniz to Bernoulli*; GM III 535-536, Levey 1998, 56 n7)

²²¹ Levey 2008, 108-112

there is a multiplicity or complex of numbers, but this multiplicity is not a number or a single whole.²²²

מכיוון שחלק אחרון תמיד חסר, המרחק בין הסדרה לבין גבולה לעולם אינו יכול להתאפס, ועל אף שהאינפיניטיסימאל המייצג את המרחק הזה יכול תמיד להיות קטן יותר, הוא לעולם אינו יכול להיעלם לחלוטין. במילים אחרות, כפי שאין גודל אינסופי שלם (שלא ניתן להגדילו) אין גם גודל אינפיניטיסימאלי שלם, בלתי מתחלק (שלא ניתן להקטינו). לפיכך ההצדקה לאמינות טור לייבניץ נעוצה באפשרות להזניח את האינפיניטיסימאל. הזנחה כזו יכולה להיות מוצדקת רק אם האינפיניטיסימאל אינו גודל ממשי אלא פיקטיבי בלבד²²³:

For my part I confess that there is no way that I know up till now by which even a single quadrature can be perfectly demonstrated without an inference ad absurdum. Indeed I have reasons for doubting that this would be possible through natural means without assuming fictitious quantities, namely infinite and infinitely small ones.²²⁴

משמעות הקביעות הללו היא שבסיכומו של דבר לייבניץ מתייחס לסדרות או לכמויות אינסופיות מנקודת מבט פרופורציונאלית. המונח 'אינסוף' אינו יכול להתייחס לגודל אינסופי נתון אלא לכל היותר לגודל סופי שניתן להמשיך ולהגדיל אותו. עם זאת, ההצדקה לשימוש שעושה לייבניץ במונח אינסוף ביחס לגודל סופי כזה נעוצה בפער הבלתי נתפס מבחינה פרופורציונאלית בין הגודל הסופי הניתן אמנם להגדלה נוספת לבין גודל אחר. באותו אופן, ניתן לכנות גודל סופי מזערי שניתן אמנם להמשיך ולהקטינו בשם 'אינפיניטיסימאל' משום שיחסי הגודל בינו לבין גודל סופי אחר הם בלתי נתפסים וחסרי אמת מידה להשוואה²²⁵. זוהי הדיוק הנקודה שבה לייבניץ מתעקש על סימטריה בין אינסוף לאינפיניטיסימאל: שניהם אינם גדלים שלמים אלא רק גדלים סופיים שהפרופורציה ביניהם "בלתי ניתנת להשוואה":

Just as I have denied the reality of a ratio, one of whose terms is less than zero, I equally deny that there is properly speaking an infinite number, or an infinitely small number, or any infinite line, or a line infinitely small [...]. The infinite, whether continuous or discrete, is not properly a unity, nor a whole, nor a quantity, and when by analogy we use it in this sense it is a certain *façon*

²²² 21 Feb. 1699, *Leibniz to Bernoulli*; GM III 575, L 514, trans. by Levey 1999a, 139

²²³ Ishiguro 1990, 84-85; Jessephe, 1998, 28-30

²²⁴ Fall 1675-Summer 1676, *De Quadratura Arithmetica*, 35; trans. by Arthur 2008, 25 n16. Also: "Moreover,

if indeed it is possible to produce direct demonstrations of these things, I do not hesitate to assert that they cannot be given except by admitting these fictitious quantities, infinitely small or infinitely large" (*Ibid*, 69; trans. by Arthur 2008, 27 n24). להלן בחלק ד' (חטיבה שלישית, פרק 2) יופיע הסבר מפורט יותר בנוגע להצדקת עקרון היסוד של התחשיב האינפיניטיסימאלי של לייבניץ כביניין אב להדגמת אמיתות הכרחיות באמצעות הליך המרה.

²²⁵ הפרשנות המוצעת כאן חלוקה על זו של אירמן. לדעתו לייבניץ עושה שימוש בשני מושגים שונים של אינפיניטיסימאל: הראשון מתייחס להקטנה אינסופית והשני לגודל בלתי ניתן להשוואה. בשל כך סבור אירמן שרק האינפיניטיסימאל הראשון הינו פיקטיבי (Earman 1975, 238). מנגד, אני סבור, בהמשך לדעתם של אישיגורו וג'יספ, שהקטנה אינסופית וגודל בלתי ניתן להשוואה הינם שני היבטים של אותו מושג. זאת לאור העובדה שלייבניץ תופס גדלים קטנים לאינסוף באופן סינקטגורמטי.

de parler; I should say that when a multiplicity of objects exceeds any number, we nevertheless attribute to them by analogy a number, and we call it infinite. And thus I once established that when we call an error infinitely small, we wish only to say an error less than any given, and thus nothing in reality. and when we compare an ordinary term, an infinite term, and one infinitely infinite, it is exactly as if we to compare, in increasing order, the diameter of a grain of dust, the diameter of the earth, and that of the sphere of the fixed stars.²²⁶

אם כן, התחשיב האינפניטיסימאלי של לייבניץ מבוסס על יחס "בלתי ניתן להשוואה" שבכל זאת נשמר בין רמות שונות של דיפרנציאלים: היחס בין גודל קטן לאינסוף (dx) לבין גודל נתון (x) הוא "בלתי ניתן להשוואה", אך הוא שווה ליחס שבין הגודל הנתון (x) לבין גודל גדול לאינסוף (x), שאף הוא כאמור "בלתי ניתן להשוואה". באופן כזה לא הגודל המסוים של האינפניטיסימאל הוא שחשוב אלא היחס הקבוע שהוא שומר עם דיפרנציאלים מסדר גבוה ונמוך ממנו.

It would suffice here to explain the infinite through the incomparable, that is, to think of quantities incomparably greater or smaller than ours. This would provide as many degrees of incomparability as we may wish, since that which is incomparably much smaller has no value whatever in relation to the calculation of values which are incomparably greater than it. It is in this sense that a bit of magnetic matter which passes through glass is not comparable to a grain of sand, or this grain of sand to the terrestrial globe, or the globe to the firmament [...] But at the same time we must not consider that these incomparable magnitudes themselves are not at all fixed or determined but can be taken to be as small as we wish [...]²²⁷

כאשר לייבניץ מתייחס לאינפניטיסימאל כאל פיקציה הוא אינו קובע שהוא אינו אפשרי אלא רק שהוא אינו יכול להיות ממשי, שכן "טעות היא לדמות חלל מוחלט בחינת כוליות אינסופית מורכבת מחלקים. דבר כזה לא היה ולא נברא. זהו רעיון הכולל סתירה; ופוליות אינסופיות אלו, וכן היפוכם האינפניטיסימאליים, מקומם הנאות רק בחשבון של הגיאומטרים, ממש כמו השורשים הדמיוניים של האלגברה"²²⁸. הדוגמא הרווחת למספרים דמיוניים הם השורשים של מספרים שליליים. שורשים אלו מייצגים ביטוי שלא רק שאינו מעשי, גם אינו יכול להיות מעשי. אלו מהויות מתמטיות שניתן

²²⁶ 1712, *Acta Eruditorum*; GM V 389, trans. by Jesseph 2008, 231 n30

²²⁷ 2 Feb. 1702, *Leibniz to Varignon*; GM IV 91, L 543
 בפברואר 1676 למסקנה שאת האינפניטיסימאל יש לתפוס באופן מרחבי ולא באופן כמותי: "We must try to see if it can be demonstrated that there is something infinitely small, yet not indivisible. If such a thing exists, there follow wonderful consequences concerning the infinite: namely, if we imagine creatures of another world that is infinitely small, we will be infinite in comparison with them. Whence it is clear in turn that we could be imagined as being infinitely small in comparison with another world that is of infinite magnitude, and yet bounded." (11 Feb. 1676, *On the Secrets of the Sublime*; A 6.3 475, LLC 49; cf. Feb. 1689, *Tentamen De Motuum Coelestium Causis*: GM VI 150-151)

²²⁸ 1704, 'מסות חדשות', ספר שני, פרק יז [על האינסוף], עמ' 140.

באמצעותן לפתור בעיות מתמטיות אך הם חסרי כל קשר למציאות. באותה מידה, גם אינפיניטיסימאליים אינם יכולים להתממש לעולם. גדלים בלתי מובחנים אלו מייצגים פתרונות מתמטיים שאין לה מקבילה ממשית:

Even if someone refuses to admit infinite and infinitesimal lines in a rigorous metaphysical sense and as real things, he can still use them with confidence as ideal concepts which shorten his reasoning, similar to what we call imaginary roots in the ordinary algebra, for example, $\sqrt{-2}$. Even though these are called imaginary, they continue to be useful and even necessary in expressing real magnitudes analytically.²²⁹

הגדרת האינפיניטיסימאל באופן מרחבי באמצעות יחס "בלתי ניתן להשוואה" מצביעה על כך שזהו גודל בלתי מובחן המוגדר רק כנגזרת של השלם הקודם לו. הטענה שהשלם האידיאלי קודם לחלקים (בניגוד לקדימות של החלקים לשלם ברמה הממשית), גוררת קדימות של הסכום על פני הטור האינסופי ומאפשרת לקבוע שההפרש ביניהם אכן מתאפס. במבט ראשון, זוהי נסיגה לאינסוף פוטנציאלי, המבוסס על חלוקה אינסופית של שלם נתון באופן פוטנציאלי בלבד. החלקים הפוטנציאליים אינם מובחנים ולכן אינם יכולים להתממש – חלוקה פוטנציאלית אינה צריכה לקחת בחשבון שניתן לחלק שלם לחצי או לשליש אך לעולם לא לחצי וגם לשליש. חלקים פוטנציאליים יכולים לנבוע מכל החלוקות האפשריות משום שהם בלתי מובחנים. לעומתם חלקים אקטואליים חייבים להיות מובחנים משום שהם אלו שמכוננים יחד את השלם האקטואלי. כל זמן שלייבניץ תופס את התחשיב האינפיניטיסימאלי שלו כמתאים לתיאור הממשות, הוא מחזיק באפשרות לשלב תפיסה סינקטגורמטית של האינסוף עם אינסוף אקטואלי. אך כאשר לייבניץ עובר לראות את האינפיניטיסימאל כפיקטיבי הוא פורס את האפשרות הזו ונסוג לאינסוף פוטנציאלי בלבד²³⁰. אולם במבט שני, גישתו של לייבניץ אינה דומה לזו של אריסטו, משום שניתוק בין מתמטיקה לבין הממשות והתייחסות לאינסוף כפוטנציאלי בלבד אינם יכולים למצות את המטען העשיר של האינסוף אצל לייבניץ. על אף שהניתוק בין מתמטיקה האידיאלית לבין הממשות האקטואלית מאפשר ייחוס פיקטיביות לאינפיניטיסימאל, לייבניץ בכל זאת מקפיד להדגיש שהמציאות האקטואלית פועלת על פי הכללים הנצחיים של המתמטיקה²³¹. לפיכך עמדת לייבניץ מורכבת יותר מאשר הסגת

2 Feb. 1702, *Leibniz to Varignon*; GM IV 93, L 543; cf. 7 June 1698, *Leibniz to Bernoulli*; GM III 499, L 511²²⁹

"In the ideal or continuous the whole is prior to the parts, as the arithmetical unit is prior to the fractions that divide it, which can be assigned arbitrarily, the parts being only potential; but in real things [...] the parts are actual, are before to the whole." (1714, *Leibniz to Nicolas Remond*; G III 622, trans. by Levey 1999a, 141)²³⁰

לוי מעלה שלוש הצעות להבנת הפיקטיביות של האינפיניטיסימאל: (1) האינפיניטיסימאל הוא כינוי לשוני מוגבל החותר לאמת מתמטית אך אין לו מקבילה ממשית, משום שבממשות ישנם רק גדלים סופיים; (2) האינפיניטיסימאל הוא כינוי פרקטי שנועד לחתור לדיוק מדעי-טכני ללא שום יומרה לטעון טענות אונטולוגיות אודות האמת המתמטית; (3) אינפיניטיסימאל הוא ביטוי חסר משמעות שנועד לסמן קשר בין נתונים לתוצאות בלבד (Levey 2008, 123-124). לטענת לוי ההצעה הראשונה היא הסבירה ביותר. בכל מקרה, המשותף לכל ההצעות הוא הויתור על תיאור הממשות, גם אם השימוש באינפיניטיסימאל מאפשר גישה לאמת המתמטית הנצחית כפי שמשמע מההצעה הראשונה. אמנם הממשות

האינפיניטיסימאל למעמד של פיקציה בלתי מובחנת. בחינה מלאה של עמדתו המתמטית של לייבניץ ביחס לאינסוף תיבחן בנוגע לאינסוף האקטואלי, בהמשך. בסופו של דבר, דומה שהשימוש של לייבניץ במונחים 'אינסוף' ו-'אינפיניטיסימאל' בהקשר המתמטי מתברר כביטוי מושאל מכיוון שלמעשה ישנם אך ורק גדלים סופיים שניתן להגדילם או להקטיןם ללא גבול. לייבניץ אמנם מדבר רבות על כמות אינסופית של חלקים, אך משמעות הדבר היא שאמת המידה שלנו להערכה של כמות כזו היא תמיד, מעצם הגדרתה כאמת מידה, מוגבלת ומסוגלת למדוד כמויות סופיות בלבד. כל הפעלה של מדידה או של הערכה תהיה לפיכך בכלים סופיים ומתוך אמות מידה של גדלים וכמויות סופיות, אפילו אם ייעשה שימוש במונח אינסוף. עם זאת, המובן של האינסוף בהקשר לכמויות סופיות נועד להדגיש את אפשרות ההגדלה או ההקטנה ללא גבול של הגדלים הנדונים:

Every number is finite and assignable; every line is also finite and assignable. Infinities and infinitely small only signify magnitude which one can take as big or as small as one wishes, in order to show that the error is smaller than the one that has been assigned.²³²

ה. האם תפיסת האינסוף של לייבניץ ניתנת להצדקה?

האם ניתן להגן על עמדתו הפילוסופית של לייבניץ ביחס לאינסוף? הסיבה העיקרית לביקורת הפילוסופית כלפי תפיסת האינסוף של לייבניץ היא שעמדתו מנוגדת לגישה המתמטית המודרנית הדוגלת בתפיסה קטגורמטית של גדלים אינסופיים כקבוצות שלמות. מצד אחד, יש משהו אנאכרוניסטי בטענות הלקוחות מעולם המושגים של קנטור משלהי המאה ה-19 כאשר הן מופעלות על שיקולי הוגה במאה ה-17. מצד שני, פרשנים רבים סבורים כי כאשר מדובר בטענות מתמטיות אין משמעות להקשר ההיסטורי בו הן נאמרות. מספר פרשנים טוענים שגישת לייבניץ השוללת מספר אינסופי פשוט אינה נכונה, משום שתורת הקבוצות של קנטור אמנם אינה מוכיחה שמספרים אינסופיים אפשריים, אך היא קובעת שמספרים אלו אינם פחות אפשריים ממספרים סופיים.²³³ לטענת קנטור, אין הוכחה לכך שמספרים סופיים

פועלת על פי כללים מתמטיים, אך חלק אינפיניטיסימאלי באמצעותו ניתן להשוות בין טור אינסופי לסכומו איננו יכול להיות ממשי בכל מקרה.

1710, Theodicy §70, H 113. Also: "In spite of my *Infinitesimal Calculus*, I admit no genuine infinite number, even though I confess that the multiplicity of things surpasses every finite number, or rather every number." (1716, *Leibniz to Samuel Masson*; G VI 629, R 244)

"[Leibniz] thought that he had established that the very notion of infinite number was contradictory. But he was wrong, and Cantor and Frege were able to establish that aleph-null, for example, is no more contradictory than the number 5. So if Leibniz did reject the assumption that infinitely divided bodies are not whole because he thought that infinite number and infinite wholes are generally contradictory, he did so for a patently bad reason." (Brown 2000, 28); cf. Benardete 1964, 47-8; Rescher 1967, 111; Levey 1998, 62

אפשריים פרט למה שהוא מכנה 'האקסיומה של האריתמטיקה הסופית'. קונסיסטנטיות דומה ניתן להקנות למספרים אינסופיים באמצעות 'האקסיומה של האריתמטיקה העל-סופית המורחבת'.²³⁴ לעומתם טוען ריצ'ארד ארתור ששאלת הצדקת עמדתו הפילוסופית של לייבניץ חייבת להיות מנותקת מתפיסות מתמטיות מאוחרות יותר כדוגמת זו של קנטור. כפי שתואר בתחילת הפרק הקודם, לייבניץ שלל תפיסה קטגורמטית של האינסוף (דהיינו שכמות אינסופית מניבה שלם) מכיוון שהצליח להוכיח באמצעות עקרון הסתירה את האקסיומה האוקלידית הקובעת שהשלם גדול מחלקו. הואיל ועקרון הסתירה נחשב בעיני לייבניץ כאמת נצחית, הפכה האקסיומה האוקלידית למוכחת ולאמיתית עבור כל מערכת שהיא. מנגד, קנטור ביסס את התפיסה הקטגורמטית של האינסוף על ידי כך שערער על אמיתותה של האקסיומה האוקלידית ביחס לגדלים אינסופיים. גדלים מוגדרים כאינסופיים על פי קנטור אם הם סותרים את האקסיומה, כלומר אם קבוצה אינסופית שווה לתת-קבוצה שלה. אולם לדעת ארתור, הצלחתו הפילוסופית של קנטור אינה הופכת את הכרעתו המנוגדת של לייבניץ לחסרת עקביות כשלעצמה. למעשה, עמדתו הסינקטגורמטית של לייבניץ שקולה לוגית לעמדתו הקטגורמטית של קנטור.²³⁵

אך מהלך ההצדקה של ארתור דווקא חושף את נקודת החולשה בתפיסתו הפילוסופית של לייבניץ את האינסוף. אם תפיסה קטגורמטית ותפיסה סינקטגורמטית של האינסוף אכן שקולות, לא ניתן אמנם לשלול את עמדתו של לייבניץ אך באותה מידה גם לייבניץ אינו יכול לשלול עמדה המנוגדת לו. תפיסה סינקטגורמטית של לייבניץ את האינסוף מבוססת על כך שמספר אינסופי אינו אפשרי ובשל כך כמות אינסופית לעולם אינה שלמה. אך טענה זו מתבררת כנכונה באופן קונטינגנטי בלבד ואינה הכרחית.²³⁶ מכיוון שתפיסה קטגורמטית של האינסוף היא אפשרות קונסיסטנטית, לייבניץ טעה כשייחס לעמדה סינקטגורמטית של האינסוף מעמד של אמת הכרחית.²³⁷ במילים אחרות, ניתן להצדיק תפיסה סינקטגורמטית של האינסוף באופן פילוסופי אך לא באופן שבו נקט לייבניץ, משום שתפיסה סינקטגורמטית של אינסוף היא אפשרית בלבד ולא הכרחית. לסיכום נראה שתפיסה סינקטגורמטית של אינסוף אכן מוצדקת, אך ברמה ההיסטורית הנימוקים שסיפק לייבניץ לטובת תפיסה כזו חזקים מדי ואינם מוצדקים.

עם זאת, כדאי לשים לב שלמרות ההכרה במספרים על-סופיים המכוננים את תורת הקבוצות והמערערים את האקסיומה האוקלידית ביחס לגדלים אינסופיים, קנטור בכל זאת שולל את קיומו

²³⁴ Rucker 1983, 254

²³⁵ "Here [Leibniz] identifies two candidates for rejection: (W) that in the infinite the whole is greater than the part, and (C) that an infinite collection (such as the set of all numbers) is a whole or unity [...] Leibniz upholds W, and this leads him to reject C. Cantor upholds C, and this leads him to reject W [...] The success of Cantor's theory counts against Leibniz's choice [...] but it does nothing to show whether Leibniz's theory is inconsistent [...] $W \rightarrow \sim C$ (Leibniz) is equivalent to $C \rightarrow \sim W$ (Cantor)." (Arthur 2001b, 103-104)

²³⁶ לייבניץ טען שביכולתו להדגים (במספר סופי של צעדים) את אמיתותה של האקסיומה האוקלידית ובשל כך ייחס לה מעמד של אמת הכרחית, אך לאמיתו של דבר לא ניתן לעשות זאת במספר סופי של צעדים ומכאן שהאקסיומה האוקלידית היא קונטינגנטית בלבד. עקרון הסתירה, שבאמצעותו הוכיח לייבניץ את אמיתותה של האקסיומה האוקלידית, אינו הכרחי ולכן אינו נצחי. $A=A$ אינו בהכרח נכון, כפי שמראה הלוגיקה של מכאניקת הקוונטים במצב של סופרפוזיציה. על ניתוח אינסופי של טענות קונטינגנטיות ראו דיון בחלק ד'.

²³⁷ Brown 2005, 486. ההקשר ההיסטורי שבו הוכיח לייבניץ את נקודת המבט שלו על האינסוף מערים קשיים על הצדקתה. באופן פרדוקסאלי, טענה זו מופיע אצל פרשן כבראון שבמאמריו הקודמים התייחס לטענות מתמטיות באופן א-היסטורי ושלל את הצדקת עמדתו של לייבניץ מעצם קיומה של עמדת קנטור.

של 'מספר כל המספרים'. לייבניץ שולל גודל אינסופי שלם מכיוון שהוא תופס אותו כ'מספר הגדול ביותר' – הגדרה של לייבניץ תופס כמכילה סתירה פנימית²³⁸. לעומת זאת, קנטור מפריד בין 'מספר אינסופי' שהינו לדבריו קונסיסטנטי לבין 'מספר כל המספרים' שאינו קונסיסטנטי ובו קנטור נזהר מלהכיר. 'מספר כל המספרים' מאיים לחסל את תורת הקבוצות משום שהוא מעורר את פרדוקס ראסל בהתייחס לקבוצת כל הקבוצות: 'מספר כל המספרים' אמור להיות מספר שאינו כלול באף קבוצת מספרים ומשום כך הוא גדול מכל קבוצה כזו. אולם אם מספר כל המספרים נחשב למספר הוא חייב להכיל את עצמו; אם הוא אינו נחשב למספר אזי מספר כל המספרים אינו קיים²³⁹. פרדוקס ראסל מאיים על תורת הקבוצות של קנטור מכיוון שהוא מערער על הקוהרנטיות של מושג הקבוצה. בכדי להימנע ממנו קנטור נמנע להכיר בקיומה של 'קבוצת כל הקבוצות' או 'מספר כל המספרים' ומאפיין גודל זה כאינסוף המוחלט או כריבוי בלתי קונסיסטנטי שאותו לא ניתן להגדיר כקבוצה כמותית. גודל זה, החורג במובהק בתחומה של תורת הקבוצות נחשב אצל קנטור לזהה עם א-לוהים. אך תורת הקבוצות כשעצמה אינה מספקת נימוק לשלילת קבוצת כל הקבוצות. ניתן אולי לומר שהפרדוקס מחייב את תורת הקבוצות של קנטור לשלול את המספר האינסופי ברמה הגבוהה ביותר – הרמה שאליה בעצם התכוון לייבניץ כאשר הוא זיהה בין 'מספר אינסופי' ל'מספר על המספרים'. נחתומי אף העלה את האפשרות שראסל ניסח את הפרדוקס שלו בתחילת המאה ה-20 ושמוטט את הלוגיקה המתמטית של פרגה כתוצאה מעבודה על הפילוסופיה של לייבניץ²⁴⁰. ייתכן אם כן שהטיעון נגד מספר אינסופי שגיבש לייבניץ מצוי ביסוד תפיסת האינסוף המודרנית. דומה שקנטור בכל זאת מקבל את הטענה שטוען לייבניץ בדבר סתירה פנימית הטמונה בהגדרת גודל אינסופי, הגם שהוא שולל אותה בהתייחס למספרים על-סופיים.

אם כך הדבר, ייתכן שיש להקשות על תפיסת האינסוף של קנטור ולא על זו של לייבניץ: לייבניץ עקבי בשלילה גורפת של מספר אינסופי או אינסוף שלם בשל תפיסה סינקטגורמטית של אינסוף. הסיבה לשלילה הזו נעוצה במעמדה הנצחי של האקסיומה האוקלידית בדבר השלם הגדול מחלקו. קנטור לעומת זאת פוסח על שני הסעיפים: הוא מבקש להכיר בגדלים אינסופיים כמספרים (על-סופיים) אך לוקח בחשבון את הסתירה הפנימית שהכרה כזו בסופו של דבר מחוללת. קנטור טוען שקבוצות אינסופיות דווקא שוות לתת-קבוצות שלהן ובכך מבקש להפריך את האקסיומה האוקלידית ביחס לגדלים אינסופיים. אבל שלילת האינסוף המוחלט כקבוצה קונסיסטנטית מתבססת על האקסיומה הזו: אם אינסוף מוחלט ייחשב כקבוצה הוא יכיל את עצמו ולא יוכל להיחשב כגדול מכל קבוצה שהיא. נראה שבלעדי האקסיומה האוקלידית קנטור חסר את הכלים לדחות את הפרדוקס המאיים על תורת הקבוצות שלו. למעשה, בלעדי האקסיומה האוקלידית היה על

²³⁸ כפי שניתן לראות למשל במכתב ששולח לייבניץ למברנש בסוף שנות השבעים ושצוטט לעיל (22 June 1679, *Leibniz to Malebranche*; G I 338, trans. by Brown 2005, 479)

²³⁹ זהו פרדוקס שנוסח באופנים רבים. בולצנו ניסח את הפרדוקס בנוגע לקבוצת ההיגדים האמיתיים שהיא אינסופית ואמורה להכיל את עצמה עד אינסוף ובכך לפגוע בקיומה כקבוצה; דדקינד ניסח את הפרדוקס בנוגע לקבוצת המחשבות הרציונאליות שהיא אינסופית ואמורה להכיל את עצמה ובכך לפגוע בקיומה כקבוצה (Rucker 1983, 47-48). ראסל עצמו ניסח את הפרדוקס שוב כפרדוקס הספר: הספר בכפר מספר את כל מי שלא מספר את עצמו. מי אם כן מספר את הספר? אם הספר מספר את עצמו, הוא אינו כלול בקבוצת האנשים שאותם מספר הספר. אם הוא לא מספר את עצמו – מי מספר אותו?

²⁴⁰ Nachtomy 2007b, 211

קנטור לזהות בין כל הקבוצות האינסופיות או בין כל העוצמות. עצם האפשרות לטעון שקיימת עוצמה של קבוצה (למשל א) הגדולה מעוצמה של קבוצה אחרת (למשל א₀) נראה שמתבססת על ואריאציה כלשהי של האקסיומה האוקלידית²⁴¹.

דויד הילברט זיהה את הבעיות הפילוסופיות הקיימות בתורת הקבוצות של גיאורג קנטור, ואף על פי כן הצהיר: "איש לא יוציא אותנו מגן העדן שיצר עבורנו קנטור"²⁴². הצדקתה הפילוסופית של תורת הקבוצות מערערת את תוקפה הפילוסופי של גישת לייבניץ, מכיוון שלייבניץ ביסס את תפיסתו על אי אפשרות לוגית לקיומו של מספר אינסופי ואילו קנטור מראה שמספר אינסופי הוא לכל הפחות אפשרי. אך ייתכן שהישענות על תורת הקבוצות במטרה לערער את ההצדקה הפילוסופית של תפיסת האינסוף של לייבניץ אינה מספיקה, משום שתפיסת האינסוף של קנטור עצמה אינה חסינה כפי שניתן לחשוב.

1. סדרה אינסופית מתכנסת וגבול

כפי שהודגש בדיון על סדרות אינסופיות, לייבניץ מבחין מהר מאד בין סדרה אינסופית מתכנסת המוגדרת באמצעות גבול שאליו היא שואפת לבין סדרה אינסופית מתבדרת שאותה לייבניץ מכנה 'כלום' או אפס. בשני המקרים מתקבלת כמות אינסופית מבלי שניתן יהיה לסכום אותה. ההבדל ביניהם נעוץ בגישתו של לייבניץ לסדרות עצמן. כאשר קיים גבול לסדרה אינסופית, ניתן להגדיר אותה באמצעותו גם אם היא אינה מגיעה אליו לחלוטין. לפיכך, ניתן לסכום טור אינסופי מתכנס אך לא טור אינסופי מתבדר. לייבניץ מקפיד להדגיש שסכום טור אינסופי מתכנס אינו קולקציה של כל אינסוף האיברים אלא רק אמדן מקורב שלו באמצעות הזנחה של מרכיב הטעות האינפיניטיסימאלי:

Whenever it is said that a certain infinite series of numbers has a sum, I am of the opinion that all that is being said is that any finite series of the same rule

²⁴¹ כפילות אימנטית זו בתורת הקבוצות מסייעת להבין גם את יחסו הדואלי של ראסל לתפיסת האינסוף של לייבניץ: מוחת ראסל ביקורת על ההוכחה שמספק לייבניץ לשלילת מספר אינסופי באמצעות שימוש באקסיומה האוקלידית ("This property [that the number of natural numbers is the same as the number of even natural numbers] was used by Leibniz (and many others) as a proof that the infinite numbers are impossible; it was thought self-contradictory that „the part should be equal to the whole.. But this is one of those phrases that depend for their plausibility upon an unperceived vagueness: the word „equal. has many meaning, but if it is taken to mean what we have called „similar. [i. e., standing in one-one correspondence], there is no contradiction, מאידך ראסל (since an infinite collection can perfectly well have parts similar to itself.” (Russell 1918, 80) משבח את האסטרטגיה שנוקט לייבניץ בסירובו לתפוס אינסוף כשלם או כמספר, ומצהיר שזוהי אולי אחת האסטרטגיות הטובות להתמודד עם הסתירות שטומן בחובו האינסוף ("This principle [that infinite aggregates have no number] (is perhaps one of the best ways of escaping from the antinomy of infinite number” (Russell 1900, 117 n1) כפי שנטען למעלה, בדומה לקנטור טען גם ראסל שגדלים אינסופיים הינם אפשריים בעוצמות שונות, שקולקציה של אינסוף איברים דווקא אפשרית ולכן ששלילת המספר האינסופי של לייבניץ אינה נכונה. לעומת זאת ביחס לאינסוף המוחלט ראסל אימץ את הרעיון המושגי שעמד בבסיס שלילת המספר האינסופי אצל לייבניץ. בהמשך לקנטור, גם ראסל הכיר בכך שימספר כל המספרים' או 'עוצמת כל העוצמות' מכילים סתירה פנימית ולכן אינם אפשריים. אולם, בדומה לקנטור, גם ראסל לא התייחס לשאלת הצדקתה של כפילות זו.

²⁴² Hilbert 1983, 191

has a sum, and that the error always diminishes as the series increases, so that it becomes as small as we would like.²⁴³

בהתאם לגישתו סינקטגורמטית לאינסוף, לייבניץ מזהה שגם סדרה אינסופית מתבדרת מבוססת על כלל הפקה או אלגוריתם המניב את האיברים, ולפיכך גם היא לעולם אינה כוללת איבר אחרון.²⁴⁴ אך כלל זה אינו מספיק עבור לייבניץ בכדי למצוא בסדרה המתבדרת עניין פילוסופי. הסדרה המתכנסת לעומת זאת, לא רק מבוססת על אלגוריתם אלא גם על יחס תמידי בין האיברים לבין גבול הסדרה. כך למשל מציג לייבניץ את היחס שבין מצולע אינסופי לבין מעגל מושלם המהווה עבורו גבול:

Indeed it seems that the ratio always subsists, since it is through this ratio that two figures are similar [...] without similarity, we would not be able to understand ratio.²⁴⁵

מצד אחד המצולע האינסופי לעולם אינו יכול להפוך זהה למעגל משום שהדבר יגרום לביטולו של היחס הקבוע שבין המעגל למצולע האינסופי. מצד שני, היחס התמידי הזה הוא שמגדיר את התכנסות המצולע האינסופי אל המעגל כאילו ניתן לכלול בהתכנסות זו את המעגל עצמו. תיאור זה של היחס המכונן של הסדרה האינסופית מטרים התבטאויות מאוחרות יותר של לייבניץ בנוגע לגבול הסדרה, כך שגבול הסדרה המתכנסת הופך במהרה לבעל משמעות מיוחדת עבור לייבניץ. במהלך פיתוח התחשיב לייבניץ מדבר על צמצום מרכיב הטעות בעקבות התקרבות אינסופית לגבול הסדרה. כתוצאה מכך טענו מספר פרשנים של לייבניץ תיאר הלכה למעשה את הגדרת הגבול כמאה וחמישים שנה לפני ניסוח בפועל על ידי אוגוסטין קושי²⁴⁶.

ההתמקדות ביחס התמידי שבין איברי הסדרה לבין הגבול, מביאה את לייבניץ לתאר את התכנסות סדרה אינסופית אל גבולה כאילו הגבול מצוי בתוך הסדרה, למרות שברור שהוא מצוי מחוץ לה:

If any supposed transition, ending in any terminus, it is permissible to institute a general reasoning, in which the final terminus may also be included [...] it will be permissible to include under a general reasoning the prior cases in which A was greater than B, and also the ultimate case in which the difference vanishes and A is equal to B.²⁴⁷

הגבול מצוי מחוץ לסדרה אינסופית מתכנסת משום שהסדרה היא אינסופית ולעולם אינה כוללת את הגבול כאחד מאיבריה. עם זאת, בשל הפיקטיביות של האינפיניטימאל ניתן לראות את הגבול

²⁴³ 10 April 1676, *Infinite Numbers*; A 6.3 503, LLC 99

²⁴⁴ "Thus if you say that in an unbounded series there exists no last finite number that can be written in, although there can exist an infinite one: I reply, not even this can exist, if there is no last number. The only other thing I would consider replying to this reasoning is that the number of terms is not always the last number of the series. That is, it is clear that even if finite numbers are increased to infinity, they never – unless eternity is finite, i.e. never – reach infinity." (10 April 1676, *Infinite Numbers*; A 6.3 504, LLC 101)

²⁴⁵ 10 April 1676, *Infinite Numbers*; A 6.3 503, LLC 99

²⁴⁶ Loemker 1969, 546 n2; Ishiguro 1990, 92; Levey 2008, 110
²⁴⁷ 1701?, *Cum Prodiisset*; CH 147

כאילו הוא כלול בסדרה. האפשרות לראות את הסדרה כמגיעה לגבול בשל קדימות השלם האידיאלי לחלקיו הבלתי מובחנים אינה יכולה להתקיים ברמה האקטואלית. לשם כך נפנה לברר את יחסו של לייבניץ לאינסוף האקטואלי.

ז. אינסוף אקטואלי

במספר רב של הזדמנויות לאורך הקריירה שלו, מצהיר לייבניץ על כך שהוא מאמין בקיומו של אינסוף אקטואלי. לייבניץ מתבטא בעניין זה כבר באמנות הצירופים בשנת 1666 ועד ימיו האחרונים ב-1716. תמיכתו בקיומו של אינסוף אקטואלי גם שורדת תמורות בתפיסת הרצף שלו ושינויים בתפיסת האינפיניטיסימל (כפי שיתואר בפרק הבא). הנה מקבץ מדגמי של התבטאויות כאלו:

There are actually parts in the continuum, contrary to what the most acute Thomas White believes, and *these are actually infinite*, for Descartes's 'indefinite' is not in the thing, but the thinker. *There is no minimum in space or body [...]*²⁴⁸

Accordingly the division of the continuum must not be considered to be like the division of sand into grains, but like that of a sheet of paper or tunic into folds [...] It is just as if we suppose a tunic to be scored with folds multiplied to infinity in such a way that there is no fold so small that it is not subdivided by a new fold: and yet in this way no point in the tunic will be assignable without its being moved in different directions by its neighbors, although it will not be torn apart by them. And the tunic cannot be said to be resolved all the way down into points; instead, although some folds are smaller than others to infinity, bodies are always extended and points never become parts, but always remain mere extrema.²⁴⁹

Created things are actually infinite. For any body whatever is actually divided into several parts since any body whatever is acted upon by other bodies. And any part whatever of a body is a body by the very definition of body. So bodies are actually infinite i.e. more bodies can be found than there are unities in any given number.²⁵⁰

I am so in favor of the actual infinite that instead of admitting that Nature abhors it, as is commonly said, I hold that Nature makes frequent use of it everywhere, in order to show more effectively the perfections of its Author. Thus I believe that there is no part of matter which is not – I do not say

Winter 1670-1671, *Theoria Motus Abstracti (TMA)*, Predemonstrable Foundations §1-2; A 6.2 264, LLC ²⁴⁸

339

29 Oct. – 10 Nov. 1676, *Pacidius to philalethes*; A 6.3 555, LLC 185 ²⁴⁹

Summer 1678-Winter 1680-81, *Created Things are Actually Infinite*; A 6.4 1393, LLC 235 ²⁵⁰

divisible – but actually divided; and consequently the least particle ought to be considered as a world full of an infinity of different creatures.²⁵¹

ראשית, יש לשים לב לכך שכאשר לייבניץ תומך בקיומו של אינסוף אקטואלי של גורמים הוא אינו מתחייב בהכרח לכך שקיים מספר אינסופי של גורמים אקטואליים, אלא רק לריבוי אינסופי של גורמים כאלו. כפי שצוין לעיל, לייבניץ תופס את האינסוף סינקטגורמטית ופירוש הדבר שהוא מנוע מלהכיר בקיומה של קולקציה לכמות אינסופית. ניתן לראות היטב את ההסתייגות הזו בדברי לייבניץ סביב הדיון הסוער בקרב מתמטיקאים בנוגע לטיבם של האינפיניטיסימלים בתחשיב החדש:

When our friends were disputing in France with the Abbé Gallois, father Gouye and others, I told them that I did not believe at all that there were actually infinite or actually infinitesimal quantities; the latter, like the imaginary roots of algebra were only fictions, which however could be used for the sake of brevity or in order to speak universally [...]. But as the Marquis de l'Hôpital thought that by this I should betray the cause, they asked me to say nothing about it, except what I already had said in the Leipzig *Acta*.²⁵²

פרשנים אחדים סבורים שהבהרות מאוחרות כאלו יש לתלות בשינוי שארע בעמדותיו של לייבניץ ביחס לאינסוף בעקבות הדיונים באקדמיה הצרפתית למדעים בפריס בשלהי המאה ה-17 ובתחילת המאה ה-18.²⁵³ אך האפשרות של לייבניץ תמך עד שלהי המאה ה-17 בתפיסה קטגורמטית של האינסוף ולכן באינסוף אקטואלי ללא הסתייגויות ולאחר מכן שלל אותו, אינה סבירה לאור ממצאים מתקופת שהותו של לייבניץ בפריס. לטענת לוי וארתור, ניתן לקבוע שלייבניץ גיבש את עיקרי התחשיב שלו כבר ב-1676 ובכלל זה את מעמדו הפיקטיבי של האינפיניטיסימאל²⁵⁴. כתוצאה מכך, ההתייחסות לאינסוף האקטואלי אצל לייבניץ מחויבת להיות מנקודת מבט סינקטגורמטית החל משנת 1676 ואילך. עם זאת, הגם שלייבניץ מגבש תפיסה סינקטגורמטית ביחס לאינסוף כבר באמצע 1676, הוא מביע בצורה פומבית את דעתו בעניין זה באמצעות מכתבים ופרסומים רק כעבר עשרים וחמש שנה בעקבות ויכוחים שהוא מנהל עם ברנרד ניאווונטיכט, מישל רול, ג'ון וואליס, יוהאן ברנולי ופייר וריגנון. האם ניתן ליישב תפיסה סינקטגורמטית של אינסוף עם קיומו של אינסוף אקטואלי? בבירור שנעשה בתחילת הפרק נראה שניתן לנתק בין אינסוף סינקטגורמטי לבין אינסוף פוטנציאלי כך שלא

²⁵¹ Jan. 1692, *Leibniz to Foucher*; G I 416, R 109

²⁵² 11 Sep. 1716, *Leibniz to Dancicourt*; trans. by Jessephe 1998, 38 n20

²⁵³ “[F]aced the problem that his calculus involved infinitely small quantities which were not rigorously defined and hence not quite expectable in mathematics. He therefore made the radical but rather unfortunate decision to present a quite different concept of the differential which was not infinitely small but which satisfied the same rules” (Bos 1980, 70); “It was not before 1701 that Leibniz was forced to clarify his opinions, both mathematically and philosophically, on the use and nature of infinitesimals” (Laugwitz 1992, 145); “I do not wish to say that Leibniz’s theory arises out of a Hegelian synthesis of Wallis’s thesis and its Bernoullian antithesis. Nevertheless, the fictional treatment of the infinitesimal clearly appears designed in response to them and to the critics of the calculus. If I am right, we can see this doctrine take shape through the 1690s as Leibniz tries to settle on an interpretation of the calculus that can preserve the power of the new method while placing it upon a satisfactory foundation” (Jesseph 1998, 7)

²⁵⁴ Levey 1998, 88; Levey 2008, 112; Arthur 2010a, 27

מן הנמנע להשכין יחד תפיסה סינקטגורמטית עם אינסוף אקטואלי. אך אין די בכך. מה שעומד על הפרק אינו שילוב מושגי בלבד אלא עמדתו הספציפית של לייבניץ וכפי שראינו במהלך הפרק מעמדו הפיקטיבי של האינפניטיסימאל גורר תפיסה פוטנציאלית של האינסוף, וזו עלולה לבוא בסתירה עם התבטאויות של לייבניץ בנוגע לאינסוף האקטואלי:

בכל אחד מהמקרים שבהם מתבטא לייבניץ בעניין האינסוף האקטואלי, הוא מתייחס לריבוי אינסופי של גורמים ממשיים שכל אחד מהם מכיל בעצמו אינסוף גורמים ממשיים וכו' עד אינסוף. עבור לייבניץ אין בעולם שום חלק אקטואלי שאינו מכיל אינסוף חלקים אקטואליים נוספים. לדעת לוי תיאור כזה של אינסוף אקטואלי הוא בעייתי ואף אינו מתיישב עם תפיסה סינקטגורמטית של האינסוף. על מנת להסביר את הבעייתיות בתפיסת האינסוף האקטואלי של לייבניץ מציג לוי, בהשראת ברנדט, שני מודלים אפשריים של אינסוף אקטואלי של חלקים: הראשון הוא 'מודל המטבעות' שבו קיימים אינסוף מטבעות בתוך מיכל נתון. ישנו גודל מקסימאלי של מטבע במיכל אך אין גודל מינימאלי. קיים יחס קבוע בין גדלי המטבעות במיכל ($x, x/2, x/4, \dots$) ולכן מתקבלת סדרה אינסופית של מטבעות, כלומר אינסוף אקטואלי של מטבעות. אין כל קושי לתפוס אינסוף אקטואלי כזה באופן סינקטגורמטי: למרות שניתן להגדיל את כמות המטבעות במיכל, כמות זו תמיד תישאר סופית ולעולם לא תהפוך להיות 'מספר אינסופי' של מטבעות מכיוון שגודל המיכל מייצג גבול חיצוני שאליו סדרת המטבעות האינסופית לעולם אינה מגיעה. עם זאת, נראה שלייבניץ תופס את האינסוף האקטואלי באופן אחר, שאותו לוי מכנה 'מודל בול-העץ המחולק' או 'מודל הקפלים': זהו מודל שני שבו מחולק בול-עץ לאינסוף שבבים. בול-העץ מחולק לשניים ואז לארבע ואז לשמונה וכו'. הנקודה החשובה במודל הזה היא שבניגוד למודל המטבעות כל חלק מכיל בעצמו אינסוף חלקים. החלקים במודל המטבעות אינם מתחלקים והאינסוף האקטואלי המתקבל מהם נעוץ ביכולת לצמצם את גודל המטבע ללא סוף. לעומת זאת, החלקים במודל בול-העץ מתחלקים בעצמם לאינסוף כך שהאינסוף האקטואלי מתקבל מכל אחד מהם בנפרד ולא רק מהעובדה שניתן להוסיף עוד חלקים מזעריים. לדעת לוי ישנה בעיה לתפוס את האינסוף האקטואלי שבמודל זה באופן סינקטגורמטי: ראשית, אף חלק אינו יכול להיות שלם במודל כזה אם כל חלק מורכב מאינסוף סינקטגורמטי של חלקים. אם אף חלק אינו שלם, לא ניתן כלל ליצור חומר שהינו אגרגט של חלקים; ולכן קיומו של חומר סותר תפיסה סינקטגורמטית של האינסוף²⁵⁵. שנית, בול-עץ אינו דומה למיכל מלא בסדרה אינסופית של מטבעות מכיוון שהוא עצמו מתחלק לאינסוף. בשונה מהמיכל המהווה גבול חיצוני לסדרת המטבעות האינסופית, בול-העץ מהווה גבול פנימי של סדרת השבבים האינסופית ולכן הסדרה אמורה בסופו של דבר להגיע אליו. במילים אחרות, תפיסת אינסוף אקטואלי באמצעות 'מודל בול-העץ' משמעה תפיסה קטגורמטית של אינסוף. בול-עץ המחולק לאינסוף אקטואלי של שבבים יוצר בעצם קיומו קולקציה או מספר אינסופי²⁵⁶.

הביקורת ששוטח לוי חשובה ביותר, ולכן כדאי לחדד אותה מעט ולהציג אותה בבהירות. ניתן לחלק את הביקורת של לוי לשני חלקים: ראשית, בשל הניתוק בין האידיאלי לאקטואלי בפתרון מבוך הרצף אצל לייבניץ, כל חומר מבוסס על קיומם המקדים של חלקיו. העובדה שכל חלק מחולק בפועל

²⁵⁵ Levey 1999a, 146-148

²⁵⁶ Levey 1999a, 150-152

לאינסוף מפוררת את החומר לאבק ומונעת כל אפשרות להתחיל הרכבה של חומר מחלקים בסיסיים בלתי מתפרקים. למעשה, זוהי בדיוק הביקורת שמפנה לייבניץ בעצמו כלפי הדרך שבה תופס דקארט את העצם המתפשט שניתן לחלקו לאינסוף²⁵⁷. חלוקה לאינסוף או התפשטות לאינסוף מחייבות דבר-מה בסיסי העומד בתשתיתו, ולשם כך קובע לייבניץ שביסוד כל חלקיק חומר קיימת יחידה מטאפיסית בלתי מתחלקת. "לא זו בלבד שהרצף הוא בר-חלוקה לאינסוף, אלא כל חלק של החומר מחולק בפועל לחלקים הנבדלים זה מזה [...] וכיוון שכך הוא לעולם אי אפשר להגיע למשהו של גביו ניתן לומר: הנה יש ממש, אלא כאשר מוצאים מכונות שיש בהן חיים, שאת אחדותן העצמותית מעניקה הנפש או הצורה העצמותית באופן בלתי תלוי באיחוד החיצוני של המגע"²⁵⁸. מכיוון שלייבניץ מודע לבעייתיות של חלוקה אקטואלית לאינסוף, הפתרון שמציע לייבניץ בעצמו לבעיה זו אמור להניח גם את דעתו של לוי. למעשה, כפי שמראה ארתור במחקריו, לייבניץ ער לחלוטין לבעיה הרגרסיה לאינסוף של חלוקת החומר ולכן מכיר בקיומו של יסוד מטאפיסי בלתי מתחלק כבר משנת 1668. עניין זה יפורט בהרחבה בחלק הבא המוקדש לפיסיקה של לייבניץ²⁵⁹.

עם זאת, החלק השני של הביקורת שמפנה לוי ממוקד בתפיסת האינסוף של לייבניץ, ואותו לא ניתן לפתור באמצעות יסוד מטאפיסי בלתי מתחלק. לטענת לוי תפיסת האינסוף המתמטית של לייבניץ אינה מתיישבת עם הצהרותיו בנוגע לאינסוף אקטואלי של חלקים בכל חלק של חומר בעולם. זאת מכיוון שישנה התנגשות בין תפיסה סינקטגורמטית של אינסוף לבין 'מודל בול-העץ' שבו כל חלק מתחלק לאינסוף אקטואלי של חלקים וגבול החלוקה מצוי בתוך הסדרה האינסופית. גישתו המתמטית של לייבניץ כלפי האינסוף מאפשרת לו להימנע מחלק בלתי מתחלק אחרון מכיוון שהשלם קודם לחלקיו הפיקטיביים. בדיוק בשל כך גבול הסדרה המתמטית תמיד אינו כלול בה. כפי שכבר הודגש במהלך פרק זה, כאשר לייבניץ מאפיין את האינפיניטיסימאל כפיקציה בשל היותו גודל בלתי מובחן הוא עובר לתפוס את חלוקת הרצף לאינסוף כפוטנציאלית בלבד. מעמדה כזו יכול לייבניץ להתייחס לדיפרנציאלים מסדרים שונים מבלי להיות מוטרד מקיומו של חלק בלתי מתחלק אחרון שבאמצעותו מגיעה סדרה אינסופית לגבולה. זוהי גישה קונסטרוקטיביסטית או אינטואיטיבית השוללת זיהוי סדרה אינסופית כקבוצה, עוצמה כללית או מספר אינסופי. סדרה אינסופית נתפסת אך

²⁵⁷ "אני מאמין שבמקום שבו אין אלא ישים על ידי גיבוב [=אגרטים], גם ישים ממשיים אינם בנמצא; שכן כל יש על ידי גיבוב מניח ישים המחוננים באחדות אמיתית, שהרי אין הוא מקבל את ממשותו אלא מממשותם של הישים שמהם הוא מורכב, באופן שלא היה בנמצא יש ממשי אילו כל יש שהוא מורכב ממנו היה גם הוא יש על ידי גיבוב [...] צריך אפוא להגיע בהכרח לנקודות המתמטיות אשר כמה סופרים מרכיבים מהן את ההתפשטות, לאטומים של אפיקורוס או של קורדמאה (שהם דברים שאתה [ארנו] דוחה כמוני), או שצריך להודות שאין למצוא כל ממשות בגופים, או לבסוף צריך להכיר במציאותם של אי-אלו עצמים שהם בעלי אחדות אמיתית" (30 באפריל 1687, 'התכתבות עם ארנו' אגרת כ'; עמ' G II 96, 224).

²⁵⁸ 28 בנובמבר / 8 בדצמבר 1686, 'התכתבות עם ארנו' אגרת י"ז, עמ' 199.

²⁵⁹ לוי מנסח את הביקורת אודות הרגרסיה האינסופית של חומר המאיימת על עצם קיומו כבעיה שאין לה פתרון בכתבי לייבניץ (Levey 1999b, 111-112), ולכן תופס את קיומה של המונדה ביסוד החומר כפתרון אד-הוק (Levey 1999a, 157-158). נדמה לי שלוי מגזים בתיאור עוצמת הבעיה הן מכיוון שהוא תופס מלכתחילה את החומר באופן מנותק מיסודותיו המטאפיסיים והן מכיוון שהוא מתארך את הופעת קיומו של יסוד מטאפיסי בלתי מתחלק אצל לייבניץ מאוחר מאד. אך שתי הנקודות הללו שגויות. כאמור, לייבניץ מחפש לאפיין את החומר באמצעות יסוד מטאפיסי בלתי מתחלק כבר משנת 1668. כמו כן, מכיוון שהחומר אינו קיים כשלעצמו אין לתפוס אותו כמהות שלמה ולכן גם הביקורת העיקרית של לוי על האינסוף האקטואלי של לייבניץ מאבדת את תוקפה. הנקודה הראשונה תובהר בחלק הבא, והשנייה במהלך סעיף זה.

ורק באמצעות כלל ההפקה או האלגוריתם שלה²⁶⁰. לוי טוען שנקודת המבט המתמטית של לייבניץ על האינסוף דומה מאד לגישה הקונסטרוקטיביסטית, אך דווקא בשל כך היא מחויבת לחלוטין לתפיסה פוטנציאליסטית של האינסוף. בתפיסה כזו סדרה אף פעם אינה ממצה את עצמה ולכן ניתן לתפוס אותה אך ורק באמצעות היחס הקבוע בין הסדרה לבין הגבול המרוחק ממנה. לעומת זאת, במודל החומר המחולק לאינסוף אקטואלי של חלקים לייבניץ בעצם מחויב לתפיסת גבול המצויה בתוך הסדרה, ולפיכך גם לקיומו של חלק מינימאלי. הבעיה במודל העץ אינה רק שבול העץ מתפורר לאבק ואינו יכול בעצם להתקיים אם יש להרכיב אותו מחלקים המתחלקים ללא סוף (בעיה שניתן אולי לפתור באמצעות היסוד המטאפיסי הבלתי מתחלקת שבחומר); הבעיה העיקרית היא שמודל כזה מחייב חלק מינימאלי אקטואלי באמצעותו בסופו של דבר מגיעה החלוקה לגבול האקטואלי של בול העץ²⁶¹. בעיה זו אינה יכולה להיפתר באמצעות יסוד מטאפיסי בלתי מתחלק משום שתפיסת האינסוף של לייבניץ היא שמוטלת על הכף ולא עצם קיומו של חומר. לטענת לוי לייבניץ אינו יכול לתמוך מצד אחד בתפיסה סינקטגורמטית של אינסוף (כלומר לצדד בגישה קונסטרוקטיביסטית, אינטואיטיבית או פוטנציאליסטית על האינסוף שבהן גבול הסדרה תמיד מצוי מחוץ לה) ומצד שני בקיומו של אינסוף אקטואלי על פי מודל בול-העץ (שבו גבול הסדרה כלול בה)²⁶².

אם לדון בביקורתו של לוי מבחינה מושגית, נדמה לי שאין שום מניעה לתפוס את מודל בול העץ באופן סינקטגורמטי, כלומר באמצעות גבול המצוי מחוץ לסדרה האינסופית של החלוקה. לטענת לוי חלוקה של בול העץ מחייבת להגיע בסופו של דבר לשביב המינימאלי המשמש כקו המתאר של בול העץ. לפיכך חלוקה אקטואלית לאינסוף של כל חלק וחלק מחייבת הן את קיומו של מינימום והן את קיומו של מקסימום. אין הכוונה שלחלוקה אינסופית של בול העץ חייב להיות סוף לדעת לוי, אלא שאינסוף אקטואלי כזה מחייב הכרה במספרים על-סופיים כשל קנטור מכיוון שבאמצעותם ניתן להתייחס לרצף המורכב מאינסוף נקודות מינימאליות כשלם²⁶³. אך לדעתי זוהי שגיאה המניחה שוב

²⁶⁰ "Even though the sum of this series cannot be expressed by one number, and yet the series is produced to infinity, nevertheless, since it consists of one law of progression, the whole is sufficiently perceived by the mind." (GM IV 120)

²⁶¹ "Note that the extrema of extended things are, on Leibniz's account, always intrinsic to them, in the sense that any extended thing is identical to its *topological closure*. Leibniz also uses 'extrema' to designate the *terminal elements* in numerical series [... However] unlike extended *things*, infinite numerical series will not be identical to their topological closures, for they will fail to contain at least some of their 'extrema' [...] we might distinguish between 'intrinsic' and 'extrinsic' extrema or boundaries; thus, we might say that while numerical series may have one or more extrinsic extrema, extended things, on Leibniz view, must always have intrinsic extrema." (Levey 1998, 62 n19; cf. Levey 1998, 54 n7)

²⁶² Levey 1999a, 151-152
²⁶³ "[T]ake the infinite division encoded by the folds or divided block model to consist of ordered levels of cuts and parts [...]. At no finite level does one ever encounter an infinity of parts. An infinity of parts comes to view only from the outside perspective, where the completed infinity can be seen all at once. This is what I have been calling 'the actual state of infinite division'. It is the limit state, and as it falls outside the series of finite levels but encompasses them all, we might call it the 'omega level' [...]. To the constructivist about the infinite, however, *there is no omega level*." (Levey 1999a, 156-157)

בשל כך מגיע לוי למסקנה שיכולות להיות עבור לייבניץ שתי חלופות בלבד: (א) עמדה סינקטגורמטית של אינסוף אינה מאפשרת לו לתמוך בחלוקה אקטואלית של כל חלק של חומר לאינסוף. עליו לתמוך בחלוקה פוטנציאלי בלבד של החומר (divisible ולא divided), או להחזיק במודל המטבעות שבו יש אינסוף אקטואלי של חלקים בלתי מתחלקים. (ב) לייבניץ יכול להחזיק באינסוף אקטואלי על פי מודל בול-העץ, אך לסגת מתפיסה סינקטגורמטית של אינסוף. באמצעות

מראש את נכונות תורת הקבוצות ואת הרלוונטיות ההכרחית שלה בניחות תפיסת החומר של לייבניץ. עבור לייבניץ חלוקה אינסופית של חומר אכן לעולם אינה מניבה הגעה לגבול יציב ולכן תמיד כמות החלקים המובחנים היא סופית. אין שום סיבה להניח שלייבניץ מחויב לחלוקה על-סופית של החומר בכדי להצליח ולהגיע לגבול כך שניתן יהיה לקבל 'אינסוף אקטואלי' של חלקים על פי המתכון של קנטור. אינסוף אקטואלי על פי לייבניץ יש לתפוס סינקטורמטית ואף על פי כן אין מדובר בחלוקה פוטנציאלית בלבד²⁶⁴. ההבדל בין אינסוף אקטואלי אצל לייבניץ לבין זה של קנטור נעוץ בהימנעות מהכללה של אינסוף החלקים. בעוד ונקודת המבט של קנטור מצויה מחוץ לאינסוף החלקים באופן המאפשר לו לכנוס אותם יחד לכדי קבוצה, לייבניץ עקבי בכך שתפיסת החומר שלו מבוססת על נקודת מבט 'מתוך החלוקה'²⁶⁵. נקודת מבט כזו מאפשרת אינסוף אקטואלי של חלקים בתורת ריבוי ולא בתורת קולקטיב, מבלי להתחייב לקיומו של גבול פנימי שאליו הסדרה האינסופית מתכנסת²⁶⁶.

חלופה זו מפרש לוי את הדיאלוג פסידיוס (שיוזכר להלן בחלק ג' פרק 4): הוא מראה שחלוקה אקטואלית לאינסוף של החומר מניבה אינסוף נקודות סינגולאריות ולכן שלילה מוחלטת של רציפות התנועה. פירוש זה של הדיאלוג מתבסס באופן מופנן על תפיסה קטגורמטית של אינסוף, הואיל ולוי טוען שבסופו של דבר בחלוקה אינסופית של החומר נשארות רק נקודות סינגולאריות מינימאליות בלתי גזירות: "Yet it become difficult to see how there could be any extended intervals of motion on the *Pacidius* account motion. If motion has the fractal structure of the folded tunic, it would appear in the end to be 'all corners' or 'all singularities' – that is, 'all leaps' between indistant *loci proximi* with no ontologically prior extended intervals left to possess the beginning and ends of motion as their endpoints." (Levey 2003, 401-402)

כפי שניתן לראות באופן ברור, שתי החלופות של לוי מובילות לתוצאה דומה: לייבניץ בכל מקרה חייב להכיר בקיומם של חלקים מינימאליים, כעין נקודות, בתפיסת הרצף שלו. לדעתי, לייבניץ בכל מקרה אכן מכיר בקיומם של יסודות מטאפיסיים, כעין נקודות מתמטיות, אך מבלי לראותם כחלקי חומר מינימאליים וכמובן מבלי לוותר על תפיסה סינקטורמטית של אינסוף גם ברמה האקטואלית. בכך דוחה לייבניץ את שתי החלופות של לוי גם יחד.²⁶⁴ עמדה זו הינה עמדתו הפרשנית של ארתור כבר מאז 1989. ארתור מדגיש שלדעת לייבניץ כל חלקיק חומר מחולק בפועל לאינסוף (infinitely divided) ולא רק ניתן לחלוקה אינסופית (infinitely divisible) (Arthur 1989, 181-182). מכיוון שכן, גבול החלוקה בהכרח מצוי מחוץ לסדרה: "[Leibniz] inspiration for this appears to have derived from his work on *infinite series*, his model being a converging infinite series such as $1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + \dots$. For such a series is a finite whole made up of an infinite number of finite parts; it has no limiting or infinitieth term. But even though the series is open-ended and does not actually attain its limiting value, every one of its terms can easily be determined by the law of the series, as can its sum, which is (in this case) 1. Thus the series is not a completed collection, but rather a *distributive* whole, whose unity is determined by the series' law. To say that it has a sum of 1 is to say that it can be made as close as desired to 1 by taking a sufficient number of finite terms; or, equivalently, that the difference between its sum and 1 is unassignable." (Arthur 1989, 187)

²⁶⁵ מכיוון שלוי בעצמו מודה שלייבניץ תופס סדרות מספרים אינסופיות 'מבפנים' כלומר באופן סינקטורמטי, הוא מודה שאם לייבניץ היה תופס באופן כזה גם את חלוקת החומר לא היתה נוצרת כל בעיה. אך לדעתי לייבניץ תופס את חלוקת החומר 'מבחוץ'. כך למשל בסיכום ניתוחו של לוי את הדיאלוג פסידיוס מתפיסה קטגורמטית של אינסוף: "Considered 'from the inside' [...] no problem seems to arise, for the scaling structure does not include any final 'limit scale' of ultimate resolution with its ranks. But considered 'from the outside' where *all* the scales and *all* the divisions in the structure are given at once, a resolution of motion into a powder of points (or leaps) seems to be inevitable." (Levey 2003, 402)

²⁶⁶ "[I]f we consider bulk as a substance, we will fall into contradiction as a result of the labyrinth of the continuum. In this context we must above all consider: first, that there cannot be atoms, since they conflict with divine wisdom; and second, that bodies are really divided into infinite parts, but not into points. Consequently, there is no way one can designate one body, rather, any portion of matter whatever is an accidental entity, and, indeed, is in perpetual flux." (1678-1679?, *A Body is not a Substance*; A 6.4 1637, LLC 259-161)

את מרבית הסיוע לטענתו שמודל החומר של לייבניץ מבוסס על קיומו של גבול פנימי ולא חיצוני מביא לוי מחיבורים מוקדמים עד 1676, ובעיקר מהדיאלוג פסידיוס²⁶⁷. בחלק הבא אתייחס באופן מפורט לחיבורים אלו ואדון בתפיסות הרצף העולות מהם. בשלב זה די לומר שתפיסת הרצף של לייבניץ מתייצבת באופן סופי רק לאחר גילוי עקרון שימור הכוח בינואר-פברואר 1678 מעט יותר משנה לאחר כתיבת הדיאלוג. זהו פרט חשוב לענייננו משום שקודם לכן לייבניץ אינו יכול להתייחס לחומר כבעל מהות קבועה ולכן מייחס את היציבות שלו לאורך זמן בקיומו של עולם החומר כמכלול. כאשר החומר אינו מהות קבועה ישנה בעיה לראות את גבולו כמצוי מחוץ לו הואיל ולא ברור מה מחולל גבול כזה, ולכן חומר ייחשב במצב כזה כהתפשטות יחסית בין נקודות קצה משתנות. אולם מרגע שניתן לייחס כוח לעצם גופני המרכיב את החומר, ניתן לראות את היסוד הפנימי והבלתי מתחלק שבו המחולל את הכוח כגורם מייצג של האלגוריתם לסדרה האינסופית של חלקי החומר, אלגוריתם שאותו החומר לעולם אינו ממצה בשלמות. במילים אחרות, הכוח הוא שמגדיר את מסגרת הפעילות של העצם הגופני והוא שקובע את הגבול מחוץ לסדרה אינסופית של מצבים ותנועות החלים בחומר. לדעתי, לייבניץ אינו תופס את החומר כבעל גבול פנימי בדיוק מאותה סיבה שהחומר הינו אגרנט בלתי שלם של אינסוף חלקים. עם זאת האפשרות לזהות את גבול החומר כמצוי מחוץ לו קיימת רק כאשר ניתן לאתר ביסודו גורם מטאפיסי המכונן אותו בכוח פנימי בלתי ניתן למיצוי. לפיכך ניתן לסכם ולומר שאין מקום לדחות את מודל הקפלים של לייבניץ המבוסס על חלוקה אינסופית של כל חלק אקטואלי שהוא במידה וברור שחומר 'מקופל' כזה אינו שלם (דהיינו שגבולותיו אינם כלולים בו). מכיוון שמעמדם הפיקטיבי של האינפניטיסימאליים מחייב את קדימות השלם לחלקים, הופך הרצף לאידיאלי ולכן חומר המחולק לאינסוף אינו יכול להיות רצוף. מכאן שחלוקת חומר לאינסוף היא סינקטגורמטית הואיל ולעולם לא ניתן להגיע באמצעות החלוקה לגבולו. עם זאת, חלוקה אינסופית של חומר אינה מפוררת אותו מכיוון שבכל גוף חומרי מצוי יסוד אינדיבידואלי מטאפיסי בלתי מתחלק, המקיים אותו לאורך זמן (במקביל להשתנותו התמידית) ואף משמר את היחס הפיסיקאלי שבין סיבה לתוצאה המתבטא בכוח ההתנגדות או באלסטיות של החומר:

It must also be demonstrated that every body is actually divided into smaller parts, i.e. that there are no such things as atoms, and that no continuum can be accurately assigned in body [*per se ...*]. Now there follows the subject of incorporeals. There turn out to be certain things in body which cannot be explained by the necessity of matter alone. Such are the laws of motions, which depend on the metaphysical principles of the equality of cause and effect. Here therefore the soul must be treated, and it must be shown that all things are animated. Unless there were a soul, i.e. a kind of form, a body would not be an entity, since no part of it can be assigned which would not

Levey 1999a, 144; Levey 1999b, 101-107²⁶⁷

again consist of further parts, and so nothing could be assigned in body which could be called *this something*, or *some one thing*.²⁶⁸

ביטוי לכך שאת גבול החומר תופס לייבניץ כמצוי מחוץ לו, ניתן לראות באופן ברור בכתביו המאוחרים בהם הוא מצדיק את השימוש בתחשיב האינפיניטסימאלי שלו להבנת תהליכים פיסיקאליים. עניין זה יפורט בהרחבה בפרק החמישי והאחרון של החלק הבא, אך הוא מובע כאן בקצרה מפאת חשיבותו לתיאור עמדת לייבניץ באופן סדור וקוהרנטי.

הניתוק בין האידיאלי לאקטואלי משמעו שאין אפשרות ליצור רצף אקטואלי משום שהחלקים האקטואליים מובחנים ואינם פיקטיביים. אם החלק הקטן לאינסוף (שניתן לחלקו ללא גבול) אינו פיקטיבי לא ניתן לסיים את הסדרה ולא ניתן להשוות מצולע אינסופי למעגל. מסיבה זו תופס לייבניץ גם את המעגל המושלם, כמו כל צורה מושלמת, כפיקטיבי. משמע אין מקבילה של גבול הסדרה ברמה האקטואלית. באותו יותר ספציפי, אם מנוחה מייצגת גבול של האטה אינסופית של תנועה, הרי שגם התנועה אינה מסתיימת במנוחה מוחלטת אלא רק בכמעט-מנוחה, משום שהגבול אינו כלול בסדרה האינסופית של חלקים או מצבים אקטואליים. שוב, ברמה המתמטית השלם קודם לחלקיו הבלתי מובחנים, ולכן לייבניץ קובע שאת הגבול המצוי בכל מקרה מחוץ לסדרה האינסופית בשל תפיסה סינקטגורמטית של האינסוף, ניתן בכל זאת לראות כאילו הוא כלול בסדרה. לעומת זאת, ברמה האקטואלית, אין הצדקה למהלך 'כאילו' כזה. החלקים האקטואליים מובחנים ולכן גבול הסדרה האינסופית חייב להיות תמיד בחוץ. עם זאת, בתיאור עיקרון הרצף שלו טוען לייבניץ שמהלך 'כאילו' כזה ביחס לגבול אכן מוצדק.

Although it is not at all rigorously true that rest is a kind of motion or that equality is a kind of inequality, any more than it is true that a circle is a kind of a regular polygon, it can be said, nevertheless, that rest, equality, and the circle terminate the motions, the inequalities, and the regular polygons which arrive at them by a continuous change and vanish in them. And although these terminations are excluded, that is, are not included in any rigorous sense in the variables which they limit, they nevertheless have the same proportions as if they were included in the series, in accordance with the language of the infinities and infinitesimals, which takes the circle, for example, as a regular polygon with an infinite number of sides. Otherwise, the law of continuity would be violated, namely, that since we can move polygons to a circle by a continuous change and without making a leap, it is also necessary not to make a leap in passing from the properties of polygons to those of a circle.²⁶⁹

מהלך התופס את גבול הסדרה האינסופית כאילו הוא מצוי בתוך הסדרה בשל קיומם של חלקים פיקטיביים בלתי מובחנים, מניח את קדימותו של שלם אידיאלי על פני החלקים. זו הסיבה שזהו

Summer 1678 – Winter 1678-1679?, *Conspectus for a Little Book on the Elements of Physics*, A 6.4 1988, ²⁶⁸

LLC 233

Jan. 1701, *Justification of the Infinitesimal Calculus by that of Ordinary Algebra*; GM IV 106, L 546; cf. ²⁶⁹ 1701?, *Cum Prodiisset*; Child 148-149

מהלך פוטנציאלי ולא אקטואלי. כיצד אם כן לייבניץ מצדיק מהלך כזה גם ברמת הפיסיקה שלו? בדינמיקה שלו משנת 1695 טוען לייבניץ שכאשר גופים מתנגשים הם אינם משנים בפתאומיות את כיוון התנועה משום ש"אין בטבע קפיצות" ובשל כך הוא מאפיין את התנועה באמצעות אינסוף אקטואלי של שלבים²⁷⁰. אך תיאור כזה של התנועה אינו יכול להימלט מהגעה למנוחה מוחלטת משום שבסופו של דבר כיוון התנועה אכן משתנה, ולכן חייבת להיות אי-רציפות או קפיצה מעצם הגדרת הגבול מחוץ לסדרה. בדיאלוג 'פסידיוס' לייבניץ אכן מדגיש שהגעה לגבול הסדרה אינה אפשרית ובשל כך ישנה קפיצה הכרחית של הגוף, כאילו אין ובריאה מחדש שלו, בכדי להגיע לגבול המנוחה של התנועה²⁷¹. לעומת זאת בדינמיקה המאוחרת שלו לייבניץ מקפיד להדגיש שהתהליך כולו רצוף ונטול קפיצות. כיצד אם כן מגיעה סדרה אינסופית של מצבים אקטואליים לגבולה, אם ייחוס פיקטיביות לחלקים הוא מן הנמנע?

זוהי נקודה עדינה ומורכבת לפירוש. לייבניץ טוען שהתנועה תמיד יחסית ושצורת החומר תמיד בלתי קבועה. בשל כך התחושה שקיימת מנוחה מוחלטת או שקיימת צורה ברורה לגוף כלשהו אינה אלא דמיונית:

Indeed, even though this may seem paradoxical, it must be realized that the notion of extension is not as transparent as is commonly believed. For from the fact that no body is so very small that it is not actually divided into parts excited by different motions, it follows that no determinate shape can be assigned to any body, nor is a precisely straight line, or circle or any other assignable shape of any body, found in the nature of things, although certain rules are observed by nature even in its deviation from an infinite series. Thus shape involves something imaginary, and no other sword can sever the knots we tie for ourselves by misunderstanding the composition of the continuum.

The same thing should be said about motion, since, like place, motions too consist only in relation, as Descartes correctly recognized. Nor is there any way of determining precisely how much absolute motion should be assigned to each subject. But motive force, i.e. the power of acting, is something real, and can be discerned in bodies. Thus the essence of body must be located not in extension and its modifications, namely shape and motion (which involve something imaginary no less than heat and color and other sensible qualities), but solely in the force of acting and resisting, which we perceive not by the imagination but by the intellect.²⁷²

²⁷⁰ "[N]o change happens through a leap." (1695, *Specimen of dynamics*; GM VI 247, AG 131)

²⁷¹ "Body *E* is somehow extinguished and annihilated at *B*, and is actually created anew and resuscitated at *D*, which you may call by the new but very beautiful name *transcreation*. Moreover, although this is indeed a sort of leap from one sphere *B* into the other *D*, it is not the kind of leap we refuted above, since these two spheres are not distant." (Nov. 1676, *Pacidius*; A 6.3 567, LLC 213)

²⁷² 1686-1688, *A Specimen of Discoveries*; A 6.4 1622-1623, LLC 315-317

לייבניץ מגיע למסקנה שהתנועה היא דמיונית רק לאחר שהוא חושף את קיומו של כוח באמצעותו ניתן לזהות איזון או שיווי משקל בין סיבה לתוצאה בעולם ללא התערבות א-לוהים. חשיפה זו מתאפשרת לאחר שלייבניץ מגיע למסקנה סופית בפברואר 1677 שהתנועה היא יחסית ושלא ניתן לקבוע אם גוף נתון אכן נע או נח. חשיפת עקרון שימור הכוח בפברואר 1678 מאפשרת ללייבניץ לקבוע כי התנועה הינה דמיונית ונראה שלייבניץ משתמש במונח 'דימוני' באופן מכוון: גדלים אינפיניטסימאליים נחשבים פיקטיביים משום שהם דומים למספרים דמיוניים אחרים כשורשים של מספרים שליליים. הרעיון הוא שאלו מספרים שאינם יכולים להתממש לעולם, הגם שהם אינם בלתי אפשריים. בשל שינויים בלתי פוסקים גם צורה או תנועה מתבררות כבלתי ניתנות למימוש אקטואלי מכיוון שהן בלתי מובחנות. אין הכוונה שתנועה או צורה אינן אפשריות או שהן אינן קיימות כתופעה, אלא רק שלא ניתן לעמוד על טיבן של תנועה או צורה מובחנות. למרות ההקשר האקטואלי, תנועה דמיונית וצורה דמיונית מאפשרות ללייבניץ לראות את גבול התנועה ואת גבול הצורה כאילו הוא מצוי בתוך סדרה אינסופית של מצבים. זיהוי התנועה כדמיונית מאפשר להכיר בקיומו של חלק תנועה פיקטיבי, בלתי מובחן, באמצעותו סדרה אינסופית של תנועות יכולה להגיע לגבול. עם זאת, כפי שהודגש בתיאור עקרון הרצף, אין מדובר על גבול מוחלט אלא רק על כאילו-גבול. גודל אינפיניטסימאלי פיקטיבי מאפשר להשוות בין טור אינסופי לסכומו על רקע העובדה שהשלם קודם לחלקים. למרות שצורת הגוף ותנועתו דמיוניים בלבד, הגוף הינו אקטואלי ולכן טור אינסופי של חלקיו אינו מניב שלם. כל שניתן לומר הוא שהסדרה האינסופית מתייחסת לגבול כאילו הוא מצוי בתוכה וכך מתקבלת סדרה אינסופית מתכנסת גם ברמה האקטואלית.

פתרון מבוך הרצף מתאפשר באמצעות ניתוק האידיאלי והאקטואלי. ניתוק זה מאפשר ללייבניץ לייחס מעמד פיקטיבי לאינפיניטסימאל ולהצדיק את היחס ההפוך שבין סכימה לדיפרנציאציה המכונן את תחשיב החדש שלו. עם זאת המציאות האקטואלית כפופה בכל זאת לחוקים מתמטיים. למעשה, למרות שהיא דיסקרטית בשל העובדה שהיא מיוסדת על קדימות של החלקים, המציאות האקטואלית בכל זאת רצופה משום שהתוצרים הסופיים שלה ברמת התנועה והצורה הינם דמיוניים בלבד. רציפות זו נובעת מתיוכו של כוח ומשום כך לייבניץ מאפיין אותה כמטאפיזית. וכך, למרות העדר חלק אינפיניטסימאלי אקטואלי, ניתן להצביע על התאמה בין מתמטיקה לפיסיקה בתפיסת העולם של לייבניץ.

סיכום

בחלק זה נבחנה תפיסת האינסוף של לייבניץ כפי שהיא באה לידי ביטוי מנקודת מבטו המתמטית. אף שהיו ללייבניץ הרהורים מוקדמים בנוגע לקיומו של אינסוף קטגורמטי או בעניין תפיסת רצף כמורכב מאינסוף נקודות, החל מתחילת דרכו בפריס בשנת 1672 לייבניץ מבחין בין אינסוף חלקים לבין אינסוף שלם. בתחילת דרכו של לייבניץ הבחנה זו מופיעה אינטואיטיבית בנוגע לסדרות אינסופיות, אך עד מהרה היא מתגבשת במסקנות הפוכות מאלו שמסיק גלילאו לכדי שלילת מספר אינסופי. לטענת לייבניץ, מכיוון שמספר אינסופי אינו אפשרי, אינסוף חלקים אינם מניבים שלם.

עם זאת, בעבודותיו הגיאומטריות מדגיש לייבניץ את השלם הרצוף ואת האפשרות להרכיב באמצעות אינסוף חלקים אינפניטיסימאליים. במהלך שנות פיתוח התחשיב החדש בין 1673 ל-1676 לייבניץ מתעלם משאלת המתח שבין השלם לבין אינסוף החלקים ויוצא מנקודת הנחה שמתח זה ניתן לפתרון. בשנים אלו הוא מתמקד בחשיפת הקשר ההפוך שבין סכימה ודיפרנציאציה, קשר שהחל להיחשף בעבודה על סדרות אינסופיות והוגדר באופן שיטתי בעבודות הגיאומטריות שלו. בשנות פיתוח התחשיב האינפניטיסימאלי שלו תפיסת הרצף של לייבניץ מבוססת על כך שאת השטח לא מרכיבים אינסוף ישרים באופן הטרוגני אלא אינסוף שטחים אינפניטיסימאליים באופן הומוגני. שטחים אלו ניתנים לחלוקה לאינסוף באופן שמקטין את הפער בין הרצף השלם לבין סכום כל החלקים למינימום זניח. עמדה זו משתקפת גם בניסוחיו האלגבריים של לייבניץ. מכיוון שלייבניץ תופס כל איבר בסדרה כסכום טור הפרשים, גם הדיפרנציאל הקטן-לאינסוף מכל גודל סופי נתון יכול להיות בעצמו סכום טור אינסופי של דיפרנציאלים מסדר שני הקטנים לאינסוף מהדיפרנציאל הנתון. אך לקראת אמצע 1676 לייבניץ מסיק שהדיפרנציאל (מכל סדר שהוא) אינו יכול להיות גודל אקטואלי; הוא אינו יכול להוות מרכיב אקטואלי של הרצף וכמות אינסופית שלו אינו יכולה לעולם להניב את השלם. כאשר לייבניץ מגיע למסקנה שהאינפניטיסימאל הוא פיקציה מתמטית הוא משלים את הצעד האחרון לקראת תפיסה סינקטגורמטית מלאה של האינסוף: רצף שלם הוא מהות אידיאלית חסרת חלקים. בין הרצף האידיאלי השלם לבין אינסוף סינקטגורמטי של חלקים מובחנים שאינם אלא גודל סופי עצום ובלתי ניתן להערכה משתרע פער תמידי. הפער בין טור אינסופי לבין הגודל השלם שאליה הוא מתכנס אינו יכול להיות מוגדר כאיבר בטור עצמו, או במונחי האלגוריתם של הטור ולפיכך פער זה נותר בלתי מוגדר ובלתי מובחן, כלומר פער פיקטיבי.

כפי שטוענת אישיגורו, מאחר ולייבניץ תפס סדרה אינסופית באופן סינקטגורמטי הוא נמנע מלראות את הפער בין אינסוף האיברים לבין השלם במונחים של איבר אחרון או איבר חסר ובשל כך עלה בידו לנסח את מגמת ההתכנסות של הסדרה באמצעות מושג גבול²⁷³. אך מושג הגבול אינו מגובש דיו אצל לייבניץ ומופיע כמונח מתמטי רק כמאה וחמישים שנה מאוחר יותר אצל אוגוסטין קושי, כך שלא ברור אם אכן ניתן לראות את עמדת לייבניץ כמטרימה עמדות מודרניות מאוחרות יותר. יש לזכור שגישת קושי בישרה את עלייתה של המגמה הפורמליסטית במתמטיקה במאה ה-19. לייבניץ אמנם הכיר בהפרדה חיונית בין המתמטיקה לפיסיקה, אך חתר באמצעות מטאפיסיקה לגשר בין התחומים. גילוי מעמדם הפיקטיבי של האינפניטיסימאליים והכרת טיבו הסינקטגורמטי של האינסוף הביאו בסופו של דבר לפיתוח הפילוסופיה העשירה והמגוונת של לייבניץ, פילוסופיה שרחוקה כרחוק מזרח ממערב מפורמליזם מתמטי²⁷⁴. דומה שנושא היסטורי זה נעוץ בעצמו בשאלה האם יש חשיבות להקשר הכולל של מחשבת ההוגה שבו משתבץ גילוי מדעי כאשר דנים בהשפעת הגילוי לאורך זמן, או

²⁷³ Ishiguro 1990, 92

²⁷⁴ ביקורת ברוח דומה מתחתי במהלך פרק 3 על קיומו של דמיון טכני בין מודל הקפלים של לייבניץ לתורת הפרקטלים. באותו אופן ניתן לטעון שקיים דמיון בין החזון הלוגי של לייבניץ לבין עמדתו הפורמליסטית של דוד הילברט. בדומה לעיקרון הסתירה של לייבניץ הילברט הדגיש את חשיבות קריטריון הקונסיסטנטיות לבחינת אמיתות של טענות (Hilbert 1902, 17). הילברט אף טען לקיומו של מבנה לוגי שבו יש תלות הדדית בין הגורמים השונים לבין היחסים שביניהם כך שהגדרת גורם כלשהו נובעת משלמותו של המבנה בלבד (Ibid., 18), בדומה לדרך שבה אפיין לייבניץ את היחסים שבין עצם אינדיבידואלי לעולם כולו. אך האם ניתן לקבוע שלייבניץ הטרים את עמדותיו הפורמליסטיות של הילברט? אני מעדיף להשאיר שאלה זו ללא מענה.

בשאלה עד כמה מושפעת מחשבתו של ההוגה בכללותה מהגילוי הנדון. אינני יודע אם ישנה תשובה כללית מן המוכן לשאלה זו. ניתן לראות למשל שהספק בנוגע להחלטה האם לייבניץ אכן יכול להיחשב כמגלה מושג הגבול בסדרות אינסופיות אינו חל על פי רוב על ההכרעה להעניק לו ולניוטון את זכות הראשונים על פיתוח התחשיב האינפניטיסימאלי למרות עדויות מוקדמות לקיומה של שיטת חישוב בכתבי וואליס, בראו גרגורי ואולי גם פסקל. נראה שהתחשיב האינפניטיסימאלי מיוחס ללייבניץ בשל העובדה שאצלו שיטת החישוב הפכה מפרקטיקה לעקרון מתמטי קבוע ונוח לשימוש שהופנם כיחס שבין סכימה ודיפרנציאציה והפך לאבן הבוחן של שיטתו הכוללת של לייבניץ. אינני יודע אם ניתן לומר זאת גם ביחס לגילוי מושג הגבול בסדרות אינסופיות, ובכל מקרה שאלה זו חורגת מדיון במתמטיקה של האינסוף אצל לייבניץ.

חלק ג': פסיקה - אינסוף ואינפיניטסימאל במבוך הרצף

191	מבוא
194	1. 1669-1666 : אינסוף נקודות וקפיצות מרכיבות את הרצף
196	2. 1671-1670 : אינסוף נקודות בלתי מתחלקות (לא מינימאליות) מרכיבות את הרצף
207	3. 1675-1672 : אינסוף גדלים 'קטנים לאינסוף' מרכיבים את הרצף
215	4. 1677-1676 : האינפיניטסימאל הוא פיקציה - אין רצף אקטואלי
232	5. 1716-1678 : רצף אקטואלי בעצם גופני בחסות עקרון הרצף
233	א. סדרה אינסופית ועקרון פעולה
237	ב. עקרון הרצף
242	ג. 'אין צורות מדויקות ולכן גם לא תנועות מדויקות'
247	ד. מנוחה מוחלטת אצל ניוטון ולייבניץ
253	ה. הכוח האינסופי
255	סיכום

חלק ג': פסיקה - אינסוף ואינפיניטימאל במבוך הרצף

מבוא

לייבניץ בוחן את טיבו של הרצף מתוך היחס המתמטי שבין האינסוף לבין האינפיניטימאל. אולם הדיון שמנהל לייבניץ על אופי היחסים שבין הרצף השלם לבין מרכיביו האינפיניטימאליים איננו מתמטי בלבד. במקביל להתפתחותו המתמטית, חותר לייבניץ לחשיפת יסודותיה המטאפיסיים של הממשות הפיסית. כמקובל במאה ה-17, מחשבות מתמטיות מנוסחות במונחים פסיקאליים ומקבלות פשר באמצעות הפסיקה (כאשר המספרים הדמיוניים נחשבים כחריגים), ולכן התיאוריות השונות שמנסח לייבניץ על טיבו האמיתי של הרצף הן תמיד תיאוריות פסיקאליות על אופייה של תנועה ממשית. חתירה זו לעבר טיבו האמיתי של הרצף הכורך יחדיו אינסוף גדלים אינפיניטימאליים, מתרחשת לפני, במהלך ולאחר שמגבש לייבניץ את עיקרי התחשיב האינפיניטימאלי החדש שלו, וכפי שנראה מייד תובנותיו המתמטיות משוקעות בתיאוריות הפסיקאליות שהוא מעלה לאורך השנים. אך אם כן, דיון פסיקאלי אודות היחס שבין אינסוף לאינפיניטימאל חייב לקחת בחשבון את האילוצים שמעורר אינסוף אקטואלי ושתוארו בפירוט רב בסעיף האחרון של החלק הקודם. חלוקה לאינסוף של כל אחד מחלקי הרצף אינה מאפשרת את קיומו של רצף אקטואלי והיא מוכרחה להתבסס על יסוד בלתי מתחלק. אכן בעיית הרגרסיה לאינסוף לא נעלמת מעיני לייבניץ וכפי שנראה להלן הוא משוכנע כבר משלב ראשון שיסוד זה אינו יכול להיות חומרי. בכל אחת מחמש התיאוריות שמנסח לייבניץ על טיבו של הרצף הפסיקאלי ניתן למצוא התייחסויות מפורשות שלו בנוגע לאותו יסוד מטאפיסי בלתי מתחלק.

בטרם מגיע לייבניץ לעמדה סינקטגורמטית ביחס לאינסוף, הוא עובר כמה שלבים משמעותיים ביחס לשאלת טיבם ומעמדם של האינפיניטימאליים המרכיבים את הרצף. ריצ'ארד ארתור תרומה משמעותית לחשיפת עמדותיו המוקדמות של לייבניץ על הרצף ועל מרכיביו האינפיניטימאליים, בתרגום ובפרשנות של טקסטים רבים השופכים אור על הנושא¹. יתרה מזאת, מעבר לזיהוי התמורות במחשבתו המוקדמת של לייבניץ בנוגע לרצף חשובה קביעתו של ארתור כי לייבניץ הגיע למסקנה בדבר מעמדם הפיקטיבי של האינסוף והאינפיניטימאל כבר באפריל 1676. חלק זה, הסוקר חמישה שלבים בתפיסת הרצף של לייבניץ, נכתב בהשראת מחקריו של ארתור מתוך מאמץ לתקף את עמדתו. להלן תיאור קצר של חמש התיאוריות הפסיקאליות שפיתח לייבניץ בנוגע לרצף:

1. הנחת המוצא של לייבניץ בשנת 1668 היא שכמות המרכיבים הנדרשת להרכבת רצף אקטואלי היא אינסופית ובשלב ראשון הוא מזהה אותם כנקודות-מינימום אפסיות. תיאוריה מוקדמת ובלתי מוצהרת זו שמאמץ לייבניץ תומכת בהרכבת הקו מנקודות כפי שטוען גלילאו, המזהה את החלקים האינפיניטימאליים של החומר כנקודות חסרות מימד. כמו כן היא קרובה לדעתו של קוולירי, שבה תנועה של נקודה מחוללת את הקו הרצוף. עם זאת, לייבניץ בוחר שלא לאפיין את הנקודות הללו

¹ Arthur 1998, Arthur 2001a, Arthur 2010a

באופן מטאפיסי, כפי שעשה בתקופתו גסנדי לנקודות הפיסיקאליות, והוא מעדיף להדגיש את קיומו ההכרחי של א-לוהים בכדי להניב מאינסוף נקודות-חומר את הרצף האקטואלי השלם. בכך הוא מאמץ פתרון דומה לזו של דקארט.

2. מאוחר יותר בשלהי שנת 1670, עדיין קודם בואו לפריס, שולל לייבניץ את קיומו של מינימום ומנסה לאפיין את חלקי הרצף כנקודות חסרות התפשטות אך בכל זאת בעלות גודל וחלקים פנימיים. בניסיון זה לייבניץ מגבש תיאוריה שבה יש מקום לגדלים אינסופיים ואינפיניטסימאליים אך גם ישנה דרך לאפיין את היחס שבין גדלים כאלו לבין גדלים סופיים ברי חישוב. במילים אחרות, בתיאוריה הפיסיקאלית החדשה שלו, מציע לייבניץ לעשות שימוש ישיר ומפורש בגדלים אינסופיים ואינפיניטסימאליים, מבלי להפוך גדלים אלו לגדלים א-כמותיים כפי שעשו גלילאו וקוולירי וכפי שטען לייבניץ בעצמו בתחילת דרכו. כמו כן, בתיאוריה זו לייבניץ מאמץ את הדגם הפסיכולוגיטי של הובס בנוגע לנטייה הרגעית (קונטוס) ומאפיין את הרכיב האלמנטארי של הרצף (היא הנקודה חסרת ההתפשטות אך בעלת החלקים הפנימיים) כיסוד מטאפיסי מחשבתי בלתי מתחלק.

3. המאמץ להבחין בין מינימום לבין נקודה חסרת התפשטות ובעלת חלקים וגודל מרכיבה את הרצף מתברר כבלתי מוצלח, ובסוף 1672, זמן קצר לאחר הגיעו לפריס, מנסח לייבניץ תפיסה שלישית במספר על הרצף ועל מרכיביו. תפיסה זו מקרבת אותו לעבר תפיסה סינקטגורמטית של האינסוף ובה הוא מחזיק במשך כל תקופת פיתוח התחשיב האינפיניטסימאלי. כעת לדעת לייבניץ הרצף אינו מורכב מאינסוף נקודות אלא מאינסוף קווים אינפיניטסימאליים שגם אותם ניתן להמשיך ולחלק לאינסוף, אך בכל מקרה לעולם הרצף אינו שלם בשל העובדה שמספר אינסופי אינו אפשרי. תפיסה זו עתידה לקדם את פיתוח התחשיב האינפיניטסימאלי של לייבניץ במשך שהייתו בפריס עד תחילת 1676, שכן היא מאפשרת שכל מרכיב ברצף ייחשב בעצמו רצף עבור אינסוף מרכיבים אינפיניטסימאליים מסדר שני. בהתאמה עם פיתוחים גיאומטריים מאותה תקופה, נוטש לייבניץ לראשונה את הרעיון להרכיב רצף באופן הטרוגני (כפי שטענו גלילאו וקוולירי) ותופס את הרצף כמורכב מחלקים הומוגניים. שינוי בטיבו של האינפיניטסימאל האקטואלי מנקודה לקו הוא משמעותי מאד גם מנקודת מבט פיסיקאלית. עתה לייבניץ אינו יכול לזהות חלק מסוים של הרצף כביטוי ישיר לקיומו של יסוד מטאפיסי בלתי מתחלק, הואיל וכל חלק מסוים כזה ניתן בעצמו לחלוקה. לפיכך עובר לייבניץ להוכיח על דרך השלילה שיסוד מטאפיסי בלתי מתחלק שכזה קיים במובלע בכל רצף אקטואלי המחולק לאינסוף.

4. לאחר שהתחשיב האינפיניטסימאלי מגובש מבחינה גיאומטרית ואלגברית בפברואר-מרץ 1676, מתפנה לייבניץ מחדש לבירור היסודות המטאפיסיים של הרצף האקטואלי ובכלל זה הוא פותח שוב את הדיון במעמדם של האינפיניטסימאליים. מסקנתו הרביעית של לייבניץ בנוגע לרצף משלימה את מסקנותיו באשר לפיקטיביות של האינסוף והאינפיניטסימאל אליהן הוא מגיע בעקבות פיתוחיו האלגבריים, כפי שתואר בהרחבה בחלק הקודם. בשלב זה עובר לייבניץ לטעון שאת הרצף לא מרכיבים כלל חלקים משום שהרצף הוא מהות אידיאלית-פיקטיבית של התודעה. לייבניץ חדל מלהתמקד בחלקי הרצף ועובר להתייחס לגבול שאליו שואפת הסדרה. הפער בין טור אינסופי לבין סכומו אינו נתפס עוד כרכיב אקטואלי של הטור אלא כגדול פיקטיבי-דמיוני בלתי מובחן המצטמצם ככל שנרצה. אינסוף חלקים אקטואליים תמיד יימצאו במרחק אינפיניטסימאלי פיקטיבי מהשלם

הרצוף שאותו הם מבקשים לכוון. מכיוון שכך לייבניץ מסיק שקיים פער בלתי נמנע בין התחום האידיאל לתחום האקטואלי ועל כן רצף אקטואלי כלל אינו אפשרי. חלוקה אינסופית של חומר שוב אינה מתרחשת בחסות קיומו של יסוד מטאפיסי הקיים בחומר, ולפיכך לייבניץ מתאר את התנועה כשינוי פתאומי בלתי רצוף או כקפיצה מנקודת קצה אחת לשנייה, בדומה לעמדתו הראשונית בנושא מ-1668. על מנת להסביר את יציבותה ועקביותה של תנועה וחומר בעולם אקטואלי מתחלק ומתפורר לאינסוף, שב לייבניץ ונתלה בנובמבר 1676 בא-לוהים ובכוח השימור שלו. עקב כך הוא נאלץ לקבל את התפיסה הקרטזיאנית של התפשטות החומרית בעולם כמכלול אחד. כעת, מפאת מעורבותו האינטנסיבית של א-לוהים בשינוי ובשימור החומר, לייבניץ גורס שהגוף הנע למעשה מתאיין ונברא מחדש כפי שסברו הקרטזיאניים.

5. השלב החמישי והאחרון בעמדתו הפיסיקאלית של לייבניץ מתגבש לאור ממצאים פיסיקאליים ולא מתמטיים. כאמור, תפיסה סינקטוגורמטית מלאה ביחס לאינסוף מופיעה אצל לייבניץ החל מאפריל 1676, בגינה מקבל האינפיניטיסימאל מעמד פיקטיבי ומתבטלת האפשרות לכוון רצף שלם באמצעות חלקים אקטואליים. אך עמדתו הסופית של לייבניץ בנוגע לרצף האקטואלי מתגבשת כתוצאה מגילוי עקרון שימור הכוח בפברואר 1678. בעקבות הגילוי מנסח לייבניץ את האיזון היסודי בטבע באמצעות עקרון הרצף שלו, על פיו המציאות האקטואלית פועלת בכל זאת בהשראת עקרונות מתמטיים וזאת למרות הניתוק הגורף שבין מתמטיקה לפיסיקה. במהלך הקריירה שלו מאז גילוי הכוח מדגיש לייבניץ שהתנועה הרציפה וחסרת הקפיצות היא שינוי דמיוני של המציאות האקטואלית, ומכאן שניתן לעשות שימוש באינפיניטיסימאלים פיקטיביים בכדי לתאר אותה ואף להסביר כיצד היא מסתיימת ללא קפיצות (למעשה היא אינה מסתיימת לעולם, וכך מנוחה מוחלטת למשל אינה אפשרית). תיאור הדינמיקה של לייבניץ משנת 1695 עומד בקנה אחד עם ההסברים הללו, וכך מתקבלת תמונה קונסיסטנטית של עמדתו הפיסיקאלית של לייבניץ על הרצף. מעבר לכך, חשיפת שימור הכוח מאפשרת לייבניץ לשוב ולאתר יסוד מטאפיסי בלתי מתחלק בחומר ולהימנע מעיגון יציבות התנועה בא-לוהים. אמנם כבר באפריל 1676 קושר לייבניץ את דרך ההפקה של עצם עם עקרון האינדיבידואליזם המייחד אותו, אולם בהעדר יסוד בלתי מתחלק הוא נאלץ לכרוך את דרך ההפקה עם העולם כולו. חשיפת שימור הכוח מאפשרת את פיתוח הפילוסופיה המפורסמת של האינדיבידואל אצל לייבניץ.

לייבניץ מגבש את חמש התיאוריות הפיסיקאליות הללו בזמן קצר יחסית, וניתן לראות שתיאוריות אלו מושפעות זו מזו כך שתהליך בשלותו הרעיונית של לייבניץ בתפיסת הרצף הפיסיקאלי היה הדרגתי. מעבר להשפעה ההדדית בין התיאוריות הללו לבין התפתחותו המתמטית של לייבניץ, קיימת חשיבות מיוחדת לשני השלבים האחרונים בהתפתחותו האמורה. בשלבים אלו מגיע לייבניץ לבשלותו המתמטית והפיסיקאלית ובשל כך יש להם השפעה ישירה על רעיונותיו במטאפיסיקה. רעיון העולם כמכלול, שבו מצדד לייבניץ לאור טיבו הפיקטיבי של האינפיניטיסימאל באפריל 1676, מתפתח לכדי רעיון ההרמוניה הקבועה מראש; קיומו של כוח יסודי בחומר, אותו גילה לייבניץ בתחילת 1678, מאפשר לו לנסח את עקרון הרצף שלו היסודי שלו ולקדם את הפילוסופיה של האינדיבידואל בגינה דרך כוכבו. שני הנושאים הללו יפותחו בהרחבה בחלקו האחרון של המחקר.

1. 1666-1669: אינסוף נקודות וקפיצות מרכיבות את הרצף

בתחילת דרכו לייבניץ לא תפס את האינסוף באופן סינקטגורמטי. כפי שניתן לראות ב'אמנות הצירופים' משנת 1666, לייבניץ אוחז בתחילת דרכו בתפיסה קטגורמטית של האינסוף. לדעת לייבניץ את הקו הרצוף מרכיבים אינסוף חלקים. על אף שאינסוף מעורב בהרכבת הרצף לייבניץ אינו סבור שיש בעיה לראות את התוצאה הרצופה כשלמה. במילים אחרות, נקודת המוצא של לייבניץ היא שיש מספר אינסופי של חלקים וכן שכל החלקים מניבים שלם.

Any number of things may be taken simultaneously and yet be treated as one whole [...] Every body whatsoever has an infinite number of parts; or, as is commonly said, the continuum is infinitely divisible.²

לייבניץ תופס את בעיית הרצף, כמו מרבית המתמטיקאים בתקופתו, כבעיה פסיקאלית אודות התנועה, ועל כן את התייחסותו לעניין הרצף ולאינסוף מרכיביו ניתן לדלות מדיונים שהוא עורך בפסיקה של גופים. בשלהי שנות השישים, לייבניץ תומך בקיומם של אטומים המרכיבים את הרצף, בהשראת תפיסות אטומיסטיות כשל דמוקריטוס ואפיקורוס ובעיקר לאור הוואריאציה המודרנית שלהן, פייר גסנדי³. גישה אטומיסטית לרצף מחייבת לתלות את צורת החומר, את תנועתו, קשיחותו ולכידותו הפנימית באותו אטום יסודי בלתי מתחלק המרכיב את הרצף. הבעיה היא שעל מנת להימנע מרגרסיה אינסופית יש צורך לאפיין את היסוד הראשוני באופן שונה. משום כך עשה גסנדי צעד נוסף וייחס לאטומים שלו פעילות אוטונומית המביאה בסופו של דבר לגיבוש תכונותיו הסופיות של החומר. האטומים של גסנדי לא היו אינרטיים אלא יותר יסודות מטאפיסיים של החומר. בדומה לגסנדי, לייבניץ מסיק על קיומו של חלק בלתי מתחלק ביסוד הרצף, אך במקום לייחס לחלק היסודי מאפיינים מטאפיסיים במטרה להימנע מהרגרסיה האינסופית, מייחס זאת לייבניץ ישירות לא-לוהים⁴.

But since we have demonstrated that bodies cannot have determinate figure, quality, or motion, without assuming an incorporeal being, it readily becomes apparent that this incorporeal being is one for all because of the harmony of things among themselves, especially since bodies are moved not individually

² 1666, *De Arte Combinatoria*; G IV 32-33, L 73-74

³ Arthur 1998, 31-32, Arthur 2001a, xxx

⁴ "It is indeed truly and with good reason that Democritus, Leucippus, Epicurus, and Lucretius of old, and their modern followers, Pierre Gassendi and John Chrysostum Magnenus, asserted that the whole cause of cohesion in bodies may be explained naturally through the interweaving of certain shapes such as hooks [...]. But these interlocking instruments themselves must be hard and tenacious in order to do their work of holding together the parts of bodies. Whence this tenacity? Must we assume hooks on hooks to infinity? Yet whatever reason there is for questioning this in the first case will exist also in the second and the third, and so without end. There remains only one answer which these most subtle philosophers can make to such objection: they may assume certain indivisible corpuscles, which they call atoms [...]. But no reason for cohesion and indivisibility appears within these ultimate corpuscles [...]. In explaining the atoms, we may therefore rightly resort to God [...] I marvel that neither Gassendi nor any other of these most acute philosophers of our century has noticed this excellent opportunity do demonstrate the divine existence [...]".

(1668, *The Confession of Nature Against Atheists*; G IV 110, L 112)

by this incorporeal being but by each other. but no reason can be given why this incorporeal being choose one magnitude, figure and notion, rather than another, unless he is intelligent and wise with regard to the beauty of things and powerful with regard to their obedience to his command. Therefore such an incorporeal being will be a mind ruling the whole world, that is, God.⁵

ניתן להסיק מכך, שאין בחומר עצמו שום יסוד מטאפיסי המכונן את לכידותו או את שאר תכונותיו האיכותיות והייחודיות, כך שהרכבת רצף חומרי מאטומים בלתי מתחלקים אינה שונה הרבה מהרכבה של קו גיאומטרי מנקודות.⁶ תפיסה כזו של חלוקת חומר לאינסוף מופיעה אצל דקארט, אך דקארט נמנע מלהכיר באינסוף האקטואלי ולכן העובדה שא-לוהים מפקח על הפיסיקה של החלוקה של חומר לאינסוף נועדה לאפשר לדקארט לעקוף את זיהוי הרצף כאינסוף אקטואלי של נקודות. כפי מעיר לייבניץ כבר ב-1675, ספק אם ייחוס היסוד המטאפיסי לא-לוהים מעל ומעבר לחלוקה האינסופית של החומר עשוי להספיק בכדי למנוע את הרגרסיה לאינסוף.⁷ אולם בשלב זה אינסוף אקטואלי אינו עניין שלייבניץ מבקש להימנע ממנו ולכן התייחסות לא-לוהים בהקשר הנוכחי עדיין אינה בעייתית בעיניו.

באפריל 1669 לייבניץ כותב למורו תומסיוס, שהתנועה הרצופה מורכבת מנקודות בלתי מוגדרות של תנועה ומהפרשים של מנוחה.⁸ לדעתו יש לראות זאת למעשה כקריסה ובריאה מחדש של הגוף ללא הרף, משום שגוף שאינו נע בעצם אינו קיים.⁹ לדעת ארתור משמעותה של קביעה זו היא שלייבניץ תפס שחלקי הרצף השלם הן נקודות חסרות ממד¹⁰, אולם לייבניץ אינו מתייחס לכך

⁵ 1668, *The Confession of Nature Against Atheists*; G IV 110, L 112

⁶ מכיוון שלייבניץ מייחס את התנועה לא-לוהים ולא לחומר, לא ניתן להגדיר את החומר באמצעות תנועה או לטעון שהתנועה היא חלק מהגדרתו המהותית של החומר, כפי שטוענים גסנדי ודקארט. אי לכך, לא ברור כיצד לייבניץ יכול בכל זאת לייחס את התנועה לחומר בשעה שהיא נובעת מא-לוהים באופן ישיר ובלעדי (Mercer & Sleight 1995, 77).

⁷ "Instead of 'infinite', he [Descartes] recommended that we use the term 'indefinite', i.e. that whose limits cannot be found by us, and that the term 'true infinite' be reserved for God alone. But contrary to this, in part 2, §36, matter is admitted to be really divided by motion into parts that are smaller than any assignable, and therefore actually infinite" (Dec. 1675, *Notes on Descartes's Principles of Philosophy*; A 6.3 214, LLC 25)

⁸ 30 April 1669, *Leibniz to Thomasius*; A 6.2 435-436, LLC 337-338

⁹ עמדה זו מזכירה את תפיסת התנועה של דקארט (Loemker 1969, 104), או אולי את זו של גסנדי (Arthur 2001a, xxviii, Pasidius to Philalethes בדיאלוג 1676 בנובמבר שלה וואריאציה שלה ב-1676 xxx; 368 n25 לאחר שהפנים את השלכות ההקטנה האינסופית של הדיפרנציאל (Bassler 1999, 165 n24). כפי שהודגש בסקירת תפיסת האינסוף של דקארט בחלק א', דקארט נאלץ לערב תפיסה קטגורמטית של האינסוף בכדי להצדיק את תפיסת התנועה שלו. על אף החלוקה האינסופית של העצם החומרי, מוכרחות להיות אינסוף אקטואלי של נקודות ברצף בכדי לאפשר את סיומה של התנועה המעגלית. לפיכך, העובדה שלייבניץ האמין בתחילת דרכו בתיאוריה דומה לזו של דקארט עשויה לחזק את הרושם שהוא אף תפס את הרצף כמורכב מאינסוף קטגורמטי של נקודות. לעומת זאת, בעמדתו מנובמבר 1676 (להלן פרק 4) טוען לייבניץ שהתנועה אמנם מורכבת מקפיצות אך שניתן לצמצמן עד אינסוף, כך שלעולם לא ניתן להרכיב את התנועה מיחידות אטומיות בלתי מתחלקות (בהערותיו המאוחרות לעקרונות של דקארט בשנת 1692 (על חלק ב', סעיפים 33-35) רומז לייבניץ לכך שדקארט בעצמו לא עמד על מלוא הפוטנציאל של דבריו על האינסוף, דהיינו שבסופו של דבר עמדתו של דקארט בנוגע לאינסוף ולרצף דומה אך למעשה רחוקה ממסקנותיו הסופיות של לייבניץ בעניין).

הרחבה בעניין ראו בפרקים 4-5 בחלק זה.
Arthur 2010a, 6¹⁰

במפורש¹¹. עם זאת, בשל העובדה שלייבניץ התרשם עמוקות משיטתו של קוולייירי לחישוב שטחים באמצעות קווים מינימאליים בלתי מתחלקים ומאחר והרכבה של הרצף השלם באמצעות אינסוף נקודות מינימאליות בלתי מתחלקות היתה תפיסה רווחת בקרב פילוסופיים ומתמטיקאים בדורו של לייבניץ¹², אין זה בלתי סביר להניח שזו אכן היתה נקודת המוצא שלו¹³. בשלבים מאוחרים יותר לייבניץ מזכיר שהנקודות המתמטיות שבשבחן מדברים המכאניסטים והאטומיסטים אכן קסמו לו, אך הוא בחר במהלך הזמן לשלול את קיומן¹⁴.

2. 1671-1670: אינסוף נקודות בלתי מתחלקות (לא מינימאליות) מרכיבות את הרצף

בחורף 1670-1671 לייבניץ מגבש את 'התיאוריה אודות התנועה המופשטת' שלו (*Theoria Motus Abstracta - TMA*) ובה הוא מתבטא באופן מפורש בנוגע לנקודות המרכיבות את הרצף. אולם הנקודות הללו שונות מנקודות מינימאליות חסרות ממד משום שלייבניץ מאפשר להן להיות גדולות או קטנות זו מזו. זוהי טענה מורכבת ובמרבית הפרק שלהלן ייעשה מאמץ לעמוד על תפיסת הרצף המשתקפת מתיאוריה זו. בסוף הפרק מופיעה הערה ארוכה על עמדות הפרשנים באשר למקומה המדויק של תפיסת הרצף הזו בהתפתחותו האינטלקטואלית של לייבניץ.

'התיאוריה אודות התנועה המופשטת' היתה יומרנית למדי. במכתב לאולדנבורג מיהר לייבניץ להכריז על פתרון רבות בפיסיקה, בגיאומטריה ובמתמטיקה באמצעות תפיסת הרצף הייחודית שגיבש ב-TMA:

The theory of abstract motion explains the hitherto unresolved difficulties of continuous composition; confirms the geometry of indivisibles and arithmetic of infinities; it shows that there is nothing in the realm of nature without parts; that the parts of any continuum are in fact infinite; that the theory of angles is that of the quantities of unextended bodies; that motion is stronger than motion, and endeavor [conatus] is stronger than endeavor – however,

¹¹ ראו גם ניתוח קצר של תפיסת התנועה אצל לייבניץ מאותה תקופה (1669, *De Rationibus Motus*; A 6.2 157-176) אצל בסלר (2, Bassler 1998a).

¹² מעבר לגלילאו שהדגיש את הפלא שבהרכבת הרצף באמצעות אינסוף אפסים, גם ג'ון וואליס תמך בתפיסת האינפיניטסימאל כאפס. בהתכתבות שהתנהלה בינו לבין לייבניץ (בין השנים 1697-1699) טען וואליס שיש לראות את האינפיניטסימאל כאפס ולא כגודל סופי שניתן להקטינו כל כמה שנרצה. מכיוון שלדעת וואליס ההפרש הדיפרנציאלי הוא אפס מוחלט ולא גודל סופי אינפיניטסימאלי, הסדרה האינסופית המתכנסת אכן מתלכדת אצלו עם השלם או עם הגבול שלעברו היא נעה (1698, *Wallis to Leibniz*; GM 543). לייבניץ התנגד לזיהוי היסוד האלמנטארי של הרצף עם האפס משום שאז אין משמעות לגודל צלעות ה-*Characteristic Triangle* מהם הוא גוזר יחסים פרופורציונאליים המאפשרים לחשב שטחים עקומים. כמו כן, איפוס הדיפרנציאל שולל אפשרות של דיפרנציאלים מסדר גבוה (1699, *Leibniz to* GM 453, *Wallis*; GM 22-27). ראו בעניין זה דיון אצל Jesseph 1998, 22-27. הרחבה נוספת בנוגע לתפיסת הרצף של גלילאו, קוולייירי וואליס תופיע להלן במהלך פרק 2 בחלק זה.

¹³ Garber 1982, 164-166

¹⁴ שיטה חדשה, סעיף ד'.

endeavor is instantaneous motion through a point, and so a point may be greater than a point.¹⁵

כפי שניתן לראות *TMA* מתיימרת לפתור את בעיית הרצף באמצעות אינסוף חלקים. חלקים אלו אינם נקודות מינימאליות חסרות ממד משום שאין דבר בטבע המחוסר חלקים, ולפיכך גם לחלקים האלמנטאריים של הרצף יש חלקים. מייד לאחר שני הסעיפים הראשונים ב-*TMA* בהם לייבניץ מצהיר את מחויבותו לאינסוף אקטואלי (קטגורמטי) המרכיב את הרצף ודוחה את הסתייגותו האפיסטמולוגית של דקארט¹⁶, הוא ניגש להגדיר מחדש את טיבה של הנקודה. בניגוד להגדרה של הנקודה אצל אוקלידס כחסרת גודל או חלקים¹⁷, לייבניץ טוען שלא תיתכן נקודה מינימאלית שאיננה מכילה חלקים. ראשית, נקודה חסרת ממד אינה יכולה להיות ממוקמת במרחב. נקודה במרחב מחוללת סתירה פנימית משום שאין דרך להתייחס לנקודה כזו באופן מרחבי (היא נעדרת סיטוס), ולכן אינה אפשרית. שנית, הנקודה המינימאלית חסרת הגודל מחוללת את הפרדוקס שהשלם שווה לחלקו¹⁸.

*There is no minimum in space or body, that is, there is nothing which has no magnitude or part. For such a thing has no situation, since whatever is situated somewhere can be touched by several things simultaneously that are not touching each other, and would thus have several faces; nor can a minimum be supposed without it following that the whole has as many minima as the part, which implies a contradiction.*¹⁹

אולם, מנגד לייבניץ מוכיח מייד שהמרכיב האלמנטארי של הרצף חייב להיות בלתי מתחלק וחסר התפשטות. מהלך ההוכחה הוא היפוך של נקודת המבט של זנון על פרדוקס הדיכוטומיה²⁰. אם מניחים שהתנועה היא רצופה ושהיכן שהוא היא מתחילה ומסתיימת, הרי שחייבת להיות לה התחלה שאותה לא ניתן עוד לחלק. החלוקה האינסופית של הרצף אינה יכולה להניב מינימום, משום שמינימום פירושו העדר של התנועה, כלומר אפס מוחלט. הואיל והחלוקה האינסופית של הרצף לעולם אינה יכולה לבטל או לאיין את הרצף, נקודת התחלה חייבת להישאר גודל חסר התפשטות שאותו לא ניתן לחלק עוד.

There are indivisibles or unextended things, otherwise neither the beginning nor the end of a motion or body is intelligible [...] Nothing is a beginning from which something on the right can be taken away. But that from which nothing

¹⁵ 29 April 1671, *Leibniz to Oldenburg*; Hall and Hall 1965-1977, VIII, 26

¹⁶ "There are actually parts in the continuum, contrary to what the most acute Thomas White believes, and *these are actually infinite*, for Descartes's 'indefinite' is not in the thing, but the thinker." (Winter 1670-1671, *Theoria Motus Abstracti (TMA)*, Predemonstrable Foundations §1-2; A 6.2 264; LLC 339)

¹⁷ "A point is that which has no part, or has no magnitude" (Euclid, *Elements*, Book 1, Def. 1)
¹⁸ כדאי לשים לב לעובדה שבשלב זה לייבניץ טרם הוכיח את האקסיומה בדבר השלם הגדול מחלקו. המודעות לפרדוקס כרגע קשורה לדיון עתיק שניהלו מתמטיקאים באשר לאופיה של זווית השקה. לייבניץ אכן כורך בהמשך את פתרון בעיית הרצף שלו עם הגדרה מחודשת של זווית השקה באופן שיאפשר לפתור את הפרדוקס שמעוררת האקסיומה שלם-חלק.

¹⁹ Winter 1670-1671, *TMA* §3; A 6.2 264; LLC 339

²⁰ White 1992, 291; Arthur 2001a, xxxvi

having extension can be taken away is unextended. Therefore the beginning of a body, space, motion, or time (namely, a point, an endeavour, or an instant) is either nothing, which is absurd, or is unextended, which was to be demonstrated.²¹

התוצאה המתקבלת משילוב חלוקה אינסופית והעדר מינימום עם קיומו של חלק חסר התפשטות היא הגדרתה החדשה של הנקודה כבעלת חלקים אך בלתי מתחלקת, כבעלת גודל אך חסרת התפשטות. בטרם נתעכב על הגדרה זו של הנקודה כמרכיבה את הרצף כדאי לשים לב שלא לחינם מנסח לייבניץ שוב את תפיסת הרצף שלו באמצעות תובנות על טיבה של התנועה. לייבניץ עושה שימוש בתנועה הפיסיקאלית על מנת להמחיש את קיומה של ראשית לא מינימאלית, משום שאת עיקר ההשראה למהלך הזה הוא מקבל מתומאס הובס. התנועה הרצופה מורכבת מיחידות בלתי מתחלקות שכל אחת מהן מבטאת נטייה רגעית לנוע. בהשראת הובס מכנה לייבניץ את יחידת התנועה האלמנטארית הזו 'קונאטוס'. הובס ניסח מחדש את הנקודה של אוקלידס ב-1655 כגודל שאין קטן ממנו אך הוא בכל זאת בעל גודל סופי, דהיינו גודל שניתן לחלק אותו אך הוא אינו מחולק בפועל²². גודלה של יחידת התנועה האלמנטארית הוא מבוטל וזניח, אך היחס בין שני גדלים זניחים שכאלו הוא סופי. יחס סופי כזה מופיע כאשר מנסים לחשב את המהירות (*impetus*) של הקונטוס. היחס בין מרחק מזערי שגומע גוף לבין נטייה רגעית שלו לנוע עשוי לספק את מהירותו בכל רגע נתון²³. בהגדרתו המחודשת של לייבניץ לנקודה ניתן לראות כיצד הוא מתייחס לקונטוס של הובס אך גם מסתייג ממנו:

A point is not that which has no part, nor that whose part is not considered; but that which has no extension, i.e. whose parts are indistant, whose magnitude is inconsiderable, unassignable, is smaller than can be expressed by a ratio to another sensible magnitude unless the ratio is infinite, smaller than any ratio that can be given. But this is the basis of the Cavalierian Method, whereby its truth is evidently demonstrated, inasmuch as one considers certain

²¹ Winter 1670-1671, TMA §4; A 6.2 264; LLC 339

²² "I define Endeavour [conatus] to be motion made in less space and time than can be given; that is, less than can be determined, or assigned by a exposition or number; that is, motion made through the length of a point, and in an instant or point of time. For the explaining of which definition, it must be remembered that by a point is not to be understood that which has no quantity, or which cannot by any means be divided; for there is no such thing in nature; but that, whose quantity is not at all considered, that is, whereof neither quantity nor any part is computed in demonstration; so that a point is not to be taken for an indivisible, but for an undivided thing; as also an instant is to be taken for an undivided, and not for an indivisible time" (Hobbes, *De Corpore* (1966, vol. 1), ch. 15 §2, p. 206) (לעיל בחלק א').

²³ הובס טען שבידו הדרך לאתר את המשיק עבור כל נקודה שעל עקומה באמצעות היחס שבין שני גדלים אלמנטאריים זניחים. עם זאת, לא ברור כיצד ניתן לחשב יחס כזה אם כל אחד מגדלים אלו איננו נגיש. הפתרון של משולש-מאפיין דיפרנציאלי (*Characteristic Triangle*), שבו לייבניץ עשה שימוש במהלך פיתוח התחשיב שלו, נעוץ היה בשימור הפרופורציות בין צלעות המשולש באופן שעקף את הצורך לחשב יחס ביניהן.

rudiments, so to speak, or beginnings, of lines and figures smaller than any that can be given.²⁴

לייבניץ אינו מקבל את הגדרתו של הובס, ולכן אינו מדבר על נקודה כגודל שאינו מחולק בפועל כהובס אלא על נקודה שבאופן עקרוני לא ניתן לחלק אותה. כמו כן, לייבניץ מדגיש שהנקודה האלמנטארית שלו איננה גודל סופי קטן ככל שיהיה כפי שתופס זאת הובס אלא היא חסרת התפשטות לחלוטין. עם זאת, העובדה שהנקודה חסרת התפשטות אין פירושה שגודלה של הנקודה הוא אפסי. סירובו של לייבניץ לקבל את ההגדרה ההובסיאנית יוצרת הבחנה בין שלוש הגדרות שונות של הנקודה:

1. אוקלידס: נקודה כמינימה אפסית חסרת ממד, חסרת חלקים וגודל.
 2. לייבניץ: נקודה בלתי מתחלקת וחסרת התפשטות מצד אחד, בעלת חלקים וגודל מצד שני.
 3. הובס: נקודה בעלת חלקים וגודל, ולכן בלתי מחולקת בפועל.
- דומה שבשל רצונו למצוא הצדקה לשיטת הבלתי מתחלקים של קוולירי שהילכה עליו קסם, לייבניץ שולל את הנקודה המינימאלית אך בכל זאת מאפיין את המרכיב האלמנטארי של הרצף כבלתי מתחלק. מן העבר השני, לייבניץ טוען שקיומם של חלקים בנקודה אינם מקנים לה התפשטות ומשום כך היא אינה זהה עם הקונטוס של הובס. העובדה שלנקודה האלמנטארית יש חלקים מאפשרת ללייבניץ ליצור "גדלים שונים" של נקודות, אך היא מסבכת אותו בהגדרת הנקודה עצמה. כיצד יכול לייבניץ להגן על הגדרה שכזו? כיצד יכולה להתקיים נקודה, שמצד אחד היא חסרה כל התפשטות ובלתי ניתנת לחלוקה ומצד שני יש לה חלקים ולפיכך גם גודל? לדעת ארתור, הפתרון לשאלה זו מונח באופן ברור בהקשר הפיסיקאלי של התיאוריה. לייבניץ מאפיין את היסוד האלמנטארי של הרצף כנקודה חסרת התפשטות אך בעלת חלקים משום שהוא מחפש דרך להימנע מרגרסיה אינסופית של חלוקת החומר או התנועה. כפי שתואר באריכות בפרק המסכם של החלק הקודם, רק יסוד מטאפיסי בלתי מתחלק עשוי למנוע את התפוררות החומר לאבק כתוצאה מחלוקה אינסופית שלו. כמו כן בכוחו של יסוד כזה לאפשר קיום אקטואלי של חומר או תנועה המתחלקים לאינסוף. לדעת לייבניץ בתחילת שנות השבעים, הנקודה האלמנטארית של הרצף היא תודעה בסיסית, שאינה מתחלקת אך דווקא כן מכילה חלקים. החלקים הפנימיים של התודעה מייצגים את המורכבות הפנימית שלה כתודעה המסוגלת למחשבה ולא את אפשרות החלוקה שלה. לפיכך תנועה רצופה מורכבת מנטיות רגעיות בלתי מתחלקות, אך נטיות רגעיות בלתי מתחלקות אלו שונות בגדלן משום שהן מייצגות מחשבות רגעיות שונות, בעלות רמת מורכבות פנימית שונה. מצד שני, האנלוגיה בין הנקודה הבלתי מתחלקת לבין התודעה נועדה להמחיש את העובדה שהתודעה, גם אם היא רגעית, אינה מתאינת:

For I will demonstrate that the Mind consists in a point, that cognition is endeavour or a minimum motion, that there can be several endeavours in the

²⁴ Winter 1670-1671, *TMA* §5; A 6.2 264-265; LLC 339-340

same thing simultaneously, but not several motions [...] it will follow that mind can no more be destroyed than a point.²⁵

אך כיצד תודעה רגעית יכולה שלא להתאיין? כאן טמון לדעת לייבניץ ההבדל החשוב שבין חומר לרוח. האנלוגיה בין הנקודה חסרת ההתפשטות לבין תודעה רגעית מאפשרת להבין את הרצף הפיסיקאלי (בחומר ובתנועה) כרצף של מחשבות בלתי מתחלקות, אך האנלוגיה הזו מוגבלת: גוף הוא רצף רגעי משום שהוא אינו מסוגל לשמר יחד את מרכיביו הרגעיים למשך זמן. לעומת זאת הרוח היא נצחית משום שבכוחה לשמר את כל אינסוף המחשבות הרגעיות המכוננות אותה. בשונה מגוף, לרוח יש זיכרון, המאפשר לה לשמר את כל המרכיבים יחד לאורך זמן.

*No endeavour lasts longer than a moment without motion, except in minds. For that which in a moment is an endeavour, is in time a motion of a body. And here a door is opened for pursuing the true distinction between bodies and minds, till now explained by no one. For every body is a momentaneous mind, i.e. a mind lacking recollection, since it does not retain its own endeavour and a contrary one together for longer than a moment [...] Therefore body lacks memory, it lacks a sense of its own actions and passions, it lacks thought.*²⁶

לפיכך ביסוד התיאוריה הפיסיקאלית החדשה של לייבניץ ב-1670 ובבסיס תפיסת הרצף שלו מופיעה תודעה רגעית בלתי מתחלקת המתבטאת באופן אקטואלי באמצעות נטייה רגעית לנוע. עם זאת, לייבניץ אינו מפרט כיצד ובאיזה אופן באה לידי ביטוי הרוח הנצחית שאינה מתאינת. בתיאוריה הפיסיקאלית שלו יכול חומר לייצג רק רצף רגעי של אינסוף מחשבות מתחלפות ומשתנות, והיא אינה כוללת בתוכה התייחסות לישות סובסטנטיבית שבה משתמרת הרציפות לאורך זמן. כעת, לאחר הנהרת טיבה של הנקודה בתיאוריה החדשה של לייבניץ, עלינו לברר את אופי היחס בינה לבין הרצף כמכלול. בכדי לנמק את הגדרתה החדשה של הנקודה כבלתי מתחלקת אך לא מינימאלית, כבעלת חלקים וגודל אך ללא התפשטות, לייבניץ מנסה להבחין בין שני גדלים שונים של אינסוף. קודם *TMA* תפס לייבניץ את הרצף כמורכב מאינסוף אפסים, ואת התנועה הרצופה כמורכבת מאינסוף מנוחות וקפיצות. אוקלידס עצמו ידע שתפיסה כזו בעייתית להצדקה פילוסופית משום שהפער בין הרצף השלם לבין מרכיביו האפסיים גדול מדי. אולם מכיוון שלייבניץ מעוניין לשמר את האינסוף כמרכיב עיקרי בהבנת הרצף, הוא מגדיר יחס אינסופי חלש יותר. כעת הרצף אינו אחיד ושלם ואילו המרכיב האלמנטארי שלו אינו מינימום אפסי. דהיינו במקום להבין את הרצף כחס אינסופי 0:1, מנסה לייבניץ לראות את הרצף כחס אינסופי 1:∞.

²⁵ 1670?, *On the Necessity of Demonstrations for the Immortality of the Soul*; A 2.1 114, trans. By Arthur 2001a, xxxv; Arthur 1998, 33

²⁶ Winter 1670-1671, *TMA* §17; A 6.2 266; LLC 341; cf. "In the mind all endeavours endure, and none is chosen for addition or subtraction unless it is harmonious" (A 6.2 282; trans. by Arthur 2001a, 369 n39)

The ratio of rest to motion is not that of a point to space, but that of nothing to one [...] Endeavour is to motion as a point is to space, i.e. as one to infinity, for it is the beginning and end of motion.²⁷

לייבניץ טוען ששני היחסים ($\infty:1$; $1:0$) הם אינסופיים. שתי הטענות – שהרצף הוא שלם המורכב מאפסים ושהרצף הוא אינסוף המורכב מיחידות בלתי מתחלקות – מתבססות על כך שהיחס בין הרצף לחלקיו הוא אינסופי. אך לדברי לייבניץ ניתן לגבש הרכבה של הרצף רק באמצעות היחס השני ולעולם לא באמצעות הראשון, וזאת למרות שהוא אינו מספק הוכחה או טענה כנגד קיומו של האינסוף כשלם²⁸. מהטקסט עולה שעל פי לייבניץ (ובניגוד לגישת גלילאו²⁹) אין מנוחות בהרכבת התנועה הרצופה אלא רק נטיות מזעריות לתנועה. בעוד שהפער בין מנוחה לתנועה הוא גדול מכדי שניתן יהיה לגשר עליו, נטייה רגעית עשויה להרכיב את התנועה הרצופה. מכיוון שכך, לייבניץ סבור שניתן לבסס את הגדרת החדשה של הנקודה באמצעות הבחנה בין שני סוגי האינסוף. מינימום אינו יכול להיות המרכיב האלמנטארי של הרצף מכיוון שהפער בין האפס לאחד גדול מדי; גם אינסוף אפסים לא יניבו את הרצף השלם והפרדוקס המערב את עקרון השלם-חלק יתעורר. לשם כך יש לאפיין את הנקודה כבעלת גודל וחלקים פנימיים – כאלו שיאפשרו לה להיות גדולה או קטנה בהשוואה לנקודות אחרות. לפיכך, את הקונטוס של הובס מגדיר לייבניץ מחדש כנקודה שלא ניתן לחלקה כלל משום שהניסוח המקורי של הובס מונע אפשרות של כינון הרצף באמצעות אינסוף גורמים. הואיל והנקודה ההובסיאנית אינה אלא גודל סופי שניתן לחלקו באופן עקרוני, המחויבות לאינסוף תאלץ לדחות אותה. רק גודל יסודי ואחיד בלתי מתחלק וחסר התפשטות (אך, כאמור, בעל גודל הנובע מקיומם של חלקים פנימיים) עשוי לייצר יחס אינסופי בין המרכיבים לרצף הכולל. יוצא אם כן שלייבניץ מתרגם את שלוש הגרסאות של הנקודה לשלושה יחסים בין הרצף למרכיביו:

1. גלילאו: יחס שבין 0 ל-1.

2. לייבניץ: יחס שבין 1 לאינסוף.

3. הובס: יחס שבין חלק סופי קטן ככל שנרצה לבין גודל סופי גדול ככל שנרצה.

לסיכום, הפער בין מנוחה לתנועה הוא קיצוני מדי והיחס האינסופי הנוצר בין הנקודה האוקלידית לבין הרצף השלם הוא בעייתי לדעת לייבניץ. מנגד, היחס בין הנקודה ההובסיאנית לבין הרצף אינו אינסופי כלל. מכיוון שלייבניץ מחפש ב-*TMA* יחס אינסופי 'חלש' שניתן יהיה להבין באמצעותו את

²⁷ Winter 1670-1671, *TMA* §6, §10; A 6.2 265, LLC 340

²⁸ חשוב להדגיש שלמרות שלייבניץ מדגיש שהיחס בין הרצף למרכיביו אינו $0:1$ אלא $1:\infty$, ובכך הוא נמנע מלראות את האינסוף כשלם, לייבניץ נותר מחויב להצהרה הפותחת של *TMA* שבה הוא מדגיש את הרכבת הרצף מאינסוף חלקים אקטואליים. אין בחיבור טענה המסייגת את ההצהרה הקטגורטית הפותחת אותו. בהמשך, בדיון על זניחת תפיסת הרצף של *TMA* החל מנובמבר 1672 ואילך, ניתן לראות שיש קשר מהותי בין מקסימום למינימום. כאשר לייבניץ קובע באופן חד משמעי (בעקבות קריאת גלילאו) שהאינסוף אינו שלם הוא שולל את המקסימום וכתוצאה מכך גם את היחידות הבלתי מתחלקות. ב-*TMA* לעומת זאת, קשר זה עדיין אינו ברור די צרכו. לייבניץ מנסה ב-*TMA* להצדיק את קיומם של הבלתי מתחלקים (במקביל לשלילת המינימום), וייתכן שבאופן דומה משתמעת תמיכתו באינסוף כשלם (אולי במקביל לשלילת מקסימום). כאמור, לייבניץ אינו מתבטא באופן מפורש בעניין הזה ב-*TMA*.

²⁹ גלילאו מאמץ את הגדרת הנקודה של אוקלידס אך גם את כינונו של הרצף באמצעותה. לכן מסקנתו היא שאת התנועה הרצופה מרכיבות אינסוף מנוחות. כפי שכבר הודגש, גלילאו ביקש להדגיש את הפרדוקסאליות של האינסוף ועל כן בחר ביחס $1:0$ בכדי לאפיין את הרצף, ולא ביחס המתון יותר $1:\infty$ שבו בוחר לייבניץ ב-*TMA*. כאמור, עמדה זו משתקפת גם בכתביו של ג'ון וואליס.

הרצף, הוא בוחר לאפיין את הנקודה כיחידה בלתי מתחלקת ובעלת חלקים שכמות אינסופית שלה מניבה את הרצף.³⁰

לייבניץ מתקדם הלאה לפענח באמצעות הנקודה החדשה שלו את הפרדוקס שמעוררת זווית ההשקה. ניתן לצייר שני מעגלים קונצנטריים בגדלים שונים המשיקים באותה נקודה לישר המצוי מחוץ להם. למרות שמדובר באותה נקודת השקה, זווית ההשקה של המעגל הגדול תהיה קטנה מזווית ההשקה של המעגל הקטן. נוצר פרדוקס עם האקסיומה שלם-חלק משום שזווית ההשקה הקטנה אמורה להיות חלק מהגדולה אך הואיל ושתייהן מתלכדות בנקודת ההשקה הן באופן בלתי נמנע שוות. מתמטיקאים במהלך המאה ה-17 הגיעו למסקנה שנקודת השקה מוכרחה להיות נקודה המכילה נקודות, או חלק יסודי של הרצף המכיל חלקים.³¹ תפיסת הנקודה ב-TMA ממשיכה קו מחשבה זה, מאחר והנקודה של לייבניץ מכילה חלקים נוספים על אף שהיא בלתי מתחלקת:

One point of a moving body in the time of its endeavour, i.e. in a time smaller than can be given, *is in several places or points of space*, that is, it will fill a part of space greater than itself, or greater than it fills when it is at rest, or moving more slowly, or endeavouring in only one direction; yet this part of space is still unassignable, or consists in a point, although the ratio of a point of a body (or of the point it fills when at rest) to the point of space it fills when moving, is as an angle of contact to a rectilinear angle, or as a point to a line.³²

דקארט תפס את התנועה הישרה כפשוטה ובסיסית ביותר משום שברגע אחד יכולה להיות נטייה לתנועה בכיוון אחד בלבד. לעומת זאת, התנועה העקומה מורכבת משתי נטיות נפרדות לתנועה בשני כיוונים שונים ומכיוון שכך על מנת לייצר תנועה לא-ישרה נדרשים לכל הפחות שני רגעים.³³ לייבניץ ב-TMA תפס זאת אחרת. בניגוד לאינטואיציה של דקארט, לייבניץ מייחס לנטייה הבלתי מתחלקת של התנועה חלקים ומשום כך הוא סובר שברגע אחד יכולות להתקיים נטיות לכיוונים שונים בו זמנית, באותו אופן שבנקודת ההשקה קיימות כל הזוויות באופן אקטואלי ולא פוטנציאלי.³⁴ עבור לייבניץ קונטוס אחד יכול להיות גדול מקונטוס אחר, למרות שכל קונטוס נחשב כנקודה בלתי

³⁰ דומה כי נקודת התורפה של TMA היא שלייבניץ לא באמת מנמק את ההבחנה הזו שבין שני סוגי האינסוף (Bassler 1998a, 6), וכתוצאה מכך לא לגמרי ברורה ההבחנה בין גודל (magnitude) לבין התפשטות (extension).

³¹ White 1992, 294

³² Winter 1670-1671, TMA §13; A 6.2 265, LLC 340

³³ "Of all motions, only a motion in a straight line is entirely simple and has a nature which may be wholly grasped in an instant. For in order to conceive such motion it suffices to think that a body is in the process of moving in a certain direction, and that this is the case at each determinable instant during the time it is moving. By contrast, in order to conceive circular motion, or any other possible motion, it is necessary to consider at least two of its instants, or rather two of its parts, and the relation between them... I am not saying that rectilinear motion can take place in an instant, but only that everything required to produce it is present in bodies at each instant which might be determined while they are moving, whereas not everything required to produce circular motion is present... According to this rule, then, it must be said that God alone is the author of all the motions in the world in so far as they exist and in so far as they are rectilinear." (Descartes, *The World*, Ch. 7; AT XI 45-46, CSM I 96-97)

³⁴ "different conatus [endeavors] mixed one with another by the least particles produce motions of a new kind" (29 April 1671, *Leibniz to Oldenburg*; Hall and Hall 1965-1977, VIII, 26)

מתחלקת של התנועה הרצופה. הווי אומר, בעוד והיחידה האלמנטארית של התנועה אינה מתחלקת, המרחב מתחלק לאינסוף משום שעליו לשמש כאמת המידה לבחינת גודלה הפנימי של הנקודה בעלת החלקים.³⁵

One point is greater than another, one endeavour is greater than another, but *one instant is equal to another*, whence time is expounded by a uniform motion in the same line, although its parts do not cease in an instant, but are indistant. In this they are like the angles at a point, which the Scholastics (whether following Euclid's example, I do not know) called *signs*, as there appear in them things that are simultaneous in time, but not simultaneous by nature, since one is the cause of the other. Likewise in accelerated motion, which, since it increases at any instant, increases at once from the beginning; but to increase presupposes an earlier and a later; so in this case it is necessary for there to be one sign prior to the another in a given instant; though without distance or extension.³⁶

לייבניץ מדגיש את חלקי הנקודה הבלתי מתחלקת באמצעות מרחב המורכב מ'סימנים'. כמות הסימנים מגדירה את גודלו של המקום המרחבי של גוף. נטייה רגעית של גוף מציבה אותו בכמה 'נקודות-סימנים' במרחב ונטייה איטית יותר או תנועה המורכבת מפחות נטיות רגעיות תציב את הגוף במקום קטן יותר מבחינה מרחבית. למרות שלא ברור אמפירית כיצד ניתן לקבוע כמה 'סימנים' קיימים בכל נטייה רגעית, רעיון הסימנים המרחביים מאפשר ללייבניץ לקבוע שנקודה אחת יכולה להיות גדולה מנקודה אחרת בשל כמות סימנים פנימיים שונה מבלי שהדבר כרוך בחלוקתה של הנקודה.³⁷

זהו המקום לעמוד על ההבדל שבין התפשטות (extension) וגודל (magnitude) עבור לייבניץ ב-TMA. כאשר לייבניץ מאפיין את הנקודה כבעלת חלקים אך גם כבלתי מתחלקת, הוא יוצר הבחנה בין כמות חלקים פנימיים לבין המרחב הכולל של הנקודה. כמות החלקים בנקודה הבלתי מתחלקת אינה משנה את המרחב הכללי של הנקודה, כלומר את ההתפשטות שלה. זו הסיבה שכל נקודה במרחב, ללא קשר

³⁵ לייבניץ יוצר הבחנה בין מרחב זמן ומגיע למסקנה שחלקי הזמן שווים (כלומר שיש קצב קבוע לחלוקה האינסופית שלו) ואילו חלקי המרחב אינם שווים בגדלם. ההצדקה שמספק לייבניץ להבחנה הזו אינה נראית לי תקפה (TMA §18). דומה ללייבניץ חש שהנקודה המרחבית, המשמשת להגדרת הנטייה הרגעית לנוע, אינה יכולה להיות שונה ממנה. וייט מסביר את הא-סימטריה שבין זמן למרחב ב-TMA בכך שחלקים שונים של זמן ימנעו אפשרות של תנועה רצופה המורכבת מאינסוף נטיות רגעיות. הרציפות של התנועה מבוססת על קצב חלוקה קבוע של יחידות הזמן. לעומת זאת, רציפות התנועה אינה תלויה בגדלים שווים של המרחב (White 1992, 293). לייבניץ אמנם טוען שברגע אחד מהירויות רגעיות שונות חולפות על פני מרחקים שונים, אך לא נראה לי שיש בעיה בטענה שמרחקים שונים אלו מורכבים מכמויות שונות של גדלים מרחביים שווים. נדמה לי שבניגוד לטענת לייבניץ אין שום מניעה לתפוס את המרחב כמחולק לאינסוף 'סימנים' שווים המייצגים את החלקים הפנימיים של הבלתי מתחלק.

³⁶ Winter 1670-1671, TMA §18; A 6.2 266, LLC 341-342
³⁷ TMA §4. כזכור לייבניץ מניח שאם ניתן לחלק את היחידה האלמנטארית של התנועה הרצופה התנועה הרצופה עצמה אינה אפשרית. כאשר לייבניץ מגיע למסקנה שהוא אינו יכול להגן על ההבחנה שבין מינימום אפסי של הרצף לבין יסוד בלתי מתחלק של הרצף (כלומר כאשר הוא מכיר בכך שהמרכיב האלמנטארי של הרצף חייב להתחלק עד אינסוף), הוא גם מגיע למסקנה שהרצף עצמו איננו אפשרי ברמה האקטואלית. ניצנים לכיוון המחשבה הזו מופיעים לאחר נטישת TMA כבר בשלהי 1672, ובעיקר לאחר גיבוש התחשיב כשלייבניץ מגיע למסקנות סופיות באשר לפיקטיביות האינסוף והאינפיניטסימאל במרץ-אפריל 1676.

לכמות הסימנים המרחביים הקובעים את גודלה, אינה מתחלקת. גודל הקשור בכמות חלקים אינו משנה את ההתפשטות משום שלדעת לייבניץ ב-TMA גודל והתפשטות הם מושגים מקבילים. לייבניץ תופס את גודלו של גוף ככמות החלקים האקטואליים שבו. לעומת זאת הוא מתייחס להתפשטות, בהמשך לגישה הקרטזיאנית, כאל תפיסת מקום בחלל באופן רצוף ומשולל חלקים³⁸. מאוחר יותר מגיע לייבניץ למסקנה שגודל יכול להימדד רק ע"י חלקים מופשטים וקבועים בגדלם³⁹. ככאלו, החלקים הקבועים את הגודל אינם באמת מרכיבים את הגוף ולכן מעמד החלקים והגודל הוא אידיאלי ולא אקטואלי. ברגע שלייבניץ מבין זאת, הוא גם מבין שאינו יכול להמשיך ולנתק בין גודל להתפשטות ואף אינו יכול להגן עוד על הגדרה של הנקודה כבלתי מתפשטת אך בעלת גודל וחלקים והוא נתקל שוב בבעיית הרגרסיה האינסופית של החומר והתנועה. אבל ב-TMA לייבניץ מנסה להגדיר את הנקודה כבלתי מתחלקת ובעלת חלקים גם יחד ועל כן חלקי הנקודה קובעים את גדלה הממשי ואינם מופשטים. כך נוצר שימוש בו זמני בהתפשטות רצופה של גוף ובגדלו, וכך במקרה של הנקודה ניתן לדבר על העדר התפשטות רצופה בד בבד עם קיומם של חלקים וגודל.

בהעדר חלקים, שיעור ההתפשטות של מרכיב ברצף נקבע רק באמצעות היחס הקבוע והאינסופי שבינו לבין הרצף בכללותו. הואיל ובכל גודל של נקודה היא תמיד תיחשב לרכיב אלמנטארי של הרצף, היחס $\infty:1$ יישמר, ולכן חלוקה של הנקודה לא תשנה את ההתפשטות אלא רק את כמות החלקים הפנימיים. מבחינת שיעור ההתפשטות שלה, הנקודה תמיד תישאר בלתי-מתחלקת ולכן שווה לכל הנקודות האחרות. מאידך, כאשר לייבניץ מדבר על כך שהנקודות גדולות או קטנות זו מזו, הוא מתייחס לכך שכמות החלקים שלהן שונה.

במונחים אוקלידיים, הוספת נקודה לקו אינה מגדילה את הקו במאומה ועל כן ניסיון להרכיב קו באמצעות אינסוף נקודות מעורר את הפרדוקס הקשור ביחס שבין השלם לבין חלקו. לייבניץ לעומת זאת טוען שישנו היבט מסוים שבו הנקודה אכן מגדילה את הקו. ברמת ההתפשטות, הקו אינו גדל מהוספה של נקודה מאחר וקיים יחס אינסופי ביניהם. אולם הוספת נקודה דווקא כן מגדילה את כמות הנקודות המרכיבות את הקו⁴⁰. ההבחנה בין התפשטות לגודל היא הבחנה בין רצף לבין כמות המבוססת על חלקים. הבחנה זו מאפשרת לייבניץ לפתור את פרדוקס 'טיעון הגלגל' של אריסטו,

³⁸ "Extension, seeing as it is applied so broadly as to be attributed to time as well, is the magnitude of the continuous. Magnitude is the multiplicity of parts" (Late 1671, *On the Nature of Corporeal Things: A Specimen of Demonstration From the Phenomenon*; A 6.2 306, LLC 345) טקסט זה נכתב על ידי לייבניץ מתוך כוונה להדגים את התובנות המופיעות ב-TMA (Arthur, 2001a, 430-431 n31) ומחויבותו לקו הרעיוני של TMA ניכרת באופן מופרש מדבריו בהמשך: "There is no minimum in the continuum. In every continuum there are unextended parts. Every continuum has infinite parts. Body is divided in such a way that it is impossible for its parts to fall away from or become more distant from any other, in other words, [it is divided] into infinite parts" (*ibid.*, A 6.2 308, LLC 346) עם זאת, כדאי לשים לב שבשלהי 1671 לייבניץ כבר אינו מנסה לטעון שהנקודה חסרת ההתפשטות היא בלתי מתחלקת (כפי שטען ב-TMA). שינוי זה מופיע גם במכתב לארנו בנובמבר 1671, שאותו אוכיר בסוף הפרק.

³⁹ "I once used to define magnitude as the number of parts, but later I considered that to be worthless, unless it is established that the parts are equal to each other, or of given ratio" (Early 1676, *On Magnitude*; A 6.3 482, PDSR 37)

⁴⁰ "Whence the unassignable arc of a bigger circle is greater than that of a smaller one: and any line whatever, drawn from the center to the circumference, commensurable with the circle, that is, the line by whose rotation the circler is generated, is a perpetually increasing *minimum sector*, but extensionless within." (Winter 1670-1671, TMA §18; A 6.2 266, LLC 342)

פרדוקס שבאמצעותו הגיע גלילאו למסקנה שהתנועה הרצופה מורכבת מאינסוף נקודות מנוחה. לייבניץ עושה זאת באמצעות ההדגשה שהמצולע האינסופי אינו שווה לגמרי למעגל, בניגוד לנחת המוצא של גלילאו, קווליירי ואליס:

An *arc* smaller than any that can be given is still greater than its chord, although this is also smaller that can be expressed, i.e. consists in a point, but that being so, you will say, an *infinitangular polygon* will not be equal to a circle: I reply, it is not of an equal magnitude, even if it be of an equal extension: for the difference is smaller that can be expressed by any number.⁴¹

גלילאו טען שהאינסוף והאינפיניטיסימאל עצמם אינם גדלים כמותיים – האינסוף הוא אחדות משוללת חלקים⁴² והנקודות המרכיבות אותו הן מינימאליות ואפסיות. מכיוון שעבור גלילאו נקודות אפסיות מרכיבות קווים, המעגל זהה עם מצולע בעל אינסוף פאות שגודלן נקודה. אם מתייחסים לכמות סופית של פאות ניתן לראות ששני מצולעים קונצנטריים אינם מייצרים בתנועתם שני נתיבים שווים משום שהמצולע הפנימי מתקדם בדילוגים. באופן אנלוגי הסיק גלילאו שהמצולע האינסופי, השווה למעגל, מבצע בהתאמה אינסוף דילוגים אינפיניטיסימאליים ושעל כן את התנועה הרציפה של המעגל החיצוני יש לראות כמתקבלת באמצעות אינסוף מנוחות ותנועות רגעיות; את הקו הרציף ניתן לבנות באמצעות אינסוף נקודות של ממשות וריק. כפי שמדגיש קנובלוך, הסקת מסקנות ממצולע סופי לאינסופי משמעה עבור גלילאו מעבר מגדלים כמותיים לגדלים א-כמותיים. צלע של מצולע היא גודל סופי בעוד שהנקודה אצל גלילאו היא מינימום אפסי וחסר ממד. מבחינה מושגית, הגבול אינו עובר בין המעגל למצולע אלא בין המצולע הסופי לבין זה האינסופי. מסיבה זו, לגלילאו אין בעיה ליצור זיהוי בין המעגל לבין המצולע האינסופי⁴³. לייבניץ לעומת זאת יוצר הבחנה בין המעגל למצולע האינסופי. להבחנה כזו אין משמעות ברמת ההתפשטות מכיוון שהוספה של נקודה אינה מגדילה את התפשטות הקו. ההבדל בין המעגל למצולע האינסופי הוא כהבדל שבין קשת ומיתר אינפיניטיסימאליים, והוא בא לידי ביטוי אך ורק בכמות החלקים המרכיבים את הגדלים הללו. בקשת אינפיניטיסימאלית יש לכל הפחות חלק אחד יותר מאשר בישר אינפיניטיסימאלי, וזאת על אף שלטענת לייבניץ ב-*TMA* גדלים אינפיניטיסימאליים נחשבים נקודות בלתי מתחלקות מבחינת התפשטותם. ההבדל בין התפשטות לגודל איפשר את הגדרתה החדשה של הנקודה ואת הרכבת הרצף באמצעות יחס אינסופי 'חלש' ($1 : \infty$) במקום יחס אינסופי 'חזק' ($0 : 1$). ההבדל הזה שבין התפשטות לגודל מביא את לייבניץ לתפוס את המצולע האינסופי כזהה אבל שונה למעגל, ואת הישר כזהה אבל שונה עם העקומה. הוספת נקודות חסרות התפשטות אינה משנה את המרחב הכללי של הגוף אבל דווקא כן משנה את גודלו המבוסס על כמות חלקיו⁴⁴.

⁴¹ *ibid.*

⁴² "The whole infinite must be distinguished and resolved at a single stroke" (Galileo, *Dialogues*, 93)

⁴³ Knobloch 1999, 90-92

⁴⁴ ב-*TMA* לייבניץ מוכן לקבל מצב שבו השלם שווה לחלקו, משום שגדלים המוגדרים כשלם וכחלק ביחס לכמות החלקים הקיימת בהם יכולים להיות שווים ביחס לשיעור ההתפשטות שלהם. הבחנה זו שבין התפשטות רצופה לבין גודל התלוי בכמות חלקים מאפיינת את תפיסת הרצף של לייבניץ ב-*TMA* ויש לה חשיבות בדיון הפרשני על טיעונו המאוחרים יותר

אולם כבר בנובמבר 1671 לייבניץ נסוג מההבחנה שבין נקודה מינימאלית וחסרת ממד לבין נקודה בלתי מתחלקת. במכתב לארנו מדגיש לייבניץ שהנקודות המכוננות את הרצף אינן מינימאליות ואף אינן בלתי מתחלקות. הן אך ורק חסרות התפשטות⁴⁵. במכתב זה מופיעים סדקים ראשונים בהגדרתה החדשה של הנקודה מ-TMA⁴⁶. שלילת קיומה של נקודה בלתי מתחלקת סלל את הדרך לשלב הבא בתפיסת הרצף אצל לייבניץ: שלילה גורפת ומחלטת של הנקודה כמרכיבה את הרצף⁴⁷.

של לייבניץ משנת 1672, בהם הוא דוחה את הרכבת הרצף הישר מנקודות ומבסס אותה על ישירים אינפיניטימאליים. טענות אלו מופיעות בהערה 56 בפרק הבא.

⁴⁵ "There are no indivisibles, but there are unextended things" (Nov. 1671, *Leibniz to Arnauld*; A 2.1 172, trans. by Arthur 2010a, 16 n19)

⁴⁶ מכיוון ש-TMA היא תיאוריה בעייתית, היא מעוררת תגובות הפוכות אצל פרשנים הנוקטים בגישה שיפוטית אנאכרוניסטית: לוי ובראון טוענים שלייבניץ "לא התקדם" לתובנות "הנכונות" על האינסוף (כפי שהן מובעות אצל קנטור). לוי מציין שבאפריל 1676 לייבניץ היה קרוב לנסח את התובנה היסודית של קנטור בנוגע למספרים קרדינאליים אך לא עשה צעד נוסף בכדי לטעון שגדלים אינסופיים נמדדים באמצעות התאמה הדדית של מרכיביהם (Levey 1998, 84). לא הוא ולא בראון מתייחסים לניסיונותיו המוקדמים של לייבניץ לאפיין ב-TMA גדלים אינסופיים באמצעות הבחנה בין גדל להתפשטות, הווי אומר בין כמות איברים לבין גדל הקבוצה. לעומת זאת, ווייט ובסלר טוענים כי ב-TMA ללייבניץ אינטואיציות "נכונות" אודות נקודות לא-סטנדרטיות ולא-אוקלידיות המרכיבות את הרצף באופן אקטואלי אך הוא "נוטש" אותן בשל רצונו לעגן את המתמטיקה שלו במונחים "מיושנים" המקובלים על דורו (White 1992, 284; Bassler 1998b, 869). מסקנותיו הסופיות של לייבניץ תמיד מאכזבות את הפרשן האנאכרוניסטי, בין אם משום שלייבניץ לא צעד נוסף ובין אם משום שלייבניץ צעד צעד אחד מיותר.

⁴⁷ פרשנים חלוקים עד כמה TMA קשורה לתפיסה המגובשת והסופית של לייבניץ, שבה הוא שולל את האינסוף ואת האינפיניטימאל ועוסק רק בגדלים סופיים שניתן להקטיןם או להגדילם ללא סוף (בדומה לעמדתו של הובס). לדעת בילי, יש לראות את עמדתו של לייבניץ ב-TMA בעניין הנקודה הבלתי מתחלקת כמתייחסת לגדלים כאילו שהם "קטנים ככל שרצה" אך אינם באמת בלתי מתחלקים. ברוח זו מסביר בילי את המתח הקיים ב-TMA בהגדרת הנקודה שאינה מתחלקת כבעלת חלקים. לפיכך, בילי אינו רואה בנטישת הנקודה הבלתי מתחלקת בסוף 1671 עדות לשינוי בעמדת לייבניץ (Beeley 1997, 74). פרשנות דומה מופיעה אצל ג'ספ, הסבור שפיתוח התחשיב האינפיניטימאלי קשור בתפיסת הרצף של הובס, ושהדים להשפעתו על לייבניץ מופיעים ב-TMA (Jesseph 1998, 16). מנגד, בסלר טוען שמדובר בתפיסה אנאכרוניסטית של עמדת לייבניץ. בניגוד למאמציו המאוחרים של לייבניץ להצדיק את שיטת הבלתי מתחלקים של קוולירי באמצעות גדלים סופיים והומוגניים, עמדתו ב-TMA מבוססת על ההטרונגיות של הנקודה כמרכיבה את הרצף. לדעת בסלר, יחס של אחד לאינסוף אינו יכול להיות יחס הומוגני ולכן אינו יכול להיות קשור לתפיסתו המאוחרת של לייבניץ המזהה את האינפיניטימאל כישר (Bassler 1998a, 19-22). גם פרשנותו של ווייט מדגישה שעמדת לייבניץ ב-TMA מתבססת על גדלים לא-סטנדרטיים ולא-אוקלידיים, כלומר על נקודות שמהן לייבניץ מתנער ב-1676 כאשר הוא חותר לריגורוזיות מתמטית עם התפיסות הרווחות בתקופתו (White 1992, 295). עמדה דומה מופיעה גם אצל ארתור (Arthur 2003, 18-20), עם כי ארתור מרבה להצביע על הקשר בין הובס לבין TMA ולערבב בין הגישה הפרשנית של ג'ספ לבין זו של בסלר (Arthur 2010a). ייתכן שארתור סבור שלייבניץ עצמו אינו תופס את עמדתו שלו ב-TMA כהטרונגית ולכן כבעייתית. על אף שלייבניץ התרשם משיטת הבלתי מתחלקים של קוולירי, הוא למד אותה באמצעות התיווך של פסקל, שבהמשך לרברול, לא ייחס חשיבות מיוחדת לבעיית ההומוגניות של הבלתי מתחלקים של קוולירי ולכן תרגם ופירש אותה באופן הומוגני (Arthur 2001a, 451-452). אי לזאת, גם אם תפיסת הרצף של לייבניץ ב-TMA היא שונה מהותית מעמדתו המאוחרת, ייתכן שלייבניץ עצמו לא ראה אותה באופן כזה. מכל מקום, בגוף הטקסט בחרתי להציג את TMA בהמשך לגישה של וייט ובסלר, משום שלדעתי לייבניץ אכן מדגיש בתיאוריה זו (כמו גם במכתביו מסוף שנות השישים) היבטים של הגישה האטומיסטית מבית מדרשו של גסנדי, שממנה הוא מתנער בסופו של דבר (להשפעת רעיונות אטומיסטיים על לייבניץ בשנים אלו טוען גם ארתור (Arthur 2001a, xxxii-xxxiii)). עם זאת, ראוי להדגיש שבכל זאת ישנו קשר בין TMA לבין מסקנותיו המאוחרות של לייבניץ. ב-TMA בוחר לייבניץ להרכיב את התנועה מנטיות מזעריות במקום ממנוחות. בהמשך ימצא לייבניץ צידוק לקביעה זו באמצעות התחשיב האינפיניטימאלי שפיתח. כמו כן, כבר ב-TMA לייבניץ מדגיש את ההבדל שבין המעגל למצולע האינסופי כהבדל "זניח וקטן ככל שרצה", הבדל שיהפוך להיות ההבדל שבין הגבול לבין הסדרה האינסופית המתכנסת. אמנם המרכיב האלמנטארי של הרצף ב-TMA הוא נקודה בלתי מתחלקת וחסרת התפשטות, ולפיכך ההבדל בין המעגל למצולע האינסופי הוא מחוסר התפשטות ולכן זהה עם הנקודה הבלתי מתחלקת (בשונה מהדיפרנציאל המתחלק). אך ב-TMA לייבניץ בכל אופן בוחר להתמקד בהבדל. התמקדות זו עשויה להיות הרת גורל בכל מה שקשור בפיתוח התחשיב האינפיניטימאלי ובמסקנות שהפיתוח הוליד בלייבניץ בנוגע ליחס שבין הרצף למרכיביו. ככל הנראה TMA מנוגדת מושגית ומתמטית לתפיסת הרצף המאוחרת של לייבניץ כאשר מתמקדים למשל בשאלת ההומוגניות הגיאומטרית, אך בה במידה תיאוריה מוקדמת זו מהווה חוליה חשובה במעבר

3. 1672-1675: אינסוף גדלים 'קטנים לאינסוף' מרכיבים את הרצף

עם הגיעו לפריס מתחיל לייבניץ להתעניין בסדרות אינסופיות ובעקבות שיח ושיג עם הויגנס הוא גם נחשף בהדרגה למתמטיקה ברמה גבוהה. נקודת הציון של תחילת דרכו בפריס היא המסקנה (שאליה מגיע לייבניץ בעקבות קריאה של כתבי גלילאו) שיש לשלול את קיומו של מספר אינסופי או את קיומו של אינסוף כשלם. בתחילה המסקנה אמביוולנטית במקצת⁴⁸. בנובמבר 1672 לייבניץ מנסח אותה בביטחון

There is no maximum in things; or what is the same thing, the infinite number of all unities is not one whole, but is comparable to nothing [...] there are as many numbers as there are square numbers, that is, the number of numbers is equal to the number of squares, the whole to the part, which is absurd.⁴⁹

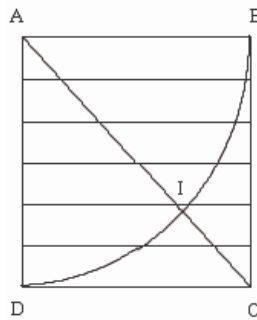
שלילה זו משנה את נקודת המבט של לייבניץ על הרצף. למרות שלייבניץ טורח ב-TMA להבחין בין שני סוגים של אינסוף, הוא עדיין אינו מנמק שם מדוע האינסוף איננו שלם ולכן ממשיך במידה רבה לאחוז בתפיסה קטגורמטית של האינסוף הכרוכה בקיומן של נקודות בלתי מתחלקות. אולם כעת, לאחר שלילת אפשרות קיומו של מספר אינסופי, היחס $1:\infty$ שביטא יחס אינסופי קטגורמטי שבו כל היחידות הבלתי מתחלקות וחסרות ההתפשטות מרכיבות יחד את הרצף, אינו מתאים עוד. מאחר והחלוקה האינסופית אינה יכולה להיות קטגורמטית, הרי שהרכיב האלמנטארי של הרצף אינו יכול להיות בלתי מתחלק. באותו אופן, גם אינסוף חלקים אינם יכולים עוד להניב את הרצף בשלמותו. כתוצאה מכך, לייבניץ מנסח טיעון השולל באופן גורף את הרכבת הרצף באמצעות נקודות. בהוכחה, שזכתה לכינויים 'האלכסון של גלילאו' או 'פרדוקס האלכסון', מראה לייבניץ שאם קיים מורכבים מאינסוף נקודות הרי ששני קווים שונים באורכם אמורים להכיל אותו מספר אינסופי של נקודות. הווי אומר, ששני הקווים השונים באורכם אמורים להיות שווים במספר מרכיביהם. לייבניץ קובע כי זה בלתי אפשרי ולכן דוחה את הרכבת הרצף מנקודות⁵⁰.

ההדרגתי של לייבניץ מתפיסה קטגורמטית לסינקטגורמטית של האינסוף. לכך יש להוסיף את נקודת המבט המטאפיסית של לייבניץ ב-TMA הטוענת לקיומה של תשתית תודעתית בלתי מתחלקת ביסוד החומר והתנועה. עמדה זו מטרימה את עמדתו המאוחרת של לייבניץ בנוגע לאינדיבידואל.

Fall 1672, *Notes on Galileo's Two New Sciences*; A 6.3 168, LLC 9⁴⁸

Nov. 1672 – Jan. 1673, *On Maximum and Minimum; On Bodies and Minds*; A 6.3 98, LLC 13⁴⁹

Nov. 1672-Jan 1673, *On Minimum and Maximum, On Bodies and Mind*; A 6.3 97-98, LLC 9-11⁵⁰



מהלך הטיעון הוא כדלהלן: בין האלכסון AC לבין הצלע AD ניתן למתוח ישר המחבר בין נקודה על האלכסון לבין נקודה על הצלע. אינסוף קווים מקבילים יחברו בין אינסוף הנקודות שעל האלכסון לבין אינסוף הנקודות שעל הצלע. התאמה חד-חד ערכית כזו בין איברי אלכסון ואיברי הצלע מלמדת שישנו אותו מספר אינסופי של מרכיבים בשני הקווים. אולם האלכסון והצלע בכל זאת שונים בגדלם. האלכסון גדול מהצלע ולכן חלק ממנו AI שווה לצלע AD. כלומר רק בחלק מהאלכסון יש אותה כמות אינסופית של נקודות השווה לכמות הנקודות שבצלע. כיצד אם כן ניתן לטעון שבאלכסון AC ובחלק ממנו AI ישנה אותה כמות אינסופית של נקודות? האם ניתן לומר שבקו IC אין נקודות בכלל? כיצד ניתן לטעון שקיים שונים יכולים להיות שווים?⁵¹

ישנן כמה אפשרויות יציאה מהפרדוקס הזה אבל רק אחת שלייבניץ מוכן לקבל. לייבניץ אינו מעוניין לצאת כנגד העיקרון האוקלידי שהשלם גדול מחלקו. הוא גם אינו מוכן לקבוע שהרצף אינו קשור כלל באינסוף. מה שיותר הוא לשלול את הרכבת הקו הרצוף מנקודות.⁵² זוהי וואריאציה של הטיעון מסדרות מספרים שממנו הוכיח לייבניץ שמספר אינסופי אינו אפשרי, משום שגם בה מופיעה שלילה של הקשר בין השלם לבין האינסוף: כמות אינסופית של נקודות אינה יכולה להניב קו שלם ומנגד קו שלם ורצוף אינו יכול לנבוע ממקבץ של אינסוף נקודות. בנקודה זו מגיע לייבניץ להנחת המוצא בפיתוח התחשיב האינפיניטימאלי שלו: הרצף השלם מורכב מקטעים ברי חלוקה אינסופית, שכל אחד מהם יכול להיחשב כרצף שלם לאינסוף קטעים מסדר שני. לאינסוף הקשור ברצף אין התחלה מינימאלית ואין לו סוף מקסימאלי.

לאמיתו של דבר, כבר בסוף 1670 לייבניץ עשה שימוש מרומז ב'פרדוקס האלכסון' כאשר נמנע מלהגדיר את הנקודה כמינימום אפסי.⁵³ נקודה מינימאלית חסרת חלקים וחסרת גודל מעוררת באופן בלתי נמנע את הפרדוקס שבו השלם שווה לחלקו. עד לנובמבר 1672 לייבניץ חשב שבכוחו להצדיק הבחנה בין נקודה מינימאלית חסרת ממד לבין נקודה בלתי מתחלקת וחסרת התפשטות (אך בעלת

⁵¹ התרשים המצורף הינו הפשטה של התרשים המקורי המופיע אצל לייבניץ ב-*On Minimum and Maximum*.
⁵² טיעון גיאומטרי זה אינו חדש והוא הופיע כבר אצל ויליאם מאוקהם. אוקהם אמנם שלל את הנקודה כמרכיבה את הקו אך הוא הבין שאת אותו טיעון ניתן להפעיל על מרכיביו הקווים של הקו ולא רק על נקודות. מסיבה זו, ומסיבות תיאולוגיות אחרות, העדיף אוקהם לטעון שניתן להעלות על הדעת גדלים אינסופיים שונים, כך שקיים שונים יוכלו להכיל כמויות אינסופיות שונות. לשם כך אוקהם עושה שימוש בהתאמה חד-חד ערכית בין החלקים על מנת להעריך גדלים אינסופיים, אמת מידה שאיננה כמותית רגילה (ראו חלק א').
⁵³ Winter 1670-1671, *TMA* §3; A 6.2 264; LLC 339

חלקים וגודל)⁵⁴. מדוע חדל לייבניץ להאמין שבכוחו להצדיק את ההבחנה הזו? הטיעון המופיע ב- *On Minimum and Maximum* אינו שונה מהותית מהטיעון שהופיע ב-*TMA*. בשני המקומות לייבניץ ער לכך שהדיון באינסוף קשור בפרע בעייתי בין הרצף לבין מרכיביו, כלומר בין אינסוף לבין אינפיניטיסימאל. בשני המקומות לייבניץ יוצא מנקודת הנחה שהתנועה רצופה ובשל כך הוא הופך את הפרדוקס של זנון בכדי להצביע על הכרחיות קיומה של נקודת התחלה. מדוע ב-*TMA* זוהי נקודה בלתי מתחלקת ואילו ב-*On Minimum and Maximum* היא אינה יכולה להיות כזו? זאת ועוד, בשנת 1672 לייבניץ לא רק שולל את המינימום באופן חד משמעי אלא גם מגיע למסקנה נחרצת שמקסימום אינו אפשרי. כבר בסוף 1670 הביע לייבניץ מודעות לכך שהאינסוף אינו יכול להיות שלם בשל הפער הקיצוני עם מרכיביו הבלתי מתחלקים ועל כן הגדיר את הרצף כיחס אינסופי חלש יותר, ובכל זאת הדגיש בסעיפיו הראשונים של *TMA* את מחויבותו לתפיסה קטגורמטית של האינסוף⁵⁵. מה גרם ללייבניץ ב-1672 לשנות את עמדתו ביחס לאינסוף ולאינפיניטיסימאל?

התשובה נעוצה בסיבה שביניה משתכנע לייבניץ שמספר אינסופי אינו אפשרי. כאמור, מספר אינסופי יוצר סתירה פנימית משום שבעקבותיו השלם שווה לחלקו. ב-*TMA* יש עדיין אפשרות שהשלם יהיה שווה לחלקו ולכן לייבניץ עדיין תומך בכך שישנו מספר אינסופי אקטואלי של חלקים ברצף. אבל עם הגיעו לפריס לייבניץ מגיע למסקנה שניתן להוכיח את האקסיומה האוקלידית בדבר השלם הגדול מחלקו ע"י עקרון הסתירה. פירוש הדבר, שמשלב זה עובר לייבניץ להתייחס לכך שהשלם גדול מחלקו כאל עיקרון מוכח שאמיתותו נצחית, אינה תלויה הקשר ואינה מוטלת בספק. מסיבה זו הוא נאלץ לשלול באופן גורף את אפשרות קיומו של מספר אינסופי ואף לשלול את ההבחנה בין התפשטות לגודל שמכוחה טען ב-*TMA* שמצולע אינסופי ומעגל הם שונים אבל שווים⁵⁶. מנקודה זו

⁵⁴ כפי שהדגשתי לעיל, בטווח הזמן הזה מופיעות בסוף 1671 התבטאויות של לייבניץ בהן הוא מוותר על הגדרת הנקודה כבלתי מתחלקת. דהיינו הוא מגדיר הנקודה כבעלת גודל הקשור בחלקים פנימיים ובאפשרות חלוקה אך כחסרת התפשטות. לעניינו אין לשינוי זה רלוונטיות משום שלייבניץ ממשך לשמר את הגדרת הנקודה כשונה ממינימום אפסי מצד אחד מהאטום האמפיריציסטי בעל ההתפשטות של הובס וגסנדי מצד שני.

⁵⁵ "There are actually parts in the continuum, contrary to what the most acute Thomas White believes, and these are actually infinite, for Descartes's 'indefinite' is not in the thing, but the thinker" (Winter 1670-1671, *TMA* §1-2; A 6.2 264, LLC 339). יש לציין שלמרות הצהרה זו לייבניץ משנה את הגדרת הנקודה ושולל את הרכבת הרצף ממינימום. על כן את תפיסת לייבניץ ב-*TMA* יש לראות על סקאלה כשהיא קרובה לקוטב הקטגורמטי אך לא נמצאת עליו כפי שהיא היתה קודם גיבוש *TMA* בין השנים 1666-1669.

⁵⁶ כפי שתואר בפרק 3 שבחלק הקודם בעניין הצדקת תפיסתו הסינקטגורמטית של לייבניץ את האינסוף, פרשנים רבים מתחו ביקורת מנקודת מבט קנטוריאנית על שלילת האינסוף כשלם אצל לייבניץ. בהמשך לכך הובעה ביקורת על השימוש שעשה לייבניץ בפרדוקס האלכסון בכדי לשלול את הרכבת הרצף מנקודות. לטענתם, התאמה חד-חד ערכית בין איברי הצלע והאלכסון אכן מצביעה על כמות אינסופית זהה של מרכיבים בשני הקווים השונים בגדלם, אך אין כאן פרדוקס. גודל כללי של קו אינו קשור בכמות מרכיביו. הפרדה בין שני קריטריונים להשוואה בין גדלים מאפשרת להבחין בין גודל הקו לבין כמות מרכיביו ולאפשר הרכבה של קו מאינסוף נקודות (Brown 2000, Russell 1918, 80; Levey 1998, 62; Lison 2006-2007). כאשר בחורף 1672 לייבניץ שולל את הנקודות כמרכיביו ולאפשר הרכבה של קו מאינסוף נקודות (Russell 1918, 80; Levey 1998, 62; Lison 2006-2007). אולם לדעתי, ייתכן שהביקורת הפרשנית על ניסיונו של לייבניץ לשלול את הנקודה כמרכיבה את הרצף לוקה בהתעלמות מנקודת המוצא הפילוסופית שלו שקדמה לשימוש בפרדוקס האלכסון (Lison 2006-2007). כאשר בחורף 1672 לייבניץ שולל את הנקודות כמרכיביו את הרצף, הוא מנסה להשתחרר מההגדרות שאפשרו בחורף 1670 את כינונה של *TMA*. לייבניץ אכן הבחין ב-*TMA* בין גודל (הקשור בחלקים) להתפשטות (הקשורה ברצף כללי), והבחנה זו אפשרה לו לראות את הרצף כמורכב מאינסוף יחידות בלתי מתחלקות אך בעלות חלקים. בשנת 1672 לייבניץ יוצא מנקודת הנחה שהאקסיומה האוקלידית מוכחת ועל כן השלם גדול מחלקו תמיד ובכל מצב. אי לכך הוא משתחרר סופית מההבחנה בין גודל להתפשטות ובעקבות כך מתפיסת הרצף המורכב מנקודות הגדולות זו מזו ועובר לתפוס רצף כמשולל מינימום

והלאה חדל לייבניץ לדבוק בגרסא האטומיסטית לפתרון הרצף. הוא שולל באופן גורף את הנקודה הבלתי מתחלקת, דוחה את האפשרות שכמות אינסופית מניבה שלם ומתקרב בכך לתפיסה סינקטגורמטית של האינסוף.

לייבניץ אמביוולנטי למדי באשר לשאלה כיצד בכל זאת להגדיר את מרכיבי הרצף לאחר שהתברר שהאינסוף אינו שלם והאינפיניטימאל אינו בלתי מתחלק. למרות שלייבניץ עדיין עושה שימוש במונח 'נקודה' הוא אינו מגדיר אותה עוד כחסרת התפשטות אלא כקטנה לאינסוף בכל שלושת הממדים⁵⁷. אך ההבחנה בין הנקודה לבין הקו אינה ברורה ולייבניץ מתלבט אם לאפיין את החלק האלמנטארי כישר או כנקודה או כשניהם⁵⁸. על כל פנים לייבניץ מקפיד לכוון בעקביות את הרכיב האלמנטארי של הרצף 'קטן לאינסוף' (infinitely small). בסופו של דבר, לאחר שהוברר שנקודה יכולה להיות קטנה לאינסוף מנקודה אחרת ובשל הקשיים שמערימה הגיאומטריה של זוית ההשקה והפסיקה של התנועה הרגעית, לייבניץ עובר לאפיין את 'הקטן לאינסוף' כישר⁵⁹.

Suppose we understand a point as an infinitely small line, there being one such line greater than others, and this line is thought of as designated in a space or body; and suppose we seek the beginning of some body or of certain space; i.e. its first part; and suppose also that anything from which we may cut off something without cutting off the beginning cannot be regarded as the beginning: with all this supposed, we shall necessarily arrive at indivisibles in space and body [...] which kind of thing has been shown to be impossible.⁶⁰

המעבר מנקודה בלתי מתחלקת לגודל "קטן לאינסוף" שלייבניץ מבקש לראותו כישר, הוא מעבר מתפיסה הטרוגנית לתפיסה הומוגנית של הרצף. בתפיסה הטרוגנית, ניתן להרכיב ישר מאינסוף נקודות. מבחינת הגיאומטריה האוקלידית אין לכך שום מובן משום שהוספת נקודה לישר אינה משנה את מרחב ההתפשטות שלו; הנקודה חסרה כל התפשטות ולכן אינה יכולה להוסיף לממד בו מתפשט הישר. אף על פי כן, אם הרצף נחשב נתון ואינו מתפורר בחלוקה אינסופית מרכיביו מחויבים להיות בלתי מתחלקים ולפיכך הישר מוכרח להיות מורכב מנקודות. לעומת זאת בתפיסה הומוגנית של הרצף, הגודל הרצוף מתחלק לאינסוף מבלתי להסתיים ביחידה בלתי מתחלקת. הישר מתפרק לגדלים

ומקסימום לחלוטין. אי אפשר לטעון שלייבניץ יכול לפתור את פרדוקס האלכסון באמצעות הבחנה בין כמות האיברים בקבוצה לבין הגודל הכללי שלה (ובכך לאפשר הרכבת רצף מנקודות) משום שמהבחנה כזו לייבניץ בדיוק מנסה להימנע.
⁵⁷ "A point is of a length, breadth, and depth infinitely smaller than any that can be sensed; a line is of a breadth and depth infinitely smaller than any that can be sensed; a surface is of a depth infinitely smaller than any that can be sensed." (Nov. 1672-Jan 1673, *On Minimum and Maximum*; A 6.3 99, LLC 15)
⁵⁸ "I do not wish to define a point as a line of length smaller than any given length [...] only lines infinitely smaller than any given sensible lines are required for an angle [...] but these lines are points." (*ibid.*)
⁵⁹ לוי מראה שגם בחיבור מפברואר 1676 (*On the Secrets of the Sublime*) ניתן למצוא התבטאויות של לייבניץ בעניין הרכבת רצף מאינסוף נקודות (Levey 1998, 54-58). לכן לטענת לוי לייבניץ מגיע מתפיסה קטגורית מטית לתפיסה סינקטגורמטית של האינסוף באפריל 1676 ללא שלבים מוקדמים. לדעתו, פרשנותו של ארתור המצביעה על שלבי ביניים עד לגיבוש עמדה סינקטגורמטית מלאה, סבירה יותר. לגופו של עניין, ייתכן שלייבניץ חוזר להרהר בהרכבת רצף מנקודות בפברואר 1676 מכיוון שכבר עולות בו הספקות באשר למעמדו האקטואלי של האינפיניטימאלי (שיוצגו בפרק הרביעי להלן).

⁶⁰ Nov. 1672-Jan 1673, *On Minimum and Maximum*; A 6.3 100, LLC 15-17

קטנים לאינסוף, שגם אותם ניתן להמשיך ולחלק⁶¹. כל זמן ש'הקטן לאינסוף' ממשיך להתפרק הוא נותר באותו ממד שבו מוגדר הגודל המקורי הרצוף⁶².

תובנה זו ביחס לרצף מהווה את נקודת המוצא של לייבניץ בתחילת דרכו המתמטית בפריס בנוגע לסכימה של סדרות אינסופיות והיא מאפיינת את כל שלבי פיתוח התחשיב האינפיניטסימאלי שלו עד לתחילת 1676. בשל ההדגשה שהאינסוף אינו יכול להיות מינימאלי ומקסימאלי כאחד, לייבניץ נוטש את המאמץ לאפיין את נקודת ההתחלה של הרצף ועובר לדון בהפרשים ובהבדלים בין החלקים הקטנים לאינסוף. בניית סדרות אינסופיות באותה תקופה לייבניץ מכיר בכך שאין נקודת התחלה לסדרה אינסופית ושכל איבר בסדרה כזו יכול בעצמו לשמש כסכום טור אינסופי אחר, טור הפרשים. ברוח זו לייבניץ גם מאפיין גיאומטרית את הדמיון שבין מצולע אינסופי לבין המעגל בכך שצלעות המצולע אינן נקודות (כפי שטוענים גלילאו, קווליריי וואליס) אלא הן קווים ישרים קטנים לאינסוף המחברים שתי נקודות המצויות על העקומה⁶³.

The figure is to be conceived so as to consist of infinitely many parallelograms of equal altitude, the curve of infinitely many infinitely small straight lines.⁶⁴

זהו הבסיס לשימוש שעושה לייבניץ במשולש המאפיין שלו (*Characteristic Triangle*) החל מאוגוסט 1673, משולש הבנוי כך שחלק אינפיניטסימאלי של העקומה משמש כיתר שלו. פאותיו האינפיניטסימאליות של *Characteristic Triangle* אינם מינימאליות או בלתי מתחלקות אלא קטנות לאינסוף בהשוואה לגדלים סופיים. לפיכך כוחו של *Characteristic Triangle* נעוץ בפרופורציות שהוא משמר עם גדלים גיאומטריים אחרים⁶⁵. לייבניץ עקבי בעניין הזה מכאן והלאה ונימוקים לזיהוי עקומה קטנה לאינסוף כיתר ה-*Characteristic Triangle* מופיעים גם מאוחר יותר לכל אורך הקריירה של⁶⁶.

⁶¹ ארתור טוען שבתיאוריה החדשה הזו, בד בבד עם המעבר מנקודות לישרים, לייבניץ גם חדל לדבר על חלקי הרצף ומתייחס רק לגדלים הקיימים בו כתוצאה מחלוקה אינסופית (Arthur 2001a, 379 n7), אך הנימוק שהוא מספק לכך חלש ביותר. חשוב להדגיש שבסופו של דבר לייבניץ נוטש לחלוטין את עמדתו שהאינפיניטסימאלי הוא גודל אקטואלי בדיוק מכיוון שלא ניתן להתייחס אליו כאל חלק אקטואלי של הרצף (להלן בפרק 4). אך כלל לא ברור אם בשלב זה הוא אוחז בעמדת ביניים שבה האינפיניטסימאלי עודנו גודל אקטואלי אך לא חלק של הרצף (מסקנת לייבניץ שחלקי השלם אינם אקטואליים מופיעה רק בתחילת 1676).

⁶² לפיכך זהו גם מעבר מתפיסת רצף באמצעות גדלים לא סטנדרטיים (בהם לייבניץ מצדד ב-TMA) לתפיסת רצף באמצעות גדלים סטנדרטיים. ראו ביקורת של בוס כלפי הניסיונות של היסטוריונים לעשות רהביליטציה של תפיסת לייבניץ לחשיבה המתמטית העכשווית (Bos 1974, 82; Bos 1986, 96-98).

⁶³ Horvath 1982, 150

⁶⁴ August 1673, *De Functionibus*; A 7.4 40, trans. by Probst 2008, 105 n36

⁶⁵ "The whole thing is based on some right triangle with infinitely small sides, usually called by me *characteristic*, in relation to which other common triangles with given [finite] sides, that are similar to it, are constitute from the quality of the figure. Furthermore, these similar triangles compared with the characteristic triangle produce many propositions which are dependent on the tractability of the figure; with the help of these propositions curves of different kinds can be compared to each other." (Summer 1673, *Fines Geometriae*; A 7.4:36, trans. by Probst 2008, 104 n34. Cf. Child 59; Hofmann 1974, 48)

⁶⁶ "It is plain that the straight line joining these two points (which is an element of the curve or a side of the infinite-angled polygon that stands for the curve) when produced to meet the axis, will be the tangent of the curve" (ca 1680, *Elementa Calculi Novi pro Differentiis et Summis*; Child 137); "[...] to find a tangent is to draw a straight line joining two points of the curve which have an infinitely small distance to each other, or

למעבר מהרכבה הטרוגנית של הרצף להרכבה הומוגנית של הרצף השפעה לא רק על הטכניקה הגיאומטרית של לייבניץ אלא גם על המהות ועל אופן הסימול של התחשיב האינפיניטסימאלי שפותח על ידו באותן שנים. בשל החלוקה האינסופית יכול לייבניץ לאפיין את הדיפרנציאל במגוון רמות, מבלי לטעון שכל הדיפרנציאלים בהכרח שווים. ניתן לראות זאת בהירות כאשר לייבניץ מתייחס ישירות להצדקת שיטת הבלתי מתחלקים של קוולירי, אליה חש לייבניץ מחויבות לכל אורך הדרך. את העובדה שהמרכיב של הרצף מכונה אצל קוולירי 'בלתי מתחלק' יש לראות לדעת לייבניץ באופן סימבולי, כלומר באופן שבו כל מרכיב של הרצף מייצג יחידה. אולם לאמיתו של דבר, ברוח פרשנותו של פסקל, לייבניץ שולל את אפשרות קיומו של 'בלתי מתחלק': את השטח הוא לא תופס כמורכב מאינספור קווים בלתי מתחלקים אלא כמורכב מאינספור שטחים 'הקטנים לאינסוף'.

[I]n the geometry of indivisibles, when it is said that the sum of lines equals a certain surface or that the sum of surfaces equals a given solid, it is necessary for there to be given a unity, that is, for there to be a certain line to which they are understood to be applied, or into one of whose infinitely many equals parts, which represents the unity, they are multiplied, so that from them arise infinitely many surfaces, each of which is, however, smaller than any given surfaces.⁶⁷

בסוף 1675 לייבניץ מביע באמצעות סימול אלגברי את האינטואיציה הגיאומטרית הזו. הוא אינו מחשב שטח כסכום אינסופי של רגולה בלתי מתחלקת y אלא כסכום אינסופי של מכפלות $y \cdot dx$. ישנם הפרשים בין אינסוף ה- y המכסים את השטח, ומכפלה של ההפרש ב- y מניבה שטח מזערי. תפיסת הרצף של לייבניץ היא הומוגנית: שטח ניתן לחישוב באמצעות טור אינסופי של שטחים מזעריים בלבד. אולם מעבר להומוגניות, לייבניץ מציין את האפשרות לראות את הדיפרנציאל כסכום של דיפרנציאלים מסדר שני. לדעת לייבניץ, כאשר מרכיבי הרצף שווים בגדלם פירוש הדבר שקצב השינוי המחולל אותם הינו קבוע (כלומר $ddx = 0$). אך זהו מצב פרטי שרק ביחס אליו ניתן להצדיק את הכינוי 'בלתי מתחלקים' שבו נקט קוולירי.⁶⁸

במקביל להדגשת טיבם ההומוגני של חלקי הרצף, לייבניץ מוצא לנכון בסוף 1675 להזכיר שוב את פרדוקס האלכסון שבאמצעותו שלל סופית את הרכבת הרצף מנקודות בשלהי 1672.⁶⁹ בהצהרה זו

the produced side of the infinitangular polygon which for us is equivalent to the *curve*. This infinitely small distance, however, can always be expressed by a given differential, such as dv , or by a relation to it, that is, by a given tangent." (*Acta Eruditorum*, Oct. 1684, *Nova Methodus pro Maximis et Minimis*; GM V 223, trans. by Bos 1974, 63-64)

First Half of 1673, *Of the Wonderful Paradox of the Arithmetic of the Infinite*; LH 35 15 1, f. 20, trans. by Arthur 2010a, 24; Probst 2008, 102 n29

"Thus I represent in my calculus the area of the figure by $\int y dx$, or the sum of the rectangles contained by each y and the dx that corresponding to it; here, if the dx 's are taken equal to one another, the method of [indivisibles of] Cavalieri is obtained." (Ca 1680, *Elementa Calculi Novi pro Differentiis et Summis*; Child 138)

"There is no minimal part of space. For otherwise there would be as many minimal parts in the diagonal as in the side, and so the diagonal would be equal to the side; for those things of which all parts are equal are themselves equal." (Dec. 1675, *On Matter, Motion, Minima and the Continuum*; A 6.3 469, PDSR 19)

מעיד לייבניץ שהרצף אינו מורכב מחלקים בלתי מתחלקים אך גם שדבר לא השתנה בתפיסת הרצף שלו במהלך שלוש השנים שבהן עסק בפיתוח התחשיב. מבחינה פסיקאלית, העדר חלק בלתי מתחלק אחרון ברצף מביא לכך שגם את הנטייה הרגעית לנוע לייבניץ כבר אינו מנסה לאתר באופן מוחלט אלא רק מצהיר על כך שהיא מצויה לבטח בתוך אינטרוול גדול יותר שאותו ניתן לחלק. במילים אחרות, עבור לייבניץ הנטייה הרגעית לנוע יכולה להיות מזוהה לכל היותר כהפרש בין גדלים קטנים לאינסוף, כגודל שיש למדוד אותו יחסית לנטייה רגעית אחרת.

For that line, however infinitely small it is, will not be the true beginning of body, since something can still be cut off from it, namely, the difference between it and another infinitely small line that is still smaller [...] if a body is understood as that which moves, then its beginning will be defined as an infinitely small line. For even if there exists another line smaller than it, the beginning of its motion can nonetheless be taken to be simply something that is greater than the beginning of some other slower motion.⁷⁰

אולם הרעיון שניתן להמשיך ולחלק לאינסוף את הנטייה הרגעית עלול לגרום להתמוססות של התנועה והחומר. כזכור, בתיאוריה של 1670 (*TMA*) סבר לייבניץ שהנטייה הרגעית המיוצגת בנקודה-בלתי-מתחלקת מבטאת תודעה בסיסית וכך הרצף החומרי הוא מקבץ רגעי של מחשבות. כעת, משהוברר שהנטייה הרגעית ניתנת תמיד לחלוקה נוספת על לייבניץ לאתר מקור אחר ליסוד המטאפיסי של החומר בכדי למנוע את התפוררותו ולאפשר את קיומו הממשי. מכיוון שלייבניץ ממשך לכרוך את היסוד המטאפיסי של החומר בתנועה, הוא מבין שעליו לצאת מנקודת הנחה שהנטייה הרגעית לעולם אינה מינימאלית מצד אחד אך גם שקיומה הכרחי על מנת ליצור תנועה מצד שני. כיוון שלא ניתן לזהות גודל חומרי בלתי מתחלק המבטא את היסוד המטאפיסי, מסקנתו של לייבניץ היא שהיסוד המטאפיסי המקיים את החומר קיים בו במובלע. על מנת שגוף חומרי יתקיים עליו לנוע ולפיכך התנועה מהווה הגדרה הכרחית של גוף חומרי.⁷¹

הרעיון שהנטייה הרגעית קיימת במובלע בתנועה בשל האילוץ שיוצרת חלוקה הומוגנית של התנועה לאינסוף, שבה ומופיעה בחיבור נוסף כנראה משנת 1672, המשחזר מתוך קיומה של תנועה את קיומה המובלע של נטייה רגעית ראשונית. בדומה למהלך ההוכחה ב-*TMA* שבו טען לייבניץ לקיומה של נקודה בלתי מתחלקת ראשונית באמצעות היפוך של פרדוקס זנון, טוען לייבניץ כעת שחלוקה אינסופית אינה פוגעת בקיומה של נטייה רגעית ראשונית משום שהפרפורציות של הנטייה הזו מוכרחות להישמר עבור כל גודל שהוא, קטן ככל שיהיה:



Endeavour is the beginning of motion at a given moment. Therefore it is the beginning of a change of place, i.e. of a transition from place to place, and

⁷⁰ Nov. 1672-Jan 1673, *On Minimum and Maximum*; A 6.3 100, LLC 17

⁷¹ "Hence it is finally understood that to be a body is nothing other than to move." (*Ibid.*)

therefore is in both places at the same time, since it cannot be in neither, i.e. nowhere. To make this clearer, let us conceive a point *A* to have an endeavour from *a* towards *b*, i.e. to begin to move out of *a*; at the first moment, then, it occupies a certain line, one that is indeed smaller than any assignable, but nonetheless sometimes greater, sometimes smaller, according as the endeavour, or beginning, is stronger [or weaker]. For let us suppose this unassignable line to be proportional to *ac* in a weak endeavour and proportional to *ad* in a strong one. Then it is clear that any endeavour whatsoever already begins to have an effect, even if the effect is smaller than any assignable.⁷²

אך זיהוי תנועה או ליתר דיוק נטייה רגעית ראשונית כתכונה הכרחית לשם קיומו של חומר על מנת למקם בתוכו, גם אם במובלע, תודעה מטאפיסית בלתי מתחלקת הינו פתרון זמני בלבד. על פי הגישה הקרטזיאנית שלייבניץ תופס כברירת מחדל, חומר מוגדר באמצעות תנועת חלקיו ותנועה מוגדרת באמצעות הבדלים בין חומר לבין סביבתו הקרובה. זוהי מעגליות שניתן לפרוץ אותה אך ורק אם היסוד המטאפיסי ינותק מהתנועה ומהחומר.

בנקודה זו דומה שלייבניץ מתלבט כיצד לאפיין את היסוד המטאפיסי של החומר⁷³. מצד אחד הוא מעוניין להמשיך את קו המחשבה של *TMA* ולעגן כל חומר ביסוד מטאפיסי בלתי מתחלק משלו. בשל כך הוא קובע ש"אלמלא קיומן של רוחות לא היו קיימים גופים חומריים"⁷⁴. מצד שני, הכרה בחלוקה אינסופית של חומר ותנועה מאלצת את לייבניץ לחפש את היסוד המטאפיסי שלהם מעבר להם. הרוח היחידה שאינה קשורה לחומר ולתנועה היא רוחו של א-לוהים⁷⁵. האם לייבניץ ממשיך את קו המחשבה שפותח ב-*TMA* בתחילת שנות השבעים וגורס שהיסוד המטאפיסי הבלתי מתחלק של החומר נעוץ בתוכו ולפיכך מאפיין אותו באורח ייחודי או שמא מבקש לייבניץ לשוב לנקודת המבט של שלהי שנות השישים שבה א-לוהים הוא היסוד המטאפיסי היחיד והוא שמקיים באופן כוללני וגורף את כל מופעי החומר?

במהלך שנות פיתוח התחשיב האינפיניטימאלי לייבניץ מקדיש את מירב תשומת הלב לפיתוחים גיאומטריים ומתמטיים ואינו מתפנה לדון בבעיה זו. התחשיב מאפשר לחשב שטח באמצעות סדרה אינסופית של שטחים אינפיניטימאליים והוא מפיח בלייבניץ תקווה שניתן יהיה להתגבר על הבעיות הפילוסופיות הקשורות באינסוף ובאינפיניטימאל אליהן נחשף לייבניץ עם בואו לפריס. אולם במהלך 1676 מגיע לייבניץ למסקנה שה'קטן לאינסוף' אינו גודל ממשי אלא גודל פיקטיבי ואידיאלי. צעד זה משלים באופן מלא את התנועה של לייבניץ לעבר תפיסה סינקטגורמטית של האינסוף. כל זמן שהאינפיניטימאל עדיין נתפס כמרכיב אקטואלי של הרצף, ממד קטגורמטי של האינסוף עדיין

⁷² Fall 1672 – Winter 1672-1673; *On the Cohesiveness of Bodies*; A 6.3 95-96, LLC 21

⁷³ Arthur 2001a, xxxvii

⁷⁴ "If there were no minds, all bodies would be nothing." (Nov. 1672-Jan 1673, *On Minimum and Maximum*;

A 6.3 100, LLC 17)

⁷⁵ "For the existence of bodies, it is certain that some mind immune from body is required, different from all the others we sense." (*Ibid.*)

קיים⁷⁶. מאידך, בצעד זה מבטל לייבניץ את הרצף האקטואלי ובשל כך הוא נאלץ לסיים את ההתלבטות⁷⁷ באשר למקור המטאפיסי של החומר ולתלות את יציבות העולם בא-לוהים בלבד.

4. 1676-1677: האינפיניטיסימאל הוא פיקציה - אין רצף אקטואלי

פיתוח התחשיב האינפיניטיסימאלי בשנים 1673-1675 מאפשר ללייבניץ להתוודע באופן עמוק יותר למהות היחסים שבין סכימה לדיפרנציאציה. כתוצאה מכך לייבניץ מאפיין את הדיפרנציאל כמשתנה שלא דווקא מייצג את המשיק הגיאומטרי או את המהירות הרגעית הפיסיקאלית. הדיפרנציאל הוא גודל מזערי ביחס לגדלים אחרים אך הוא יכול להיות בעצמו סכום של דיפרנציאלים מזעריים ממנו או סכום של סכום של דיפרנציאלים זעירים עוד יותר, וכן הלאה. אי לכך, במהלך שנות פיתוח התחשיב האינפיניטיסימאלי לייבניץ תופס את ה'קטן לאינסוף' כגודל אקטואלי המכונן את הרצף, שלעולם אינו קטן מכדי להמשיך ולחלקו:

Since we see the hypothesis of infinities and the infinitely small is splendidly consistent and successful in geometry, this also increase the likelihood that they really exist.⁷⁸

There is no place so small that we cannot imagine a smaller sphere to exist in it [...] given the plenitude of the world, it is necessary that there exist some globules smaller than others to infinity.⁷⁹

אולם זהותו השרירותית של הדיפרנציאל הופכת את קיומו האקטואלי לבלתי אפשרי: הואיל וכל חלק אקטואלי של הרצף מורכב מגורמים יסודיים ומזעריים יותר, לעולם לא ניתן לקבוע מאילו חלקים אקטואליים הרצף מורכב באמת. כאשר שב לייבניץ בתחילת 1676 לבחון פילוסופית את הרכבת הרצף מחלקים אינפיניטיסימאליים, הוא מתחיל להתייחס לדיפרנציאל כאל פיקציה

⁷⁶ ניתן לראות זאת היטב בהתכתבות שניהל לייבניץ עם יוהן ברנולי בסוף שנות התשעים של המאה ה-17. ברנולי סבר שהרצף מורכב באופן אקטואלי מאינסוף גורמים, והחלוקה האקטואלית לאינסוף היא שהפכה אצל ברנולי למאפיין עיקרי של התחשיב האינפיניטיסימאלי. אולם, חלוקה אינסופית ואקטואלית עודנה מתבססת על תפיסה קטגורמטית של האינסוף: "If there are ten terms there certainly exists a tenth; if there are hundred terms there certainly exists a hundredth; if there are a thousand terms there certainly exists at least a thousandth; thus if there are an infinite number of terms there exists an infinitesimal." (6 Dec. 1698, *Bernoulli to Leibniz*; GM III 563, 21 Feb. 1699,) חלקים של חלקים (trans. by Bassler 1998b, 864). בהתכתבויות עם מתמטיקאים אחרים לייבניץ כבר מתייחס במפורש לפיקטיביות של האינפיניטיסימאל ומשלים באופן פומבי את תפיסת האינסוף כסינקטגורמטית (2 Feb. 1702, *Leibniz to Varignon*; GM IV 91-94).

⁷⁷ ראו למשל בחיבור *Notes on Science and Metaphysics* מאמצע מרץ 1676, שבו לייבניץ מדגיש את התודעה או הרוח האינדיבידואלית כמקיימת את הגוף, ואף את ריבוי הרוחות המחוללות את ריבוי הגופים בעולם (A 6.3 393, LLC 57-59). אך מנגד באותו חיבור לייבניץ מקפיד להדגיש שרק א-לוהים הוא המעניק את הרציפות ואת היציבות למכלול התופעות בעולם (A 6.3 391-392, LLC 53-55). כל זמן שגוף מוגדר באמצעות תנועה על פי המתווה הקרטזיאני לייבניץ אינו יכול להיות בטוח בזיהוי יסוד מטאפיסי קבוע בתוכו, הואיל והתנועה מתחלקת לאינסוף. רק חשיפת הכוח בתחילת 1678 מאפשרת ללייבניץ לעשות זאת, כפי שנראה להלן בפרק 5.

⁷⁸ 11 Feb. 1676, *On the Secrets of the Sublime*; A 6.3 475, LLC 51

⁷⁹ March? 1676, *On the Plenitude of the World*; A 6.3 525, LLC 61

אידיאלית. ה'קטן לאינסוף' אינו יכול להיות מרכיב אקטואלי של הרצף, וכך גם הרצף בעצמו הופך להיות מהות אידיאלית. את הרצף אין לראות כמורכב מאינסוף גורמים אלא כחס המתקיים באופן אידיאלי-מנטאלי בין יחידות קצה.⁸⁰ אינסוף חלקים אקטואליים 'קטנים לאינסוף' מתקרבים ללא סוף לשלם אידיאלי רצוף, אך בין הרצף השלם לבין אינסוף המרכיבים האקטואליים קיים נתק או חיץ. האקטואלי אינו יכול להרכיב או להגדיר את האידיאלי. מנקודת מבט אידיאלית השלם קודם לחלקים ולכן אינו יכול להיות מורכב מהם או מוגדר באמצעותם. אמנם קומבינציה של פשוטים יוצרת את המורכב האקטואלי, אך הרכבה של אינסוף גורמים אינה יוצרת שלם אקטואלי. האגרנט האקטואלי אינו שלם ואילו השלם האקטואלי אינו מורכב.⁸¹ מעתה ואילך סובר לייבניץ שהמפתח לפתרון 'מבוך הרצף' טמון בפער המשתרע בין האידיאלי לאקטואלי.⁸²

לייבניץ מגיע למסקנה סופית בעניין הפיקטיביות של מרכיבי הרצף באפריל 1676. אולם החל מדצמבר 1675 ניתן למצוא התבטאויות שלו בעניין זה. בתקופה זו ניתן לראות שלייבניץ מתלבט רבות בעניין הרצף ולעיתים אפילו מנסה לחשוב מחדש על פתרונות שאותם דחה בעבר. בפברואר 1676 לייבניץ מהרהר שוב בהרכבת רצף מנקודות. הסיבה לכך אינה קשורה בהבנה חדשה של הרצף אלא בהפנמה של בעיה העולה מפיתוח התחשיב החדש. האפשרות לרבע את המעגל באמצעות גדלים אקטואליים (כלומר גדלים שיכולים להיות אקטואליים ואינם פיקטיביים) תלויה בקיומה של יחידה משותפת לכל הגדלים הרציפים. ישר ועקומה או פאה ואלכסון של ריבוע מוכרחים להתכנס לאחר חלוקה אינסופית לגודל משותף שבאמצעותו ניתן יהיה לקבוע מהו היחס ביניהם. הנקודה יכולה להיות אמת מידה משותפת כזו, ומכאן לזיהוי האינפיניטימאל כנקודה אקטואלית בלתי מתחלקת:

If it is true that any part of matter, however small, contains an infinity of creatures, i.e. is a world, it follows also that matter is actually divided into an infinity of points [...] Hence it follows further that any part of matter is commensurable with any other [...] It must be seen whether this truly follows. In that connection, I should examine the line of reasoning I have used elsewhere, according to which it seems to follow that a circle, if it exists, has a ratio to the diameter as one number to another. It must be seen whether this

⁸⁰ ראסל טוען שממסקנה זו על טיבו האידיאלי של הרצף גוזר לייבניץ את עמדתו על טיבם של יחסים בכלל: יחס הוא פרי חשיבה בו זמנית של גורמים (, trans. by Mates 1986, LH 4 5, "A relation is the *concogitabilitas* of two things"; Russell 1900, 225). גם המרחב למשל אינו ביטוי ממשי של מרחק אלא יחס מנטאלי הנוצר מקיום בו זמני של גורמים (, Russell 1900, 115-117). בשל כך טוען ראסל שלייבניץ אינו יכול לצדד ברצף אקטואלי אלא רק ברצף אידיאלי, ולכן הוא קובע כי טענתו של לייבניץ ש"לעולם אין הטבע קופץ קפיצות" (מסות חדשות, פתח דבר, עמ' 11-12) אינה מתיישבת עם הפילוסופיה שלו. פרשנותו של ראסל חשובה מאד, אך כפי שנראה בפרק 5, עמדתו הסופית של לייבניץ בנוגע לרצף אקטואלי ניתנת להצדקה.

⁸¹ השלם האקטואלי איננו אגרנט אלא אורגניזם אחד.

⁸² "Mass and its diffusion result from monads, but not space. For Space, like time, is a certain order [...] of coexisting, which includes not only actual things, but also possibles. It follows that it is something indefinite, like every continuum whose parts are not actual but can be taken at will, just like the parts or fractions of a unity [...] For space is something continuous but ideal, whereas mass is discrete, indeed an actual multitude, or a being by aggregation, but one of infinite unities. In actual things, simples are prior to aggregates; in ideal things, the whole is prior to the part. Neglect of this consideration has produced the labyrinth of the continuum." (6 Sep. 1709, *Leibniz to Des Bosses*; G II 379, LR 245; cf. 19 Jan. 1706, *Leibniz to De Volder*; G II 282, L 539, AG 185)

inference is a good one [...] Accordingly, it must be rigorously examined whether there follows a perfect division of a liquid into metaphysical points, or only one into mathematical points.⁸³

הפרט החשוב בטיעון אינו השימוש בנקודה כמרכיב אלמנטארי של הרצף, אלא ההנחה בדבר קיומה של אמת מידה משותפת שאינה דמיונית. הנחה זו עמדה בבסיס עבודתו המתמטית של לייבניץ על התחשיב, כמפורט בחלק ב' של המחקר. למרות שלליבניץ היה מודע כבר בסוף 1672 לבעיות שמעוררים מספר אינסופי וגודל אינפניטיסימאלי בלתי מתחלק, הרי שבמשך שנות פיתוח התחשיב הוא מניח שהן פתירות ומחפש הצדקה גיאומטרית לשיטתו של קוולירי. באמצעות הליך המרה גיאומטרי (transmutation theorem) מצליח לייבניץ לתרגם את הפרופורציות של המשולש-המאפיין שלו (*Characteristic Triangle*) לגדלים גיאומטריים ברי חישוב, וכבר בקיץ 1674 הוא מנסח את שטח העיגול באמצעות טור אינסופי של איברים⁸⁴. הליך ההמרה מבוסס על קיומה של יחידה משותפת לישר ולעקומה משום שלליבניץ בונה את היתר ds של *Characteristic Triangle* (בדומה למתמטיקאים רבים בתקופתו) באמצעות חלק אינפניטיסימאלי של העקומה. מצד שני, מכיוון ששלל את הרכבת הרצף מנקודות בשלב מוקדם יותר, לייבניץ לא בונה את הרצף באופן הטרוגני מחלקים בלתי מתחלקים כקוולירי אלא מדיפרנציאלים מתחלקים לאינסוף המשמרים את הממד המקורי של הגודל הרצוף הנדרש לחישוב. בהיעדר נקודות ברצף ובהתחשב בכך שכל דיפרנציאל ניתן לחלוקה אינסופית, ייתכן שיחידה משותפת לישר ולעקומה בכל זאת אינה קיימת, כך שמצולע אינסופי לעולם לא יוכל להיות זהה עם מעגל מושלם. אך לייבניץ נמנע מלהתייחס לבעיה זו במהלך פיתוח התחשיב. כעת, מתברר שהצדקת התחשיב מבוססת בכל זאת על ניתוקה של המתמטיקה מהפיסיקה, דהיינו על קיומם של גדלים פיקטיביים שרק באמצעותם ניתן לתקף את נכונותו של טור לייבניץ לחישוב π . באפריל 1676 לייבניץ מכריע. כל זמן שישנה יחידה משותפת באמצעותה ניתן למדוד עקומה וישר, המאמץ לרבע את המעגל באופן אקטואלי אכן יכול להיות אפשרי. אולם אם ניתן יהיה להוכיח שיחידה אלמנטארית כזו איננה קיימת, המעגל והמרובע יהפכו להיות אינקומנסורביליים (חסרי אמת מידה משותפת)⁸⁵.

Hence here we have a splendid use for demonstrations about incommensurables using lines, for they can also be carried over to the infinitely small, which those of arithmetic cannot. Supposing this, it follows that the magnitude of a circle cannot be expressed by an equation of any degree. By the same argument it is proven that not even a portion of a circle

⁸³ 11 Feb. 1676, *On the Secrets of the Sublime*; A 6.3 474, LLC 49

⁸⁴ 16 Oct. 1674, *Leibniz to Oldenburg*

⁸⁵ לאור זאת ניתן להבין מדוע בוחר לייבניץ לאפיין את היחס שבין גודל נתון לדיפרנציאל שלו באמצעות המונח incomparable, שבו הוא עושה שימוש נרחב כאשר הוא נדרש לספק הבהרות בראשית המאה ה-18 באשר לדרך שבה הוא תופס את האינפניטיסימאל (2 Feb. 1702, *Leibniz to Varignon*; GM IV 91, L 543)

can be squared by this means; and it is the same with the logarithm and the hyperbola.⁸⁶

במצב כזה לא ניתן לנסח את הביטוי π באמצעות טור אריתמטי אינסופי. על מנת לנסח את הביטוי באופן מלא יש להשתמש בגדלים בלתי מובחנים דמיוניים, כאלו שלעולם לא יוכלו להיכלל בטור אינסופי שאיבריו דיסקרטיים. מכיוון שכך מגיע לייבניץ למסקנה שיש משהו לא לגמרי מדויק ברקטיפיטציה של עקומות.

We must still investigate whether and to what extent the following is true, namely that the square is to the $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \dots$ circle as 1 to etc. For when we say 'etc.' or 'to infinity', the last number is not really understood to be the greatest number, for there isn't one, but it is still understood to be infinite. But seeing as the series is not bounded, how can this be the case? For something must be added, even if it is assumed to be an infinite number, so that it must be said this [equation] is not rigorously true. And seeing as the circle is nothing, this series will of course also be nothing.⁸⁷

חלוקה אינסופית של הדיפרנציאל מקעקעת את קיומה של אמת מידה משותפת ולפיכך הופכת את התחשיב ליצירה מתמטית פיקטיבית שאין לה מקבילה ממשית. גדלים אינפיניטימאליים אינם קיימים ובהעדרם גם רצפים אינם יכולים להיות ממשיים⁸⁸. יצירת חיץ בין המתמטיקה לממשות היא בבחינת צעד סופי ואחרון בתנועה הפילוסופית של לייבניץ לעבר תפיסה סינקטורמטית מלאה של האינסוף, מכיוון שבאמצעותה מוודא לייבניץ שגדלים אינסופיים לעולם לא יהיו מקסימאליים ושגדלים אינפיניטימאליים לעולם לא יהיו מינימאליים.

ניצנים ראשוניים להבחנה עקרונית בין האידיאלי לאקטואלי מופיעים בדצמבר 1675, בהרהורים הממשיכים את 'ההערות הביקורתיות' שהחל לייבניץ לכתוב על 'עקרונות הפילוסופיה' של דקארט. בניגוד לתפיסה הקרטזיאנית, לייבניץ מגיע למסקנה שיש להבחין בין גוף לבין המרחב שבו הוא נתון, משום שבעוד והגוף מורכב מאינסוף גורמים המרחב רצוף באמת ולכן אינו מורכב מגורמים כלל⁸⁹. עמדה זו שבה ומופיעה בפברואר 1676, בחיבור שבו לייבניץ חוזר ומהרהר בהרכבת הרצף על ידי נקודות⁹⁰:

⁸⁶ 10 April 1676, *Infinite Numbers*; A 6.3 498, LLC 87

⁸⁷ 10 April 1676, *Infinite Numbers*; A 6.3 502, LLC 97

⁸⁸ לייבניץ אינו יכול להתכחש לתפקידם החיוני של האינסוף והאינפיניטימאל בהבנת המציאות, אך מעמדם הדמיוני של גדלים אלו מחייב את לייבניץ לגבש עמדה מטאפיסית באשר לתפקידם החיוני. לשם כך הוא מתחיל בהרהורים ראשוניים המטרימים את עקרון הרצף המטאפיסי שלו כבר באותו נייר מאפריל 1676 (*Infinite Numbers*). פירוט בעניין זה בפרק 5 להלן.

⁸⁹ Dec. 1675, *On Matter, Motion, Minima and the Continuum*; A 6.3 470, LLC 39

⁹⁰ זהו נייר מדיטטיבי שבו לייבניץ מגולל הרהורים ושולל אותם (Arthur 2001a, liv). כך למשל לייבניץ מעלה שוב את האפשרות שמספר אינסופי אפשרי. אפשרות זו עולה מתוך ערבוב בין המובן המתמטי של האינסוף לבין המובן המטאפיסי שלו. מאחר ולייבניץ משוכנע מצד אחד שאינסוף חסר גבול איננו אפשרי אך מצד שני ששלם אינסופי מחויב מבחינה תיאולוגית, הוא מזהה את השלם האינסופי (immensum) עם האינסוף האקטואלי, ואף קובע כתוצאה מכך שמספר אינסופי אפשרי (more properly be) "the infinite is something other than the unbounded. This infinite should more properly be called the immensum [...] from which it follows that there is an infinite number"; A 6.3 475, LLC 51

Liquid matter will not be a true continuum, even if space is a true continuum; from which it is again clear how great a difference there is between space and matter. Matter alone is explicable by a multiplicity without continuity. And matter does in fact seem to be a discrete entity [...] therefore matter is a discrete entity, not a continuous one; it is only contiguous, and is united by motion or by a mind of some sort.⁹¹

באפריל 1676 לייבניץ פוסע צעד נוסף. עד כה לייבניץ הניח שהתנועה רצופה ובשל שימוש מהופך בפרדוקס של זנון הוא הסיק על קיומה של נקודת ההתחלה אקטואלית בלתי מתחלקת מפורשת (1671-1670) או מובלעת (1675-1672). אולם כעת לייבניץ מגיע למסקנה שהתנועה העקומה המורכבת מאינסוף נטיות רגעיות אינה יכולה להיות רצופה לחלופין ושרציפות של גדלים מתמטיים אינה יכולה להיות ממשית. הסיבה לשינוי בתפיסת הרצף אצל לייבניץ נובעת מההכרה שהצדקת התחשיב מבוססת על גדלים שאינם יכולים להיות ממשיים. אם האינפיניטימאל אינו ממשי לא יכולות להיות נטיות רגעיות מזעריות וכתוצאה מכך גם לא תנועה רצופה המורכבת מנטיות כאלו (למשל תאוצה קבועה):

I do not see how a perfect circle can be described unless one is already presupposed [...] there is no curvilinear motion in things which endeavour alone tangents. Therefore one of two things is true: either there are things which do not endeavour along tangents; or there is no curvilinear motion. As long as there is no method for directly establishing the quadratures of curved lines, there will be a strong suspicion that none exist [...] So there will be no uniform accelerated motion anywhere, and so the parabola will not be describable this way. And so it is quite credible that circles and parabolas, and other things of that kind, are all fictitious entities.⁹²

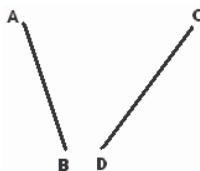
בחיבור זה לייבניץ מרחיב את מסקנותיו בנוגע לאי רציפותה של התנועה המעגלית וקובע שגם תנועה ישרה איננה רצופה. לשם כך לייבניץ עושה שימוש חדש בפרדוקס האלכסון שבאמצעותו שלל בעבר את הרכבת הקו הרצוף מנקודות. לייבניץ מראה שלא ניתן לראות את התנועה כרצופה משום שבו-זמנית מתקיימות אינסוף תנועות במקביל. מתקבל פרדוקס דומה לזה המופיע בתנועת המערבולת של דקארט: כל אינסוף התנועות חייבות בסופו של דבר להסתיים כך שמתקבל אינסוף אקטואלי של תנועות המסתיימות ברגע שלם אחד. זו הסיבה שלייבניץ טוען כי כמות התנועות הללו

כעבור מספר שורות הוא שב ושולל אותו ("the number of finite numbers cannot be infinite [...] it seems to follow (that an infinite number is impossible"; A 6.3 477, LLC 51 מייד להכרה בקיומה של נשמת העולם, כלומר לקיומו של גורם המאחד את האינסוף המכונן את העולם (A 6.3 474,) 18 March 1676, *Notes on Science and Metaphysics*; A 6.3 391,) LLC 47-49), אולם לייבניץ שולל סופית את קיומה של 'נשמת העולם' באפריל 1676 וביתר פירוט לאחר עשור (Arthur 2001a, 388 n8). הרחבה בעניין זה להלן בחלק ד'.

⁹¹ 11 Feb. 1676, *On the Secrets of the Sublime*; A 6.3 473-474, LLC 47 לייבניץ עדיין מנסה לעגן את היסוד המטאפיזי בתוך החומר באמצעות תודעה כלשהי. אולם מעמדו הפיקטיבי של האינפיניטימאל מחייב את לנטוש אפשרות זו, כפי שנראה לקראת סוף פרק זה.

⁹² 10 April 1676, *On Motion and Matter*; A 6.3 492, LLC 75

(או כמות היחסים המרחביים בין הגופים הנעים) היא כמות הנקודות שניתן לאתר בקו. אולם גם אם שללנו בעבר את הרכבת הקו מנקודות, אי אפשר לשלול את קיומן הסימולטאני של אינסוף התנועות ההדדיות. משמעות אינסוף התנועות ההדדיות היא שכל תנועה מזערית גורמת לאינסוף תנועות ושינויים הדדיים. מכיוון שבכל נקודה בתנועת גוף מתרחשים שינויים שונים, לא ניתן לומר שהתנועה היא רצופה.



Supposing body A moves in the straight line AB, body C in the straight line CD, where these lines are not parallel, it is clear that at any moment the distance between them changes, and so an infinity of changes will occur, or rather as many as possible, that is as many as there are points in the line, and so the line will be divided into all points, which is impossible. And all the rest will become absurd. What, then? I am forced to conclude that motion is not continuous, but happens by a leap.⁹³

על מנת לפשט נקודה זו ננסה לתרגם את המונחים בטיעון שלפנינו למונחים מפרדוקס האלכסון. כזכור, ניתן לראות את הטיעון הגיאומטרי בפרדוקס האלכסון כוואריאציה לטיעון האריתמטי של גלילאו: באמצעות התאמה חד-חד ערכית בין סדרות מספרים ניתן לטעון שישנה אותה כמות של מספרים טבעיים וריבועיים, למרות שסדרה אחת מהווה חלק מסדרת המספרים השנייה. באותו אופן, אם ניתן להרכיב קווים ישרים מנקודות (או לחלק אותם לנקודות) הכמות האינסופית של הנקודות בקו הארוך תהיה שווה לכמות האינסופית של הנקודות המרכיבות את הקו הקצר. מכאן לייבניץ הסיק שהמוצא היחיד מהפרדוקס הוא שלילת הנקודות כמרכיבות את הרצף. עקב כך תפס לייבניץ את הרצף כמורכב הומוגנית מאינסוף חלקים המתחלקים בעצמם לאינסוף. אולם בעקבות העבודה המתמטית על התחשיב האינפיניטסימאלי לייבניץ מגיע למסקנה שכמות החלקים המרכיבה את הקו היא פונקציה של קצב החלוקה של הקו. אם קצב החלוקה הוא קבוע, קוים השונים באורכם יחולקו לאותה כמות אינסופית של חלקים. הרכבת רצף מקווים 'קטנים לאינסוף' ולא מנקודות נועדה למנוע את סיום החלוקה ואת ההשוואה בין גדלים שונים של קווים 'שלמים'. אבל אם קווים שלמים כאלו אפשריים – ובמקרה של הטיעון על התנועה מדובר בסיום התנועה או בהשלמתה – מתקבל אינסוף אקטואלי של מרכיבים. חלוקה אינסופית אקטואלית של שני קווים השונים בגדלם תניב כמות שווה של מרכיבים אם קצב החלוקה יהיה שווה, והנה חזרנו למסקנה השקולה להרכבת הרצף מנקודות. קצב החלוקה קשור בחלוקת הדיפרנציאליים לדיפרנציאליים מסדר גבוה יותר ומרגע שלייבניץ מכיר בכך שהרכבת רצף מדיפרנציאליים אקטואליים אינה מונעת את פרדוקס האלכסון ואת קיומו הבלתי נמנע של האינסוף האקטואלי, לייבניץ עובר למסקנה רדיקאלית אחרונה: הדיפרנציאליים אינם

⁹³ *Ibid.*, A 6.3 494, LLC 79

מרכיבים באמת את הרצף, הם פיקטיביים. רק בדרך זו יכול לייבניץ למנוע את סיום החלוקה, את השלמת התנועה ואת זיהוי הרצף כמספר אינסופי של חלקים אקטואליים⁹⁴. לייבניץ מזהה מייד שהטיעון בנוגע לאי רציפותה של התנועה תקף גם בנוגע לגוף חומרי⁹⁵. אך לייבניץ אינו ממחר לאמץ זאת משום שערעור שלמותו ורציפותו של הגוף החומרי יביא לערעור יציבותה של הממשות כולה ויאלץ את לייבניץ לחזור ולהישען על קיומו של א-לוהים כיסוד המטאפיסי של עולם החומר. מכיוון שכך, לייבניץ מציע הסתייגות לטיעון האמור לעיל בנוגע לאינסוף שינויים בו זמניים המערערים על רציפות ושלמות של תנועה או חומר וקובע שכמות היחסים או השינויים הרלוונטיים אינה אינסופית. יכולים אמנם להיות אינסוף יחסים מרחביים כאלו, אך רק ליחס עליו אנו חושבים ברגע נתון יש מעמד אקטואלי (מסוים), בעוד שכל השאר נותרים בגדר אפשריות בלבד⁹⁶. לייבניץ חוזר על ההסתייגות הזו שוב במהלך אפריל 1676⁹⁷, אך לקראת סוף אותו חודש – על סמך ההבחנה הגורפת בין האקטואלי לאידיאלי ועל רקע שלילת מספר אינסופי – מחליט לייבניץ להכיר בכך שבשל אינסוף השינויים בתנועה ובצורה החומר (כל חומר בעולם וכל החומר בעולם) אינו רצוף ולכן אינו שלם.

There cannot be a most rapid motion or a greatest number. For number is something discrete, where the whole is not prior to its parts, but conversely. There cannot be a most rapid motion, because motion is a modification, and is the transference of a certain thing in a certain time (just as there cannot be a greatest shape.) There cannot be one motion of the whole, but there can be a kind of thinking of all things. Whenever the whole is prior to its parts, then it is a maximum, as in space and in a continuum. If matter is like a shape, namely that which makes a modification, then it seems that there is no totality of matter.⁹⁸

⁹⁴ בחיבור עצמו לייבניץ נסוג מהמסקנה שהתנועה אינה רצופה ולמעשה אידיאלית-פיקטיבית משום שניתן באמצעותה לערער גם על רציפותו של החומר, ולהפוך גם אותו ליחס בעלמא או לכל הפחות לאגרגט בלתי שלם. לייבניץ מזהה מייד שהטיעון בנוגע לאי רציפותה של התנועה תקף גם בנוגע לגוף חומרי: "By the same argument it could also be proved that body is not continuous; because if we arrange one body *AB* and another *CD* in this way, again at any point there would be varying distances, and so there would be as many distances as points." (*Ibid.*, A 6.3 81) 495, LLC 81). אך על אף שלייבניץ כבר מתחיל להכיר בכך שהחומר אינו רצוף הוא אינו מעוניין לראות אותו עדיין כיחס גרידא. על כן הוא חוזר בו וטוען שכמות היחסים או השינויים הרלוונטיים אינה אינסופית. יכולים אמנם להיות אינסוף יחסים מרחביים כאלו, אך רק ליחס עליו אנו חושבים ברגע נתון יש מעמד אקטואלי (מסוים), בעוד שכל השאר נותרים בגדר אפשריות בלבד (*Ibid.*, A 6.3 495, LLC 81-83). לייבניץ חוזר על ההסתייגות הזו במקום נוסף (10 April 1676, 2nd half) (*Infinite Numbers*; A 6.3 502, LLC 97). עם זאת, בסוף אפריל לייבניץ שולל את רציפות החומר באופן מלא (of April 1676, *On the Origin of Things from Form*; A 6.3 520; PDSR 79).
⁹⁵ "By the same argument it could also be proved that body is not continuous; because if we arrange one body *AB* and another *CD* in this way, again at any point there would be varying distances, and so there would be as many distances as points." (1?-10 April 1676, *On Motion and Matter*; A 6.3 495, LLC 81)
⁹⁶ *Ibid.*, A 6.3 495, LLC 81-83
⁹⁷ 10 April 1676, *Infinite Numbers*; A 6.3 502, LLC 97
⁹⁸ 2nd half? of April 1676, *On the Origin of Things from Form*; A 6.3 520; PDSR 79, LLC 121

כתוצאה מכך נשען לייבניץ באופן מודע ומפורש על א-לוהים כגורם המטאפיסי המקיים את עולם החומר, וחוזר בכך לעמדה הקרטזיאנית שהביע בשלהי שנות השישים בנוגע למעורבותו ההכרחית של א-לוהים על הפיסיקה⁹⁹. נקודה חשובה זו תודגש לקראת סוף הפרק.

הטענה שרצף אקטואלי אינו קיים ושתנועה מבוססת למעשה על קפיצות בלתי נמנעות מופיעה באופן מפורט הרבה יותר בדיאלוג 'פסידיוס' שאותו מחבר לייבניץ בתחילת נובמבר 1676 במהלך חזרתו מלונדון ליבשת אירופה ימים ספורים קודם פגישתו ההיסטורית עם שפינוזה. במהלך הדיאלוג ניתן לאתר רמזים לתיאוריות הקודמות של לייבניץ בנוגע לרצף, אותן לייבניץ דוחה בזו אחר זו בכדי להגיע למסקנה העכשווית שלו המכחישה את קיומו של רצף אקטואלי, שוללת תנועה רצופה ותומכת במעבר ממקום למקום באמצעות קפיצות.

ננסה לעקוב בקצרה אחר קו המחשבה של לייבניץ בדיאלוג. הדיאלוג פותח בתפיסה אינטואיטיבית של התנועה כשינוי של מקום או מצב. למעשה זוהי האינטואיציה הקרטזיאנית שאותה אימץ לייבניץ באופן מוצהר בתיאוריה החדשה של 1670 ואף ניסה לשמר אותה גם לאחר 1672. בדיאלוג, אינטואיציה בסיסית זו מתבררת כבעייתית משום שרגע השינוי אינו יכול להיות מוגדר באמצעות המצבים השונים הקיימים לפניו ואחריו. מצד אחד רגע הגסיסה אינו יכול להיות גם חיים וגם מוות ולכן הרגע האחרון של החיים והרגע הראשון של המוות אינם יכולים להיות אותו רגע. מצד שני, רגע הגסיסה אינו יכול להיות לא-חיים ולא-מוות, ולכן הרגע האחרון של החיים והרגע הראשון של המוות חייבים להיות סמוכים לחלוטין. מאחר שהשינוי אינו קיים כמצב שלישי, יש לראותו כאגרנט של קצוות מצבים מנוגדים. נותר עדיין קושי בהבנת המעבר מנקודת הסיום של החיים אל נקודת ההתחלה של המוות, ובשל כך הסמיכות בין שתי נקודות הקצה של המצבים המנוגדים מוגדרת כבלתי מתחלקת, והמעבר ביניהן נחשב כרצוף¹⁰⁰. התובנה שאת הרצף מרכיבות נקודות בלתי מתחלקות

⁹⁹ "Assuming motion is a reproduction of distance into distance, then it is now exceedingly clear, very much more so, how God is the immediate cause of all things..." (1?-10 April 1676, *On Motion and Matter*; A 6.3 494, LLC 81)

¹⁰⁰ סמיכות ורצף נחשבים אצל אריסטו למושגים שונים אבל בתיאוריות הפיסיקאליות המוקדמות שלו מנסה לייבניץ להראות שאלו מושגים מתאימים כאשר מוסיפים להם את הלכידות של החומר הנגרמת על ידי תנועה (או ליתר דיוק על ידי נטייה רגעית של חלקים סמוכים לנוע זה לתוך זה): "Continuous things are contiguous ones with some cohesiveness. Contiguous things are those between which there is no distance." (Fall 1672 – Winter 1672-1673, *On the Cohesiveness of Bodies*; A 6.3 94, LLC 19) עם זאת, לייבניץ מתאר כאן בצורה מעט מעודנת את השקפתו המוקדמת לאור תובנות מאוחרות יותר הואיל בשנת 1672 נטייה רגעית יכולה היתה להתקיים בכמה מקומות במקביל: "Endeavour is the beginning of motion at a given moment. Therefore it is the beginning of a change of place, i.e. of a transition from place to place, and therefore is in both places at the same time, since it cannot be in neither, i.e., nowhere." (*Ibid.*, A 6.3 95-96, LLC 21)

כמו כן, כדוגמא לכך ששתי נקודות הקצה מובחנות אבל סמוכות לחלוטין (distinct but indistant), מביא לייבניץ בדיאלוג את נקודת ההשקה של מעגל וישר, אך כדאי לשים לב שבדוגמא הזו כבר טבועות מסקנות מאוחרות של לייבניץ מאפריל 1676, ולכן דוגמא כזו לא היתה יכולה להינתן בין 1670 ל-1675. על פי הדוגמא בדיאלוג, שתי נקודות על מעגל ומשיק אינן יכולות להיות אותה נקודה ולכן הן סמוכות בלבד; ומצד שני שתי הנקודות בכל זאת נוגעות ונראה שאי אפשר לחלק את האינטרוול ביניהם, ולכן הן גם רצופות. אבל במהלך פיתוח התחשיב לייבניץ יצא מנקודת הנחה שמעגל הינו מצולע אינסופי ולכן ניתן לבנות את יתר ה- *Characteristic Triangle* באמצעות חלק אינפיניטימאלי של עקומה. במילים אחרות, לייבניץ הניח שישנה אמת מידה משותפת למעגל ולמשיק המצדיקה חלוקה אינסופית אקטואלית של הרצף ושביניהן שתי נקודות על מעגל ומשיק דווקא יכולות להיות אותה נקודה עצמה. רק באפריל 1676 לייבניץ משיק שאין אמת מידה משותפת למעגל ולישר, ולכן שתי נקודות על מעגל ומשיק יכולות להיות לכל היותר סמוכות אך את הסמיכות ביניהן

מחוזקת באמצעות וואריאציה של פרדוקס הערימה בכמויות בדידות ובגדלים רציפים. מסקנת הדיאלוג בשלב זה היא שאת השינוי יש להכחיש לחלוטין או לחלופין להכיר בו כנטוע במעבר רצוף ובלתי ניתן לחלוקה בין מצבים מנוגדים:

So we have reinstated in nature the change we recently proscribed [...] provided only that we maintain it to be the point of contact or aggregate of two opposite states, and not a kind of entity distinct from the quality or state itself, nor indeed a mediate state or transition from potential to act or from privation to form, as the philosophers commonly seem to conceive change and motion.¹⁰¹

אולם תנועה אינה רק שינוי בין מצבים בינאריים. כאשר גוף נע מנקודה אחת לנקודה מרוחקת ממנה אי אפשר פשוט להניח שהמרחק ביניהם הוא תמיד מינימום. בשל המאמץ להימנע מזיהוי התנועה כפיקציה מנקודה אחת לאחרת בתווי המסלול, מגיעה המסקנה שהתנועה, כמו המרחב והזמן עצמם, היא רצף של אינסוף נקודות:

Since motion is nothing but an aggregate of different existences through moments and points, and is just as continuous as space and time, it also follows that points immediately succeed one another everywhere in space, and moments everywhere in time, these being the points and moments in which motion occurs by continuous succession. Therefore time will be an aggregate of nothing but moments, and space an aggregate of nothing but points.¹⁰²

בשלב זה מוסטת השיחה ונפתח דיון פילוסופי על מבנה הרצף, במטרה לשלול את הרכבת הרצף מנקודות (A 6.3 548-555). בקטע זה חשוב זה בדיאלוג מפרט לייבניץ את הפרדוקסים של גלילאו (אליהם נחשף עם הגיעו לפריס בשנת 1672) ואת מסקנותיו בדבר שלילת גודל אינסופי מקסימאלי ואינפניטיסימאלי מינימאלי, בניגוד לאלו של גלילאו. לטענת לייבניץ ניתן להשוות גדלים אינסופיים בדיוק כפי שניתן לעשות זאת בגדלים סופיים אך מבלי לראותם כשלמים¹⁰³. מכאן גם נובע שאין קולקציה של אינסוף נקודות. כך מתקבלת הפרדה בין האידיאלי לאקטואלי: כל נקודה ברצף היא פרי

ניתן לחלק לאינסוף ולעולם לא לקבל רצף (כפי שניתן לראות במסקנת הדיאלוג). לפיכך, האפשרות לקבל סמיכות שהיא רציפות מנקודות על מעגל ומשיק מותנית בערבוב שיוצר כאן לייבניץ באופן מלאכותי במיוחד עבור הדיאלוג.

¹⁰¹ 29 October – 10 November 1676, *Pacidius to Philalethes*; A 6.3 541, LLC 157
¹⁰² *Pacidius*; A 6.3 547, LLC 171. בנקודה זו של הדיאלוג לייבניץ מוסיף הערה ומוחק אותה. בהערה זו מצביע לייבניץ על שלילת אחידות (uniform) התנועה כפתרון. היא נמחקת ככל הנראה משום שבשלב זה של הדיאלוג פתרון כזה כלל אינו דרוש. הפתרון מופיע בגוף הטקסט רק בסופו של הדיאלוג (A 6.3 563-564) לאחר שמתברר שהרצף כלל אינו מורכב מנקודות. ההערה מופיעה כאן משום שהמהלך לשלילת הרכבת הרצף מנקודות מתחיל בשלב זה של הדיאלוג. ניתן להסיק מכך, לדעתי, שאת פתרונו הסופי של הדיאלוג יש לאתר כבר משלילת הרכבת הרצף מנקודות, כלומר כבר משלב זה של הדיאלוג. דיון ברצף ובמרכיביו קשור עמוקות בתשתית הפילוסופית של התחשיב האינפניטיסימאלי שפיתח לייבניץ זה מכבר, ומשלב זה של הדיאלוג לייבניץ מתחיל לפרוס את מסקנותיו המעודכנות כתוצאה מפיתוח התחשיב.

¹⁰³ "I believe it to be no less true in the infinite than in the finite that the part is less than the whole... there is no number of all numbers at all, and such a notion implies a contradiction." (*Pacidius*; A 6.3 551, LLC 179)

חלוקה אקטואלית שרירותית שלא היתה קיימת קודם לכן ברצף השלם והאידיאלי. נקודות יכולות להיות לכל היותר קווי מתאר של שלם אידיאלי-מנטאלי אך אינן יכולות להרכיב אותו¹⁰⁴. מייד לאחר מכן מוצגת תפיסת התנועה של דקארט כפי שהיא מופיעה בעקרונות שלו. על פי דקארט המרחב מלא חומר נוזלי המתחלק לאינסוף ועל מנת שתתרחש תנועה היא חייבת להיות כוללנית. תזוזה ראשונית של חלקיק-חומר אחד ממקומו תלויה בהפעלה של כוח מחוץ למרחב, כלומר על ידי א-לוהים. כתוצאה מתזוזה כזו נוצרת מערבולת של תנועות מזעריות בקרב כל אינסוף חלקיקי החומר בסביבה, עד שאת מקומו של החלקיק שהוסט בראשונה תופס חלקיק החומר הסמוך אליו. דקארט מתאר אינסוף שינויים ביחידת זמן סופית ולכן זהו תיאור של אינסוף אקטואלי או מספר אינסופי. למרות שתיאור התנועה שלו תומך בקיומו של מספר אינסופי מדיר דקארט את עצמו מלדון באינסוף. אולם לייבניץ טוען בדיאלוג כי דקארט אינו יכול לפתור את עצמו בטענה שאין הוא מבין את האינסוף ובו בזמן לייצר טיעון אבסורדי (בלתי ניתן להבנה) הקשור באינסוף. ההצעה האלטרנטיבית של לייבניץ המוצגת בדיאלוג היא מבוססת על חומר גמיש לחלוטין המחולק לאינסוף קפלים אקטואליים¹⁰⁵. דימוי הקפלים נועד למנוע את סיום החלוקה או את קיומו של חלק בלתי מתחלק אחרון. על ידי כך מספק לייבניץ תיאור של גוף שיש בו אינסוף סינקטגורמטי של חלקים שאף לא אחד מהם בלתי מתחלק:

It is just as if we suppose a tunic to be scored with folds multiplied to infinity in such a way that there is no fold so small that it is not subdivided by a new fold... And the tunic cannot be said to be resolved all the way down into points; instead, although some folds are smaller than others to infinity, bodies are always extended and points never become parts, but always remain mere extrema.¹⁰⁶

תיאור הקפלים של לייבניץ מסכם את הדיון הקצר במבוך הרצף, והדיאלוג ממשיך הלאה בבירור מהות התנועה והשינוי. כעת, אם לא ניתן להרכיב רצף מנקודות בשל חלוקה אינסופית אקטואלית של כל חלק של הרצף, לא ניתן גם להבין את השינוי כמעבר רצוף מנקודות סיום של מצב אחד לנקודת התחלה של מצב שני. אם את כמות החלקים ניתן תמיד להגדיל ואת גודל החלקים ניתן תמיד להקטין לעולם לא מתקבל מעבר מנקודה לנקודה. העדר מינימום ומקסימום מאפשר דחייה אינסופית של רגע המעבר ממצב אחד למצב סמוך לו משום שתמיד ניתן להמשיך ולחלק את המרחק בין המצבים המנוגדים. כך מתקבלת תמונה של תהליך הדרגתי לאינסוף שבו המעבר מרגע אחד למשנהו נעשה

¹⁰⁴ "[T]here are no points before they are designated. If a sphere touches a plane, the locus of contact is a point; if a body is intersected by another body, or a surface by another surface, then the locus of intersection is a surface or a line, respectively. But there are no points, lines, or surfaces, anywhere else, and in general the only extrema are those made by an act of dividing; nor are there any parts in the continuum before they are produced by a division. But all the divisions that can be made are never in fact made. Rather, the number of possible divisions is no more than the number of possible entities, which coincides with the number of all numbers." (*Pacidius*; A 6.3 553, LLC 181)

¹⁰⁵ גמישות אינסופית עומדת גם ביסוד הדינמיקה המאוחרת של לייבניץ (*Specimen of Dynamics*, 1695), והיא משתלבת בשימוש שעושה לייבניץ בעקרון הרצף, כפי שיתואר בפרק הבא.

¹⁰⁶ *Pacidius*; A 6.3 554-555, LLC 185-187

באמצעות אינסוף שלבי ביניים. לייבניץ דוחה את הקפיצה ולמעשה מבטל אותה משיקולים של עקרון הטעם המספיק: גם נקודות סמוכות אינן באמת סמוכות משום שתמיד ניתן לחלק את המרחק ביניהן ולדחות שוב ושוב את הקפיצה על מנת שהיא תהיה מינימאלית ככל שניתן.¹⁰⁷

מסקנת הדיאלוג היא שנקודות מובחנות אבל סמוכות כעת אינן מרכיבות את הרצף אלא רק מייצגות את גבולות המתאר של המצבים המנוגדים לפני ואחרי השינוי. השינוי עצמו או המעבר ממצב אחד למצב אחר יכול להתרחש רק באמצעות קפיצה מכיוון שהרצף הנמצא בין המצבים אינו מורכב כלל. זו אינה קפיצה המדלגת על פני נקודות ביניים משום שאין בין המצבים המנוגדים דבר. מכיוון שבקפיצה כזו הגוף עובר ממצב אחד למצב אחר מבלי לעבור במצב ביניים שלישי, הדיאלוג מסתיים במסקנה ששינוי או תנועה הם קריסה ואיון של גוף במצב אחד ובריאה מחודשת שלו במצב שני:

Body *E* is somehow extinguished and annihilated at *B*, and is actually created anew and resuscitated at *D*, which you may call by the new but very beautiful name *transcreation*. Moreover, although this is indeed a sort of leap from one sphere *B* into the other *D*, it is not the kind of leap we refuted above, since these two spheres are not distant.¹⁰⁸

בדומה למסקנותיו של לייבניץ מאפריל 1676 גם כאן התנועה אינה רצופה ואינה אחידה.¹⁰⁹ בנוסף לכך, המונח *Transcreation*, המציג את התנועה מנקודת קצה אחת לחברתה כאיון ובריאה מחודשת של הגוף, הופיע כבר חצי שנה קודם לכן, בד בבד עם הגילוי שהתנועה אינה רציפה אלא מבוססת על קפיצות:

¹⁰⁷ "Wherever we might suppose this leap to occur, we could have avoided it in the same way. For just as we contended that the leap would not occur among us but only among certain much smaller bodies, by the same right these same more minute bodies, if we imagine them reasoning about these things, would relegate these same disproportion to other still smaller things... a wise one would prefer to choose a smaller disproportion. So those animalcules are justified in saying that this leap should have occurred in smaller things than among them. But since any other smaller being whatsoever could use the same argument, it is obvious that the leaps in question could always be driven down into the realm of smaller and smaller things and could not remain in existence anywhere in the nature of things. Nor does it matter that the corpuscles are not as it happens endowed with reason, for we are not inquiring here what these bodies could say on their own behalf, but what God the Keeper of All Things could say of them." (*Pacidius*, A 6.3 560-561, LLC 199)

Pacidius, A 6.3 567, LLC 213¹⁰⁸

¹⁰⁹ "כפי שהודגש לעיל, למסקנת הדיאלוג 'פסידיוס' מגיע לייבניץ כבר בתחילת אפריל, על אף שהוא מתקשה לעכל זאת: [I]t will follow that a body is transferred from one place to another in such a way that it does not go through the intermediate places —and this I consider to be absurd, as must be shown at another time, although this would seem to be quite difficult. But such a position would induce us to believe that a different body is always being recreated, now here, now there." (1?-10 April 1676, *On Matter and Motion*; A 6.3 494-495, LLC 79)

Hence it is now clear how an infinite line can be moved [...]: not by a continuous motion, for this is impossible, but by a leap—in other words, if it is *transcreated*. For motion is nothing but transcreation.¹¹⁰

מעבר של גוף מנקודה לנקודה מתאפשר אך ורק באמצעות קפיצה מכיוון שעל אף שבין נקודות שונות אין נקודות-ביניים ניתן בכל זאת לחלק לאינסוף את המרחק ביניהם, ולכן המעבר ביניהם מחויב להיות בלתי רצוף. מרחק מוגדר באמצעות נקודות קצה ואינו מורכב מחלקים ולכן ניתן לחלוקה אינסופית פוטנציאלית בלבד. מודל הקפלים שמופיע בדיאלוג לאחר התובנה בדבר הניתוק שבין האידיאלי והאקטואלי אכן מבטא גוף לא רצוף ולא שלם בעל אינסוף חלקים המחולקים גם הם לאינסוף חלקים אקטואליים וכן הלאה ללא סוף. המרחק הוא אידיאלי ורצוף ואילו התנועה והגוף האקטואליים מקוטעים ודיסקרטיים.¹¹¹

¹¹⁰ 10 April 1676, *Infinite Numbers*; A 6.3 500, LLC 93. בהמשך החיבור לייבניץ עושה שימוש במונח מעט שונה: *transproduction* (A 6.3 503, LLC 99). *Ibid.* המונח החדש נועד להדגיש את היסוד הקבוע המארגן את השינויים הרגועים ואת הקפיצות כולן, אך גם לשמר את ההיבט הבלתי רצוף של התנועה בכללותה. ראו על כך להלן בפרק 5.
¹¹¹ כדאי לשים לב בהקשר הזה לפרשנותו של סמואל לוי. במאמרו המפורט מ-1998 זיהה לוי גישה סינקטורמטית מובהקת אצל לייבניץ, אך למרות זאת טען במאמרים מ-1999 שעמדת לייבניץ אינה קונסיסטנטית. לדבריו חלוקה אינסופית סינקטורמטית של התנועה והחומר מוכרחה להניח יסוד מטאפיסי בלתי מתחלק על מנת שלא להפוך את המציאות הממשית לאבק מתפורר ולכן לאשליה. כמו כן חלוקה כזו יכולה להיות מוצדקת רק במודל שבו הגוף המתחלק אינו שלם (למשל: מיכל המתמלא לאינסוף במטבעות הולכים וקטנים) אך לא במודל שבו הגוף המתחלק שלם (למשל: בול עץ המתחלק לאינסוף שבבים הזחה למודל הקפלים של לייבניץ).

בשל כך פירש לוי את הדיאלוג 'פסידידיוס' ב-2003 כדיאלוג בלתי קונסיסטנטי שבו לייבניץ תומך בקיומה של תנועה (אמנם לא רצופה הנובעת מקפיצות) שאותה תמיד ניתן להמשיך ולחלק בעוד שלמעשה לייבניץ מפורר אותה לחלוטין לנקודות בלתי מתחלקות. במילים אחרות, לדעת לוי מודל הקפלים של לייבניץ בדיאלוג מכיל סתירה משום שבאמצעותו הופכת התנועה (ובעקבותיה גם החומר עצמו) לאשליה. הנה תמצית טענתו של לוי: משמעות העובדה שהתנועה אינה אחידה היא שלא רק שהתנועה אינה קבועה אלא שגם קצב השינוי שלה אינו קבוע. כיום אנו מתארים תנועה לא קבועה כעקומה רציפה שניתן לגזור אותה בכל נקודה, כלומר לאפיין את קצב השינוי שלה בכל נקודה באמצעות משיק. אבל במאה ה-17 תפסו את התנועה הדינמית כרצף אימפולסים בעלי כיוון משתנה. אמנם עליה ברמת הדיוק של ניתוח העקומה הרצופה, מביאה לעליה בכמות הצלעות הזעירות המרכיבות את תוואי התנועה. אבל מבחינה מתמטית, הדימוי המקוטע של התנועה המורכבת מאימפולסים ישרים אינו יכול להתמזג עם הדימוי הרצוף והעקום שלה. בדימוי הרצוף יש לכל נקודה על העקומה משיק, ואילו בדימוי המקוטע יש אינסוף פינות או נקודות סינגולאריות (singularities) שאותן לא ניתן לגזור. מתמטיקאים כגלילאו, קוולירי וואליס סברו שגודל האימפולסים מתכווץ לנקודה אפסית כך שבסופו של דבר מתקבלת זהות בין המצולע האינסופי לבין המעגל. הדבר עלה בידם משום שהם תפסו את התנועה כבעלת קצב שינוי קבוע. בניגוד אליהם לייבניץ תופס את התנועה כבלתי קבועה ובלתי אחידה לחלוטין, וכך החלוקה האינסופית של האימפולסים בתוואי התנועה מולידה בסופו של דבר אינסוף קפיצות ולעולם לא תנועה שניתן לגזור אותה באופן אינסופי. לוי מסכם:

"So when Leibniz denies the uniformity of motion, he is denying that the mathematical structure of motion is that of a straight line. But with his own picture of non-uniform or accelerated motion as an infinity of discrete impulses raining into every interval, the mathematical character of the motion is not a smooth curve either – not even piecewise so. Mathematically, the interval of the motion is *nowhere* differentiable." (Levey 2003, 387-388)

לדעת לוי לייבניץ מנסה ליישב בין הדימוי המקוטע של התנועה לבין הדימוי הרצוף שלה, אך זהו מאמץ שאינו יכול להצליח בשל הפרדה הגורפת בין האקטואלי לאידיאלי. וכך, לא רק שהמציאות האקטואלית אינה רצופה, היא גם אינה מבוססת על קפיצות בין חלקים דיסקרטיים רגילים אלא על קפיצות בין נקודות בלתי גזירות שאינן יכולות להיות תוצאה של הליך דיפרנציאציה. פירוש הדבר שלייבניץ נכשל במאמציו להימנע מהתפוררות מוחלטת של עולם החומר כתוצאה משילוב האינסוף בתיאוריה הפיסיקאלית שלו.

כפי שהראיתי בפרק האחרון של החלק הקודם, פרשנותו של לוי מבוססת על כך שלא ניתן ליישב בין אינסוף סינקטורמטי לבין אינסוף אקטואלי כאשר כל חלק מחולק לאינסוף כפי שטוען לייבניץ במודל הקפלים שלו. אולם לוי מודה שכאשר בוחנים את מודל הקפלים **מתוך** החלוקה האינסופית של הקפלים וללא מבט מבחוץ התופס יחד את כל אינסוף החלקים בו זמנית, שום בעיה אינה צצה: "Considered 'from the inside'... no problem seems to arise, for the scaling

זאת ועוד, מכיוון שהדיאלוג 'פסידיוס' מבוסס על התיאוריה הפיסיקאלית שהחל לייבניץ לגבש באפריל 1676, גם המסקנות המטאפיסיות זהות. בדומה לחיבורים מאפריל 1676 גם הדיאלוג 'פסידיוס' מסתיים בהתייחסות ישירה לא-לוהים כגורם מטאפיסי המשמר את עולם החומר ומונע את התפוררותו בחלוקה אינסופית של שינויים רגועים. לטענת לייבניץ גוף נע הינו סביל ולכן את הכוח העומד ביסוד התנועה יש לייחס לא-לוהים:

Bodies do not act while there are in motion [...]. Thus action in a body cannot be conceived except through a kind of aversion. If you really cut to the quick and inspect every single moment, there is no action. Hence it follows that proper and momentaneous actions belong to those things which by acting do not change. And therefore the action by which a moving point is transferred from one sphere into another one contiguous to it [...] does not belong to the

structure does not include any final 'limit scale' of ultimate resolution with its ranks. But considered 'from the outside' where *all* the scales and *all* the divisions in the structure are given at once, a resolution of motion into a powder of points (or leaps) seems to be inevitable." (Levey 2003, 402) סינקטוגרמטית של החלוקה האינסופית אינה בעייתית כל זמן שהיא אינה מניחה גוף שלם (שאותו יש לראות כמכלול מבחוץ). לדעתי, אין שום מקום להניח שמודל הקפלים של לייבניץ מדבר על גוף שלם, ולכן חלוקה אינסופית של גוף לקפלים אינה אמורה להסתיים בנקודות סינגולאריות בלתי גזירות. יתרה מכך, לייבניץ ער לבעיה של חלוקה אינסופית של חומר ותנועה ללא יסוד מטאפיסי בלתי מתחלק המונע את התפוררותו, ובשל כך הוא מפנה בסופו של הדיאלוג לא-לוהים כגורם המטאפיסי המשמר את קיומו הקבוע והיציב של עולם החומר. למעשה, לייבניץ מעגן את מודל החומר והתנועה שלו בא-לוהים דווקא משום שהחומר והתנועה אינם שלמים. אילו היו האחרונים שלמים יכול היה לייבניץ לחפש יסוד מטאפיסי בלתי מתחלק המאפיין את האינדיבידואל, כפי שאכן עשה בתיאוריות פיסיקאליות קודמות שלו במהלך שנות השבעים.

על מנת להמחיש את תפיסת התנועה בדיאלוג מציע לוי כאילוטרציה את פתית השלג של קוך. על פניו מודל הפרקטלים מתאים לתפיסת האינסוף של לייבניץ משום שהוא מאפשר להבין כיצד עקרון פעולה בסיסי יכול ליצור מבנה אחיד המורכב לאינסוף. כמו כן, מודל הפרקטלים נאמן להצהרותיו של לייבניץ בעניין אינסוף יצורים הקיימים בכל טיפה וממחיש כיצד כל קטע במבנה מכיל בעצמו אינסוף מבנים הזהים למבנה המקורי. אך זו גם הנקודה שבה נעוצה חולשתו של מודל הפרקטלים בהקשר של לייבניץ: על פי מודל הפרקטלים ניתן להעלות על הדעת מצב של ממד ביניים שבור בין הממדים האוקלידיים השלמים. עקומות רגילות ניתנות לדיפרנציאציה מלאה ולזיהוי של משיק ייחודי עבור כל נקודה נתונה בעקומה, בעוד שעקומות פרקטליות אינן כאלו. לדעת לוי לייבניץ כנראה מדבר על עקומה פרקטלית בעלת ממד שבור כאשר הוא מדבר על קפלים. בעקומה כזו, שקווי המתאר שלה אינם חלקים ורצופים כמו הגדלים האוקלידיים, יש נקודות סינגולאריות בלתי גזירות. אותן נקודות סינגולאריות נותרות ללא שינוי והמשך החלוקה מביא לפירוק העקומה לעוד ועוד נקודות סינגולאריות. בסופו של דבר בכל צורה פרקטלית, ולדעת לוי גם בתמונת הקפלים של לייבניץ, יש רק פינות בלתי גזירות, ולכן מתקבלת התמוטטות מוחלטת של הצורה שאפינה את החומר או את התנועה. הואיל והצורה הפרקטלית היא הומוגנית ומשכפלת את המורכבות שלה בכל רמות החלוקה, לעולם לא ניתן לחשוף את הקווים הישירים המרכיבים את הצורה הפרקטלית תוך הימנעות מאותן פינות או נקודות סינגולאריות (Levey 2003, 401-402). אך עושה רושם שהשימוש במודל הפרקטלים משרת את גישתו הפרשנית של לוי, משום שבאמצעותו הוא מנסה לשכנע שמודל הקפלים של לייבניץ מוכרח להסתיים באינסוף נקודות סינגולאריות. זאת משום שלא ברור מדוע הקפלים של לייבניץ מוכרחים להצטמצם לפינות חדות שאותן לא ניתן להמשיך ולחלק. אם נחזיק בתפיסה סינקטוגרמטית של האינסוף גם עבור הפרקטלים של קוך נוכל להשתמש בדימוי הזה באופן הגון. אבל לוי מכפיף את אמות המידה המוכרות של הפרקטל, של ממד שמלכתחילה הוא "שבור", של "סוף החלוקה" ושל קבלת צורה "בלתי ניתנת לגזירה לחלוטין" כמסקנה המאלצת לכאורה גם את מודל התנועה והחומר של לייבניץ. לדעתי, הסיבה שלוי מכפיף את לייבניץ לתפיסה המקובלת של מודל הפרקטלים היא שהוא תופס את הפרקטל מלכתחילה כשלם ולפיכך חלוקה אינסופית שלו מחייבת הגעה לנקודה סינגולארית, כך שבסופו של דבר ממלאות נקודות סינגולאריות את הצורה הפרקטלית כולה. אולם ההנחה והמסקנה בדיון של לוי נעוצות עמוק בנקודת המבט של קנטור על האינסוף המנוגדת לזו של לייבניץ. לדעת קנטור קבוצה אינסופית יכולה להיחשב שלמה, מכיוון שמספר אינסופי אפשרי. כמו כן הרעיון שבסופו של דבר נותרות רק נקודות סינגולאריות מנוגד לעמדתו המוצהרת של לייבניץ בדיאלוג עצמו. מנקודת מבטו של לייבניץ, רצף לא מתפורר בסופו של דבר עד לרמה בלתי מתחלקת של נקודות, משום שאין "בסופו של דבר" בתפיסת האינסוף שלו. ביקורת זו תבוא לידי ביטוי גם ביחס לרלוונטיות של מודל הקפלים על התיאוריה הפיסיקאלית הסופית של לייבניץ, שתפורט בפרק המסכם של חלק זה.

very body *e* which is to be transferred... Therefore what moves and transfers the body is not the body itself, but a superior cause which by acting does not change, which we call God.¹¹²

לטענת ארתור ניתן לזהות בקטע שצוטט לעיל את אי שביעות הרצון של לייבניץ מכך שהמערכת הפיסיקאלית הופכת תלויה בא-לוהים מכך שהוא מאפיין בלשון רבים את הגורם הקבוע הקיים מבעד לשינויים קודם שהוא מזהה אותו עם א-לוהים (Hence it follows that proper and momentaneous actions belong to those things which by acting do not change)¹¹³. הבעיה של לייבניץ היא שהוא אינו יכול להצביע על נשמות או רוחות כגורם מטאפיסי אינדיבידואלי שבהשראתו מתבצעת חלוקה אינסופית אקטואלית של החומר והתנועה. בתנועה בלתי רציפה של קפיצות או של איון ובריאה אין שום ערובה לקיומו הקבוע של יסוד מטאפיסי אינדיבידואלי¹¹⁴. לשם כך דרוש כוח, אולם אותו עתיד לייבניץ לגלות רק בתחילת 1678¹¹⁵.

בדצמבר 1675, עוד קודם שמעמד האינפיניטימאל הוכר כפיקטיבי, מתייחס לייבניץ לעיקרון שימור התנועה של דקארט. בשלב ההוא לייבניץ עדיין אינו רואה צורך להכיר במעורבותו הישירה של א-לוהים בתנועה הפיסיקאלית והוא מבקש לעגן את יציבות עולם החומר בהתאמה בין הנשמות הרבות המבטאות את עצמן בנטיות הרגעיות לנוע (כפי שתואר בפרק 3). בשל כך לייבניץ מציע להמיר את הדיבור על מעורבות א-לוהים בתנועה הפיסיקאלית לדיבור על ההרמוניה בין היצירות של א-לוהים, וכך לראות את המערכת הפיסיקאלית באופן אוטונומי. לדעת לייבניץ, זהו פתרון עדיף משום שהוא חסכוני יותר¹¹⁶:

¹¹² *Pacidius*; A 566-567, LLC 211-213

Arthur 2001a, lxxx

¹¹³ "Assuming motion is a reproduction of distance into distance, then it is now exceedingly clear, very much more so, how God is the immediate cause of all things, how conservation is continuous production, how there is no other law of nature than his nature itself, since otherwise, assuming continuous motion, things would produce themselves, that is, things would necessarily ensue from themselves. Hence the cause of things is at last made clear in an admirable way, as well as production out of nothing. Yet mind always persists." (1?-10 April 1676, *On Motion and Matter*; A 6.3 494, LLC 81)

¹¹⁴ עשרים שנה לאחר גילוי הכוח מצהיר לייבניץ מפורשות שאלמלא קיומו של כוח פנימי ביסוד החומר, הופכות כל התופעות לאופנים של העצם הא-לוהי היחיד, וכך מתקבלת תמונה שפינוציסטית. זאת מכיוון שבהעדר כוח פנימי, אין מה שימנע את התפוררות הגופים בעקבות אינספור השינויים הפיסיקאליים הפוקדים אותם: "[T]he very substance of things consists in a force for acting and being acted upon. From this it follows that persisting things cannot be produced if no force lasting through time can be imprinted on them by the divine power. Were that so, it would follow that no created substance, no soul would remain numerically the same, and thus, nothing would be conserved by God, and consequently everything would merely be certain vanishing or unstable modifications and phantasms, so to speak, of one permanent divine substance. Or, what comes to the same thing, God would be the very nature or substance of all things, the sort of doctrine of ill repute which a recent writer, subtle indeed, though profane, either introduced to the world or revived" (1698, *On Nature* או *Itself*; G VI 508-509, AG 159-160) לייבניץ מסתייג בברור מתפיסה שפינוציסטית זו, אך נראה שקודם 1678 הוא נאלץ להתקרב לעברה ולעבר פתרון קרטזיאני של תנועת כל החומר בעולם כמכלול. (לדיון בטקסט זה ראו Kulstad 1999). נושא הכוח והתיאוריה הפיסיקאלית סופית של לייבניץ ילובנו להלן בפרק 5.

¹¹⁶ השגת מקסימום באמצעות מינימום נחשבת עדיפה בעיני לייבניץ בעיקר משום שהיא מיישמת את הקשר ההפוך שבין סכימה ודיפרנציאציה (שטח מקסימאלי מחושב באמצעות אינסוף אינפיניטימאליים) וממחישה כיצד הכללים המתמטיים רלוונטיים לארגון המציאות החומרית.

That the same quantity of motion is conserved, or, that if the size of a moving body is increased its speed is diminished, has been noted by Galileo, Descartes, and Hobbes, and indeed by Archimedes. This is something that has been derived from phenomena, but no one has shown its origin in nature itself [...] Descartes takes refuge in the immutability of God, but he should have appealed to the harmony of the works of God, for the wisest being chooses the simplest means to achieve the greatest results.¹¹⁷

לייבניץ מכיר בכך שעקרון שימור התנועה הוא בעייתי. תנועה אינה משתמרת במערכת פסיקאלית נתונה והדרך היחידה לטעון שהיא אכן משתמרת היא להניח את אותה התאמה בין כל גורמי המערכת שבה חפץ לייבניץ ממילא. במילים אחרות, לדעת לייבניץ עקרון שימור התנועה של דקארט תלוי בתפיסת העולם כמכלול שהרמוניה שוררת בין הגורמים המכוננים אותו.¹¹⁸

גם באפריל 1676 לייבניץ ממשיך לתמוך בעקרון שימור התנועה של דקארט, המבוסס על מכפלה של מסה במהירות (זוהי מכפלה 'פלאית' מכיוון שמדובר בגדלים הטרוגניים). גם כעת, בשל העובדה שהתנועה אינה נשמרת לא ניתן לייחס את שימור התנועה לגופים עצמם (או ליסודות מטאפיסיים הטמונים בהם). אולם הפעם התייחסותו של לייבניץ שונה. עם הפנמת ההשלכות של הצדקת התחשיב על מעמד האינפיניטימאלים כפיקטיביים נאלץ לייבניץ להכיר בכך שהרציפות המאפיינת גדלים מתמטיים אינה קיימת במציאות הממשית ולפיכך העולם החומרי מצוי תמידית במצב כאוטי של קפיצות בלתי פוסקות. במצב עניינים כזה התלות בא-לוהים חזקה הרבה יותר, ואינה נובעת רק מהצורך המתמטי לשמר את התנועה. לפיכך הוא כבר אינו יכול לתלות את שימור התנועה בקיומה של ההרמוניה בין הגורמים המכוננים את העולם ומייחס אותה רק לנשמת העולם, כלומר לא-לוהים:

The nature of body or matter, over and above the fact that it is pushed from one place to another, contains a secret marveled at until now: namely, the magnitude compensates for speed, as if they were homogeneous things. And this is an indication that matter itself is resolved into something into motion is also resolved, namely, a certain universal intellect. For when two bodies collide, it is clear that it is not the mind of each one of that makes it follow the

Dec. 1675, *On Matter, Motion, Minima and the Continuum*; A 6.3 466, PDSR 11-13¹¹⁷

"For it will at least be granted that the plenitude of the universe is consistent with the harmony of things [...] Now I take it that all things are full [...] (For if some entire infinite mass were understood to be moved with some motion which is the same for all, that motion should be regarded as null). So, the plenitude of things being granted – i.e., it being granted that there in no part of space in which there does not exist matter which is moved with a motion which is different from an infinity of others – I show that the same quantity of motion is conserved [...] But the space of the world is definite, i.e., certain and determinate, even if it is assumed to be infinite; and if all things are full, something cannot have occupied more space than before, for otherwise bodies would be understood to penetrate each other. therefore something cannot be moved quickly than before unless something else moves more slowly than before – as much as is sufficient for the whole of matter to be understood to have occupied just so much space at the same time. That is, the same quantity of motion will be preserved in the whole, since the quantity of motion in the whole will be the same as the quantity of space occupied successively at a determinate time by a determinate quantity of matter." (*Ibid.*, A 6.3.58 566-468, PDSR 11-15)¹¹⁸

law of compensation, but rather the universal mind assisting both, or rather all, equally.¹¹⁹

לייבניץ אינו חש בנוח עם הפתרון הזה, ולכן הוא מתמקד במגבלה של שימור התנועה המובילה אותו לשוב ולראות את התנועה כעניין מקומי ולחפש מקור יציב ופעיל בתוכה המחולל אותה¹²⁰. אולם הרמז הזה על קיומו של יסוד פעיל אינו מתפתח לגילוי עיקרון שימור הכוח. בדצמבר 1676, כחודש לאחר כתיבת הדיאלוג 'פסידיוס', מתייחס לייבניץ שוב לעקרון שימור התנועה. הוא חוזר על מה שהסיק שנה קודם לכן בנוגע לקשר ההכרחי שבין עקרון שימור התנועה לבין ריבוי אינסופי של גורמים בעולם הפיסיקאלי המקיימים ביניהם הרמוניה. אך גם הוא מוסיף את החלוקה האינסופית של כל הגורמים הללו המביאה להתפוררות של עולם החומר¹²¹. בדומה למסקנות הדיאלוג 'פסידיוס', חלוקה אינסופית של התנועה משמעה אינסוף תנועות פנימיות בתוך גופים הנוגעים זה בזה עד אפס מקום. אך אינסוף אקטואלי של תנועות וחלקים חומריים מוכרח להיות "ללא סוף" ואם כך כיצד בכל זאת מתקבלת המסקנה ש"כל הדברים חייבים להיות מלאים"¹²²? זהו שוב טיעון הדומה לדימוי המערבולת בתיאור התנועה אצל דקארט, וגם כאן, למרות שלייבניץ אינו מציין זאת, אין מנוס ממעורבות א-לוהית בכדי להימנע מפרדוקס. בפברואר 1677 מציין לייבניץ בדרמטיות שהתנועה היא יחסית ובשל כך עיקרון שימור התנועה יכול להיות תקף אך ורק בהתייחס לעולם כמכלול¹²³. לפיכך ללייבניץ לא נותר אלא לתמוך במעורבותו ההכרחית של א-לוהים על מנת לשמר את יציבותו של עולם החומר. בדומה לאמביוולנטיות של דקארט בנוגע לאינסוף האקטואלי, על לייבניץ להצהיר על שלילת

119 10 April 1676, *On Matter and Motion*; A 6.3 493, LLC 77; cf. 10 April 1676, *Infinite Numbers*; A 6.3 502, LLC 97

120 "On the other hand, it is not necessary for the same quantity of motion always to be conserved in the world, since if one body is carried by another in a certain direction, but is moving of its own accord equally in the contrary direction, it will certainly come to rest, i.e. it will not leave its place. From this it follows that the conservation of the quantity of motion must be asserted to the action, i.e. relative motion, by which one body is related to or acts on another." (1?-10 April 1676, *On Matter and Motion*; A 6.3 493, LLC 77-79)

121 "From the principle that the entire effect must be equipollent to the full cause it is demonstrated that all things are full. Hence it is evident that there is an actual infinite. for impetus is conserved with the help of surrounding matter, which continues its motion when the body is inactive, and so carries the body along with it. But this will not happen exactly, unless it happens by means of the second matter which is subdivided without end." (Dec. 1676, *Note on Metaphysics*; A 6.3 400, PDSR 115) כבר ב-1669 לייבניץ קובע שההתפשטות הקרטזיאנית מופשטת מלהכיל גם את כוח ההתנגדות של המסה ומכיר בקיומו של חומר ראשוני כללי (30 April 1669, *Leibniz to Thomasius*; A 6.2 435, LLC 337). כעת בהעדר כוח פנימי, החומר השניוני מתפרק לאינסוף ושימורו אפשרי רק באמצעות התערבות א-לוהית בקנה מידה כלל עולמי. כפי שנראה להלן בסעיף האחרון שבפרק 5, על אף שלייבניץ משנה את הפסיקה שלו כתוצאה מגילוי הכוח הוא ממשיך לעשות שימוש בחומר ראשוני ושניוני, ולשמר במידה רבה את המשמעויות המקוריות שייחס להם כעשור קודם לכן.

122 מודל הקפלים של לייבניץ יכול לחמוק מהפרדוקס הזה אם ניתן לטעון שהוא אינו שלם (כפי שיטען לייבניץ החל מתחילת 1678 בנוגע למצע הגופני של העצם), אך בכל מקרה מודל הקפלים של לייבניץ אינו ערוך לספק פתרון לשימור התנועה. עיקרון שימור התנועה תקף ברמת העולם כמכלול ופירוש הדבר שהעולם שלם ומלא עד אפס מקום וכך מתקבל פרדוקס בנוגע לאינסוף האקטואלי.

123 "A remarkable fact: motion is something relative, and one cannot distinguish exactly which of the bodies is moving. Thus if motion is an affection, its subject will not be any one individual body, but the whole world." (February 1677, *Motion is Something Relative*; A 6.4 1970, LLC 229)

מקסימום מתמטי מצד אחד אך על הכרה בקיומו של מקסימום מטאפיסי כלשהו הקשור בא-לוהים מצד שני, שבאמצעותו פתרון המבוך הפיסיקאלי של הרצף ושימור התנועה הינם ממין האפשר:

The reason why the unbounded, i.e. that which is greater than anything finite, is something, and the infinitely small is not, is that in the continuum the maximum is something, and the minimum is not; the most perfect is something, the least is not, God is something, nothing is not. In the continuum, the whole is prior to its parts; the absolute is prior to the limited; and so is the unbounded prior to which has a bound, since a bound is a kind of addition. There is no great number, and no least line.¹²⁴

לייבניץ מערבב כאן בין 'השלם הקודם לחלקים' שמעמדו אידיאלי-פיקטיבי לבין 'המוחלט הקודם למוגבלי' שמעמדו מטאפיסי והוא קשור בא-לוהים¹²⁵. ערבוב זה מעיד על חוסר יכולת לפתור את המבוך הפיסיקאלי של הרצף לאחר שהפתרון המתמטי שלו באמצעות אינפיניטימאליים פיקטיביים הפך בלתי רלוונטי. עם זאת, השימוש שעושה לייבניץ בא-לוהים לאחר פיתוח התחשיב על מנת לפתור את מבוך הרצף מביע גם תחושת וודאות באשר לאפשרות לפתור את המבוך. וודאות זו נובעת מהרלוונטיות של התחום המתמטי-אידיאלי למציאות הממשית על אף הניתוק ביניהם. פתרון מלא לעניין זה מוצא לייבניץ רק עם חשיפת עקרון שימור הכוח וגיבוש עקרון הרצף המטאפיסי שלו, כפי שיתואר בפרק הבא.

אקורד הסיום במחקרו של לייבניץ על האינסוף במסגרת פיתוח התחשיב האינפיניטימאלי הינו גילוי שגדלים אינפיניטימאליים מחויבים להיות פיקטיביים. גילוי זה מבוסס על התובנה שבהעדר אמת מידה משותפת למדידת מעגל ומשיק אין מנוס משימוש בגדלים דמיוניים בלתי מובחנים שאינם יכולים כלל להתממש אקטואלית. אי לכך מתקבלת באופן בלתי נמנע הפרדה בין המתמטיקה האידיאלית העוסקת ברצפים שלמים שאותם ניתן לחלק לאינסוף באופן פוטנציאלי בלבד לבין הממשות האקטואלית בה יש אינסוף חלקים ולעולם לא רצף שלם. כתוצאה מכך מתקבלת תמונה חדשה על טיבם של התנועה והחומר: העדר רצף מביא את לייבניץ לאימוץ רעיון של תנועה באמצעות קפיצות שאינן אלא איון ובריאה מחדש של הגוף הנע. רק א-לוהים כגורם מטאפיסי בלתי משתנה יכול לערוב לכך שמהלך עניינים שכזה לא יקרוס לכאוס גמור ולהתפוררות מוחלטת של עולם התופעות. אבל הפנייה לא-לוהים בנקודה זו אינה שונה מפנייתו של דקארט. על אף שלייבניץ אינו מהסס כדקארט מלרדת לחקר האמת בעניין האינסוף, במהלך 1676 הוא מגיע למסקנות פיסיקאליות ומטאפיסיות דומות למדי לאלו המוצגות ב'עקרונות הפילוסופיה' ושהן תמך בתיאוריה של 1668¹²⁶.

¹²⁴ 10 April 1676, *Infinite numbers*; A 6.3 502, LLC 97; Also: "The *maximum* is everything of its kind, i.e. that to which nothing can be added... For a maximum does not apply in the case of numbers." (2nd half of מתאימה מאד לאופן שבו תופס שפינוזה את האינסוף, הגם ששפינוזה לא מתבטא מפורשות בעניין זה. ראו חלק א' פרק 8. עם זאת, לייבניץ מדגיש כבר בפברואר 1676 על הבדל בין א-לוהים לבין המקסימום המטאפיסי (Feb. 1676, *On*)¹²⁵ *Spinoza's Ethics*; A 6.3 385, LLC 43 לדין במושג הא-ל ובמקסימום המטאפיסי מוקדשים פרקי חלק ד'.¹²⁶ Arthur 2001a, lxxvi

5. 1678-1716: רצף אקטואלי בעצם גופני בחסות עקרון הרצף

עמדתו הסופית של לייבניץ בנוגע לרצף מתגבשת לאור גילוי עקרון שימור הכוח בתחילת 1678. הכוח הוא שעומד ביסוד יכולת ההתנגדות של החומר ומאפשר את קיומו לאורך זמן. בשל קיומו של כוח לייבניץ שב ותולה את היסוד המטאפיסי הבלתי מתחלק בחומר עצמו במקום להרחיק עד לא-לוהים. עקב קיומו של כוח מטאפיסי בכל חומר עובר לייבניץ לייחס תודעה ברמות שונות לחומר ולהאמין בקיומו של עצם גופני המבוסס על חיבור בלתי נמנע של גוף ונפש, באופן שמזכיר את החזון הישן שלו מ'אמנות הצירופים'. במקום התפוררות צפויה ובלתי נמנעת של החומר לאינסוף נחשף עתה הכוח כיסוד הקבוע והמארגן שלו, וכך מתאפשר שילוב בין חומר (המניב ריבוי) לבין נפש (המספקת את הסדר המרחבי של הריבוי).¹²⁷

כתוצאה מגילוי קיומו של כוח מטאפיסי עובר לייבניץ תפנית מלאה בתפיסת הרצף שלו. מעמדתו הקודמת הגורסת שרצף אקטואלי אינו אפשרי ושתנועה נובעת מקפיצות הכרחיות בחסות מעורבות אינטנסיבית של הא-ל, קובע כעת לייבניץ שכל השינויים (פיסיקאליים כמו גם נפשיים) מתרחשים בהדרגה אינסופית וללא קפיצות. משמעות הקביעה הזו היא שמצד אחד תהליכים אקטואליים אינם באמת מסתיימים ומצד שני שכל שלב בתהליך יכול להיחשב כסופו ביחס לשלבים קודמים. וכך, בניגוד גמור לעמדתו הקודמת, לייבניץ שולל כעת לחלוטין את המנוחה כמצב פיסיקאלי אפשרי.¹²⁸

הכוח מסדיר את כל אינסוף המצבים של הגוף החומרי ובשל כך לייבניץ תופס אותו כאינסופי:

The power of every body is infinite. Now I call a body one if every action of its parts is an action of that one body and if the parts of this body are infinite. And so the infinite force, which is contained by an equal or even greater striving from the powerful surrounding bodies, is consequently exerted inwards so as to prevent it from acting outwards, or repelling bodies that are placed on it.¹²⁹

קיומו של כוח פנימי מאפשר ללייבניץ להכיל מחדש את האמיתות המתמטיות על המציאות האקטואלית. למרות הפער המושגי בין התחומים, מצהיר לייבניץ שאינסוף חלקים מרכיבים רצף אקטואלי. טענה זו אינה נובעת משינויים בתפיסתו המתמטית של לייבניץ את הרצף, אלא מכך שאת

¹²⁷ "Substantial form, or soul, is the principle of unity and of duration, matter is that of multiplicity and change. For since we have said that body is actually divided into parts, each of which is agitated with different motion, and since for the same reason each part is again divided, then certainly if we consider matter alone, no point will be assignable that will remain together with another, nor a moment at which a body will remain identical with itself; and there will never be a reason for saying that a body is a unity over and above a point, and that same for longer than a moment. And since points and moments themselves are not things, but bounds, i.e. modes, of things, it follows that if there were only matter in body, there would be no reality or perfection in it. But if there were only form in body, there would be nothing changeable and imperfect in it." (Summer 1678 – Winter 1680-1681, *Metaphysical Definitions and Reflections*; A 6.4 1399, LLC 245)

¹²⁸ "No body is perfectly at rest. When two bodies approach each other, it can only be decided from the cause of motion, not from the motion itself, which of the two is at rest or moves, or whether both are moving."

(*Ibid.*; A 6.4 1400, LLC 249)

Ibid.; A 6.4 1401, LLC 249¹²⁹

הרצף הפיסיקאלי אין לתפוס באופן מטריאלי בלבד אלא באופן מטאפיסי. כאשר ישנו יסוד מטאפיסי המארגן ברציפות את אינסוף המופעים של הגוף החומרי ניתן לומר שגוף חומרי זה הינו עצם רצוף. קיומו של יסוד מטאפיסי מארגן מאפשר לליבניץ להצדיק את השימוש במודל הקפלים שהגה כשנה קודם לכן, בנובמבר 1676, בכדי לתאר את הגוף החומרי כרצף אחד בעל אינסוף חלקים, מבלי לסתור בכך מסקנות קודמות שלו בנוגע לרצף:

The parts of any body constitute one continuum. For a unity always lasts as long as it can without destroying multiplicity, and this happens if bodies are understood to be folded rather than divided. As, for example, a chord is one vibration, even though there is no part of it that does not have its own particular motion. Whoever understands this proposition well enough will laugh at the vain questions concerning the seat of the soul.¹³⁰

בכדי הבין היטב את עמדתו הסופית של לייבניץ, עלינו לעמוד על טיבו של 'עקרון הרצף' שבאמצעותו טוען לייבניץ שהשינוי נעשה באופן הדרגתי ולעולם לא בקפיצות. על אף שפורסם רק בשנת 1687, התשתית לגיבוש עקרון הרצף הונחה כבר באפריל 1676. כמו כן, עלינו להתחקות אחר יחסו המחודש של לייבניץ לתנועה. מעמדם הפיזיקלי של האינפיניטסימאליים אינו מאפשר רצף אקטואלי ולפיכך בתיאוריה הפיסיקאלית הסופית שלו עובר לייבניץ לתפוס את תנועת החומר, כמו גם את צורתו, כדמיוניות¹³¹. לבסוף יהיה עלינו להתייחס במפורט לכוח ולסיבה שבגינה לייבניץ מצא לנכון לכנותו 'אינסופי' למרות שאינו בלתי מוגבל.

א. סדרה אינסופית ועקרון פעולה

רקונסטרוקציה של התיאוריה הסופית של לייבניץ מתחילה מאפריל 1676. במהלך 1676 מגיע לייבניץ למסקנה ששימוש בתחשיב האינפיניטסימאלי יכול להיות מוצדק אך ורק אם מעמדם של הגדלים האינפיניטסימאליים עצמם ייחשב כפיציה, מאחר והם בלתי מובחנים. השימוש בגדלים דמיוניים בהליך מתמטי פירושו שאין מקבילה ממשית לגדלים הנדונים המגבה את ההליך מבחינה פיסיקאלית. לפיכך מגיע לייבניץ למסקנה שרצף אקטואלי כלל אינו אפשרי מכיוון שרצף שלם קיים

¹³⁰ *Ibid.*; A 6.4 1401, LLC 249-251

¹³¹ הפרשנות המוצעת כאן לתיאוריה הפיסיקאלית הסופית של לייבניץ מנוגדת לגישתה של פמיסטר, מכיוון שלדעתי לפיזיקליות של האינפיניטסימאל ישנה חשיבות מכרעת בפתרון מבוך הרצף אצל לייבניץ (ראו למשל Arthur 2010b). לדעת פמיסטר פתרון מבוך הרצף אצל לייבניץ קשור בלעדית בהבחנה החותכת שבין האידיאלי לאקטואלי ובקיומם של חלקים מובחנים בלבד כתוצאה מחלוקה אינסופית של החומר (Phemister 2005, 121-127). כתוצאה מכך מסיקה פמיסטר שפתרון מבוך הרצף מותיר את החומר האקטואלי בלתי רצוף ואת הרצף האידיאלי בלתי ממשי – מסקנה המתאימה לשלב 4 בהתפתחות שיטתו הפיסיקאלית של לייבניץ שתואר בפרק הקודם. על פניו, פמיסטר צודקת שקיומם של חלקים בלתי מובחנים (פיזיקליים) בעקבות חלוקת החומר לאינסוף מהווה עירוב של האידיאלי עם האקטואלי, אך לדעתי פתרון מבוך הרצף מחייב להבחין לא רק בין חומר לאידיאה אלא גם בין החומר האקטואלי לבין תכונות מסוימות שלו שהינן אידיאליות, כדוגמת צורה, גודל, צבע ומהירות. כתוצאה מכך, ניתן להפעיל את הקריטריונים המתמטיים של התחשיב על היבטים מסוימים של המציאות האקטואלית מבלי שהדבר ייחשב עירוב בין התחומים. התועלת שבפרשנות כזו טמונה באפשרות להצביע על זיקה בין אמות המידה המתמטיות לבין הממשות האקטואלית מבלי לערבב ביניהם באופן הרסני.

רק כמהות אידיאלית פיקטיבית משוללת חלקים. עם זאת, כבר עם גיבוש מסקנה זו ניתן לזהות את הסימנים המטרימים את עמדתו הסופית של לייבניץ בנוגע לרצף החומרי. סימנים אלו אינם כרוכים בשינוי תפיסת הרצף או בפריצת דרך מתמטית אלא קשורים לרוויזיה בעקרון שימור התנועה הקרטזיאני ולמחשבות אודות הרלוונטיות של התחשיב המתמטי על המציאות האקטואלית. בעקבות גילוי עקרון שימור הכוח בינואר-פברואר 1678 משתחרר לייבניץ ממסקנתו אודות חשיבות מעורבותו של א-לוהים בתנועה הפיסיקאלית והוא מצליח להתאים בין רעיונותיו המתמטיים לבין הממשות באמצעות קיומו של יסוד מטאפיסי אינדיבידואלי בחומר. כתוצאה מכך גם משתנה התיאוריה הפיסיקאלית שלו, והוא עובר לתמוך בקיומה של תנועה רציפה הנובעת מקיומם של גורמים מטאפיסיים בלתי מתחלקים ביסוד הגופים החומריים. שינויים אלו מהווים תשתית לפיתוח מושג האינדיבידואל אצל לייבניץ.

באפריל 1676 מכיר לייבניץ בכך שהפרויקט המתמטי של פיתוח התחשיב מנותק מפתרון מבוך הרצף הפיסיקאלי בשל מעמד הפיקטיבי של האינפיניטימאלים, והוא מנסה לאתר מוצא שיאפשר לו לכרוך יחד את השלם והחלקים מבלי לטעון שהשלם מורכב מחלקים או שכמות החלקים אינה אינסופית בשל קיומו של השלם. מתוך מחשבה שמעמד הפיקטיבי של האינפיניטימאלים מבוסס על תודעה כלשהי החושבת או מדמינת אותם, מנסה לייבניץ לתלות בתודעה זו את הקשר שבין מתמטיקה לממשות החומרית¹³². המעגל המושלם קיים רק כמחשבה או דמיון בתודעה אך הוא מקיים יחס קבוע עם מצולעים אינסופיים אקטואליים. (אפשר לחשוב למשל על טפטוף הולך וגובר של טיפות מים עד למצב של זרם רצוף בכדי להמחיש את הרלוונטיות של הטענה הזו לפיסיקה אקטואלית). לטענת לייבניץ, בצד הדמיון בין המעגל הפיקטיבי לבין המצולע האינסופי נשמרת גם השונות ביניהם, הואיל והמצולע האקטואלי לעולם לא יהפוך זהה עם המעגל¹³³. מכיוון שיחס זה לעולם אינו מתבטל לייבניץ מנסה לייחס לו משמעות מטאפיסית. מצד אחד המעגל המושלם אינו יכול לקחת חלק בסדרה אינסופית של מצולעים, ולכל היותר ניתן לדבר על 'כמעט' מעגל שאותו הסדרה האינסופית יכולה להכיל. מצד שני, המעגל מהווה גבול לדיפרנציאציה של פאות המצולע האינסופי עד שניתן לראות את המצולע האינסופי כאילו הוא מנסה "לחקות" את המעגל; כאילו מה שמסדיר את התקדמותו לעבר המעגל הוא המעגל בעצמו. היחס הקבוע המתקיים תמיד בין השלם לבין החלקים איננו יחס של גרימה אלא יחס אחר הדומה לעקרון-פעולה של לייבניץ מכנה באפריל 1676

: 'transproduction'

It can be mind itself, understanding a certain relation: for example, in *transproduction*, even though everything is new, still, by the very fact that this

¹³² "Even though these [lines that are smaller than any assignable] are fictitious, geometry nevertheless exhibits real truths which can also be expressed in other ways without them. But these fictitious entities are excellent abbreviations for expressions, and for this reason extremely useful. For entities of this kind, i.e. polygons whose sides do not appear distinctly, are made apparent to us by the imagination, whence there arises in us afterwards the suspicion of an entity having no sides. But what if that image does not represent any polygons at all? Then the image presented to the mind is a perfect circle." (10 April 1676, *Infinite numbers*; A 6.3 499, LLC 89-91)

¹³³ "Indeed it seems that the ratio always subsists, since it is through this ratio that two figures are similar... without similarity, we would not be able to understand ratio." (*Ibid.*, A 6.3 503, LLC 99)

transproduction happens by certain law, continuous motion is imitated in a way, just as polygons imitate the circle. And hence one may be said to come out of the other, by a similar abuse, as it were, of the imagination.¹³⁴

המעניין כאן הוא שלייבניץ מבקש לייחס לתודעה או לרוח מעין פעילות מטאפיסית הקשורה בפיקוח ובארגון של אינסוף האיברים על פי היחס הקבוע בין אינסוף הגורמים בסדרה לבין הגבול הדמיוני שלה. במילים אחרות, השלם והחלקים מצויים על שני צדדים של אותה מטבע. הם אינם נפגשים לעולם, אך הם בכל זאת קשורים. הקשר ביניהם מבוסס על קיומו של יסוד מטאפיסי בלתי מתחלק ההוגה את הגבול הדמיוני ומייצר על ידי כך מעין אלגוריתם או כלל הפעולה שמתוכו מתפרטים כל חלקי הסדרה האינסופית באופן מאורגן וייחודי¹³⁵. התהליך מכונה *transproduction* משום שאינסוף המצולעים האקטואליים (או בדוגמא שהוזכרה לעיל, אינסוף מצבי הטפטוף השונים) אינם קשורים כשלעצמם והם מקיימים יחס רצוף עם הגבול הדמיוני רק בחסות התודעה. תהליך זה דומה ל-*transcreation* שהוזכר בפרק 4 בתיאור התנועה כבלתי רציפה וכנובעת ישירות מפיקוחו של א-לוהים. כאן רומז לייבניץ לכך שיתכן ואין מדובר בא-לוהים דווקא. אך הוא אינו מפתח זאת משום שהדיון בעניין עקרון שימור התנועה מונע ממנו מלטעון שמקור התנועה נעוץ ביסוד מטאפיסי אינדיבידואלי.

בחיבור אחר מתחילת אפריל, לייבניץ מתייחס לקשר שבין סיבה לתוצאה, קשר הנובע מקיומו של עקרון שימור התנועה, אך כפי שנראה מייד לייבניץ חותר לאפיין אותו כעיקרון מטאפיסי-פילוסופי יסודי. במסגרת הקשר בין סיבה לתוצאה, על אף שתוצאות **זומות** יכולות להיגרם על ידי סיבות **שוונות**, לייבניץ מניח שניתן ללמוד מתוך חקירת התוצאה את מאפייני הסיבה שחוללה אותה וזאת באמצעות מעין כלל פעולה. לפיכך, מלבנים זהים שנוצרו מחיבור של שני ריבועים או משני משולשים אינם באמת זהים משום שכללי הפעולה להפקתם מייחדים אותם זה מזה:

We say that the effect involves its cause [...]. But [...] different causes can produce an effect that is perfectly the same. For example, whether two parallelograms or two triangles are put together in the appropriate way the same square will, as is clear, always be produced [...] so given a square of this kind, it will be the power of no one – not even the wisest being – to discover its cause, since the problem is not determinate. The effect, therefore, seems not to involve its cause. So if we are certain, from some other sources, that the effect does involve the cause, then it is necessary that the method of production must always be discernible in the squares that have been produced.

¹³⁴ *Ibid.*, A 6.3 503, LLC 99

¹³⁵ "Whenever it is said that a certain infinite series of numbers has a sum, I am of the opinion that all that is being said is that any finite series of the same rule has a sum, and that the error always diminishes as the series increases, so that it becomes as small as we would like. For numbers do not *in themselves* go absolutely to infinity, since then there would be a greatest number. But they do go to infinity when applied to a certain space or unbounded line divided into parts." (*Ibid.*, A 6.3 503, LLC 99)

And so it is impossible that two squares of this kind should be perfectly similar.¹³⁶

הטענה שמלבנים דומים מכילים את הסיבות השונות להפקתם נובעת מהצורך ליצור קשר בין המלבן השלם לבין החלקים המכוננים אותו. לייבניץ מדבר על שיקולים הכורכים יחד סיבות ותוצאות, אך אלו אינם שיקולים מתמטיים, משום שהשיקול המתמטי אינו יכול לייחס לשני מלבנים שלמים אידיאליים ופיקטיביים כל קשר לחלקים האקטואליים המסוימים שיצרו אותם. יכולים להיות אינסוף טורים שסכומם הוא 2 למשל, אבל 2, דווקא מפאת העובדה שהוא מצוי מחוץ לטור, הוא שלם מופשט שאינו כולל בתוכו שום טור מסוים אלא את כולם יחד ובאופן פוטנציאלי בלבד. על מנת לקשור קבוצה מסוימת ומוגדרת של חלקים אקטואליים עם שלם אידיאלי יש להתמקד בסדרה האינסופית עצמה, המתפקדת ככלל-פעולה (Generation Rule) השומר על יחס קבוע ובלתי ניתן לביטול עם השלם הפיקטיבי שאליו הוא חותר לבלי סוף. אינסוף חלקים אקטואליים לא מניבים מלבן שלם בשל העדר חלק אינפניטימאלי אקטואלי, ולכן לייבניץ כורך את הייחודיות של השלם עם הסדרה האינסופית המסוימת שהפיקה אותו בטענה שקיים כלל פעולה מטאפיסי החבוי בתוך השלם ומביא ליצירתו:

But if we admit that two different things are always differ in themselves in some respect as well, it follows that there is present in any matter something which remains the effect of what precedes it, namely a mind [...] and this quality, even though it is relative, has about it something that is real.¹³⁷

לייבניץ ער לחלוטין לכך שעל מנת לחבר בין השלם נטול החלקים לבין דרך ההפקה האינסופית שלו יש צורך בקיומו של יסוד מטאפיסי (Mind) אולם הוא עדיין מכיר בכך שיסוד זה הינו יחסי מכיוון שעקרון שימור התנועה מגביל את לייבניץ מלתלות בו את פתרון מבוך הרצף. עם זאת, באותה תקופה לייבניץ כבר משוכנע לחלוטין שיסוד מטאפיסי אינדיבידואלי אכן קיים והוא מארגן לכל הפחות את אינסוף המצבים המנטאליים שחוה הנפש.

When I think and reflect on myself for a long time, with continuous reflections on a reflection, there is, as it were, a kind of amazement, and a wondering at this reciprocation. It seems that this sense oneself always exists, since immediately afterwards it is perceived that it was we who perceived. If this is the nature of the mind, and it consists in the sense of itself, then I do not see how that sense can be impeded or destroyed.¹³⁸

[T]he perception of a perception to infinity is perpetually in the mind, and in that consists its existence per se, and the necessity of its continuation.¹³⁹

¹³⁶ 1 April 1676, *Mediation on the Principle of the Individual*; A 6.3 490, PDSR 51

¹³⁷ *Ibid.*, A 6.3 491, PDSR 51

¹³⁸ 15 April 1676, *On Truths, the Mind, God, and the Universe*, A 6.3 509, PDSR 61

¹³⁹ 2nd half? of April 1676, *On Reminiscence and on the Mind's Self-Reflection*; A 6.3 517, PDSR 75

לייבניץ מודה בקיומה של רוח כיסוד קבוע המארגן אינסוף מצבים מנטאליים מובחנים, אבל הוא עדיין נמנע מלזהות את הרוח האינדיבידואלית כיסוד מטאפיסי קבוע המארגן אינסוף מצבים אקטואליים באמצעות דימוי דמיוני של גבול הסדרה האינסופית. בעיות בעקרון שימור התנועה מונעות ממנו מלקבוע את פתרון מבוך הרצף ברוח האינדיבידואלית למרות שללייבניץ כבר בטוח בקיומה ובנכונות עקרון האינדיבידואציה שלה המאפשר את רציפותה לאורך מצביה המובחנים. דוגמה לניתוק שבין מבוך הרצף לבין יסוד מטאפיסי אינדיבידואלי ניתן לקבל בדצמבר 1676, לאחר כתיבת הדיאלוג פסידיוס, עת לייבניץ מסתייג מהרעיון שיש להבחין בין מלבנים דומים שהופקו בדרכים שונות. כעת הוא קובע שמספרים וצורות אינם מהויות עצמיות דווקא מכיוון שניתן להפיק אותם במגוון דרכים. לעומת זאת, עצם אינדיבידואלי יכול להיות מופק בדרך ייחודית אחת בלבד הקשורה בעקרון הפעולה שלו, כלומר באלגוריתם הפנימי שלו הקושר בינו לבין אינסוף האירועים והמצבים המגדירים אותו¹⁴⁰. אבל מייד לאחר מכן כורך לייבניץ תנועה וחלוקה אינסופית אקטואלית של חומר עם מלאות מקסימאלית של העולם כמכלול תוך התעלמות מופגנת מהדיון באינדיבידואל¹⁴¹. סביר מאד להניח שהתעלמות זו נובעת מהעדר תשתית פיסיקאלית לקיומו של כוח בדצמבר 1676.

ב. עקרון הרצף

כפי שתואר בפרק הקודם, במקביל לזיהוי הפיקטיביות של האינפיניטימאל לייבניץ מכריע סופית באפריל 1676 כי א-לוהים הוא היסוד המטאפיסי שבאמצעותו נמנעת קריסת המציאות החומרית בשל חלוקתה לאינסוף. לייבניץ נאלץ לעשות זאת משום שברור היה לו שישנו חוסר איזון קיצוני של הסיטואציה הפיסיקאלית כשלעצמה ולפיכך חיוני לערב את א-לוהים בכדי לשמר את התנועה ואת הגופים החומריים לאורך זמן. במילים אחרות, לייבניץ נאלץ להסכים עם דקארט שעל מנת לשמר את יציבות המערכת הפיסיקאלית יש לערב באופן אינטנסיבי את א-לוהים. אולם בינואר-פברואר 1678 חושף לייבניץ את קיומו של כוח השווה למכפלת המסה בריבוע המהירות¹⁴². כוח זה הוא שמחולל את התנועה ולפיכך גילוי מאפשר ללייבניץ לתלות את יציבותו של גוף חומרי לאורך זמן ביסוד מטאפיסי פנימי במקום לתלות זאת בא-לוהים. אולם לייבניץ לא בוחר להמיר את א-לוהים בכוח אינדיבידואלי פנימי כמקור התנועה בלבד; הוא משנה בעקבות גילוי הכוח את התיאוריה הפיסיקאלית שלו ואת ההתאמה שלה למתמטיקה של התחשיב. בשנת 1699 למשל, קובע לייבניץ בניגוד גמור לתיאוריה הפיסיקאלית שלו משנת 1676, שגופים חומריים לעולם אינם במנוחה ושהתנועה תמיד רצופה וללא קפיצות:

This is the axiom that I use – *no transition is made through a leap*. I hold that this follows from the law of order and rest upon the same reason by which

¹⁴⁰ "In my view a substance, or, a complete being, is that which by itself involves all things, or, for the perfect understanding of which the understanding of nothing else is required. A shape is not of this kind [...]. Each complete being can be produced in only one way; the fact that figures can be produced in various ways is a sufficient indication that they are not complete beings." (Dec. 1676, *Note on Metaphysics*; A 6.3 400, PDSR 115)

¹⁴¹ ראו לעיל הערה 121.

¹⁴² Jan. – Feb. 1678, *De Corporum Concursu*

everyone knows that motion does not occur in a leap; that is, that a body can move from one place to another only through intervening positions. I admit that once we have assumed that the Author of things has willed continuity of motion, this itself will exclude the possibility of leaps. But how can we prove that he willed this, except through experience or by reason of order? For since all things happen by the perpetual production of God, or, as they say, by continuous creation, why could we not have transcreated a body, so to speak, from one place to another distant place, leaving behind a gap either in time or in place? [...] experience teaches us that this does not happen, but the principle of order proves it too.¹⁴³

בדבריו לדה וולדר מזכיר לייבניץ את המונח *transcreation* ששימש אותו בשנת 1676 בכדי לתאר את התנועה כבלתי רציפה וכנובעת ישירות מהתערבותו האינטנסיבית של א-לוהים בעולם. כעת הוא תומך בתפיסה שונה, שבה התנועה רצופה ומשוללת קפיצות לחלוטין. אולם לטענת לייבניץ זיהוי השינוי כרצוף אינו יכול לדור בכפיפה אחת עם התפיסה הקרטזיאנית של העולם כמקוטע ובלתי רציף, תפיסה של לייבניץ נאלץ להזדהות עימה במהלך 1676. על מנת לטעון שהתנועה רצופה לא די בכך שא-לוהים פועל על המציאות האקטואלית המפוררת באופן רצוף, מכיוון שהתאיינות ובריאה-מחדש של חומר במהלך תנועתו הוא רעיון המבוסס על קפיצות בלתי פוסקות ולא על רצף. לכן, גם אם קרטזיאניים כדה-וולדר יצדדו בקיומה של תנועה רצופה, תנועה כזו אינה נובעת מהפילוסופיה הקרטזיאנית עצמה אלא מתוספת תיאולוגית בלתי מנומקת¹⁴⁴. מכיוון שלייבניץ מקפיד להדגיש שתפיסת התנועה כרצופה אינה יכולה לנבוע אך ורק מפעילותו הרצופה של א-לוהים, הוצאתו של א-לוהים מהתמונה – הגם שהיא הכרחית – אינה מספיקה בכדי ליצור שינוי בתיאוריה הפיסיקאלית¹⁴⁵. תפיסת התנועה כרצופה מבוססת לדעת לייבניץ על פילוסופיה ופסיקה המנוגדות

24 March / 3 April 1699, *Leibniz to De Volder*, G II 168, L 515-516¹⁴³

"I add the hypothesis of transcreation for the sake of illustration, speaking philosophically and particularly¹⁴⁴ like the Cartesians, who say, with some ground, that God creates all things continuously. For them, therefore, moving a body is nothing but reproducing it in successively different places, and it would have to be shown that this reproduction cannot take place in leaps. Rather, this could not be shown without returning to the reason which I have proposed for the universal law of continuity. If you do not accept such a re-creation of things, however, the same thing must be said regardless of what the cause of motion may be. [...] You are right in saying that an interruption of motion is inconsistent both with velocity and with the direction of motion, once you assume, that is, that motion is something continuous in nature. But anyone who rejects continuity in things will say that motion in its essence is nothing but a succession of leaps through intervening intervals, which flow from the action of God and not from the nature of the thing moved, or which are recreations by God in separate places. [...] However, this hypothesis of leaps cannot be refuted except by the principle of order, with the aid of the supreme reason, which does everything in the most perfect way." (Last quarter of 1699, *Leibniz to De Volder*; G II 192, L 521)

"Many things force us to place active force in bodies, especially experience itself which shows that¹⁴⁵ motions are in matter. Though in origin they ought to be attributed to God, the general cause of things, however, directly and in particular cases, they ought to be attributed to the force God paced in things. For to say that, in creation, God gave bodies a law for acting means nothing, unless, at the same time, he gave them something by means of which it could happen that the law is followed; otherwise, he himself would

לעמדה הקרטזיאנית: היא מבוססת על הגדרת החומר באמצעות כוח מטאפיסי ועל ארגון מופעיו באמצעות 'עקרון הסדר'¹⁴⁶.

עקרון הרצף של לייבניץ (המכונה גם 'עקרון הסדר' או 'עקרון השלמות') מתגבש לקראת סוף שנות השמונים של המאה ה-17 בהשראת עבודותיו על האינסוף, על אף שיסודו בקשר שבין סיבה לתוצאה שפותח כבר באפריל 1676. עקרון הרצף הינו הכללה מטאפיסית של עיקרון שימור הכוח המבוסס על איזון או שיווי משקל בין סיבה לתוצאה, ועל פיו כל תהליך העובר על הנתונים חייב להתרחש גם על התוצאות הנובעות מהם:

This principle [of general order] has its origin in the *infinite* and is absolutely necessary in geometry, but it is effective in physics as well [...]. It can be formulated as follows. *When the difference between two instances in a given series or that which is presupposed can be diminished until it becomes smaller than any given quantity whatever, the corresponding difference in what is sought or in their results must of necessity also be diminished or become less than any given quantity whatever...* This depends on a more general principle: that, *as the data are ordered, so the unknowns are ordered also*.¹⁴⁷

לייבניץ מציין שמקור עקרון הרצף שלו בעבודותיו על האינסוף. על פניו, ישנו קשר בין האיזון שבין סיבה לתוצאה שעליו מדבר לייבניץ בהקשר של עקרון הרצף, לבין השיוויון שבין טור אינסופי של גורמים לסכומו. הסכום יכול להיחשב תוצאה מתמטית של סדרת איברים אינסופית המהווה את סיבתו. אך מעבודתו המתמטית של לייבניץ על האינסוף דווקא עולה ששיוויון בין טור אינסופי לבין סכומו תלוי במעמד הפיקטיבי של הגדלים האינפיניטסימאליים. מכיוון שכך, ברמה האקטואלית שיוויון כזה לא יחול ולכן איזון מלא בין סיבה לתוצאה אינו אפשרי משום שטור אינסופי של חלקים אקטואליים לעולם אינו יכול להניב שלם. כפי שתואר בפרק הקודם, בשל תובנה זו הגיע לייבניץ למסקנה שרצף אקטואלי אינו ממין האפשר. אולם נראה שמגבלה זו אינה מפריעה ללייבניץ בתיאור עקרון הרצף. ב'מסות חדשות' הוא מצהיר כי העיקרון "הוא מן הכללים הגדולים שלי, ומן הבדוקים ביותר, שלעולם אין הטבע קופץ קפיצות. קראתי לו בשם חוק הרציפות... לחוק זה שימוש ניכר מאד בפיסיקה. הוא אומר שעוברים תמיד מן הקטן אל הגדול וכן להיפך, דרך הבינוני, הן לגבי הדרגות הן לגבי החלקים; ושלעולם אין תנועה נולדת באורח בלתי אמצעי מן המנוחה, ואינה מצטמצמת כדי

always have to look after carrying out the law in an extraordinary way." (May 1702, *On Body and Force, Against the Cartesians*; G IV 397, AG 253-254)

¹⁴⁶ החל מ-1686 לייבניץ מתאר באופן קבוע שלוש חלופות ליצירת הרמוניה בעולם שמתוכן הוא מבכר את האחרונה: (1) השפעה מכאנית של הגופים (על פי דגם המטוטלות של הויגנס), שאותה הוא שולל בטענה שהפרעות הדדיות הן בלתי נמנעות; (2) מעורבות אינטנסיבית של א-לוהים (על פי הדגם הקרטזיאני – *Deus ex machina*), שאותה לייבניץ שולל בטענה של חוסר שלמות מובהק של הבריאה; (3) הרמוניה-קבועה-מראש באמצעות עקרון רצף שעל פיו פועלים כל הגופים (*System*; G IV 498-499, L 459-460). בחלק הבא נדון באופן מפורט יותר ביסודותיו הפילוסופיים של עקרון הסדר ובקשר הישיר בינו לבין ההרמוניה הקבועה מראש בעולם.

¹⁴⁷ July 1687, *Letter of Mr. Leibniz on a General Principle Useful in Explaining the Laws of Nature through a Consideration of Divine Wisdom – Reply to Father Malebranche*; G III 51, L 351

מנוחה אלא על ידי תנועה קטנה יותר...¹⁴⁸. כיצד ניתן ליישב בין עקרון הרצף של לייבניץ לבין מעמד הפיקטיבי של האינפיניטסימאליים?

כפי שתואר בתחילת הפרק, בשל רצונו של לייבניץ להימנע מניתוק מוחלט של המתמטיקה מהפסיקה ומתוך מאמץ להזניח את ההיבט הפיקטיבי של האינפיניטסימאליים, הוא החל להתמקד ביחס הקבוע שבין איברי הסדרה האינסופית לבין גבול הסדרה. כך הגיע לייבניץ לתובנה בנוגע לתהליך יצירתה של סדרה אינסופית באמצעות יחס קבוע בין הגבול המצוי מעבר לה לבין כל אחד מאיבריה, תהליך שלייבניץ כינה *transproduction*. סדרה אינסופית מתכנסת שואפת לגבול ומנסה "לחקות" אותו כאילו הוא זה שמסדיר את פעילותה. אולם הגבול לכל היותר כאילו-מסדיר את יצירת הסדרה, מכיוון שהוא גודל אידיאלי מופשט המנותק מדרך ההפקה של הסדרה, מצוי מחוץ לסדרה וניתן לחישוב רק באמצעות גדלים אינפיניטסימאליים דמיוניים¹⁴⁹. בעקרון הרצף שלו עושה לייבניץ את ההתאמות הדרושות בכדי לאפשר יישום של העקרונות המתמטיים של התחשיב החדש בפסיקה. ניקח כדוגמה מנוחה של גוף כתוצאה מהאטה הדרגתית של התנועה. האטה בתנועת גוף קשורה לתהליך שניתן לראותו כאינסופי אך המנוחה קשורה לתוצאה השלמה הנובעת ממנו, בדומה לסכום של טור אינסופי. כאשר לייבניץ מתייחס לאינסוף שלבים מובחנים הקיימים בתהליך השינוי הוא נאלץ לשנות את הגדרת הגבול בכדי להתאים את הרעיונות המתמטיים שלו למציאות אקטואלית שבה אין ולא יכולים להיות אינפיניטסימאליים. הגם שסדרה אינסופית בעלת חלקים אקטואליים אינה מגיעה אל הגבול אליו היא שואפת, היא בכל זאת מגיעה כמעט-לגבול. כך למשל בדוגמה שהוזכרה לעיל, מנוחה מוחלטת אולי אינה כלולה בסדרה אינסופית של האטת התנועה אבל כמעט-מנוחה כן כלולה בה:

[W]hen the data proceed in a certain order, the conclusion proceed in a corresponding order. From this arises also the *law of continuity* which I was the first to formulate, according to which the law of bodies at rest is, as it were, a special case of the law of bodies in motion; the law of equals, as it were, a special case of the law of unequals; the law of curves, as it were, a special case of the law for straight lines. This is always true when transition is possible from a genus to its limit in a special case which is its apparent opposite... But *continuity* is found in time, extension, qualities, and movement – in fact, in all natural changes, for these never take place by leaps.¹⁵⁰

בדרך זו מבטל לייבניץ את המנוחה המוחלטת והופך את ה'כמעט'-מנוחה למקרה פרטי של תנועה מזערית, את ה'כמעט'-ישר כמקרה פרטי של עקומה מזערית ואת ה'כמעט'-שיוויון כמקרה פרטי של שונות מזערית¹⁵¹. מכיוון שהגבול מצוי בתוך הסדרה האינסופית ניתן לראות את הקצוות המנוגדים

¹⁴⁸ 1709, 'מסות חדשות', פתח דבר, עמ' 11-12 (ראו גם: Leibniz to Nicolas Remond; G III 635, L 658 : 11 Feb. 1715)

¹⁴⁹ Arthur 2010b

¹⁵⁰ 1714, The Metaphysical Foundation of Mathematics; GM VII 24, L 670-671

¹⁵¹ "I take equality as a particular case of inequality, rest as a special case of motion, parallelism as a case of convergence, etc., assuming not that the difference of magnitudes which become equal is already zero but that it is in the act of vanishing; and similarly in the case of motion, not that it is already zero in an absolute

של הסדרה כמצויים על אותה סקאלה. תפיסת ניגודים כמקרים פרטיים של אותו מצב מאפשרת לעבור ממצב אחד למצב מנוגד ברציפות וללא קפיצות. אמנם, אין מדובר על ניגודים מוחלטים הואיל ומנוחה מוחלטת אינה מצויה באמת בהישג ידה של סדרה אינסופית של תנועות. הגבול אמור להיות מחוץ לסדרה האינסופית מאחר וניתן להמשיך אותה ללא סוף, אך הוא בכל זאת כאילו-כלול בה מכיוון שכל איבר בסדרה האינסופית שומר על יחס קבוע עם הגבול¹⁵². הרעיון הפילוסופי של עקרון הרצף מבוסס בדיוק על קיומו של יחס קבוע בין איברי הסדרה לבין גבולה: יחס קבוע זה הוא שמבטא את האיזון שבין הסיבה לתוצאה.

Although it is not at all rigorously true that rest is a kind of motion or that equality is a kind of inequality, any more than it is true that a circle is a kind of a regular polygon, it can be said, nevertheless, that rest, equality, and the circle terminate the motions, the inequalities, and the regular polygons which arrive at them by a continuous change and vanish in them. And although these terminations are excluded, that is, are not included in any rigorous sense in the variables which they limit, they nevertheless have the same proportions as if they were included in the series, in accordance with the language of the infinities and infinitesimals, which takes the circle, for example, as a regular polygon with an infinite number of sides. Otherwise, the law of continuity would be violated, namely, that since we can move from polygons to a circle by a continuous change and without making a leap, it is also necessary not to make a leap in passing from the properties of polygons to those of a circle.¹⁵³

ניתן לראות כאן הדים לרעיונותיו של לייבניץ מאפריל 1676 בעניין תהליך הפקתה של סדרה אינסופית (*transproduction*), רעיונות שליבניץ נאלץ לייחס לתודעה הא-לוהית המחוללת את כלל התנועה בעולם בהעדר תנאים מתאימים להצלת עקרון שימור התנועה הקרטזיאני. וכך, הרעיון מאפריל 1676 בדבר "חיקוי" של המעגל על ידי אינספור מצולעים אקטואליים שלעולם אינם יכולים להגיע לכדי זהות מלאה איתו, לובש צורה של עקרון מטאפיסי. אולם באפריל 1676 הגיע לייבניץ לכלל דעה שקיומם של מצבים מובחנים באמצעות הפקה רצופה שלהם על ידי תודעה א-לוהית אינו יכול להיחשב תיאור של תנועה פיסיקאלית רצופה. החומר כשלעצמו חסר יסוד מטאפיסי בלתי מתחלק המשמר את קיומו לאורך זמן ומונע את התפוררותו בחלוקה אינסופית אקטואלית של התנגשויות ותנועות מזעריות, וכך הרצף נותר רלוונטי לתחום האידיאלי של המתמטיקה בלבד. לעומת זאת, עקרון הרצף המתואר כעת מבוסס על קיומה של רציפות אקטואלית מוחלטת. שינוי בתפיסת החומר מאפשר לליבניץ לאמץ רעיון ישן באופן חדש.

sense but that it is on the point of becoming zero." (Jan. 1701, *Justification of the Infinitesimal Calculus by that of Ordinary Algebra*; GM IV 105, L 546)

¹⁵² "If any supposed transition, ending in any terminus, it is permissible to institute a general reasoning, in which the final terminus may also be included." (1701?, *Cum Prodiisset*; Child 147)

¹⁵³ Jan. 1701, *Justification of the Infinitesimal Calculus by that of Ordinary Algebra*; GM IV 105-106, L 546

ג. 'אין צורות מדויקות ולכן גם לא תנועות מדויקות'

בכדי להבין את השינוי בתפיסת החומר אצל לייבניץ ננסה להתמקד בנקודה המכרעת של התיאוריה הפיסיקאלית החדשה שלו: בשאלת הגבול. על פי עקרון הרצף סיום הסדרה באמצעות קפיצה הוא ממין הנמנע, מפאת קיומו של יחס קבוע בין איברי הסדרה לבין גבולה. אולם בשל כך, גבול הסדרה אינו יכול להיות כלול בה ולכן בכדי להימנע מקפיצה יש צורך לדבר על כאילו-גבול. מנוחה מוחלטת אינה יכולה להיות כלולה בסדרה אינסופית של תנועות משום שהיא תגרום לביטול היחס הקבוע עם איברי הסדרה האינסופית. לכן נקודת הקצה שאליו מתכנסת באופן מעשי סדרה אינסופית של תנועות יכולה להיות רק תנועה מזערית – כמעט-מנוחה – שאותה באמת ניתן למקם בתוך הסדרה. אך אליה וקוץ בה, הגדרה כזו של גבול אינה יכולה להיחשב נקודת קצה, משום שתנועה מזערית אפשר תמיד להמשיך ולהקטין עד אינסוף. מכאן יוצא שעל פי עקרון הרצף שום תהליך פיסיקאלי אינו יכול להגיע לכלל סיום הואיל והגבול אליו מתכנסת הסדרה הוא תמיד כמעט-גבול בלבד. תוצאה זו עולה בקנה אחד עם מעמד הפיזיקלי של האינפיניטימאליים. טור אינסופי שווה לסכומו רק מנקודת מבט פוטנציאלית, כלומר מנקודת מבט שבה השלם נתון והוא מחולק לאינסוף חלקים. יש צורך לראות את החלקים האינפיניטימאליים כבלתי מובחנים על מנת להצדיק את השיוויון בין השלם לבין אינסוף החלקים. מכיוון שחלקים בלתי מובחנים יכולים להיות רק חלקים פוטנציאליים, הרי שחלוקה אקטואלית המניבה חלקים מובחנים בלבד אינה יכולה להגיע לסיומו השלם של התהליך. בכדי להצדיק את האיזון שבין סיבה לתוצאה, (המתבסס על השיוויון שבין טור אינסופי של חלקים אקטואליים לבין סכומו), על לייבניץ לבסס טענה פיסיקאלית השוללת את סופו של התהליך – טענה שתגבה את התשתית הפילוסופית של עקרון הרצף ותכונן את התיאוריה הפיסיקאלית החדשה. מבחינה מתמטית לייבניץ כבר שלל את קיומו של מספר אינסופי כמספר שלם, ומבחינה פילוסופית הוא כבר הגיע למסקנה שאינסוף חלקים מובחנים אינם מניבים רצף שלם. כעת, בכדי להימנע מקפיצה הכרחית במעבר מכמעט-מנוחה למנוחה מוחלטת (ותהא זו קפיצה מזערית ככל שתהיה) על לייבניץ לשלול את קיומו של גבול פיסיקאלי¹⁵⁴. שלילה כזו תאפשר ללייבניץ לעשות שימוש פיסיקאלי בתחשיב המתמטי שלו ולטעון לקשר או להשפעה של הכללים המתמטיים על המציאות הממשית, וזאת על אף הניתוק המושגי בין האידיאלי לאקטואלי.

כבר בפברואר 1677 מצהיר לייבניץ על כך שהתנועה היא יחסית, דהיינו שלא ניתן לדעת לאיזה גוף לייחס את התנועה¹⁵⁵. משמעות הקביעה הזו היא שהתנועה אכן מתרחשת אך היא נותרת בלתי ברורה. בלתי מובחנת. לייבניץ נזהר מלקדם את הרעיון הזה הלאה משום שבהעדר יסוד מטאפיסי המשמר את החומר, עלול עולם התופעות לקרוס לאשליה בעלמא. אולם עם חשיפת קיומו של כוח ביסוד הגוף החומרי, מרשה לייבניץ לעצמו להתייחס לתנועה כאל משהו דמיוני. במרץ 1678 פותר לייבניץ את פרדוקס הערמה שהוזכר בדיאלוג 'פסידיוס' באופן חדש. הפרדוקס מקשה על ההבחנה בין עוני לעשירות (או בין גרגירים בודדים לערמה), מכיוון שהוא מניח שהשינוי מבוסס על נקודה מסוימת שהחל ממנה העני הופך לעשיר והגרגירים הופכים לערמה, או ששינוי לעולם אינו מתרחש. בשל כך

Arthur 2001a, lxii¹⁵⁴

Feb. 1677, *Motion is Something Relative*; A 6.4 1970, LLC 229¹⁵⁵

מגיע לייבניץ למסקנה שהשינוי חייב להיות חיבור הנקודה האחרונה של המצב הקודם יחד עם הנקודה הראשונה של המצב הבא¹⁵⁶. מסקנת הדיאלוג אינה כה רחוקה מפתרון זה של הפרדוקס הואיל והיא מבוססת על העדר נקודות בלתי מתחלקות כמו גם על העדר רצף אקטואלי ובשל כך תומכת בקפיצה מנקודת קצה אחת לאחרת. כעת, חודש לאחר גילוי עקרון שימור הכוח, טוען לייבניץ שפתרון פרדוקס הערמה הוא אחר לגמרי: שינוי של כמויות או גדלים אקטואליים אינו יכול להיות נעוץ בנקודה מסוימת בתהליך מאחר והכמויות או הגדלים הנדונים דמיוניים ואינם מובחנים כלל:

Now at last: "The surveyor of your heap, Chrysippus, has been found". For all those notions to which the heap or Sorites of the Stoics applies, such as *wealth, poverty, baldness, heat, cold, tepidness, white and black, big and small*, taken absolutely, are vague imaginary notions, indeed false ones, that is, ones having no corresponding idea [...]. I call those notion imaginary which are not in the things outside us, but whose essence it is to appear to us.¹⁵⁷

בהמשך אותה שנה לייבניץ אינו מהסס לראות את יחסיותה של התנועה כהוכחה לכך שיש בה משהו דמיוני¹⁵⁸. כאשר לייבניץ טוען שהתנועה דמיונית הוא אינו טוען שהיא אינה אפשרית או שאין לה ביטוי ממשי. טענתו היא שהתנועה פשוט בלתי מובחנת בשל אינסוף השינויים התדירים המחוללים אותה. זו הסיבה שלייבניץ רואה את המנוחה כמקרה פרטי של תנועה מזערית: ניתן להכיר בקיומה של תנועה מבלי לאבחן אותה באופן דקדקני. מנוחה, לעומת זאת, היא במובהק מצב מובחן. מכיוון שתנועת גוף אינה ניתנת להבחנה מדויקת, מצב מובחן של מנוחה אינו קיים. את אותו הטיעון מפעיל לייבניץ בכדי לשלול צורה מובחנת של גוף חומרי. החומר אינו יכול להיות שלם בצורתו ועל כן גבולות המתאר שלו נוזליים. אילו היה הגוף החומרי שלם היה עליו להכיל גדלים אינפניטיסימאליים בלתי מובחנים, ובכך היה הופך בעצמו לפיקציה¹⁵⁹. לפיכך התנועה והצורה של גוף חומרי אקטואלי מחויבות להיות בעצמן פוטנציאליות בלבד:

Even though extension and motion are more distinctly understood than other qualities, since all the rest have to be explained using them, it really must still be acknowledged that neither extension nor motion can be understood distinctly by us at all. This is because on the one hand we are always

¹⁵⁶ "For either he [the pauper] never ceases to be poor, or he does so by the gain of one penny. Suppose he ceases to be poor when he gets a thousandth penny, having already got nine hundred and ninety-nine; it is still one penny that removes his poverty. [...] Therefore we hold that either there is no way for something to become near properly and of its own accord, or something turns from being near to being not-near by addition or subtracting of a minimum, so that there are minima in reality." (29 Oct. – 10 Nov. 1676, *Pacidius to Philalethes*; A 539-540, LLC 155-157)

¹⁵⁷ March 1678, *Chrysippus's heap*; A 6.4 69-70, LLC 229-231

¹⁵⁸ 1678-1679, *Matter and Motion are Only Phenomena*; A 6.4 1463, LLC 257

¹⁵⁹ "Consequently, there is no way one can designate one body, rather, any portion of matter whatever is an accidental entity, and, indeed, is in perpetual flux. But if we say only this, that bodies are coherent appearances, this puts an end to all inquiry about the infinitely small, which cannot be perceived. But this is also a good place for that Herculean argument of mine, that all those things which are such that it is impossible for anyone to perceive whether they exist or not, are nothing." (1678-1679?, *A Body is not a Substance*; A 6.3 1637, LLC 261)

embroiled in the difficulties concerning the composition of the continuum and the infinite, and on the other, because there are in fact no precise shapes in the nature of things, and consequently no precise motions. And just as color and sound are phenomena, rather than true attributes of things containing a certain absolute nature without relation to us, so too are extension and motion. For it cannot really be said just which subject the motion is in. Consequently nothing in motion is real besides the force and power vested in things, that is to say, beyond their having such a constitution that from it there follows a change of phenomena constrained by certain rules.¹⁶⁰

רעיון זה שב ומופיע בכתבי לייבניץ גם במהלך שנות השמונים. ב'מאמר מטאפיסי' טוען לייבניץ ש"התנועה, אם אין מתבוננים אלא במה שהיא כוללת על פי הדיוק ובאופן צורני, זאת אומרת שינוי במקום, אינה דבר מה ממשי לחלוטין, וכאשר כמה גופים משנים מצב ביניהם, אין אפשרות לקבוע על סמך השינויים האלה לבדם, למי מהם צריך לייחס את התנועה או את המנוחה [...] אבל הכוח או הסיבה הקרובה של שינויים אלה היא דבר מה ממשי יותר ויש יסוד מספיק לייחסו לגוף זה יותר מאשר לאחר; וכמו כן רק כך ניתן להכיר למי שייכת התנועה יותר".¹⁶¹ כזכור, עם גיבוש התחשיב החדש והכרת מעמדם הפיקטיבי של האינפניטימאליים לייבניץ נמנע מלהגיע למסקנה שצורת הגוף ותנועתו הן דמיוניות, מכיוון שמסקנה כזו עלולה לערער את עצם קיומו של עולם התופעות. חומר מתפורר לאינסוף בהעדר יסוד מטאפיסי בלתי מתחלק המשמר את קיומו. יסוד כזה נחשף בתחילת 1678 ולכן החל מאז מדגיש לייבניץ את האלמנט הפיקטיבי של הצורה והתנועה של הגוף החומרי. הנה כי כן, ישנו קשר עמוק בין קיומו של כוח ביסוד החומר המתחלק לאינסוף לבין העובדה שתנועת החומר מתוארת כדמיונית.

I conceive properties in substance that cannot be explained by extension, shape, and motion, besides that fact that there is no exact and fixed shape in bodies due to the actual subdivision of the continuum to infinity, and the fact that motion involves something imaginary insofar as it is only a modification of extension and a change of location, so that we cannot determine which of the changing subjects it belongs to, unless we have recourse to the force which is the cause of motion and which is in corporeal substance.¹⁶²

29 March 1683, *Wonders concerning the Nature of Corporeal Substance*; A 6.4 1465, LLC 263. Cf. 1686-¹⁶⁰

1688, *A Specimen of Discoveries*; A 6.4 1622-1623, LLC 315-317

1686, 'מאמר מטאפיסי', סעיף 18, עמ' 82. (וכן: "There is no actual determinate figure in things, for none can satisfy the infinity of impressions. So neither a circle nor an ellipse nor any other line defiable by us exists except in our intellect [...]. For figure do not exist in reality" 1689, *Primary Truths*; A 6.4 1648, L 270; cf. 1702, *Letter to Queen Sophia Charlotte of Prussia, On What is Independent of Sense and Matter*; G VI (500, AG 187-188

162
30 April 1687, *Leibniz to Arnauld*; G II 98, AG 86 את התרגום האנגלי: "אני גורס תכונות של העצמים שלא ניתן להסבירן באמצעות ההתפשטות, התבנית והתנועה, לבד מזה שאין כל תבנית מדויקת ומוגמרת בגופים מפאת מה שיש ברצף חלוקת-משנה בפועל ולאינסוף; ושהתנועה, באשר אינה אלא אופנות של ההתפשטות ושינוי של סמיכות-המקום, אוצרת בתוכה משהו מן הדמיוני; באופן שאי-אפשר לקבוע

לייבניץ טוען כאן טענה משונה: מצד אחד התנועה היא דמיונית מכיוון שהיא בלתי מובחנת. מצד שני, ניתן לדעת לאיזה גוף מיוחסת התנועה כאשר מכניסים את הכוח לתמונה. לכאורה זוהי טענה סתירתית משום שאותה תנועה משנה את טיבה מדמיונית לאמיתית בחסות קיומו של כוח. האם לייבניץ מתכוון לומר שהכוח הופך את התנועה מיחסית למוחלטת? בכדי להבין את כוונתו של לייבניץ בעניין זה, עלינו לעמוד על טיב תיאור התנועה ב'דינמיקה' של לייבניץ שם קיים קושי דומה:

בגרסא הסופית של הערותיו על עקרונות הפילוסופיה של דקארט משנת 1692 וכן בחיבור *Specimen Dymanicum* משנת 1695 המציג את התיאוריה הפיסיקאלית הסופית שלו, מדגיש לייבניץ ששינויים אינם נעשים בקפיצות אלא תמיד בהדרגה אינסופית בשל מחויבות פילוסופית לעקרון הרצף¹⁶³ (כאמור, טענה זו מתוארת גם קודם בכתבי לייבניץ¹⁶⁴). בשל כך בפיסיקה המעודכנת של לייבניץ, בניגוד לזו של דקארט, אין צורך בחוקים נפרדים לגופים נייחים ונעים: מכיוון שהמעבר מתנועה למנוחה חייב להיות הדרגתי ולעולם לא בקפיצות, מנוחה ותנועה אינן יכולות להיות מנוגדות ומנוחה הופכת להיות מקרה פרטי של תנועה, ונחשבת כתנועה כמעט אפסית. כתוצאה מכך מנוחה מוחלטת (ולכן גם תנועה מוחלטת) אינן קיימות. אך לייבניץ לא רק מצמצם את חוקי התנועה; באמצעות עקרון הרצף לייבניץ קובע כי חוקי התנועה של דקארט מופרכים. בחלק השני של עקרונות הפילוסופיה שלו (סעיפים 45-52) קובע דקארט שבעה חוקי תנועה שבאמצעותם ניתן לחשב תוצאות התנגשות בין גופים בעלי גדלים שונים ומהירויות שונות. על פי החוק הראשון של דקארט, שני גופים שווים בגודלם ובמהירותם הנעים בכיוונים מנוגדים יעברו כתוצאה מהתנגשות הדדית לנוע בכיוונים מנוגדים ובאותה מהירות. לעומת זאת בחוק השני קובע דקארט ששינוי מזערי בגודל אחד הגופים (כשהמהירות נותרת שווה) יביא לכך שכתוצאה מהתנגשות הדדית רק הגוף הקטן יותר ינוע במנוגד לכיוונו המקורי ואילו הגוף האחר יתמיד בכיוון תנועתו ללא שינוי במהירות הגופים. באופן דומה, בחוק השלישי מצהיר דקארט ששינוי מזערי במהירות אחד הגופים (כשהגודל נותר שווה) יביא לכך שכתוצאה מהתנגשות הדדית רק הגוף האיטי יותר ינוע במנוגד לכיוונו המקורי ואילו הגוף האחר יתמיד בכיוון תנועתו (בתוספת מהירות מסוימת). ביקורתו של לייבניץ מופנית כלפי העדר הרציפות שבתשתית החוקים הללו. כיצד יתכן, שואל לייבניץ, שתוספת מזערית של גודל או מהירות משנה את

לאיזה נושא היא משתייכת בין אלה המשנים [מקומם] – אם אין מסתמכים על הכוח שהוא סיבתה של התנועה והמצוי בעצם הגופני" (התכתבות עם ארנו, אגרת כ', עמ' 226).

¹⁶³ "It is also in agreement with that *law of continuity*, or the law excluding a leap in changing, that the case of rest can be considered as a special case of motion, indeed, the case of vanishing or minimal motion, and that the case of equality can be considered as a case of vanishing inequality. From this it follows that the law of motion ought to be formulated in such a way that there is no need for special laws for equal bodies and bodies at rest. Rather, these laws arise *per se* from the laws of [un]equal bodies and motions, or, if we want to formulate special laws for rest and equality, we must be careful not to formulate laws that are inconsistent with the hypothesis that takes rest as the limit of motion or equality as the least inequality, otherwise we will violate the harmony of things, and our laws will not be consistent with one another. I first published this new tool [...] in July 1687 and called it a general principle of order that arises from the notions of infinity and continuity, something that suggests the axiom that, as the givens are orders, so is that which is sought." (1695, *Specimen of dynamics*; GM VI 250, AG 133)

¹⁶⁴ "There is no transition to rest by a leap, and nothing passes from motion to rest or to a contrary motion without passing through all the intermediate degrees of motion. And just as no motion from place to place occurs in an instant, so no change from degree to degree occurs in an instant." (1686?, *A Specimen of Discoveries*; A 6.4 1630, LLC 333)

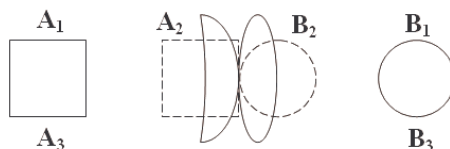
תוצאת הסיטואציה באופן כה דרמטי? כיצד ייתכן שבמצב של שונות (בגודל או במהירות) תוצאת ההתנגשות היא אחת ואילו ובמצב של שוויון התוצאה היא הפוכה?

For at the very moment of collision the direction of the motion reverses itself [...] this contains a change though a leap, an instantaneous change from motion to rest, without passing through the intermediate steps.¹⁶⁵

שינוי מזערי בנתונים מחייב שינוי מזערי בתוצאות ולכן הסבר התנועה מחויב להיות מבוסס על גמישות אינסופית של הגופים ולא על קיומם של אטומים קשים ובלתי חדירים¹⁶⁶. התנגשות בין גופים קשים מחייבת שינוי פתאומי בכיוון המהירות, שינוי שאינו רצוף ומבוסס על קפיצה. לעומת זאת גמישות הגופים מאפשרת אינסוף רמות של תנועה המשמרות את רציפות השינוי ללא קפיצות.

From this follows something Descartes opposed [...] that *all rebound arises from elasticity*, which explains many elegant experiments that show that *a body is deformed before it is impelled* [...]. And finally, a most wonderful conclusion follows from this, that no body is so small that it is without elasticity, and furthermore, each body is permeated by fluid even subtler than it is. And thus, *there are no elements of bodies*, nor is there maximally fluid matter, nor are there little solid globes (unintelligible to me) of the second element, both determinate in shape and hard. Rather, the analysis proceeds to infinity.¹⁶⁷

הבעיה היא שתיאור תנועת ההתנגשות אצל לייבניץ נראה בכל זאת כסותר את רציפות התנועה ואף את עקרון הרצף המטאפיסי שלו. שינוי כיוון התנועה חייב להתרחש באמצעות עצירה מלאה של הגופים המתנגשים, למרות גמישותם האינסופית. גמישות הגופים מאפשרת להם לספוג את מהירות הפגיעה ולאצור אותה ככוח פנימי או לחץ, שבסופו של דבר משתחרר מחדש ומחזיר לגופים את תנועתם המקורית בכיוון ההפוך. הסבר זה מבוסס על אינסוף דרגות ביניים בתהליך התנועה, אך נראה שאין הוא פותר את הבעיה. גם בתהליך שמתאר לייבניץ ישנה נקודה שבה כל המהירות מתורגמת ללחץ פנימי של הגופים האלסטיים כך שמתקבלת מנוחה מוחלטת ורק לאחר נקודה זו בתהליך מתחיל שינוי רצוף של הלחץ הפנימי למהירות המנוגדת. למרות הצהרתו המסכמת של לייבניץ נראה שהשינוי בסופו של דבר אינו יכול להיות רצוף לחלוטין ומחויב להישען על קפיצה בלתי מנועת:



¹⁶⁵ 1695, *Specimen of dynamics*; GM VI 248, AG 132

¹⁶⁶ כפי שהודגש בפרק הקודם, רעיון הגמישות היה קיים כמאפיין יסודי של החומר כבר בדיאלוג 'פסידיוס' מנובמבר 1676,

אך בהעדר עקרון שימור הכוח לייבניץ נאלץ לייחס את הגמישות האינסופית הזו לעולם החומר כמכלול.

¹⁶⁷ 1695, *Specimen of dynamics*; GM VI 249, AG 132-133

And so, we must acknowledge that if two bodies A and B collide and come from A_1 and B_1 to the place A_2B_2 , where they collide, they will, little by little be compressed there, just like two inflated balls, and approach one another more and more, continually increasing the internal pressure. By that very circumstance the motion itself is weakened, the force of the conatus having been transformed into their elasticity, until they are altogether at rest. Then, finally, restoring themselves through their elasticity, they rebound from one another; having started a retrograde motion from rest, a motion that continually increasing, in the end they move apart, having regained the same speed which they originally approached one another, but directed oppositely, and they turn to A_3 and B_3 , which coincide with the places A_1 and B_1 , if the bodies are assumed to be of the same size and the same velocity. From this it is already obvious how no change happens through a leap.¹⁶⁸

חשיבות גמישות הגופים החומריים מבוססת על קיומו של כוח המשמר את קיומם הרצוף של הגופים כמו גם את תנועתם וצורתם. קודם לכן טען לייבניץ שצורת הגוף ותנועתו מבוססות על דמיון ואינן מובחנות דיין. כעת נראה שבשל קיומו של כוח מתקבלת מנוחה מוחלטת. האמנם?

ד. מנוחה מוחלטת אצל ניוטון ולייבניץ

זוהי הנקודה שבה טמון ההבדל בין גישתו של לייבניץ לזו של ניוטון. ניוטון טען שקיימת תנועה מוחלטת. לייבניץ כפר בה. הסיבה למחלוקת ביניהם נעוצה בממדיה של ההרמוניה הקיימת בטבע. על אף שניוטון הבחין מבחינה פילוסופית בין תנועה קבועה למנוחה, הוא הכיר בכך שלהבדל ביניהן אין משמעות מעשית. הואיל ולא ניתן לקבוע אם גוף נתון נח או נע בקביעות התנועה נחשבת יחסית בלבד ומתקבלת אקוויוולנטיות פיסיקאלית בין מנוחה לתנועה קבועה. אך האקוויוולנטיות הזו מתערערת לדעת ניוטון כאשר נוצר שינוי בתנועה לכדי תאוצה או תאוטה. במצבים אלו מופעלים כוחות היוצרים תנועה מוחלטת ולא יחסית. לייבניץ לעומתו טוען שגם במצבים שבהם נוצר שינוי בתנועה נשמרת האקוויוולנטיות שבין מנוחה לתנועה, וכך יחסיותה של התנועה אינה נפגעת לעולם. כך לייבניץ במכתב למורו כריסטיאן הוייגנס:

Newton recognized the equivalence of hypothesis in the case of rectilinear motions; but he believes, with respect to circular motions, that the effort circulating bodies exert to move away from the center or from the axis of circulation allow us to recognize their absolute motion. But I have reasons that lead me to believe that there are no exceptions to the general law of equivalence.¹⁶⁹

¹⁶⁸ 1695, *Specimen of dynamics*; GM VI 248-249, AG 132
¹⁶⁹ 12/22 June 1694, *Leibniz to Huygens*; GM II 184-185, AG 308

מן התחשיב המתמטי של שיקולי הכוחות במכאניקה של ניוטון, ניתן לקבל את הרושם שהתמדה גוף במנוחה או בתנועה קבועה אינה מבוססת על כוח. תיאור ההתמדה כשיווי משקל בין הכוחות הפועלים על הגוף מותיר אותו במצבו כפסיבי ($\Sigma F=0$). אולם תחשיב הווקטורים של הכוחות מטעה. ניקח למשל מקרה בו נעים שני גופים זה לקראת זה במהירות קבועה. מבחינת תחשיב הכוחות כל אחד מהגופים מצוי באיזון ולכן בהתמדה מלאה. שום כוח אינו מעורב בתנועתם ההדדית זה לקראת זה עד להתנגשות, ולכן משיקולי כוחות, מצב של תנועה קבועה לקראת התנגשות אינו שונה ממנוחה הדדית של שני הגופים. אולם בשעת ההתנגשות כוח כלשהו בא לידי ביטוי. ההתנגשות יוצרת באופן ברור שינוי במצבם הקבוע של הגופים. במסגרת חישובי התנע (הקשורים למהירות הכניסה להתנגשות, לזווית הכניסה ולמסת הגופים, ללא קשר לשאלת הכוחות המעורבים) יש צורך גם להתייחס לשינוי במהירות הגופים כתוצאה מההתנגשות. תאוטה או תאוצה משמען מעורבות של כוח (כפי שמשמע מהחוק השני של ניוטון¹⁷⁰), שהיה טמון בגופים האמורים באופן פסיבי והתעורר בעת ההתנגשות. אלמלא כוח ההתמדה, לא ניתן היה להסביר מאין צץ הכוח בעת ההתנגשות. הגדרת ההתמדה ככוח מאפשרת לניוטון לראותו כשקול לאי הפעילות של הגוף (או לאיזון הכוחות), אך שקילות זו נעלמת כאשר כוח ההתמדה פועל לשמר באופן אקטיבי את מצבו של הגוף. כוחות ההתמדה של שני הגופים, שהיו עד ההתנגשות סמויים לכאורה, גורמים זה לזה בעת ההתנגשות לפעול אחד על מסת רעהו. מטרת כל אחד מכוחות ההתמדה הללו למנוע את שינוי מצב הגוף עליו הוא מופקד אך במקביל הם פועלים לשנות את מצבו של הגוף האחר. לפיכך, כוח ההתמדה הוא המקור לשינוי במצבם של גופים בעת התנגשות והופעתו אינה יש מאין בעת ההתנגשות אלא רק שינוי בדרך התפקוד שלו¹⁷¹.

על פי ניוטון כוח האינרציה הופך מכוח פנימי-פסיבי לכוח חיצוני-פעיל כאשר מתרחש שינוי במצבו של הגוף, ולפיכך תוצאת פעילות הכוח תהיה מעבר ממצב יחסי של מנוחה / תנועה קבועה למצב מוחלט של תאוצה או תאוטה. תפיסה כזו של התנועה מצריכה אמת מידה מוחלטת שביחס אליה ניתן יהיה למדוד אותה. אצל דקארט למשל ההבחנה בין גוף אינרטי לגוף לא-אינרטי (בתאוצה) אינה אפשרית, שכן התייחסותו לגוף שמהירותו "הסטטית" אינה נשמרת היא עדיין מתוך נקודת מבט כזו שניתן לתפוס על ידה את המהירות כקבועה. במילים אחרות, תמיד תהיה נקודת מבט שתאפשר לצפות בתאוצה כבתנועה קבועה, וכך בהינתן שני גופים שעל אחד מהם מופעל כוח, לא ניתן לקבוע על

¹⁷⁰ (1) כל גוף מתמיד במצבו בין של מנוחה בין של תנועה קבועה בקו ישר, אלא אם כן הוא אנוס לשנות את המצב הזה ע"י כוחות המוטבעים עליו [חוק ההתמדה]. (2) שינוי התנועה הוא פרופורציונאלי לכוח המניע שהוטבע, והוא בכיוון הקו הישר שבו פועל הכוח הזה [חוק התאוצה]. (3) לכל פעולה יש תמיד פעולה מנוגדת השווה לה; או הפעולות ההדדיות, ששני גופים פועלים זה על זה, הן תמיד שוות זו לזו ומכוונות לעברים מנוגדים [חוק הפעולה והתגובה]. (Newton, *Mathematical Principles of Natural Philosophy* (1934), p. 14; מתורגם ע"י סמבורסקי 1972, עמ' 300).

¹⁷¹ "The *vis insita*, or innate force of matter, is a power of resisting, by which every body, as much as in it lies, continues in its present state, whether it be of rest, or of moving uniformly forwards in a right line. [...] This force is always proportional to the body whose force it is and differs nothing from the inactivity of the mass, but in our manner of conceiving it [...] this *vis insita* may, by a most significant name, be called inertia or force of inactivity [...] and the exercise of this force may be considered as both resistance and impulse; it is resistance so far as the body, for maintaining its present state, opposes the force impressed; it is impulse so far as the body, by not easily giving way to impressed force of another, endeavors to change the state of that other." (Newton, *Ibid.*, p. 2; Definition III)

מי מהם הוא מופעל ללא נקודת מבט מיוחסת הקובעת בלעדית את כיוונו ועוצמתו של הכוח. חשיבותו של המרחב המוחלט אצל ניוטון נעוצה בצורך לעגן נקודת מבט מיוחסת.

ניוטון היה ער לכך שהמרחב המוחלט אינו נגיש למדידות. יחד עם זאת, הוא היה סבור שיש בכוחו להדגים את קיומו של כוח המחולל תנועה מוחלטת גם במרחב יחסי¹⁷². בשל העדר נקודת מבט מיוחסת הדרך היחידה שעמדה לרשות ניוטון בניסיון להוכיח קיומם של כוחות כמקור לשינויים נראים במהירות היתה דרך השלילה. עליו היה להוכיח שאין דרך אחרת להסביר את השינוי, פרט לקיומו של כוח בלתי נראה.

בדומה לתיאור ההתנגשות ב'דינאמיקה' של לייבניץ כשינוי צורתם האלסטית של הגופים במטרה להוכיח את קיומו של כוח פנימי, מופיע גם אצל ניוטון שימוש בסיטואציה שבה משתנה צורת הגוף או מהירותו כתוצאה מקיומו של כוח. אך מסקנותיהם הפילוסופיות של לייבניץ וניוטון הפוכות לחלוטין. על מנת להמחיש את יכולתו להבחין בין תנועה אמיתית ליחסית, ניוטון מביא סיטואציה הידועה בכינויה "טיעון הדלי" (מים קעורים בדלי שסבב על צירו), המערבת תנועות לא-קבועות שאין דרך לראותן במונחים יחסיים:

אם נתלה דלי בחבל ארוך ונסובב אתו עד כדי כך שהחבל יתפתל בחוזקה, ואז נמלא אותו במים ונחזיק אותו במנוחה יחד עם המים; ולאחר מכן, כתוצאה מן הפעולה הפתאומית של כוח אחר, הכלי יסתחרר במגמה הפוכה, ובזמן שהחבל ישתחרר מן הפיתול הכלי ימשיך במשך זמן רב בתנועה הזאת, פני המים יהיה בתחילה מישוריים, כשם שהיו לפני שהכלי החל לנוע; אבל אחרי כן ע"י מסירה הדרגתית של תנועתו למים, יגרום הכלי לכך שהם יתחילו להסתובב ולהתרחק לאט לאט מן המרכז, ולעלות על דפנות הכלי כשהם יוצרים צורה קעורה (כפי שראיתי) וככל שתנועה זו נעשית מהירה יותר כן יעלו פני המים לגובה רב יותר, עד שלבסוף, כשמחזור סיבובם יהיה שווה לזה של הכלי הם יבואו לידי מנוחה ביחס אליו.¹⁷³

במקרה הדלי, קיימים שלושה שלבים. בשלב 1, הדלי והמים במצב מנוחה. בשלב 2, הדלי סב על צירו והמים עודם במנוחה, בשלב 3, גם הדלי וגם המים בתנועה סיבובית. בשלב זה חלה התקערות של פני המים שמגיעה לשיאה כאשר תנועת המים משתווה לתנועת הדלי (כלומר כאשר תנועת המים ביחס לדלי היא אפס). טענתו של ניוטון היא שלא ניתן ליחס את שינוי צורת המים (=שינוי מהירות טיפות המים השונות) לתנועתם היחסית לדלי מכיוון שאין תנועה יחסית כזו בשלב 3, בעוד שבשלב 2 היתה תנועה יחסית אך לא נצפה כל שינוי בצורת המים. לא נותר אלא ליחס את השינוי להשפעה של כוח צנטריפוגלי על המים כתוצאה מתנועתם הסיבובית. שינוי צורת המים מעיד על הופעת כוחות חיצוניים בלתי תלויים, מכיוון שלא ניתן לטעון שהשינוי נגרם מתנועת המים יחסית לעצמים אחרים הסובבים אותם. השפעת כוחות במערכת דינאמית פירושה שבאמצעות מדידת שיפוע המים ניתן לדעת

¹⁷² "It is indeed a matter of a great difficulty to discover, and effectually to distinguish, the true motions of particular bodies from the apparent; because the parts of that immovable space, in which those motions are performed, do by no means come under the observation of our senses. Yet the thing is not altogether desperate; for we have some arguments to guide us, partly from the apparent motions, which are the difference of the true motions; partly from the forces, which are the causes and effects of the true motions."

(Newton, *Ibid.*, 12)

¹⁷³ Newton, *Ibid.*, 10; מתורגם ע"י סמבורסקי, 1972, עמ' 299.

ביחס למרחב מוחלט ואובייקטיבי שמצב המים אינו קבוע אלא מושפע ע"י כוח. חשיבותו של המרחב המוחלט למהלך הזה היא קריטית – המרחב המוחלט הוא שמאפשר לקבל בעקרון את תנועת המוחלטת של המים בשל הפעלה של כוח עליהם מצידו של הדלי.

כיצד מתמודד לייבניץ עם הטיעון הזה? כיצד יש להבין את טענת לייבניץ שבאמצעות הכוח ניתן לקבוע איזה גוף נע ואיזה נח? האם תיאור הגמישות האינסופית של הגופים בעת התנגשות אינו מוכיח את קיומה של מנוחה מוחלטת בלתי נמנעת כפי שמוכיח טיעון הדלי של ניוטון?

גישתו של לייבניץ מבוססת על קיומו של כוח ממשי פנימי המחולל את תנועת הגופים. ההבדל בינו לבין ניוטון הוא שלייבניץ כופר בקיומה של תנועה מובחנת שאותה ניתן ליחס לגוף מסוים. נקודת המחלוקת ביניהם בנוגע לניסוי הדלי לא תהיה על עצם קיומם של כוחות בניסוי אלא על פירוש תנועת המים כתנועה מוחלטת, או ליתר דיוק על פירוש תנועת הדלי בשלב האחרון כמנוחה מוחלטת. גם לייבניץ אינו טוען שהסיבה לתנועת המים נעוצה בתנועתם יחסית לדלי (כפי שטוענים הקרטזיאניים), אך מצד שני אינו מסכים עם ניוטון שניתן ליחס חד משמעית תנועה למים ומנוחה לדלי. בכל אחד מהשלים, גם כאשר נצפית מנוחה, קיימת תנועה מזערית של המים ביחס לדלי ולהיפך, בשל גמישות אינסופית של החומר. אבל מכך שלעולם אין מנוחה מוחלטת אין בכדי לערער על קיומו של כוח.

לייבניץ וניוטון אינם חלוקים על העובדות אלא על האופן שבו יש לפרש אותן, ונקודת המחלוקת ביניהם חותכת עמוק להבדלים מטאפיסיים ותיאולוגיים. גישתו של ניוטון מבוססת על קיומה של דיסהרמוניה בעולם. התמדתם הטבעית של הגופים מופרעת ללא הרף בשל התנגשויות בלתי פוסקות המעוררות את הכוחות הפנימיים של הגופים לפעול בכדי למנוע את שינוי המצב, אך המערכת הפיסיקאלית כולה נכנסת לסחרור בשל עקרון הפעולה והתגובה¹⁷⁴. מצבים שאין דרך להבחין ביניהם כתנועה קבועה ומנוחה אינם זהים ואינם שקולים, ומטרתו הפילוסופית של המרחב המוחלט לייצג את ההבדל ביניהם. פרשנותו של ניוטון לתנועת המים בדלי או לעיוות חומר כתוצאה מהתנגשות מבוססת על קיומו של הבדל בין מצבים שלא ניתן להבחין ביניהם ולפיכך הוא עושה מאמץ לאתר עקבות להבדל כזה בדמותה של תנועה או מנוחה מוחלטת¹⁷⁵.

לייבניץ לעומת זאת, יוצא מנקודת הנחה שקיימת הרמוניה כוללת בטבע¹⁷⁶. עוד קודם שגילה את עקרון שימור הכוח אימץ לייבניץ תיאוריות הקשורות להרמוניה, אך חשיפת הכוח נתנה דחיפה משמעותית לגיבוש עקרון רצף מטאפיסי התומך באיזון יסודית בעולם. איזון זה נשמר על פי לייבניץ

¹⁷⁴ לדעת עיבל לשם, כוח הגרביטציה אינו יוצר תגובתיות. הוא אינו כרוך במגע מכאני מכיוון שפעילותו אינה מתרחשת בשטח הפנים של הגוף אלא ממרכזו. אמנם חישוב כוח הגרביטציה בין שני גופים לוקח בחשבון את הסך הכולל של המשיכה הדדית הנגרמת כתוצאה מכך שכל גוף מושך את רעהו, אך אין מדובר בחוק הפעולה והתגובה משום שלא קיימת דחייה במקביל למשיכה (עד רגע המגע, ואז מעורבים כוחות אחרים). ניוטון בעצמו תהה על טבעו הפיסיקאלי המוזר של כוח הגרוויטציה, אך מבחינה תיאולוגית ייתכן שראה בכוח זה אמצעי של א-לוהים להתערב בעולם (מבלי ליצור תגובת-נגד של החומר) על מנת להחזיר את המערכת הפיזיקאלית לאיזון. כך פירש ניוטון השפעות גרביטציוניות של כוכבים מרוחקים על הנעשה בכדור הארץ (Leshem 2003, 75-104).

¹⁷⁵ כדאי לציין שלמרות החשיבות התיאולוגית של מנוחה מוחלטת אצל ניוטון, התחשיב המתמטי שלו מתבסס, בדומה לזה של לייבניץ, על מנוחה כתנועה אינפיניטימאלית ועל העדר מנוחה מוחלטת. תאוצה היא נגזרת של מהירות ומהירות היא נגזרת של מנוחה ולכן חוק התנועה של ניוטון ($F=ma$) מבוסס למעשה על משוואה דיפרנציאלית מסדר שני ($F=m\ddot{x}$) או $F=m\frac{d^2x}{dt^2}$ בסימול לייבניציאני.

¹⁷⁶ במסגרת דיון בתנאי האפשרות של הרמוניה הקבועה בעולם, אתייחס בקצרה למחלוקת בין לייבניץ וניוטון נוגע לטיבו של המרחב.

גם במצבים שבהם קיימים שינויים ברורים. השקילות $\Sigma F=0$, שאותה תפס ניוטון כאילוץ אמפירי בנוגע למצבי מנוחה ותנועה קבועה, מהווה תיאור מהימן אצל לייבניץ גם למצבי תאוצה או תאוצה. אי לכך פרשנותו של לייבניץ לתנועות המים בדלי או לעיוות חומר כתוצאה מהתנגשות מבוססת על קיומה של שקילות בלתי ניתנת להפרה, והוא עושה מאמץ לערער כל יסוד להפרה של השקילות הזו בדמותה של תנועה או מנוחה מוחלטת¹⁷⁷.

ניוטון טוען שתנועת המים חייבת לנבוע מכוח פנימי ולא מתנועתם יחסית לדלי. שחזור המענה של לייבניץ לטיעון יהיה שבשום שלב לא התקיימה מנוחה מוחלטת ולכן אין להניח תנועה מוחלטת של המים בדלי. מענה זה של לייבניץ מבוסס על גמישותם האינסופית של החלקיקים החומריים:

For every body, in fact, has internal motion and can never be brought to rest. This internal force turns itself outwards when it performs the function of elastic force, namely, when the internal motion is hindered in its usual course. From this it follows that every body is essentially elastic, even water, which rebounds with great violence, as even cannon balls show. And unless every body were elastic, the true and proper laws of motion could not obtain. However, that force does not always make itself visible in the sensible parts of bodies, namely, when they are insufficiently solid [...]. From this it follows that bodies, in fact, always gain their motion in collision from their very own force, to which the impulse of another body provides only the occasion for acting and a limitation, so to speak.¹⁷⁸

על אף שלייבניץ תיאר את מהלך ההתנגשות באמצעות המרה של מהירות לחץ פנימי-אלסטי ולהיפך ובכך עשה שימוש במנוחה, הוא מבהיר שאין הכוונה למנוחה מלאה ומוחלטת מכיוון שתמיד קיימות תנועות נוספות לאינסוף. לייבניץ תולה זאת בגמישות החומר, שהופיעה במודל הקפלים שלו כבר בנובמבר 1676. טענתו של לייבניץ כאן מצביעה על כשל באופן שבו פירש סמואל לוי את המודל¹⁷⁹. למרות שבדיאלוג תמך לייבניץ בקפיצה, שלל את הרצף האקטואלי ותיאר את התנועה כאיון ובריאה מחדש, מסקנות אלו לא נבעו ממודל הקפלים שלו אלא מהעדר יסוד מטאפיסי בלתי מתחלק בחומר שהוליד את הצורך להיתלות בא-לוהים. רעיון הקפלים תורגם אצל לוי לפרקטלים, בהניחו נקודה סינגולארית בלתי ניתנת לגזירה שעליה יש לדלג בקפיצה בלתי נמנעת. היו ללוי אולי סיבות נוספות (הנעוצות בתיאוריה הפיסיקאלית של לייבניץ בנובמבר 1676) לטעון שמודל הקפלים מתפרר לאינסוף נקודות סינגולאריות, אך מודל הקפלים של לייבניץ כשלעצמו כלל אינו מחויב

¹⁷⁷ מעבר להיבטים התיאולוגיים, אפשר שבשל כך התיאוריה הפיסיקאלית של ניוטון היא שהפכה לאבן יסוד במדע הפיסיקה ואילו התיאוריה של לייבניץ נותרה כאבן שאין לה הופכין. ניוטון חתר לאתר את הכוח ולמדוד אותו באופן אמפירי ($F=ma$) ובשל כך הוא היה מחויב למצוא מערכת ייחוס מסוימת שבאמצעותה ניתן יהיה לקבוע אם כוח הופעל ועל איזה גוף. לייבניץ התמודד עם אותם גילויים אבל מטרתו היתה הפוכה. על אף שהוא חשף את היחס הנכון שבין הכוח לבין מכפלת המסה בריבוע המהירות הוא נטה להזניח את ההיבטים האמפיריים של הכוח בשל חשיבותה הכוללת של השקילות בעקרון הרצף המטאפיסי שלו, שבאמצעותה כל הכוחות בסופו של דבר מתאזנים.

¹⁷⁸ May 1702, *On Body and Force, Against the Cartesians*; G IV 398, AG 254
¹⁷⁹ Levey 2003. ביקורת על פרשנותו של לוי מופיעה בפרק 4 בדיון על תפיסת התנועה והחומר בדיאלוג 'פסידיוס', וכן בסעיף האחרון של חלק ב' של המחקר, המוקדש לביורור מושגי של האינסוף האקטואלי אצל לייבניץ.

לתרגום כזה. הפינה אינה חדה אלא עקומה, ועקמימותה ניתנת לגזירה לאינסוף מבלי להגיע לעולם לנקודה סינגולארית¹⁸⁰:



ברוח זו יש לפרש גם את תיאור המנוחה ב'דינאמיקה' של לייבניץ: כאשר הגוף אוצר בתוכו בלחץ פנימי את מהירות הפגיעה הוא אינו מגיע לנקודה אחרונה שבה כל המהירות הומרה לגמישות מכיוון שאין אינפיניטסימאל אקטואלי. גרף התנועה של הגוף אינו מכיל נקודה חדה או פינה אלא עקימות ניתנת לגזירה אינסופית; יש בו תנועות אינפיניטסימאליות פיקטיביות שבאמצעותן התנועה הכוללת נשלמת, אך תנועות אלו אינן מובחנות. התנועה מתאפשרת רק בשל קיומו של כוח הפנימי, אך עובדה זו אינה מספיקה בכדי שניתן יהיה לזהות איזה גוף באמת נע או בכדי לאפיין את התנועה כמוחלטת ולא יחסית¹⁸¹. ההמרה של מהירות בלחץ פנימי אינה מסתיימת בנקודה מסוימת אחת ומשתחררת בנקודה מסוימת אחרת אלא מתרחשת במעורבב, וכך יכול הגוף להתחיל ולהמיר בחלק אחד שלו את הלחץ למהירות ובחלק אחר שלו להמשיך ולהמיר מהירות ללחץ ללא רגע פיסיקאלי אופטימאלי בתהליך ההמרה.

Since the Cartesians don't understand the use of elastic force in the collision of bodies, they also err in thinking that change happen through leaps, as if, for example, a body at rest could, in a moment, pass into a state of determinate motion, or as of a body placed in motion could suddenly be reduced to rest, without passing through intermediate degrees of velocity. If elastic force were lacking, then, I confess, what I call the law of continuity, through which leaps are avoided, would not be observed, nor would there be place for other excellent contrivance of the Architect of Nature, contrivance by which the necessity of matter and the beauty of form are united. Moreover, this very elastic force, inherent in every body, shows that there is internal motion in every body as well as a primitive and (so to speak) infinite force, although in collision itself it is limited by derivative force as circumstances demand.¹⁸²

¹⁸⁰ האיור הוא שלי ונועד להמחשה בלבד.

¹⁸¹ ראסל טען שחוסר היכולת של לייבניץ להצביע על נקודת החיבור בין הרובד המטאפיסי של הכוח לבין הרובד הפנומנלי של החומר הוא נקודת התורפה הגדולה ביותר של שיטתו (Russell 1900, 86-89). גם גרבר טען שהפיסיקה של לייבניץ בעייתית מאחר ואין מערכת ייחוס אמפירית שבה יכול כוח לבוא לידי ביטוי מובחן (Garber 1995, 308-309). אך רקונסטרוקציה של הפיסיקה הלייבניציאנית כאן חושפת את עקרון הרצף המבוסס על השקילות המטאפיסית בעולם ואת הפיקטיביות של התנועה האינפיניטסימאלית כסיבה לכך שלייבניץ אינו יכול לקבוע איזה גוף נע או נח למרות שהוא מכיר בקיומו של כוח כניוטון. רעיון השקילות היסודית הוא שהביא את ארנסט מאך בסוף המאה ה-19 להתנגד לטיעון הדלי של ניוטון בטענה שעדיין קיימת תנועה יחסית (של השמים למשל) ביחס למים בדלי. כמו כן, כדאי גם לתת את הדעת לכך שחמש שנים בלבד לאחר פרסום ספרו של ראסל ערער איינשטיין על פרשנותו של ניוטון לטיעון הדלי בתיאורית היחסות הפרטית שלו, המבוססת על שקילות יסודית בין תנועה קבועה ותאוצה.

¹⁸² May 1702, *On Body and Force, Against the Cartesians*; G IV 399, AG 255

הסיבה שלייבניץ מתעקש שלא להכיר בקיומה של מנוחה או תנועה מוחלטות איננה אמפירית. שלילת קיומם של אטומים קשים והכרה בגמישות אינסופית כתכונה אלמנטארית של החומר נובעת מעמדתו הפילוסופית בנוגע לאיזון הקיים לא רק בעולם הפיסיקאלי אלא גם בכל מופעיו הלוגיים, המטאפיסיים והתיאולוגיים של העולם הזה, הטוב בעולמות האפשריים¹⁸³.

ה. הכוח האינסופי

נתמקד כעת בתפיסת הכוח אצל לייבניץ. כפי שניתן לראות בציטוט למעלה, לייבניץ תופס את הכוח הפנימי המשמר את החומר כפרימיטיבי-יסודי וכאינסופי המוגבל בעת התנגשות בכוח אחר הנגזר ממנו. זהו תיאור של שני חלקי הכוח הפעיל שבחומר. אולם מיון הכוחות אצל לייבניץ חושף חלוקה של הכוח לשניים שהם ארבעה¹⁸⁴:

כוח סביל (הימנעות מתנועה)		כוח פעיל (תנועה)	
כוח נגזר	כוח פרימיטיבי יסודי	כוח נגזר	כוח פרימיטיבי יסודי
חזרה למצב סטטי	כוח התנגדות לחדירה	כוח חי, תנועה בפועל	כוח מת, אינסופי
לאחר תנועה	חומר ראשוני		נפש ראשונית
חומר שניוני	(Primary matter)		(First entelechy)
(Secondary matter)			

כפי שניתן לראות, תפיסת הכוח אצל לייבניץ דומה מאד לזו של ניוטון. אצל ניוטון כוח התאוצה אינו אלא כוח ההתמדה שמשנה את אופיו הפנימי-המשמר ופועל על מנת לסכל את המאמץ החיצוני לשנות את מצב הגוף. גם החלוקה של לייבניץ לסוגי כוחות נועדה להקל על אופן ההתייחסות לכוח ואין פירושה שישנם כוחות שונים. אם נשוב ונתמקד בכוח הפעיל, נוכל לראות מיד שלייבניץ מזהה את קיומו באותם המצבים שבהם מתרחש עיוות בצורת החומר או שינוי במהירות, בדיוק כפי שמזהה ניוטון:

[Active] *force* is [...] twofold. One force is elementary, which I also call *dead force*, since motion does not yet exist in it, but only a solicitation to motion, as with the ball in the tube, or a stone in a sling being held in by a rope. The other is ordinary force, joined with actual motion, which I call *living force*. An example of dead force is centrifugal force itself, and also the force of heaviness [vis gravitates] or centripetal force, and the force by which a stretched elastic body begins to restore itself. But when we are dealing with impact [...] the force in question is living force, which arises from an infinity of continual impressions of dead force. And that is what Galileo meant when

¹⁸³ בחינה של ההיבטים הללו תפורט בפרק השני והשלישי של החלק הבא.
¹⁸⁴ Garber 1995, 284-293

he said, speaking enigmatically, that the force of impact is infinite in comparison with the simple nisus of heaviness.¹⁸⁵

הכוח המת הוא הכוח החשוב לענייננו. זהו הכוח היסודי של החומר המשמר אותו לאורך זמן ומחולל כתוצאה מהתנגשות או מלחץ את הכוח החי הנגזר ממנו ואת התנועה בפועל. גם כאן תופס לייבניץ את הכוח המת כאינסוף או כמחולל רצף רשמים אינסופי. הסיבה שלייבניץ תופס את הכוח המת כאינסופי אינה אמפירית. אחרי הכול, מבחינה אמפירית הכוח המת בא לידי ביטוי רק בשברירי השנייה שבהם קיים לחץ אלסטי על הגופים קודם שחרורו למהירות. מבחינה אמפירית הכוח המת אינו אלא חלק אינפיניטסימאלי של הכוח החי:

Dead force [...] is only an infinitesimal part of living force.¹⁸⁶

הכוח המת, או הכוח הפרימיטיבי הפעיל, בא לידי ביטוי אמפירי רק כנטייה רגעית לפעולה, וניתן לראותו ככוח פוטנציאלי האצור בגוף כל העת כפי שמשמע מהדוגמאות לכוח המת שמספק לייבניץ בעצמו. אין הכוונה שהכוח המת קיים באופן פוטנציאלי בלבד, אלא שאופן הפעילות שלו הוא פוטנציאלי, כלומר בלתי מובחן. כוח זה קיים באופן אקטואלי כל הזמן אף הוא אחראי לאותן תנועות אינפיניטסימאליות דמיוניות בלתי מובחנות הנראות כמנוחה כאשר כמעט-כל המהירות הופכת ללחץ פנימי.

לפיכך ההצדקה לזיהוי הכוח המת כאינסופי היא מטאפיסית. הכוח המת הוא הכוח הקבוע והיציב המחולל לפרקים את הכוח החי לתנועה ממשית. או כפי שמצהיר לייבניץ במכתבו לדה-וולדר:

Derivative force is itself the present state when it tends towards or preinvolved a following state, as every present is greater with the future. But that which persists, insofar as it involves all cases, contains primitive force, so that primitive force is the law of series, as it were, while derivative force is the determinate value which distinguishes some term in the series.¹⁸⁷

הכוח הנגזר (או הכוח החי) מאפיין כל אחד מהמצבים הדיסקרטיים של הגוף. אבל הכוח הפרימיטיבי הוא הכוח היסודי של הסדרה כולה, הוא מאפיין את היסוד הקבוע והמארגן של הגוף החומרי. זוהי בדיוק החוליה שחסרה לייבניץ בשנת 1676 כאשר נאלץ להניח מעורבות אינטנסיבית של א-לוהים בהסבר התנועה ובשל כך הכיר באיון ובבריאה מחדש של הגוף בכל רגע, כפי שגורסים הקרטזיאניים. חוק הסדרה של הגוף מבוסס על קיומו של יסוד מטאפיסי בלתי מתחלק שכעת ניתן לקבוע את קיומו בתוך הגוף החומרי ולא מחוץ לו. יסוד זה נועד לא רק למנוע את התפוררותו של הגוף בשל חלוקת הרצף האקטואלי לאינסוף תנועות אלא גם להסדיר את מופעיו של הגוף החומרי במסגרת עקרון הרצף. רעיונותיו של לייבניץ מאפריל 1676 בנוגע להפקה של איברים מתוך האלגוריתם או עקרון הפעולה של הסדרה האינסופית באים בתיאוריה הסופית שלו לידי ביטוי כאשר הכוח המת, האינסופי והפרימיטיבי הפעיל, מצטרף לכוח הפרימיטיבי הסביל ומהווה יחד עימו את

¹⁸⁵ 1695, *Specimen of Dynamics*; GM VI 238, AG 121-122

¹⁸⁶ May 1702, *On Body and Force, Against the Cartesians*; G IV 399, AG 255

¹⁸⁷ 21 Jan. 1704, *Leibniz to De Volder*; GM II 262, L 533

כלל הפעולה של הגוף החומרי. וכך, ביסוד הפיסיקה של לייבניץ עומד העצם הגופני (כפי שמוכיח לוי מדיון על העדר צורה מובחנת במציאות¹⁸⁸). הגופים החומריים אינם אינרטיים, כפי שסבר דקארט. הם מכוננים על ידי כוח פנימי פרימיטיבי-יסודי המשמר באופן פעיל את קיומם לאורך זמן ואף מתנגד פסיבית לשינוי במצבם.

Primitive active force, which Aristotle called first entelechy [...] together with matter or [primitive] passive force, completes a corporeal substance. This substance, of course, is one *per se* and not a mere aggregate of many substances, for there is a great difference between an animal, for example, and a flock.¹⁸⁹

יתרה מזאת, חוק הסדרה המפוקח על ידי הכוח הפרימיטיבי הפעיל והאינסופי הוא עקרון האינדיבידואליזם של לייבניץ כאשר מדובר במטאפיסיקה של העצם. היסוד המטאפיסי הבלתי מתחלק המשמר את קיומו של העצם החומרי לאורך זמן ובאופן מאורגן הינו שילוב של רוח או כוח פרימיטיבי פעיל עם חומר ראשוני או כוח פרימיטיבי סביל. ליסוד זה עתיד לייבניץ לקרוא 'מונדה', והיא זו שתכונן באמצעות גוף אורגני חומרי את העצם הגופני השלם:

What I take to be the indivisible or complete monad is the substance endowed with primitive power, active and passive, like the 'I' or something similar, and not those derivative forces which are continually found first in one way or another [...]. Derivative forces are only the modifications and resultants of the primitive forces. [...] Therefore I distinguish: (1) the primitive entelechy or soul; (2) the matter, namely, the primary matter or primitive passive power; (3) the monad made up of these two things; (4) the mass or secondary matter, or the organic machine in which innumerable subordinate monads concur; and (5) the animal, that is, the corporeal substance, which the dominating monad makes into one machine.¹⁹⁰

בסיכומו של דבר, מצליח לייבניץ ליישם פיסיקאלית את רעיונותיו המתמטיים בנוגע לאינסוף ולאינפיניטיסימאל, למרות הפער המשתרע בין האידיאלי לאקטואלי. הצלחה זו דווקא אינה נעוצה בתגלית מתמטית, אלא בגילוי הכוח, בזיהוי מעמדם הפיקטיבי של הצורה, הגודל והתנועה של גופים ובתרגום רעיון האיזון היסודי בטבע לעיקרון רצף מטאפיסי.

סיכום

בחלק זה תואר התהליך שעובר לייבניץ בין השנים 1668-1678 בהבנתו את האינפיניטיסימאל ואת הרצף האקטואלי המורכב מאינסוף חלקים. בתחילת הדרך תופס לייבניץ את הרצף כמורכב מאינסוף

¹⁸⁸ Levey 2005, 84-92

¹⁸⁹ May 1702, *On Body and Force, Against the Cartesians*; G IV 395, AG 252

¹⁹⁰ 20 June 1703, *Leibniz to De Volder*; G II 251-252, AG 176-177

קטגורמטי של נקודות המוגדרות כמינימום. זוהי הרכבה הטרוגנית משום שהנקודות אינן קיימות באותו ממד גיאומטרי של הקו הרצוף המורכב מהן. הרכבה כזו של רצף מאינסוף נקודות חסרות ממד דומה לעמדתם של קוולירי וגלילאו. על מנת למנוע התפוררות מוחלטת של העולם לנקודות מתמטיות מעגן לייבניץ את קיום החומר בא-לוהים. בשלב השני לייבניץ ממשיך לטעון שאת הרצף מרכיבות אינסוף נקודות אך במקביל משנה מעט את הגדרת הרכיב האלמנטארי של הרצף בשל העובדה שלדעתו מינימום אינו אפשרי. כעת לייבניץ מגדיר את הנקודה כבעלת גודל אבל ללא התפשטות, כלומר כבעלת חלקים אך בלתי ניתנת לחלוקה. הוא רואה את הנקודה הפיסיקאלית החדשה כנטייה רגעית לנוע בהשראת הובס, וכבעלת חיות נפשית-תבונית החולפת בין רגע. בשלב שלישי לייבניץ מוותר על הנקודה לחלוטין ותופס את הרכבת הרצף כהומוגנית מבחינה גיאומטרית. כעת הרצף ומרכיביו חולקים את אותו ממד, כך ששטח מורכב משטחים מזעריים וקו מורכב מקוים מזעריים. בהתאם, יחידות הרצף מוגדרות לראשונה כ'קטנות לאינסוף'. גם בשלב זה תופס לייבניץ את יחידות הרצף כבעלות חיות מנטאלית מסוימת. חיות זו, המשמשת כיסוד מטאפיסי בלתי מתחלק המשמר את החומר, קיימת במובלע ולא במפורש בשל העובדה שכל חלק של הרצף מחולק לאינסוף בפועל ואינו יכול לייצג אותה ישירות. בשלב הרביעי מגיע לייבניץ למסקנה שהרצף כלל אינו מורכב מחלקים. כעת מגיע לייבניץ למסקנה שהרצף המתמטי אינו מורכב מיחידות כלל ושהרכבת שלם מאינסוף חלקים אפשרית רק בשל העובדה שהאינפיניטסימאל הוא פיקציה. מן העבר השני, רצף פיסיקאלי כלל אינו קיים דווקא משום שהוא מורכב מאינסוף חלקים, וכך התנועה הרצופה בעולם כולו אינה אלא קפיצות בלתי פוסקות בתיווכו האינטנסיבי של א-לוהים. הניתוק הקטגורי בין האידיאלי לבין האקטואלי מאפיין את עמדתו הסופית של לייבניץ בנוגע לשאלת הרכבת הרצף. הוא מאפשר להצדיק את התחשיב האינפיניטסימאלי מבחינה מתמטית ולכאורה סותם את הגולל על קיומו של רצף אקטואלי מאינסוף חלקים אינפיניטסימאליים.

התפנית בעמדתו של לייבניץ ביחס לקיומו של רצף אקטואלי מתאפשרת כתוצאה מגילוי עקרון שימור הכוח. בשלב החמישי והאחרון, שב לייבניץ להאמין בקיומו של רצף אקטואלי ובקיומם של אינסוף גורמים שאמנם אינם מרכיבים את הרצף אך ניתן לומר שהם יסודותיו. בשל עיקרון הרצף קובע לייבניץ שבטבע אין קפיצות, וזאת על אף שבאופן עקרוני המציאות האקטואלית מבוססת על הפרשים בלתי נמנעים בין גורמים דיסקרטיים המכוננים אותה. לדעת לייבניץ, ניתן לתפוס באופן רצוף את הקפיצות שבין החלקים האקטואליים המכוננים את המציאות מכיוון שעל פעולת החלוקה מפקח כוח אינסופי באיכותו המחולל אינסוף סינקטגורמטי של תנועות ושינויים בחומר. תהליך הפקה זה של תנועות ושינויים אינו מסתיים לעולם: כשם שכל דיפרנציאל הוא סכום של סדרה אינסופית של חלקים קטנים לאינסוף, כך ניתן להמשיך ולהקטין את הקפיצה בין פאות אינפיניטסימאליות של מצולע אינסופי בכדי שהדמיון בינו לבין מעגל ילך ויגדל אך מצולע אקטואלי לעולם אינו יכול להפוך לזהה עם מעגל אידיאלי מושלם. כיצד אם כן מסתיימת התנועה? כיצד מתקבלים קווי מתאר ברורים לחומר המתחלק לאינסוף בפועל? לדעת לייבניץ לא רק המעגל המושלם מצוי בתודעה כרעיון אידיאלי, אלא כל צורה או תנועה של החומר. בעוד והגורמים המכוננים את המציאות הממשית הם אקטואליים, תכונות פיסיקאליות כצורה, תנועה או טמפרטורה אינן מובחנות במדויק ולכן ניתן לאפיין אותן באמצעות השתנות אינפיניטסימאלית, כלומר כפיקטיביות. לפיכך

לדעת לייבניץ התנועה באמת לעולם אינה מסתיימת אלא רק כמעט-מסתיימת וצורת החומר לעולם אינה קבועה אלא רק כמעט-קבועה. בדרך זו הטבע פועל באופן מתמטי למרות הפער שבין האקטואלי לאידיאלי. 'חוק הסדרה' של הגוף החומרי משמש כגרסה אינדיבידואלית של עקרון הרצף. הוא מקודד בתוך הכוח הפנימי של הגוף ומפקח על תהליכי השינוי החלים עליו כאילו היו איברים בסדרה אינסופית. כמות השינויים בסדרה זו היא אינסופית סינקטורמטית – סדרה אינסופית זו לעולם אינה מסתיימת בפועל אך אנו תופסים אותה כמסתיימת מאחר והאיבר האינפיניטסימאלי שלה הוא פיקטיבי בלבד ואינו אקטואלי. "אין כלל תבנית מסוימת ומדויקת בגופים בשל החלוקה בפועל של החלקים. כך שהגופים היו בלי ספק משהו שבדמיון ובתדמית בלבד, לו היו בהם רק החומר ואופנויותיו (modifications)"¹⁹¹. מכיוון שהגופים אינם רק חומר ואופנויותיו אלא מבוססים על כוח פנימי, הם עצמם אינם דמיוניים אלא רק הצורה והגודל המוגדרים שלהם¹⁹². כך הופך הכוח הפנימי בחומר ליסוד מטאפיסי אחדותי המחולל אינסוף סינקטורמטי של אירועים החלים על הגוף. קיומו של כוח מטאפיסי בחומר מספק פתרון למבוך הרצף ומחבר מחדש באמצעות עקרון הרצף המטאפיסי בין מתמטיקה לפיסיקה.

¹⁹¹ 28 בנובמבר / 8 בדצמבר 1686, 'התכתבות עם ארנו' אגרת י"ז, עמ' 199.

¹⁹² לייבניץ מתייחס במפורש לכך שאלמלא הכוח הפנימי, הגופים אינם אלא אופנים של היש האחד והיחיד הוא א-לוהים (1698, *On Nature Itself*; G VI 508-509, AG 159-160).

חלק ד': תיאולוגיה, לוגיקה, מטאפיזיקה

261	מבוא
262	I. א-לוהים
263	1. ההוכחה האונטולוגית ומגבלותיה
265	2. 'הישות המושלמת ביותר' מול 'המספר הגדול ביותר'
271	3. הפתרון הצורני והמחיר שבהוכחת קיום הא-ל
275	4. על מקור השליחה - אי התאמה בין יסודות פשוטים
283	5. האינסוף המוחלט
291	II. עולמות
291	1. אינסוף-מקסימום – בין אחדות מוחלטת לריבוי סינקטגורמטי
297	2. החל מ-1676: המרחב כמודוס של נוכחות א-לוהית קבועה
305	3. לייבניץ והפילוסופיה של המרחב
305	א. בין ההווה-לאין-מידה של הא-ל לבין המרחב האידיאלי: שלילת מרחב מוחלט
307	ב. בין התפשטות מרחבית של גופים לבין המרחב האידיאלי
312	ג. מרחב אידיאלי גרידא ומרחב אידיאלי אינסופי ומוחלט
332	ד. בין סיטואציה מרחבית לבין מרחב אידיאלי
342	4. העולם על פי לייבניץ
342	א. מרחב פנומנלי והרמוניה קבועה מראש
348	ב. עולם מלא עד למקסימום - לייבניץ והמעברולות של דקארט
357	ג. כלל או תוכנית מרחבית של עולם כמקור לאי התאמה בין עולמות
372	5. שלילת נשמת העולם - הוכחות אפוסטריורי לקיום הא-ל
387	III. אינדיבידואלים
387	1. על טיבן האנליטי של אמיתות הכרחיות וקונטינגנטיות
396	2. ניתוח אינסופי כפתרון מבוך החופש
396	א. אנלוגיה בין סדרות אינסופיות לבין אמיתות קונטינגנטיות: פתרון למראית-עין?
404	ב. על רמות ההכרה ועל הדגמת אמיתות של טענה
412	ג. האינסוף כמפתח לפתרון מבוך החופש ומבוך הרצף
420	ד. דיס-אנלוגיה בין מתמטיקה של סדרה אינסופית ללוגיקה של אמת קונטינגנטית
427	ה. קונטינגנטיות. א-לוהים. אינטואיציה
436	3. מושג שלם של אינדיבידואל
445	4. אינסוף מטאפיזי ביסוד האינדיבידואל - האינסוף הסופי

חלק ד': תיאולוגיה, לוגיקה, מטאפיסיקה

מבוא

חלק זה, החותם את המחקר, מוקדש לניתוח מספר סוגיות בפילוסופיה של לייבניץ שבהן לאינסוף תפקיד מרכזי, והוא מחולק לשלוש חטיבות: א-לוהים, עולמות, אינדיבידואלים. בכל אחת משלוש החטיבות הללו נדרש לייבניץ למובן מטאפיסי של מושג האינסוף, לנוכח העובדה שמובן כמותי של מושג האינסוף מתגלה כבלתי מתאים. השילוב בין שני המובנים הללו לא תמיד מניב תוצאה קוהרנטית.

בחטיבה הראשונה אדון בהוכחה האונטולוגית של אנסלם הקדוש, שנועדה להוכיח אפריורי את קיומו של הא-ל מתוך מושגו בהתבסס על כך שא-לוהים הוא 'הישות המושלמת ביותר'. לדעת לייבניץ ההוכחה אינה שלמה כל זמן שלא הוכח שמושג הא-ל אפשרי, כלומר קונסיסטנטי. הבעיה היא שמושג הא-ל קשור באינסוף באופן שמעורר סתירה. לאור העובדה שימהירות גדולה ביותר או 'צורה גדולה ביותר' אינם מושגים אפשריים על פי לייבניץ בשל הפרדוקסים שמעורר האינסוף, יש מקום לחשוד שמא גם הגדרת מושג הא-ל בעייתית. על מנת להימנע ממסקנה כזו, לייבניץ נזקק למושג א-ל פשוט ויסודי הקשור באינסוף באופן איכותי ולא כמותי ולפיכך אינו מעורר את הפרדוקסים המתמטיים של האינסוף. "האינסופי האמיתי – אם נדייק בדיבורנו – נתון רק בהמוחלט, שהוא קודם לכל הרכבה ואין הוא נוצר על ידי חיבור של חלקים".¹ אך אליה וקוץ בה: שימוש כזה במושג האינסוף הופך את ההוכחה אפריורי לקיום הא-ל למיותרת.

בחטיבה השנייה מוקדשת להבנת 'העולם' על פי לייבניץ ובה בירור האופן שבו מגשר לייבניץ בין אחדותו המוחלטת של הא-ל לבין ריבוי התופעות בעולם. במונחים של מושג האינסוף, מדובר בגשר שבין המובן המטאפיסי המוחלט של האינסוף לבין המובן הכמותי סינקטגורמטי של האינסוף. גשר זה הוא דו כיווני: הוא לא נועד להסביר רק את מעמדו של העולם על פי לייבניץ, אלא גם להוכיח מתוך קיומו של הריבוי בעולם את קיומו של הא-ל. זו הסיבה שבחטיבה זו מטופלות שלוש הוכחות אפוסטריורי לקיום הא-ל שמגבש לייבניץ. ניתן לתאר את הגשר באופן הבא: העולם על פי לייבניץ הינו מקבץ אינסופי של עצמים אינדיבידואליים הנאספים יחדיו על פי תוכנית מרחבית מוקדמת. תוכנית זו היא הערובה לקיומה של הרמוניה בין כל מרכיבי העולם ובאמצעותה באה לידי ביטוי נוכחותו המוחלטת של א-לוהים. כל העולמות האפשריים מוגדרים על ידי תוכניות מרחביות, אך הטוב שבהם הוא זה שתוכניתו כוללת באמצעים הפשוטים ביותר את העושר הרב ביותר של מרכיבים. מעבודותיו המתמטיות על פיתוח התחשיב האינפיניטסימאלי ועל דיפרנציאציה של עקומות לדיפרנציאליים ישרים, מגיע לייבניץ למסקנה שהתוכנית האופטימאלית תהיה זו שתבסס על תכונותיו הגיאומטריות של המרחב האוקלידי. המרחב האוקלידי נחשב כאמת נצחית בשכלו של א-לוהים, ולכן נוכחותו של א-לוהים (הקשורה ברצונו) מופיעה בטוב שבעולמות האפשריים שתוכניתו

¹ 1709, 'מסות חדשות' ספר שני, פרק י"ז [על האינסוף], עמ' 138.

המרחבית מבוססת אופטימאלית על תכונות המרחב האוקלידי. אך העולם איננו עצם המוציא לפועל את תוכניתו, כפי שמחולל כוח את כלל ההפקה הפנימי של הגוף. על מנת להוציא לפועל את התוכנית המרחבית של העולם יש צורך באינסוף עצמים אינדיבידואליים. כל אחד מאלו מבטא מנקודת ראותו הייחודית את התוכנית הכללית של העולם. כך, נוכחות הא-ל בעולם איננה מותנית רק בקיומה של תוכנית אופטימאלית מופשטת אלא גם במימושה על ידי צירוף סינגולארי של גורמים מטאפיזיים סינגולאריים.

החטיבה השלישית והאחרונה מיועדת להבנת תפקיד האינסוף בהגדרת העצם האינדיבידואלי אצל לייבניץ. בחלק ג' כבר תוארה בפירוט רב נקודת המבט הפיסיקאלית של לייבניץ על הכוח שביסוד העצם הגופני ועל עקרון הרצף המסדיר את פעילותו. כוח זה, שלייבניץ מכנה 'אינסופי', הינו היסוד הקבוע של הגוף, המוציא לפועל את התוכנית המרחבית הפנימית של העצם האינדיבידואלי על פי אמות מידה מתמטיות של עקרון הרצף. חטיבה זו אינה עוסקת בהיבטים הפיסיקאליים אלא בהיבטים הפילוסופיים של תפיסה זו של האינדיבידואל. היא דנה בשאלה האם ניתן להימנע מדטרמיניזם לנוכח קיומו של אלגוריתם פנימי המגדיר את האינדיבידואל מבחינה מושגית. שאלה זו, שלייבניץ מכנה 'מבוך החופש', ניתנת להתרה לדעתו באמצעות "שיקולים מתמטיים הקשורים בטבעו של האינסוף"². כפי שנראה להלן, התרת מבוך החופש מבוססת על מהלך דומה לזה שאיפשר את התרת מבוך הרצף בחלק ג' – דהיינו, באמצעות שימוש במעמד הפיקטיבי של האינפניטיסימאליים אצל לייבניץ. מתוך הפתרון מתבררים גם הבדלים חשובים בין האינסוף המוחלט הוא א-לוהים לבין האינסוף המוגבל הוא העצם האינדיבידואלי, הן מבחינה מושגית והן מבחינה מטאפיזית.

I. א-לוהים

בשיטתו הפילוסופית של לייבניץ, א-לוהים משמש כנקודה ארכימדית. למרות המקום הנכבד שלייבניץ מייחד לריבוי, לשונות ולמגוון במשנתו, כל אלה אינם מתאפשרים בלעדי האחדות הא-לוהית. עם זאת, המחויבות הנחרצת שמביע לייבניץ בנוגע לריבוי אינה מתיישבת תמיד בקלות עם האחדות הא-לוהית. ראסל אף מיהר לקבוע שהתיאולוגיה היא התחום החלש ביותר בשיטה הלייבניציאנית כולה³. לדעתו הדיון שמקיים לייבניץ בנוגע למושג הא-ל רצוף סתירות בראש ובראשונה משום שבין מוניזם פנתיאיסטי לבין פלורליזם אתיאיסטי לא קיימת אפשרות שלישית. אני סבור שישנם אמנם קשיים בתיאולוגיה של לייבניץ שנראים בלתי פתירים, אך אין בכך כדי להצדיק את עמדתו הגורפת של ראסל⁴. כפי שנראה בחטיבה זו, כאשר לייבניץ מדבר על האינסוף הוא אינו מביע מחויבות אך ורק כלפי הריבוי אלא גם כלפי האחדות העומדת בבסיסו.

² 1689?, *On Freedom*; FC 180-181, AG 95

³ Russell 1900, 172

⁴ ראסל מזהה את הפנתיאיזם כעמדה דתית יחידה ושולל הצדקה פילוסופית עבור כל סוגי העמדות הדתיות האחרות. סביר להניח שראסל הגיע למסקנה כזו בשל עמדתו הפאנלוגיסטית (והאידיאליסטית). אולם עמדה דתית יכולה להכיר בקיומו הריאליסטי של העולם מבלי לשלול על ידי כך את קיומו האחדותי של א-לוהים. עמדה כזו אינה קונצנטרית כלומר מבוססת על מוקד אחד ממנו היא גוזרת הכל (ריבוי או אחדות) אלא אליפטית כלומר מבוססת על שני מוקדים בלתי

בכתביו של לייבניץ מופיעות ארבע גרסאות של הוכחות לקיום הא-ל ובכולן לאינסוף תפקיד עיקרי: (1) **ההוכחה האונטולוגית** שבה קיום הא-ל הוא פועל יוצא הכרחי של שלמותו (ואינסופיותו) המושגית של א-לוהים; (2) **ההוכחה הקוסמולוגית** שעל פיה שרשרת הסיבות והתוצאות בעולם אינה יכולה להתרחש ללא גורם המצוי מחוץ לשרשרת אינסופית זו, כלומר א-לוהים; (3) **ההוכחה הקשורה באמיתות הנצחיות**, הכורכת את קיומם של אמיתות כאלה עם היותן נחשבות בשכל נצחי א-לוהי; ו- (4) **ההוכחה בנוגע להרמוניה** ולסדר בעולם, שעל פיה התאמה וסנכרון מדויקים בין כל אינסוף הגורמים בעולם נובעים בלעדית מקיומו של בורא. מתוך ארבע ההוכחות הללו, רק ההוכחה האונטולוגית הינה הוכחה אפריורי לקיום א-ל, ומשום כך לייבניץ מייחס לה חשיבות מיוחדת. שאר ההוכחות הן הוכחות אפוסטריורי ומשום כך מעמדן חלש יותר. בחטיבה זו אתמקד בהוכחה האונטולוגית, בתקפותה ובהשלכותיה. את הדיון על תפקידו של האינסוף בהוכחות האפוסטריוריות אשאיר לחטיבה הבאה הקשורה ביחס שבין א-לוהים והעולם.

עיקרה של חטיבה זו בשאלה האם מושג הא-ל המוגדר כישות המושלמת ביותר⁵ אפשרי. כפי שהראה נחתומי, מושג זה בנוי באותה צורה כמו המושג 'המהירות הגבוהה ביותר' של לייבניץ תפס כמושג בלתי אפשרי המכיל סתירה. על לייבניץ, המבקש הוכחה אפריורי לקיום הא-ל, לנמק מדוע הצטברות אינסופית של מהירות או גודל איננה אפשרית ואילו מושג הא-ל הקשור באינסוף איננו בעייתי באותה מידה. הפתרון המוצע לבעיה הוא בבחינת אליה וקוץ בה: הגם שמושג הא-ל אינו באמת מוטל בספק בעיני לייבניץ ('האינסופי האמיתי איננו מודיפיקציה; הריהו המוחלט'⁶), הוא גם אינו נגיש לחקירה פילוסופית ולוגית. רקונסטרוקציה של עמדת לייבניץ מלמדת שהמאמץ להוכיח שהריבוי האינסופי המגדיר את א-לוהים אפשרי תלוי באופן פרדוקסאלי על אחדות אינסופית פשוטה שלא ניתן להבינה. דומה שתקוותו של לייבניץ לגבש הוכחה אפריורי לקיום הא-ל מתבררת כבלתי אפשרית, הגם שלייבניץ אינו מודה בכך.

1. ההוכחה האונטולוגית ומגבלותיה

ההוכחה האונטולוגית, שגובשה לראשונה על ידי אנסלם הקדוש⁶ ואומצה על ידי דקארט במדיטציה החמישית של ה'הגיונות' שלו, מספקת ראיה אפריורי לקיומו של א-לוהים משום שהיא מבוססת על קשר ישיר בין מהותו של א-לוהים לבין קיומו⁷. הבעיה היא שעל מנת להפעיל אותה יש

תלויים (דוגמא לכך ניתן לראות אצל ברנדס תשס"ז). כפי שנראה מייד לייבניץ מתייחס לאינסוף באופן כפול מלכתחילה ולכן המובן הסינקטגורמטי שלו אינו שולל את המובן המוחלט שלו או להיפך. לדעתי, קיים בכל זאת מפתח להבנת החיבור שבין האחדות לבין הריבוי בשיטה הלייבניציאנית והוא נעוץ בעיקרון הרצף שראסל ממעט בחשיבותו (*ibid.*, 63), כפי שהודגם בהצגת התיאוריה הפיסיקאלית הסופית של לייבניץ בחלק הקודם. יחד עם זאת, עקרון הרצף אינו ישים לפתרון בעיות הקשורות במושג הא-ל.

⁵ 1709, 'מסות חדשות' ספר שני, פרק י"ז [על האינסוף], עמ' 139.

⁶ אנסלם, 'הפרוסלוגיון', פרקים ב-ד. מתורגם אצל בראון 1995, 131-133. לדיון אנליטי בהוכחה ראו בראון 1984, 76-113.

⁷ "God is a being from whose possibility (or, from whose essence) his existence follows. If a God defined in this way is possible, it follows that he exists. It is the same for existence to follow from the possibility of something, as it is for existence to follow from the essence of something. For the essence of a thing is the same as a special reason for possibility, i.e., from the conception of which it is conceived distinctly or a

צורך לקבוע מהי המהות הא-לוהית – עניין פרדוקסאלי בפני עצמו. על מנת לעקוף את המכשול ניתן להגדיר את א-לוהים באופן שלילי: א-לוהים הוא ישות שאין שלמה ממנה, או בניסוח אחר, א-לוהים הוא הישות המושלמת ביותר. קיומו של א-לוהים נובע מהגדרה כזו של מושג הא-ל משום שאי-קיום הינו חסרון. מכאן שישות שלמה ביותר מכילה באופן מושגי בתכונותיה גם את קיומה.

In the chapter of St. Thomas' *Summa Contra Gentiles* which is entitled "Whether the existence of God is known *per se*," there is a reference to an elegant argument which some use to prove the existence of God. The argument is: God is that than which nothing greater can be thought. But that than which nothing greater can be thought cannot not exist. For then some other thing, which cannot not exist, would be greater than it. Therefore God cannot not exist. This argument comes to the same as one which has often been advanced by others: namely, that a most perfect being exists. St. Thomas offers a refutation of this argument, but I think that it is not to be refuted, but that it needs supplementations. For it assumes that a being which cannot not exist, and also a greatest or most perfect being, is possible.⁸

כפי שניתן לראות לייבניץ אינו פוסל את ההוכחה, אך מודע לכך שאין היא שלמה.⁹ על מנת שניתן יהיה להוכיח מהגדרת מושג הא-ל את קיומו עלינו להיווכח לפני כן שמושג הא-ל אפשרי. כבר בחיבור 'וידוי של פילוסוף' משנת 1673 לייבניץ קובע כי השאלה אם מושג כלשהו אפשרי נקבעת ביחס לעצמו ללא קשר לגורמים שמחוץ לו. לפיכך אפשרות תלויה בקוהרנטיות פנימית, העדר-אפשרות קשורה בסתירה פנימית ואילו הכרחיות היא כל מה שהיפוכו אינו אפשרי.¹⁰ שלוש עשרה שנים לאחר מכן מצהיר לייבניץ על ההוכחה האונטולוגית כמניע עיקרי לפיתוח קריטריון הגדרה אמיתית (ומשוללת סתירה) של מושגים.¹¹ השאלה כעת היא האם המושג של הישות המושלמת ביותר הוא קונסיסטנטי.

priori that the thing is possible." (Dec. 1676, *A Definition of God, or, of an Independent Being*; A 6.3 583, PDSR 105-107)

⁸ שימוש אחר בהוכחה האונטולוגית: הוא הגדיר את א-לוהים כסיבת עצמו (אתיקה, חלק א, הגדרה א ומשפט ב), כלומר כישות הכרחית שקיומה נובע ממהותה. גרסא זו של ההוכחה האונטולוגית מופיעה במפורש גם אצל לייבניץ בדצמבר 1676 ("A necessary being is the same as a being from whose essence existence follows... such that for it not to exist would imply a contradiction, and so would conflict with the concept or essence of this being. (Dec. 1676, *A Definition of God, or, of an Independent Being*; A 6.3 583, PDSR 107) יש ולייבניץ אף מעדיף גרסה זו של ההוכחה האונטולוגית על פני הגרסה המקובלת מאחר ואין בה אזכור בעייתי של האינסוף (Parkinson 1992, xx), אך למעשה השאלה האם מושג הא-ל אכן אפשרי קיימת בשתי הגרסאות באותה מידה. ניתן לראות שלייבניץ רומז לכך בסיומו של הקטע שצוטט לעיל. התייחסות לא-לוהים כהכרחי מנקודת מבט של שרשרת הסיבות בטבע או מנקודת המבט של ההרמוניה אינה מועילה משום שהיא מספקת צידוק אפוסטריורי להוכחה אפריורי.

⁹ יחס דומה להוכחה האונטולוגית מצד לייבניץ מופיע לאורך כל הקריירה שלו, למשל בספרו 'מסות חדשות' שלושים שנה מאוחר יותר (1709, 'מסות חדשות' ספר רביעי, פרק י' [על הידיעה שיש לנו על מציאות הא-ל], סעיף 7).

¹⁰ 1673, *Confessio Philosophi*; A 6.3. 127-128, S 55-57

¹¹ "A real definition is one according to which it is established that the defined thing is possible, and does not imply a contradiction. For if this is not established for a given thing, then no reasoning can safely be undertaken about it, since if it involves a contradiction, the opposite can perhaps be concluded about the same thing with equal right. And this was the defect in Anselm's demonstration, revived by Descartes, that a most perfect or greatest being must exist, since it involves existence. For it is assumed without proof that

על פי לייבניץ א-לוהים אינו יכול להיות קיים אם הוא אינו אפשרי. המסורת הדתית מעולם לא העריכה שיש צורך לוודא פילוסופית שא-לוהים אכן אפשרי במנותק ממהותו הפעילה אם ברצונה לטעון שהוא קיים, ומבחינה זו נראה שלייבניץ מבצע מהלך המנוגד למסורת הדתית שאליה הוא עצמו משתייך¹². אך לדעתי המאמץ לבחון אם מושג הא-ל אפשרי אינו יכול לשאת פירות. באופן פרדוקסאלי מאמץ כזה, שנדמה כמנוגד למסורת הדתית, מבוסס על מושג א-ל בלתי מעורער הדומה לזה של המסורת הדתית. כוונתי לכך שמושג נחשב אפשרי אם אינו מכיל סתירה פנימית, כלומר אם חיבור יחד של כל המרכיבים היסודיים שלו אינו מוביל לסתירה. מכאן שרק מושג מורכב, כלומר רק מושג בעל מרכיבים פנימיים, יכול להיות מועמד לבחינה האם הוא אפשרי או לא¹³. מושג פשוט חסר מרכיבים הוא בלתי נגיש לבדיקה כזו ולכן השאלה האם הוא אפשרי או לא נותרת חסרת מענה. מכאן שהתנאי לבדיקת אפשרותו של מושג הא-ל הוא שמושג זה יהיה מורכב ולא פשוט – אך זהו אינו המושג האינטואיטיבי של המסורת הדתית. א-לוהים נתפס כמצוי מעבר לכל הגדרה מכיוון שא-לוהים נתפס כיש פשוט גם מבחינה מושגית ולא רק מבחינה אונטולוגית. העובדה שלייבניץ מחפש ראייה לכך שמושג הא-ל הוא אפשרי מצביעה על כך שהוא בכל זאת אינו חורג מהמסורת הדתית ההיסטורית: מושג הא-ל שאותו הוא חוקר אינו המושג הפשוט והיסודי של א-לוהים אלא מושג אחר, מורכב. יתרה מכך, בהמשך ניווכח שחקירתו של לייבניץ את מושג הא-ל כ"ישות המושלמת ביותר" לא רק שאינה מנוגדת למסורת הדתית אלא שהיא תלויה בקיומו של מושג הא-ל "המוחלט והפשוט" ומאבדת את משמעותה בלעדיו. אולם פרשנות כזו איננה בבחינת פתרון אלא בבחינת ביקורת כלפי לייבניץ מכיוון שעל פיה המאמץ לגבש הוכחה אפריורית לכך שמושג הא-ל אפשרי אינו יכול להצליח.

2. 'הישות המושלמת ביותר' מול 'המספר הגדול ביותר'

בדצמבר 1675 דומה שלייבניץ מגיע למסקנה שנושא הוכחת קיום הא-ל אפריורי מסובך למדי. בנקודת הזמן הזו לייבניץ כבר מצוי בשלהי עבודתו המתמטית על התחשיב החדש והוא מתפנה בהדרגה למחשבות פילוסופיות על טיבו של האינסוף. הוא חוזר לעמדה שאותה הביע שלוש שנים קודם לכן בנובמבר 1672 בדבר שלילת מקסימום ומינימום: אינסוף אינו יכול להיות שלם ואינפניטיסימאל אינו יכול להיות אפס, ולפיכך ריבוי אינסופי אינו ניתן לארגון כקולקציה וחלוקה אינסופית לעולם אינה מסתיימת¹⁴. במכתב לאולדנבורג מדגיש לייבניץ לא רק את הצורך להוכיח שמושג הא-ל אפשרי על מנת להפוך את ההוכחה האונטולוגית לתקפה, אלא גם את הקשיים הכרוכים בכך בשל הקשר בין מושג הא-ל לבין האינסוף. אם "המספר הגדול ביותר" אינו קיים יש יסוד סביר להניח שהמושג "ישות מושלמת ביותר" הוא בעייתי באותה מידה.

Whatever the conclusions which the scholastics [...] and others derived from the concept of that being whose essence is to exist, they remain weak as long

a most perfect being does not imply a contradiction; and this gave me the occasion to recognize what the nature of a real definition is." (Ca 1686-1688, *A Specimen of Discoveries*; A 6.4 1617, LLC 305-307)

¹² Parkinson 1992, xix

¹³ Russell 1900, 20-21

¹⁴ ראו בחלק ב' פרק 2.2 ובחלק ג' פרק 3 ואילך.

as it is not established whether such being is possible, provided it can be thought. To assert such a thing is easy; to understand it is not so easy. Assuming that such a being is possible or that there is some idea corresponding to these words, it certainly follows that such a being exists. But we believe that we are thinking of many things (though confusedly) which nevertheless imply a contradiction; for example, the number of all numbers. We ought strongly to suspect the concepts of infinity, of maximum and minimum, of the most perfect, and of allness (*omnitnias*) itself. Nor ought we to believe in such concepts until they have been tested by that criterion which must, I believe, be credited to me, and which renders truth stable, visible and irresistible.¹⁵

במכתב לאולדנבורג לייבניץ טוען שבידיו הקריטריון לבדיקת אפשרותו של מושג, שכאמור פותח ידו שנתיים קודם לכן. הקריטריון שבאמצעותו לייבניץ מבקש לבדוק אם מושג כלשהו אפשרי או לא מבוסס על חשיבה בו זמנית של כל המרכיבים הפשוטים של המושג. אך לייבניץ מודע לכך שבחשיבה בו זמנית לא נוצר איחוד של מרכיבי המושג אלא רק של המונחים הלשוניים המייצגים אותם. חיבור אמיתי של המרכיבים לכדי מושג מורכב קיים רק אצל א-לוהים. האם זה מפני שרק א-לוהים מסוגל למחשבה בו זמנית של כל מרכיבי המושג המורכב או מפני שא-לוהים תופס באופן בלתי אמצעי את המושג המורכב במנותק מחיבור המרכיבים שלו? לייבניץ אינו מפרט בשלב זה¹⁶. כרגע הוא רק מדגיש את המגבלות של הקריטריון שלו: שימוש בסמלים או במונחים לשוניים מספק לדעת לייבניץ שיטת חשיבה נגישה וזמינה, בשונה ממדיטציה חופשית בלתי שיטתית¹⁷, אך המחיר ליעילות שיטתית זו מופיע בשאלה האם החיבור בין הסמלים או המונחים אכן תקף. אם חשיבה בו זמנית מסתמכת על סימנים והגדרות ולא על המחשבות עצמן, מהי רמת הוודאות שניתן לייחס לקריטריון בדיקת אפשרות של מושג מורכב? אין לנו מושג שלם של מעגל, למשל, שביחס אליו אנו יכולים לשאול אם הוא אפשרי או לא. מה שזמין בתודעתנו הוא רק אוסף של תכונות המעגל (צורה, הגדרה גיאומטרית) שאותן אנו תופסים בזו אחר זו. המושג השלם של המעגל בתודעתנו הוא "אגרגט של סמלים" ותו לא. עם זאת, העדר וודאות במקרה של מעגל אינו קריטי, מכיוון שכל תכונה של המעגל מספקת אמדן משוער של המושג המורכב. אמנם המושג המורכב אינו שלם ללא כל התכונות או המרכיבים אבל כל

¹⁵ Letter to Oldenburg, December 1675; GM I 83-84, L 165-166

¹⁶ בהמשך, לאחר הבנת מעמדו הפיקטיבי של האינפיניטיסימאל, מייחס לייבניץ לא-לוהים יכולת לתפוס באבחה אחת את האמת שאותה ניתן לחשוף לאחר אינסוף צעדים. אין הכוונה שא-לוהים מסוגל לסיים תהליך אינסופי – משום שסיום תהליך אינסופי מהווה סתירה שגם א-לוהים אינו יכול להתגבר עליה – אלא שלא-לוהים גישה לאמיתות מעבר לניתוח האינסופי שלהן. במילים אחרות, מהותו ויכולתו של א-לוהים קשורות לשלמות ולפשטות המצויות מעבר לחיבור או לחלוקה אינסופיים. הרחבה בעניין זה ראו בחטיבה השלישית של חלק זה העוסקת באינדיבידואל ובניתוח אינסופי של אמיתות קונטינגנטיות.

¹⁷ What procedure by means of definitions adds to procedure by means of ideas is that thought becomes fixed, so that it can always be accessible to ourselves and to others, and so that the whole of our thought procedure can be seen at a glance. A connection of definition makes a demonstration. A procedure by definition is to a procedure by ideas as a procedure by drawing is to a procedure by mere imaginations which, being inconstant in themselves, are fixed in this way (Second half of Dec. 1675, *On Mind, the Universe, and God*; A 6.3 462, PDSR 3)

אחת מהתכונות מספיקה בכדי לתת תמונה כללית של המושג המורכב. כך שניתן לסמוך באופן כללי על חיבור של מונחים לשוניים או סמלים על מנת להעריך אם מושג מורכב אפשרי או לא¹⁸. אך המקרה של מושג הא-ל שונה בתכלית. אין שום קשר בין התכונות או הרכיבים כשלעצמם לבין החיבור ביניהם שאמור להניב את מושג הא-ל המורכב. אין לנו גישה למושג הא-ל ללא קשר לשאלה איך נגדיר את א-לוהים או את תכונותיו. התוצאה היא ערפל מוחלט באשר לשאלה האם מושג הא-ל אפשרי או לא:

When I think of something than which a greater can not be thought, I think of something different from when I think separately of the ideas of the individual things that are comprehended under these words, namely "something," "greater," "be thought," "not," "can". I have separately the idea[s] [...] so I think of the one after the other. Later, I do not join the ideas of these things to one another, but I join only the word or symbols, and I imagine that I have the idea of that which a greater can not be thought – as if I were thinking of all these as the same time. In this, we deceive and we are deceived, and this is the origin of error about ideas. We have the ideas of simples, we have only the symbols of composites [...] So it does not therefore follow that, when we have the ideas of those things that enter into the definition of some thing, we thereby have the idea of the whole – unless we can think of them all at the same time [...] But we do not have the idea of God, however we define him. And this brings it about that we cannot easily judge about the possibility of a being from the fact that its requisites can be thought, when we have thought of the requisites individually and have not jointed them into one.¹⁹

בשלב זה מתברר שהמשימה להוכחת אפשרות מושג הא-ל בעייתית במיוחד. לא רק שהמושג "הישות המושלמת ביותר" מכיל תכונות ומרכיבים שאינם מספיקים כשלעצמם ושחיבורם יחד אינו אפשרי עבור תודעה סופית. הבעיה מתעצמת כאשר כמות התכונות הכלולות במושג המורכב של א-לוהים היא אינסופית. כפי שהראה נחתומי היטב במאמרו, לייבניץ היה מודע לחלוטין למתח שבין מושג הא-ל כישות המושלמת ביותר לבין המספר הגדול ביותר או המהירות הגבוהה ביותר, והדבר

¹⁸ "And so we do not have any *idea* of a circle, such there is in God, who thinks all things at the same time. There is in us an image of a circle, and also a definition of a circle, and there are in us the ideas of those things which are necessary for a circle to be thought... its essence is known to us – but only part by part. If we were to think of the whole essence of a circle at the same time, then we would have the idea of a circle. Only God has the ideas of composite things; in the meantime, we know the essence of a circle by thinking of its requisites part by part. The deficiency of the idea that we have is made good by some sensible image, or by a definition; that is by an aggregate of symbols, in which there is no need of similarity." (Second half of Dec. 1675, *On Mind, the Universe, and God*; A 6.3 463, PDSR 5-7) זה, יש לראות את המבנה הסמיוטי של השפה כמייצג באופן עמוק את הממשות, אליבא דלייבניץ. יש ביכולתנו לקבוע האם מושג כלשהו מכיל סתירה פנימית, גם אם אין ביכולתנו לתפוס אותו באופן מלא. זאת משום שסמלים לשוניים שבהם אנו עושים שימוש מוקפד מייצגים נאמנה את היחס הפנימי בתוך המושג (Dascal 1987, 51). נושא ההתאמה בין הסימן הלשוני לבין הממשות יפורט בהרחבה בדיון על האנליטיות של האמת, להלן בפרק הראשון שבחטיבה השלישית.

¹⁹ Second half of Dec. 1675; *On Mind, the Universe, and God*; A 462-463, PDSR 3-5

ניכר כבר בחיבורים מדצמבר 1675, וביניהם מכתבו של לייבניץ לאולדנבורג שהוזכר לעיל²⁰. "מספר כל המספרים" או "המספר הגדול ביותר" אינו אפשרי. אי אפשרותו נובעת מסתירה בין המונחים המרכיבים אותו: "מספר", "הגדול", "ביותר". מספר הוא תמיד גודל סופי נתון, שתמיד ניתן יהיה להגדילו (נאמר ב-1). גם התוצאה תהיה מספר, סופי בתורו, שאותו ניתן להגדיל שוב. המספר, מעצם הגדרתו כחיבור של יחידות, אינו מתיישב עם צירוף המונחים "גדול ביותר". כל זמן שהמושג "הישות המושלמת ביותר" או המושג "הישות שאין שלם ממנה" נבחנים בדומה ל"מספר הגדול ביותר" הם מתבררים כבלתי אפשריים באותה מידה²¹. כל אחד מהמונחים "ישות", "שאינו", "שלם", "ממנה", ניתן לחשיבה באופן עצמאי ובלתי תלוי באחרים, אך חשיבה בו זמנית של כולם יחד מולידה את אותה סתירה שמניב המושג "המספר שאין גדול ממנו". אינסוף התכונות הכלולות במושג הא-ל אינן יכולות להניב שלם. אינסוף הסמלים המייצגים תכונות אלו אינם יכולים לכוון מושג קוהרנטי:

The number of all numbers is a contradiction, i.e., there is no idea of it; for otherwise it would follow that the whole is equal to the part, or that there are as many numbers as there are square numbers. The most rapid motion is an impossible concept [...] Since the number of all numbers is a contradiction, it is evident that *all intelligible things cannot constitute a whole*.²²

כל הדברים הניתנים לחשיבה אינם מרכיבים שלם משום שישנה כמות אינסופית מהם. אולם מייד בהמשך לייבניץ טוען טענה הפוכה: כל הדברים שהיו, הינם ויהיו דווקא כן מרכיבים שלם.

All things which are, will be, and have been, constitute a whole.²³

כמה מילים על ההקשר שבו מופיעות ההתבטאויות הללו: בשל הדיון בקריטריון בדיקת אפשרות של מושג, לייבניץ מתייחס גם לאי-אפשרות. הוא מבחין בין אי אפשרות מושגית-לוגית (סתירה פנימית) לבין אי אפשרות קיומית (אי התאמה עם דברים קיימים אחרים). בשלב זה לייבניץ עדיין אינו החלטי בנוגע להצדקת ההבחנה הזו²⁴. מכל מקום, כל מה שהתקיים, מתקיים או עתיד להתקיים

Nachtomy 2005, 53-56²⁰

לשון אחר: כל זמן שמושג הא-ל מוגדר בדומה למספר כחיבור של יחידות, הוא אינו יכול להיות אפשרי. נחתומי (Nachtomy 2005, 56) מצביע על כך שלייבניץ אינו מהסס לעשות אנלוגיה בין א-לוהים לבין מספר המוגדר מיחידות () "It seems to me that the origin of things from God is of the same kind as the origin of properties from an essence; just as $6 = 1+1+1+1+1$, therefore $6 = 3+3, = 3 \times 2, = 4+2$, etc. [...] So, just as these properties differ from each other and from essence, so do things differ from each other and from God." (Second half? of April 1676, *On the Origin of Things from Forms*; A 6.3 518-519, PDSR 77) באנלוגיה זו לייבניץ מקפיד להימנע מלהזכיר את האינסוף משום שאז הן המספר והן א-לוהים הופכים בלתי אפשריים. בחטיבה הבאה המוקדשת לחקר העולם אצל לייבניץ אתייחס באופן מפורט לטקסט זה (פרק 2).

Second half of Dec. 1675; *On Mind, the Universe, and God*; A 463, PDSR 7 (my italic)²²

Ibid.; A 463-464, PDSR 7²³

"Impossible is a two-fold concept: that which does not have essence, and that which does not have existence, i.e., that which neither was, is, nor will be because it is incompatible with God, or, with the existence or reason which brings it about that things exist rather than not exist. One must see if it can be proved that there are essences which lack existence, so that it cannot be said that nothing can be conceived which will not exist at some time in the whole of eternity. All things which are, will be, and have been, constitute a whole. Whatever is incompatible with what is necessary is impossible [...] there is a two-fold reason for impossible problems: one, when they are analyzed into a contradictory equation, and the other,

לוקח חלק בהגדרת העולם כמכלול, ומדובר בכמות אינסופית של דברים משום שלציר הזמן אין בהכרח התחלה וסוף. בהקשר זה קובע לייבניץ שכמות אינסופית של דברים דווקא יכולה להניב שלם. אך כיצד יש להבין שתי טענות מנוגדות הנאמרות בזו אחר זו? האם אינסוף מרכיבים יכולים להניב שלם או לא?

חשיבה בו זמנית של אינסוף מחשבות או חיבור של אינסוף דברים אינם מניבים שלם. אבל שלם יכול להיות קיים מעבר לאינסוף הדברים הנדרשים לחיבור. למעשה, אם שלם אכן קיים באופן עצמאי ובלתי תלוי באינסוף התכונות או המרכיבים ניתן לטעון שאינסוף התכונות נובעות מהשלם. ניתן לכן לומר שהמושג המורכב של "הישות המושלמת ביותר" אינו אפשרי בדיוק כפי שמספר אינסופי אינו אפשרי; המושג המורכב של א-לוהים אפשרי רק אם הוא נובע ממושג פשוט ומוחלט של א-לוהים הכולל את כל השלמויות. כלומר, רק בהינתן שלם ניתן לומר שקיימים אינסוף חלקים. כמות החלקים במקרה כזה תהיה אינסופית באופן פוטנציאלי בלבד, כך ששכימה של כל החלקים תהיה מבוססת על חלקים בלתי מובחנים או פיקטיביים כפי שראינו בחלק המתמטי של המחקר. פירוש הדבר מבחינה תיאולוגית הוא שא-לוהים מכיל את כל השלמויות באופן שלם ופשוט ולא באופן מובחן. יהיה מדויק יותר לומר שהוא קודם לכל השלמויות המובחנות ואינו נובע מחיבורן. מאמץ לתפוס את מהותו של א-לוהים מתוך חיבור של אינסוף השלמויות שלו אינו יכול להצליח אפילו מנקודת מבט בלתי מוגבלת כשל א-לוהים משום שאינסוף חלקים מובחנים אינם יכולים להניב שלם בשום אופן. זו גם הסיבה שא-לוהים בעצמו אינו יכול לחשוב את כל אינסוף המחשבות בו זמנית, אם מחשבותיו הן מובחנות כפי שאנו מצפים שתהיינה. לכל היותר ניתן לומר שאינסוף מחשבותיו המובחנות של א-לוהים נובעות מעצם קיומו או מנוכחותו הטוטאלית הפשוטה, אבל אז אנו מתייחסים לאינסוף סינקטגורמטי של מחשבות – כמות שתמיד ניתן להגדילה ללא גבול²⁵.

אי לזאת סביר להניח שזיהוי אינסוף חלקים כשלם אצל לייבניץ מבוסס על קיומו הראשוני של שלם פשוט וחסר חלקים. במאמרו מגיע נחתומי למסקנה שלייבניץ הסכים עם שפינוזה והגדיר את מושג הא-ל באמצעות אינסוף איכותי המצביע על אחדות (ש'הכלי כלול בה) ולא באמצעות אינסוף כמותי המצביע על ריבוי²⁶. שפינוזה תפס ביטויים כמותיים (ובהם גם האינסוף הכמותי) כרלוונטיים לאופני העצם בלבד ולעולם לא לעצם עצמו²⁷. לפיכך השימוש שעשה שפינוזה במושג האינסוף ביחס לעצם (הוא א-לוהים) היה באופן קבוע א-כמותי. נחתומי מציע לראות דמיון בעניין זה בין שפינוזה

when there is an analysis into an imaginary quantity, for which no place can be understood. This is an excellent image of those things which neither have been, nor are, nor will be." (*Ibid.*; A 463-464, PDSR 7) בסיום הקטע לייבניץ טוען שחוסר אפשרות לוגית מוביל למשוואה סתירתית, ואילו חוסר אפשרות קיומית מוביל לתוצאה דמיונית. המונח 'דמיוני' מכוון כאן למספרים הדמיוניים (שורשים של מספרים שליליים) שאינם יכולים להתבטא במציאות הממשית. תוצאה דמיונית פירושה תוצאה לא ריאלית, כלומר תוצאה שאינה מתאימה לשאר הדברים הקיימים כבר בעולם ולכן לא נבחרה להתממש על ידי א-לוהים, אך היא עודנה אפשרית לוגית ומושגית. לייבניץ עושה שימוש רב בחלומות ובדמיונות בכדי להמחיש את ההבדל בין סתירה לוגית לבין אפשרות שאינה קיימת מאחר ואינה מתאימה עם שאר הדברים שהתקיימו, מתקיימים או יתקיימו בעולם.

²⁵ כפי שניתן לראות, מנקודת מבט כזו הדיון במושג המורכב של א-לוהים הופך להיות אפוסטריורי, הואיל והוא מתייחס לריבוי המגדיר את המושג המורכב כנובע מהאחדות המגדירה את המושג הפשוט של א-לוהים. הנביעה של הריבוי מהאחדות היא נביעה של העולם (או תנאי האפשרות של העולמות) מא-לוהים ולפיכך מושג הא-ל בהקשר הזה אינו מנותח אפריורי.

²⁶ Nachtomy 2005, 60-61

²⁷ ראו בחלק א' העוסק בהיסטוריה של האינסוף בפרק על תפיסת האינסוף של שפינוזה.

ללייבניץ, מכיוון שלדעתו גם לייבניץ הוציא מהגדרת מושג הא-ל כל אלמנט כמותי, ולפיכך האינסוף המאפיין את א-לוהים הוא אחדותי לחלוטין ואיכותי במהותו²⁸. עם זאת, לאור ההשוואה בין שפינוזה ללייבניץ מדגיש נחתומי שהמובן האיכותי של האינסוף איננו מושגי. אצל שפינוזה אין הבחנה בין מהות לבין קיום ועל כן אין דרישה שמושג הא-ל יוכח כאפשרי בטרם יוכר קיומו. בשל כך מושג הא-ל של שפינוזה המוגדר באמצעות אינסוף איננו מושג מופשט אלא מהות פעילה מושלמת. לטענת נחתומי, ההבחנה שמבחין שפינוזה בין אינסוף כמותי המתאים לאופנים לבין אינסוף איכותי המתאים לעצם הא-לוהי הולמת עבור לייבניץ, אך אינה מובילה לפתרון הבעיה בהוכחה שהמושג "הישות המושלמת ביותר" אכן אפשרי. הבעיה קיימת כבר ברמה המושגית ואילו אינסוף איכותי מאפיין את אחדותו הממשית של א-לוהים.

אני סבור שניתן לקחת את קביעתו של נחתומי גם בהקשר המושגי. הא-ל אצל לייבניץ הוא ישות פשוטה ואינסופית במובן א-כמותי ולפיכך גם הגדרת מושגו אינה כוללת מרכיבים או ניתנת לניסוח באמצעות מונחים כלשהם והיא מציינת את האחדות הכוללת של הא-ל. כעת, להגדרת מושג הא-ל באמצעות אינסוף איכותי יש חשיבות בהקשר של ההוכחה האונטולוגית מכיוון שלא רק שהיא אינה פותרת את הבעיה של "הישות המושלמת ביותר" אלא אפילו מחדדת אותה. שימוש במובן המושגי של אינסוף איכותי בהקשר הזה הופך את בחינת אפשרות מושג הא-ל למיותרת. פתרון כזה רק מבהיר עד כמה המושג המורכב של "הישות המושלמת ביותר" אכן אינו אפשרי כל זמן שהוא נבחן כשלעצמו. אם המושג המורכב של "הישות המושלמת ביותר" מבוסס על מושג א-ל פשוט ובלתי נגיש, הרי שאין עוד צורך לברר אם הוא אפשרי או לא²⁹. מושג א-ל פשוט המציין אחדות אינסופית איכותית אינו כולל מרכיבים ולכן אינו יכול לכלול סתירה ולהתברר כבלתי אפשרי³⁰.

²⁸ Nachatomy 2010-2011

²⁹ דברים מעין אלו טוען גם עמנואל לוינס בהתייחסו להוכחת קיום האל אצל דקארט: "דומה כי אין טעם להוכיח קיום באמצעות תיאור של מצב הקודם להוכחה ולבעיית הקיום" (יכוליות ואינסוף, עמ' 30).

³⁰ נחתומי טוען (Nachatomy 2005, 55) שהמושג של "הישות המושלמת ביותר" הוא דוגמה פרדיגמטית למושג אפשרי, בשל העובדה שללייבניץ קובע כי בעקבות הקשיים הכרוכים בהוכחה האונטולוגית בה מעורב מושג הא-ל מבשילה בו ההכרה מה טיבה של הגדרה ממשית (Ca 1686-1688, *A Specimen of Discoveries*; A 6.4 1617, LLC 305-307) – הציטוט מופיע במלואו לעיל בהערה 11). לדעתי, לייבניץ אינו קובע שם שהמושג "ישות מושלמת ביותר" הוא דוגמה פרדיגמטית של מושג אפשרי אלא רק שהדיון במושג הא-ל הוא שהביא אותו למחשבה על קריטריון לבחינת מושגים. ניתן לראות זאת היטב בחיבור אחר שבו מתייחס לייבניץ לצורך בהגדרה ממשית בהקשר לדיון במושג הא-ל: "Hence it is useful to have definition involving the generation of a thing, or if this is impossible, at least its constitution, that is a method by which the thing appears to be producible or at least possible. I have already used this observation in the past to examine the imperfect demonstration which Descartes proposed of the existence of God [...]. But to make this demonstration rigorous, the possibility must first be proved. Obviously we cannot build a secure demonstration of any concept unless we know that this concept is possible, for from impossibles or concepts involving contradictions contradictory propositions can be demonstrated. This is an apriori reason why possibility is a requisite in a real definition" (1679?, *On Universal Synthesis and Analysis, or the Art of Discovery and Judgment*; G VII 294, L 230-231) לפיכך המושג 'הישות המושלמת ביותר' אינו יכול לשמש כדוגמה פרדיגמטית לאפשרות לוגית. עם זאת, עלי להדגיש שאין בכוונתי לומר שהמושג "הישות המושלמת ביותר" הוא דוגמה פרדיגמטית לאי אפשרות (כפי שטוען נחתומי בצדק ביחס למושג "מספר אינסופי") מכיוון שהמושג "הישות המושלמת ביותר" בכל זאת אפשרי ומבטא את קיומו של א-לוהים כישות מושלמת. אולם אפשרות אינה יכולה לנבוע מתוכו (כפי שמתחייב מהגדרה ממשית של מושג) אלא נובעת מכך שהוא תלוי במושג מוחלט, פשוט ובלתי נגיש של א-לוהים.

מעבר לדיון במושג הא-ל, ניתן לראות שכאשר לייבניץ מעיר על הצורך בהגדרה ממשית למושג, הוא עושה זאת מתוך מודעות לכך שהגדרה נומינאלית של המושג איננה מספיקה, הגם שהיא אפשרית. כך למשל ביחס להגדרת הפרבולה:

לפיכך שתי הטענות של לייבניץ שצוטטו לעיל אינן סותרות אחרי הכל. כאשר לייבניץ מדבר על א-לוהים בהקשר של "הישות המושלמת ביותר" הוא עוסק בחיבור אינסוף תכונות באמצעות חשיבה בזמנית עליהן, וזה מתברר כבלתי אפשרי. לעומת זאת, כאשר לייבניץ מתייחס להתאמה בין דברים קיימים בעולם הוא מניח מראש את קיומו של שלם הקודם לחלקים. בפרק החמישי והאחרון שבחטיבה זו העוסקת בא-לוהים אתייחס במפורט למושג השלם והפשוט של א-לוהים אצל לייבניץ, הוא האינסוף המוחלט. בחטיבה הבאה אפרט בהרחבה באיזה אופן לייבניץ מתייחס לעולם כשלם. בנקודה זו של הדיון די לתת את הדעת לכך שלייבניץ מצהיר שכל האפשרויות שהתממשו, מתממשות ויתממשו בעולם מכוננות יחד מהות שלמה של עולם, וזאת מבלי לעורר את הסתירה הכרוכה באינסוף.

•

נסכם את מה שנאמר עד כה: לייבניץ מבקש להוכיח שמושג הא-ל אפשרי, בכדי להפוך את ההוכחה האונטולוגית לתקפה. הוכחה זו חשובה משום שהיא מספקת ראיה אפריורית לקיומו של א-לוהים. בכדי להצליח במשימתו, על לייבניץ לעמוד בתנאים הבאים:

1. על מושג הא-ל להיות מושג מורכב. מושג פשוט אינו נגיש לבחינה האם הוא אפשרי או לא.
 2. חיבור מרכיבי המושג המורכב "ישות" "מושלמת" "ביותר" אינו מספק משום שגם הוא אינו נגיש ("אגרגט של סמלים"). על לייבניץ לחפש אסטרטגיה אחרת לשלילת אפשרות של סתירה פנימית במושג המורכב של א-לוהים.
 3. חיבור אינסוף תכונות או מרכיבים הכלולים במושג הא-ל אינו אפשרי, בשל הבעיות שמעורר האינסוף באנלוגיה ל"מהירות הגבוהה ביותר". על לייבניץ לחפש אסטרטגיה אחרת שתעקוף את המתח שבין האינסוף לבין השלם.
- דומה שלייבניץ אינו יכול לעמוד בכל שלושת התנאים יחד. כפי שראינו, ניסיון לפתור את (3) בטענה שהשלם קיים ביסוד אינסוף הדברים הכלולים בו מביא לבעיה עם (1), משום ששלם כזה אינו מורכב אלא פשוט ולכן אין לדעת אם הוא אפשרי או לא. הדגמה של הקושי מולו ניצב לייבניץ בעניין זה ניתן לקבל מפתרון יצירתי שמגבש לייבניץ להוכחה אפריורית לקיום הא-ל.

3. הפתרון הצורני והמחיר שבהוכחת קיום הא-ל

בשלהי מרץ 1676 לייבניץ מוצא בכל זאת פיתרון ל-(2):

I am perhaps the first to have shown that a being to which all affirmative attributes belong is possible. From this it follows that it exists; for existence,

"אפשר להגדיר פרבולה, במובנם של המתמטיקאים, כיצור שבו כל הקרניים המקבילות לקו ישר מסויים מתאחדות על ידי ההשתקפות בנקודה מסוימת, היא המוקד. אולם מושג זה או הגדרה זו מביע בעיקר את המהות החיצונית ואת התוצאה, ולא את המהות הפנימית של יציר זה או מה שיכול מבראשונה להקנות ידיעה על המוצא שלו. אף אפשר להטיל ספק בתחילה אם יציר כזה כפי מבוקש הוא כאן, יציר שצריך להיות בעל תוצאה זו, הוא דבר מה שבגדר האפשר; וזהו מה שמראה, לדידי, אם הגדרה מסוימת היא שמנית [נומינאליט] בלבד ושאוּבָה מן התכונות, או אם היא גם ממשית" (1709, 'מסות חדשות' ספר שלישי פרק י' [על השימוש המסולף במילים], עמ' 381-382).

too, is an affirmative attribute. Further, I prove that all affirmative attributes are compatible solely because they are absolute, pure and unlimited. For if they are modified by limits they are not affirmative, but are in a way negative. But absolute existence is eternity or necessity. From this it immediately follows that such a being not only exists, but also exists necessarily.³¹

השיטה לבדיקת אפשרות מושג הא-ל אינה מבוססת עוד על חיבור לוגי של המונחים המרכיבים את המושג אלא על חיבור לוגי של התכונות המרכיבות את הישות. כלומר בחינת אפשרות מושג הא-ל אינה נובעת מקוהרנטיות המונחים המרכיבים את הביטוי "ישות מושלמת ביותר" או "ישות שאין שלמה ממנה", אלא מחיבור התכונות הפשוטות שחיבורן יחד מניב את "הישות המושלמת ביותר" עצמה. לא הסימול או הנוטציה של מושג הא-ל עומדים במוקד הדיון אלא התכונות הפשוטות שמכיל הא-ל כישות פעילה. על מנת להוכיח את אפשרות מושג הא-ל יש להצביע על התאמה בין אינסוף תכונות שונות של א-לוהים. זהו דיון צורני משום שליבניץ אינו מתיימר לקבוע מהו טיבן התוכני של התכונות הא-לוהיות. כמו כן, הדיון עודנו מושגי משום שאין צורך להניח שא-לוהים קיים. קיומו נובע אפריורי מכך שהוא אפשרי. ליתר דיוק, בהתאם לגרסה המקורית של אנסלם להוכחה האונטולוגית, לייבניץ מדגיש שקיום הוא אחת התכונות הפשוטות של א-לוהים (ולכן אינו ניתן לחקירה כשלעצמו), והמושג "הישות המושלמת ביותר" אמור לכלול אותו בהתאמה עם כל אינסוף התכונות הנוספות. לפיכך לייבניץ מגיע לטיעון מעגלי: הוא מבקש להוכיח שא-לוהים אפשרי ולכן קיים על ידי כך שהוא מראה שאם קיומו של א-לוהים אינו סותר את כל שאר התכונות שלו, הרי שהוא אפשרי. המעגליות הזו לא היתה קיימת בגרסה המקורית של אנסלם, משום שאנסלם לא התעניין בשאלת אפשרותו של מושג הא-ל. הוא תפס את מושג הא-ל כשלם ומושלם ולכן הניח את קיומו באופן אפריורי. לייבניץ לעומת זאת, מנסה לנתח את מושג הא-ל מתוך תכונותיו על מנת להראות שהוא קונסיסטנטי, וכך קיומו של הא-ל הופך מתוצאה של הטיעון לאחד מהגורמים המאפשרים את יצירתו. סביר להניח שמעגליות כזו לא היתה עולה אילו לייבניץ היה ממשיך לנסות ולנתח את חיבור המונחים הלשוניים המרכיבים את הביטוי "ישות שאין שלמה ממנה", הואיל ומונחים אלו אינם כוללים את המונח 'קיום'. הדיון המושגי מסתבך כאשר נוטש לייבניץ את הסמיוטיקה ועובר למטאפיזיקה.

לייבניץ מעמעם את המעגליות הזו בכך שהוא אינו מתייחס ישירות לתכונת הקיום של א-לוהים אלא לכך שלא תיתכן סתירה בין תכונות פשוטות וחיוניות ללא קשר לתוכן של התכונות. הואיל והדיון הוא צורני, די בהוכחה שצמד תכונות חיוביות אינו סותרות³². ההוכחה המפורטת של לייבניץ

³¹ 22 March 1676, *Excerpts from Notes on Science and Metaphysics*; A 6.3 395-396, PDSR 47-49

³² ישנה בעיה עם ההנחה הזו גם אם הטיעון הוא ביסודו צורני: המעבר משתי תכונות (או מכמות סופית כלשהי) לכמות אינסופית של תכונות יוצר שוב את הפרדוקס של "המספר האינסופי" ללא קשר לתוכן התכונות. לייבניץ עוקף את בעיית השימוש במונחים הלשוניים המרכיבים את המושג "הישות המושלמת ביותר" באמצעות עיסוק בתכונות הפשוטות עצמן (מבלי להתיימר לעמוד על טיבן) ובכך הוא פותר את (2), אך כל זמן שאין הוא פותר את (3) הוא אינו יכול ליישב באמת את הקושי. יש לציין שהפתרון שעומד לרשות לייבניץ בהמשך להגדרת המושג השלם של האינדיבידואל ככלל הפקה של אינסוף תכונות אינו ישים ביחס למושג הא-ל. זאת מכיוון שכלל לא ברור מהו היחס שבין אינסוף השלמויות שבמושג הא-ל לבין הא-ל עצמו. כפי שהוזכר לעיל וכפי שאפרט בהמשך, הדרך לעקוף בעיה זו היא להניח שמושג הא-ל הפשוט והמוחלט עומד ביסוד הניתוח ורק בגינו ניתן לבצע את ההמרה מכמות סופית לאינסופית. ברם, הנחה כזו שוב מבטלת את הצורך בהוכחה שמושג הא-ל אפשרי.

לכך שמושג הא-ל אפשרי נכתבת שמונה חודשים מאוחר יותר בסוף נובמבר 1676, והוצגה בפני שפינוזה בעת מפגשם בהאג:

I term a perfection every simple quality which is positive and absolute, or, which expresses without any limits whatever it does express. But since a quality of this kind is simple, it is therefore unanalyzable, or indefinable. For otherwise it will either not be one simple quality, but an aggregate of several; or if it is one it will be enclosed by limits, and so will be understood through the negation of further progress, contrary to the hypothesis; for it was assumed to be purely positive.

From this it is not difficult to show that *all perfections are compatible with each other*, or, that they can be in the same subject.

For let there be a proposition of this kind: "A and B are incompatible" (understanding by A and B two simple forms of this kind, or, perfections; and it is the same if several are assumed at the same time). It is evident that this cannot be demonstrated without an analysis of the terms A and B – either one or the other, or both – for otherwise their nature would not enter into the reasoning, and incompatibility could be demonstrated equally of them and of any other things whatsoever. But (by hypothesis) they are unanalyzable. Therefore this proposition cannot be demonstrated of them.

But it could be demonstrated of them if it were true; for it is not self-evident, but all propositions that are necessarily true are either demonstrable or self-evident.³³ Therefore this proposition is not necessarily true; or, it is not necessarily that A and B are not in the same subject. Therefore they can be in the same subject; and as the reasoning is the same with regard to any other qualities of this kind that are assumed, all perfections are compatible.

Therefore there is given, or, there can be understood, a subject of all perfections, or, a most perfect being. Hence it is evident that it also exists, for existence is contained in the number of perfections.³⁴

מהלך ההוכחה מבוסס על הגדרת "שלמות" המהווה תכונה של "הישות המושלמת ביותר" כאיכות פשוטה, מוחלטת וחיובית. דהיינו, השלמויות אותן נושא הא-ל אינן ניתנות לניתוח ואינן כוללת שלילה או גבול. על מנת להצביע על כך שהתאמה בין תכונות הא-ל, כלומר בין השלמויות המטאפיזיות הללו, היא אפשרית מבחינה מושגית, לייבניץ משתמש בתרגיל מחוכם: אפשרות אינה רק כל מה שבהכרח לא כולל סתירה אלא גם כל מה שלא בהכרח כולל סתירה. דהיינו, במקום לטעון

³³ זו נקודה מכרעת בטיעון. לייבניץ מניח שכל הכרח ניתן להדגמה ולכן אי היכולת להדגים מצביע על קונטינגנטיות. כמעט עשור שנים מאוחר יותר משתמש לייבניץ בנימוק הזה בכדי לחלץ את מבוך החופש מסבך ההכרחיות, אולם הסיבה לאי היכולת להדגים אינה נעוצה עוד באי הנגישות של התכונות הפשוטות כפי שהיא כאן אלא בניתוח לאינסוף. ראו על כך להלן בחטיבה השלישית שבחלק זה, פרק 1.

³⁴ 18-21 Nov.? 1676, *That a Most Perfect Being Exists*; A 6.3 578-579, PDSR 101-103

שמושג הא-ל אפשרי לייבניץ טוען שמושג הא-ל אינו בלתי-אפשרי. אבל יש לתרגיל כזה מחיר ואנו נעמוד עליו מיד.

לייבניץ קובע על דרך השלילה כי אי התאמה בין השלמויות הפשוטות אינה יכולה להיות מוכחת משום שאין גישה למאפייניהן הספציפיים. אם אי-התאמה בין השלמויות הפשוטות אינה הכרחית הרי שהתאמה או אי-התאמה הופכות לאפשריות. מכיוון שלדברי לייבניץ, אם מושג הא-ל אפשרי אזי הא-ל בהכרח קיים, נמצא שהטיעון על התאמה אפשרית הופך באחת לטיעון על התאמה הכרחית. קל להבחין במעגליות שהוזכרה לעיל: הטענה שההתאמה בין תכונות הא-ל אפשרית מבוססת על חוסר יכולת להוכיח שההתאמה הכרחית או בלתי אפשרית, אבל בשל הטיעון האונטולוגי עצמו, התאמה אפשרית הופכת לראיה להתאמה הכרחית. וכך, לייבניץ מעדיף מראש טיעון חלש המבוסס על העדר הוכחה, משום שטיעון כזה הופך אוטומטית לטיעון חזק בחסות ההוכחה האונטולוגית. לייבניץ מצליח להוכיח שמושג הא-ל אפשרי, אך עושה זאת באמצעות תכונות פשוטות, בלתי נגישות, שחיבורן יחד אינו מספק שום תשובה ברורה, ועל דרך השלילה קובע כי העדר תשובה ברורה מקנה לחיבור כזה מעמד של אפשרות. בדומה למעגליות שהוזכרה לעיל, קיומו ההכרחי של א-לוהים נובע מטענה שאין הוכחה אם קיומו של א-לוהים אפשרי או לא, ומטענה כזו אפשר להוכיח כל דבר. לפיכך המאמץ להצביע על תקפותה של ההוכחה האונטולוגית חוזר ונשען עליה בעצמו. לבעיות הללו היו ערים גם פרשנים קודמים³⁵.

מעבר לכך, כדאי לשים לב שהטיעון מבוסס על שימוש בתכונות פשוטות בלתי ניתנות לניתוח: המוצא האחרון של לייבניץ במאמץ להוכיח שהמושג המורכב של א-לוהים אכן אפשרי מבוסס על מושגים פשוטים שאין לדעת אם הם אפשריים או לא. פירוש הדבר הוא שלייבניץ אינו מצליח בחשבון אחרון לתת מענה ל-(2) משום שפתרון שלו מתנגש (אמנם באופן עקיף) עם (1). יתרה מזאת, אין הבדל גדול לדעתי בין הישענות על מושגים פשוטים המציינים את תכונותיו המושלמות של א-לוהים לבין הישענות על מושג פשוט המציין את אחדותו האיכותית של א-לוהים. בשני המקרים מדובר ביציאה מתום החקירה הלוגי הקובע אם מושג אפשרי או לא. לפיכך המאמץ שמציע לייבניץ כאן מעיד על כך שהוא חותר בכל מקרה לבסס את ההוכחה האונטולוגית של א-לוהים על מושגים פשוטים בלתי נגשים לניתוח.

עם זאת, לטענת ראסל ופרקינסון הטיעון כשלעצמו אכן תקף³⁶. אין שום סיבה שתיווצר סתירה או אי התאמה בין תכונות פשוטות וחיוניות (הגם שלא ניתן להוכיח שתכונות אלו בעצמן אפשריות). למעשה, עיקר הביקורת הפרשנית על הטיעון הזה ממוקדת בהשלכות הישירות שלו: התכונות הפשוטות של א-לוהים אמורות לשמש כאבני בניין יסודיות המרכיבות יחד באמצעות אינספור קומבינציות שונות את העולמות האפשריים השונים. אם ישנה התאמה בין כל התכונות הפשוטות והחיוניות – והתאמה זו הופכת באמצעות ההוכחה האונטולוגית מאפשרית להכרחית – מהו מקור השלילה או אי התאמה בין אפשרויות? קושיה זו מביאה את ראסל לטעון שזו הסיבה לכך שלייבניץ אינו יכול להימנע מפנתיאיזם: הגדרת א-לוהים באמצעות ריבוי אינסופי של תכונות פשוטות פירושה

³⁵ Fichant 1671, 42

³⁶ ראסל מתמקד בהפרכת ההוכחה האונטולוגית עצמה ובבעייתיות שבהתייחסות לקיום כפרדיקט רק ביחס לישות אינסופית כ-לוהים ולא ביחס לישויות סופיות (Russell 1900, 174)

ביטול אי-התאמה בין אפשרויות ומימוש כל אפשרות שהיא. עולם הכרחי הוא פועל יוצא מקיומו של ריבוי המנסה לאשר את קיומו של האחד. לייבניץ מבקש להימנע מעולם הכרחי שפינוציסטי אך הניסיון להוכיח שמושג הא-ל אפשרי מבוסס על כך שאפשרויות מתאימות הופכות להכרחיות, וכך יוצא שכרו בהפסדו³⁷. משום כך קובע ראסל שאין אפשרות שלישית בין פנתיאיזם דתי ופלורליזם אתיאיסטי.

אם כך הבעיה העיקרית בהוכחה שמושג הא-ל אפשרי – במידה וניתן לקבל אותה כתקפה – היא שהיא חזקה מדי. אם להיצמד לבעיית הפנתיאיזם, הרי שכפי שטוען נחתומי, להוכחה אפריורי לקיום הא-ל יש חשיבות מיוחדת עבור לייבניץ בהבחנה בינו לבין הדטרמיניזם של שפינוזה. לייבניץ טוען שלא כל האפשרויות קיימות או עתידות להתקיים בכדי לתת מובן לחופש (הא-לוהי והאנושי גם יחד), ובכך ליצור הבחנה חד משמעית בינו לבין שיטת שפינוזה. לדעתו כל האפשרויות שאינן לוקחות חלק בכינונו של העולם האקטואלי אינן חסרות משמעות. הן קיימות כמחשבות קונסיסטנטיות בשכלו של א-לוהים, ומקנות להכרעה א-לוהית בעולם ממד של בחירה חופשית. ההבחנה בין שיטת לייבניץ לבין זו של שפינוזה עלולה לקרוס אם מושג הא-ל מתברר כבלתי אפשרי, כך שעבור לייבניץ ההוכחה שמושג הא-ל אפשרי היא דרמטית בחשיבותה³⁸. אך הוכחה חזקה מדי שבה אפשרות מושג הא-ל מבוססת על התאמה מוחלטת בין תכונותיו הפשוטות היא חרב פיפיות עבור לייבניץ משום שהיא מבטלת את ההבדל שבין אפשרות וקיום. יהיה זה אירוני במיוחד אם דווקא המאמץ להוכיח שמושג הא-ל אפשרי יביא להתאמה מוחלטת בין כל הדברים ולביטול ההבחנה בין אפשרות לקיום, משום שאז ההוכחה שמושג הא-ל אפשרי תמיט את אותו חורבן פילוסופי על שיטת לייבניץ שימיט העדרה. בשני המקרים התוצאה היא דטרמיניזם שפינוציסטי³⁹.

4. על מקור השלילה - אי התאמה בין יסודות פשוטים

לייבניץ רואה קשר בין התכונות הפשוטות והחיוביות של א-לוהים לבין אבני הבניין של העולמות האפשריים. הא-ל, המגלם את כל המרחב האפשרי, מכיל כרעיונות את כל העולמות האפשריים, או ליתר דיוק את כל הרכיבים עוד לפני צירופיהם השונים. לפיכך, ללייבניץ ברור שבין התכונות הפשוטות של א-לוהים חייבים לשרור גם יחסי אי התאמה על מנת שיתקבלו צירופים שונים המוציאים אלו את אלו ואינם יכולים לשכון יחדיו. השאלה היא מה מקורו של יחס אי התאמה חיוני זה אם כל התכונות הפשוטות הן חיוביות מעצם הגדרתן. ברצוני להתמקד בקצרה בבעיית מקור אי

³⁷ Russell 1900, 19-20, 174; Parkinson 1965, 82; Adams 1994, 142-151, Blumenfeld 1995, 360
" [I]f it turns out that the notion of the *Ens Perfectissimum* were inconsistent, disastrous consequences
³⁸ would follow, not only for rational theology but also for the very foundation of Leibniz's metaphysics and his very notion of possibility. For, according to him, it is God who conceives of all possibilities in his understanding." (Nachomy 2005, 54)

³⁹ בעיית הפנתיאיזם שהועלתה כאן בהקשר של ההוכחה האונטולוגית לקיום הא-ל נעוצה בשאלת מקור השלילה (או מקור אי ההתאמה בין תכונות פשוטות). דיון מפורט בשאלה זו יופיע להלן בחטיבה הבאה המוקדש להגדרת העולם האקטואלי ושאלת מובחנותו מעולמות אפשריים אחרים.

ההתאמה אצל לייבניץ (או כפי שהיא מכונה בקרב פרשנים: בעיית מקור השלילה), הואיל ולבעיה זו הקשר תיאולוגי מובהק.⁴⁰

דיון על מקור השלילה מופיע אצל לייבניץ כאשר הוא דן ביסודות התחשיב הלוגי שפיתח בשלהי שנות השבעים. לייבניץ בונה את התחשיב על אלמנטים פשוטים וחיוביים שאינם נגישים לניתוח, בדומה לטיבם הפשוט וחיובי של התכונות הבסיסיות שמכיל א-לוהים בחושבו על הצירופים המכוננים את העולמות האפשריים השונים.⁴¹ משום כך, מעצם הגדרתם כחיוביים, גם האלמנטים הבסיסיים של התחשיב הלוגי מתאימים יחד ואינם יכולים להניב אי-התאמה.

In the elements of symbolic logic are simple thoughts, and simple forms are the source of things. I maintain that all simple forms are mutually compatible. This is a proposition of which I cannot give the proof without explaining the basis of my symbolic logic thoroughly.⁴²

לליבניץ ברור שיחס של שלילה הוא שיאפשר אי התאמה בין גורמים פשוטים בתחשיב, אך הוא מודה שלא ברור לו מה מקורו של יחס כזה. אישיגורו טוענת שאין מקום לחפש את מקורה של השלילה הואיל וניתן לומר שפעולת השלילה קיימת כפי שפעולת הצירוף קיימת מלכתחילה בשכלו של א-לוהים, והוא מפעיל אותה על הגורמים הפשוטים של מחשבתו כשם שהוא מפעיל את פעולת הצירוף.⁴³ אך הטענה הזו אינה ברורה. פעולת הצירוף אינה סלקטיבית ולכן במידה והגורמים הראשוניים הם פשוטים וחיוביים אין כל מגבלה בקביעה שצירוף ייחודי ביניהם אפשרי.⁴⁴ לעומת זאת שלילה של צירוף כלשהו מצריכה סיבה מיוחדת ואינה טריוויאלית. רוצה לומר: פעולת השלילה איננה אופרציה פשוטה ואינטואיטיבית כמו פעולת הצירוף.⁴⁵ כפי שמראים פרקינסון ופישנט, יחס של שלילה אינו יכול להיות פשוט היפוך של פעולת הצירוף הבסיסית, מכיוון שישנו הבדל ברור אצל לייבניץ בין שלילה לבין החסרה. כאשר כל ההגדרות הינן חיוביות אין משמעות לפעולת חיסור אלא לגבי מה שכבר עבר פעולת צירוף.⁴⁶ "בלי ספק קודם החיבור לחיסור והוא פשוט יותר מפני שבחיבור

⁴⁰ מכלול האספקטים של בעיה זו ייבחן בסופה של החטיבה השנייה של חלק זה בדיון על אי התאמה בין עולמות אפשריים, וכן במהלך החטיבה השלישית בדיון על האנליטיות של האמת הקונטינגנטית.

⁴¹ "I won't now venture to determine whether people can ever produce a perfect analysis of their notions or whether they can ever reduce their thoughts to *primitive possibilities* or to irresolvable notions or (what comes to the same thing) to the absolute attributes of God, indeed to the first causes and the ultimate reason of things." (Nov. 1684, *Meditations on Knowledge, Truth and Ideas*; G IV 25, AG 26)

Ca. 1680, *Leibniz to the Duchess Sophie*; G IV 296, trans. by Ishiguro 1990, 54

⁴² "A complex idea is a construct obtained by logical operations on simple ideas. The logical operations involved may be that of denial" (Ishiguro 1990, 56)

⁴³ "But in the particular affirmative proposition it is not necessary that the predicate should be in the subject regarded in itself and absolutely; i.e. that the concept of the subject should in itself contain the concept of the predicate; it is enough that the predicate should be contained in *some species* of the subject [...] even though it is not stated expressly what the species is." (April 1679, *Elements of a Calculus*; C 55, PLP 23, my italic) Also: "Any plurality of terms, such as A and B, can be taken together to compose one term."

(After 1690, *A Study in the Calculus of Real Addition*, Postulate 2; G VII 237, PLP 132)

⁴⁴ פעולת שלילה אינטואיטיבית הינה רק שלילה של השלילה, כפי שמצהיר לייבניץ במפורש: "The nature of negative is simply that one negative cancels another." (Ca. 1679-1686, *An Introduction to a Secret Encyclopaedia*; C 513, MP 7)

Parkinson 1966, lvii; Fichant 1971, 39⁴⁶

משתמשים בשני האיברים שימוש דומה, מה שאין כן בחיסור⁴⁷. במילים אחרות, ניתן לומר כי A-B=C רק אם B הינו חלק מ-A וכן שצירוף B ו-C מניב את A.

Postulate I. Several terms, whatever they may be, can be taken together to constitute one [...].

Postulate II. Some term, e.g. A, can be subtracted from that in which it is – e.g. from A+B.⁴⁸

כלומר B- אינו מייצג הגדרה שלילית אלא פעולה חיובית⁴⁹. הסיבה לכך היא שפעולת חיסור איננה באמת שלילה. ניתן לחסר ממושג מורכב את מרכיביו עד לביטולו אך חיסור כזה לא מניב סתירה או אי התאמה⁵⁰.

בסופו של דבר פעולת השלילה אינה מופיעה כאחת מההגדרות המרכיבות את התחשיב הלוגי של לייבניץ. ההגדרה היחידה שמציע לייבניץ לשלילה מבוססת על המגוון או על השונות הבסיסית הקיימת בין הגורמים הפשוטים והחיוביים של הלוגיקה:

Those terms are 'different' which are not the same, or, in which substitution sometimes does not hold. Such terms are 'circle' and 'triangle' [...]. 'A ≠ B' means that A and B are different.⁵¹

אולם לדעת פישנט הגדרה כזו, על אף שהיא מהווה חלק מהלשון הבונה את התחשיב הלוגי של לייבניץ, אינה שייכת לתחשיב עצמו⁵². אמנם גם השונות וגם השלילה אינן ניתנות להבנה מתוך התחשיב ועל כן יש היגיון לכרוך אותן יחד. אך אין פירוש הדבר שהשונות היא מקור השלילה, מכיוון שהשונות כשלעצמה אינה ניתנת לנימוק מתוך התחשיב הלוגי אלא נחשבת כאקסיומה הבונה אותו⁵³. למעשה התחשיב הלוגי מבוסס על הגדרות של זהות ושונות שאינן יכולות לנבוע מתוך הגדרתם

⁴⁷ 1709, 'מסות חדשות' ספר רביעי פרק ז' [על המאמרים הקרויים כללים-יסודיים או אקסיומות], עמ' 460-461.

⁴⁸ After 1690, *A Study in the Plus-Minus Calculus*; G VII 230, PLP 124

⁴⁹ "איני רואה מפני מה לא היינו יכולים לומר שיש מושגים העדריים, כמו שיש אמיתות שליליות, שהרי מעשה השלילה פועל חיובי הוא" (1709, 'מסות חדשות' ספר שלישי, פרק א' [על המילים או על הלשון בדרך כלל], עמ' 287). קיימות אצל לייבניץ גם התבטאויות המזהות את יחס השלילה עם פעולת החילוק (1686, *General Inquiries about the Analysis of*) (1686, *General Inquiries about the Analysis of*) (Concepts and of Truths; C 386, PLP 75), אך כפי שמעיר פישנט, גם במקרה הזה השלילה היא ביסודה פעולה חיובית. הגדרת יחס השלילה כפעולת חילוק ($\sim B=1/B$) כלומר כפעולה הפוכה ליחס ההכפלה המצרף גורמים יחד, מבוססת על כך שהגורמים ניתנים לחלוקה. במילים אחרות, על מנת לחלק A ב-B או 1/B יש להניח ש-B כלול ב-A (Fichant 1971, 40).

⁵⁰ "In the case of concepts, subtraction is one thing, negation another [...]. For 'man' – 'rational' = 'brute', but non-rational man is impossible. 'Man' – 'animal' – 'rational' is nothing. Hence subtraction can make nothing, i.e. simple non-entity, or even less than nothing; but [only] negations can make the impossible" (After 1690, *A Study in the Plus-Minus Calculus*; G VII 233, PLP 127). Also: "Not or the negation differs from Minus or the subtraction in so far as a repeated 'not' destroys itself while a repeated subtraction does not destroy itself." (C 275, trans. by Lenzen 2004, 24)

⁵¹ After 1690, *A Study in the Calculus of Real Addition*, Definition 2; G VII 236, PLP 131. Also: "Given any term, some term can be assumed which is different from it, and, if one pleases, disparate, i.e. such that the one is not in the other." (*Ibid.*, Postulate 1; G VII 237, PLP 132)

Fichant 1971, 40⁵²

⁵³ מול הקביעה של לייבניץ שהתחשיב הלוגי מיוסד על זהות ועל שונות, ישנה קביעה אחרת שלו הקשורה לסימול הבינארי בה הוא טוען שהתחשיב מיוסד על אלוהים ועל האין, כלומר על ישות ועל שלילה. לא ברור כיצד שתי הקביעות הללו מתיישבות זו עם זו (Rutherford 1995b, 261 n39). על כל פנים, נראה שהקביעה הקשורה בסימול הבינארי אינה תולה את השלילה בשונות אלא דווקא להיפך, מצביעה על יצירה של שונות וריבוי מתוך קיומה של שלילה יסודית.

העצמית של האלמנטים היסודיים שלו אלא משיקולים תיאולוגיים כפי שנראה מייד. עמדה זו מופיעה בבהירות גם אצל ראסל. לדעתו, התאמה או אי התאמה חייבות להיות סינתטיות (במובן הקנטיאני) מכיוון שהמידע עליהן מצוי מחוץ לתכונות הפשוטות עצמן. הואיל והתחשיב הלוגי של לייבניץ הוא אנליטי לחלוטין ומידע אנליטי רלוונטי לרעיונות מורכבים שניתן לנתחם, הרי ששאלת ההתאמה או אי התאמה בין גורמים פשוטים חייבת לנבוע מחוץ לניתוח. לדעת ראסל לא רק מקור השלילה קשור במידע סינתטי המצוי מחוץ ללוגיקה האנליטית של לייבניץ – גם יחס ההתאמה או הצירוף עצמו מקורו משם, מכיוון שהאפשרות לשלב יחד גורמים פשוטים שאינם ניתנים לניתוח אינה יכולה להיות אנליטית⁵⁴. פירושו של דבר שראסל מאמין שהשונויות והשלילה מקורן מחוץ להישג היד של החשיבה האנליטית המנתחת. עם זאת שונות כשלעצמה אינה מספיקה בכדי ליצור שלילה כפי שהיא אינה מספיקה בכדי ליצור התאמה או צירוף. לשם כך יש צורך בידע או בעקרונות סינתטיים המצויים מחוץ לידע הטמון באלמנטים הבסיסיים עצמם.

לעניין הסינתטי נשוב בחטיבות הבאות בדיונים על קיומם של כללים סינטטיים בהגדרת העולמות האפשריים ובהבנת מגבלות בעקרון ההיכללות האנליטי של הנושא בנשוא אצל לייבניץ. בשלב זה חשוב לי לעשות הבחנה בין שלילה פורמאלית הקשורה בשונות לבין בעיית מקור אי-התאמה. זאת מכיוון ששלילה יכולה להתקיים גם אם ישנה התאמה מוחלטת בין כל הדברים. בהינתן א' ו-ב' פשוטים וחיוביים ניתן להגדיר את א' באמצעות שלילה של ב', למרות שא' ו-ב' מתאימים ואינם סותרים זה את זה כאשר הם קיימים בו זמנית. הסיבה לכך היא שא' מעצם הגדרתו (הסינתטית) אינו ב'. א' ו-ב' בהכרח שונים זה מזה (מהגדרתם) ולא כוללים זה את זה (מאחר והם פשוטים). הקביעה כי קיימת התאמה ביניהם (מאחר והם חיוביים ללא שלילה) מניחה מחשבה בו זמנית של שניהם. החיבור או ההתאמה הם אופרציה של המחשבה ולא תכונה של מי מהגורמים. באותו אופן, שלילה היא אופרציה של מחשבה המגדירה את א' כשונה מ-ב' או כשלילה של ב'. אך העובדה שניתן להגדיר את א' באמצעות שלילה פורמאלית של ב' אין פירושה שא' ו-ב' אינם יכולים להתקיים יחד או שהם אינם מתאימים. אי התאמה בין אפשרויות אינה יכולה לנבוע מהגדרה של אפשרות אחת באמצעות שלילה של אפשרות אחרת⁵⁵.

⁵⁴ "In an early proof of the existence of God submitted by Leibniz to Spinoza at the Hague [... Leibniz] defines God as the subject which has all positive predicates. He takes to simple predicates, A and B, and shows, what is sufficiently evident, that they cannot be mutually contradictory. Hence he concludes that God, so defined, is possible. But since all ideas, when correctly analyzed, must, for Leibniz, be ultimately predicates or collections of predicates, it follows that all ideas will be possible. And indeed, as Leibniz himself urges in this proof, any relation between simple ideas is necessarily synthetic [in Kant's sense]. For the analytic relation, as we saw, can only hold between ideas of which one at least is complex. Hence if there were no synthetic relations of compatibility and incompatibility, all complex ideas would be equally possible. Thus, there is always involved, in definition, the synthetic proposition that the simple constituents are compatible. If this is not the case, the constituents are incompatible [...] and this is also a synthetic relation, and the source of negative propositions." (Russell 1990, 20)

⁵⁵ ניתן להגדיר מושג פשוט אחד באמצעות שלילה של מושג פשוט אחר וכך לקבל מספר הגדרות למושג פשוט נתון כמספר המושגים הפשוטים השונים ממנו. אולם פעמים רבות לייבניץ מעיר שלמושג פשוט ישנה הגדרה אחת בלבד. נובע מכך (1) ששימוש בשלילה לצורך הגדרה איננו מהווה הגדרה חדשה; (2) שמקור השלילה הינו בהגדרות הבלעדיות של המושגים הפשוטים (או ליתר דיוק בשונות ביניהם). מכיוון שכך, אין בכוחה של שלילה כזו ליצור אי-התאמות בין מושגים פשוטים.

פרשנים אחדים סבורים כי שלילה של תכונה פשוטה אחת על ידי תכונה פשוטה אחרת דווקא כן מספקת את אי-ההתאמה הנדרשת על מנת לא לקבל עולם הכרחי אחד המכיל את כל אינסוף האפשרויות⁵⁶. לטענת נחתומי, כאשר אני חושב למשל על 3 ו-4 אני לא חושב על 2, וכך 2 אינו מופיע באותו מרחב לוגי שבו קיימים 3 ו-4⁵⁷. אולם האם פירוש הדבר ש-2 אינו יכול להתקיים באותו עולם שבו קיימים 3 ו-4? אינני רואה סיבה שלא. על מנת ששלילה כזו תתרחש עלי לחשוב על 3 ו-4 באופן ייחודי שבו ל-2 לא יכול להיות מקום בשום אופן. כל זמן שמדובר במושגים, לא ניתן לקבוע לדעתי שיחס כלשהו אינו רלוונטי באופן מוחלט למושג מסויים. זאת משום שידיעתנו אינה משיגה את כל אופני המחשבה הכרוכים באותו מושג ולכן איננו יודעים אם בדרך כלשהי שאינה ידועה לנו כעת יהפוך היחס הנדון לרלוונטי עבורו⁵⁸. לייבניץ בעצמו סבור שקביעה גורפת באופן מוחלט בנוגע להטורגוניות של מושגים אינה אפשרית ולכן הוא מסתפק בתחשיב שלו בקביעה יחסית בלבד.

⁵⁶ במאמרו מנסה הינטיקה לשכנע שניתן להשיג אי התאמה בין אינדיבידואלים אפשריים מעצם קיומו של יחס ביניהם (Hintikka 1972, 190-191). הינטיקה מראה כי ההבדל בין אפשרויות לאפשרויות-מתאימות (קומפוזיביליות) הוא לוגי ומתקיים כאשר לוקחים בחשבון פרדיקטים יחסיים (הכדור נוגע בשטיח) ולא רק פרדיקטים פשוטים (הכדור עגול). מפאת חשיבותו של הפרדיקט היחסי אצל לייבניץ, להינטיקה חשוב להימנע מלערוך רדוקציה של היחס למרכיביו (כפי שטוען ראסל). אולם בכדי להראות ששתי אפשרויות אינן מתאימות עושה הינטיקה תרגיל, ונותן דוגמה קיצונית של פרדיקט יחסי: הוא לא מתייחס לפרדיקטים יחסיים רגילים כגדול מ', 'קטן מ', וכדומה, אלא ל'הכי גדול' ו'לאיננו קטן מאיש'; ל'אדון הכל' ו'לאיננו עבד של איש'. לטענתי אי התאמה שמושיג הינטיקה אינה מספיקה. הדוגמאות הקיצוניות שנבחרו על ידו יוצרות וריאציה של פרדוקס ראסל: אם הפרדיקט הוא כללי הוא אמור להכיל את הסובייקט עצמו וזה לא מתיישב עם טענה אחרת על אותו סובייקט: אם הוא אדון הכל הוא גם אדון של עצמו אבל הוא איננו עבד של איש – וכך מתקבלת הסתירה המתפקדת כאי התאמה בין אפשרויות (מהלך דומה מופיע אצל פרשנים אחרים התומכים בגישה לוגית להסבר אי-ההתאמה בין אפשרויות, למשל Cover & O'Leary-Howthorne 1999, 132). לטעמי, זו הקצנה של הפרדיקטים היחסיים והיא אינה מתקיימת בכל מצב אחר. כלומר, אי התאמה בין אינדיבידואלים או עולמות אפשריים אינה יכולה להתרחש רק כוואריאציה של פרדוקס ראסל. לפיכך אין זה סביר לטעון שאפשרויות-מתאימות שונות מאפשרויות רק במקרה הקיצוני הזה.

⁵⁷ Nachtomy 2007a, 23

⁵⁸ ייתכן שהעניינים מסתבכים מעט כאשר אין מדובר בפרדיקטים אלא בקבוצות של פרדיקטים או בקיצור באינדיבידואליים. זאת מכיוון שניתן לטעון שככל שמושג-אינדיבידואל מורכב יותר כן גדלים הסיכויים שתיווצר אי התאמה בינו לבין מושג נתון כלשהו. המושג הכללי 'סוס' למשל אינו כולל כנפיים. עם זאת אי התאמה של המושג הכללי 'סוס' עם המושג 'סוס-מכונף' אינה אי התאמה מוחלטת (כלומר כזו שסוס מכונף אינו יכול לוגית להתקיים בעולמו האקטואלי). אילו היא היתה כזו המושג 'סוס מכונף' היה בלתי אפשרי כשלעצמו מכיוון שהוא היה מכיל סתירה פנימית בין 'סוס' ו-'מכונף'. כעת עלינו לשאול האם ניתן ליצור אי התאמה מוחלטת כאשר המושג אינו כללי אלא פרטי לחלוטין, כלומר מושג של אינדיבידואל. האם בין המושג השלם של 'יוליוס קיסר' שרמת מורכבותו אינסופית לבין תכונה שאינה יכולה להיות כלולה בו (למשל 'נפטר בשיבה טובה') שורר יחס של אי התאמה לוגית. נראה שאין זה המצב מכיוון שלדעת לייבניץ כל מושג של אינדיבידואל קשור במכלול המושגים המרכיבים יחד עימו את העולם האפשרי המשותף להם, והתכונה 'נפטר בשיבה טובה' כלולה בלי ספק במושגים של אינדיבידואלים אחרים המתאימים עם מושגו של יוליוס קיסר. אם כך, עלינו להפוך את מקרה המבחן למורכב עוד יותר. עלינו לחתור לאי התאמה בין שני מושגים אפשריים מורכבים לאינסוף של אותו אינדיבידואל: 'יוליוס קיסר' ו-'יוליוס קיסר שנפטר בשיבה טובה'. על פניו, זהו מקרה שבו קיימת אי התאמה לוגית מוחלטת. אך גם בעניין הזה לייבניץ מדגיש ששלילה או אי התאמה אינן הכרחיות, מכיוון שמושגו השלם של יוליוס קיסר לא מכיל בהכרח רצח או אריכות ימים. במילים אחרות, צירוף התכונות המרכיבות את יוליוס קיסר "אינו כופה אלא רק מטה" (כפי שנראה בדיון על מבנה החופש בחטיבה השלישית של חלק זה). כפי שהובהר בהערה הקודמת, נדמה לי שהאפשרות היחידה לקבל אי התאמה על בסיס לוגי קיימת באמצעות טיעון צורני, מעין ואריאציה של פרדוקס ראסל, שבו בכל מקרה אין משמעות לתכנים המצורפים, ולכן ברור שהוא אינו נובע מהם. לכן, בהמשך להשערה שהועלתה בתחילת ההערה, אם הסבירות לאי התאמה ביסודות הפשוטים היא אפס מוחלט אי ההתאמה לא גדלה עם המורכבות. על מנת להגדיל את הסיכוי לאי התאמה בין מושגים מורכבים יש צורך שסיכוי מזערי לאי התאמה יישאר קיים ברמת היסודות הפשוטים. סיכוי כזה אינו קיים עד כמה שהדבר נעוץ בתכונות הלוגיות של היסודות עצמן ולפיכך אי התאמה או שלילה נעוצות בסיבות המצויות מחוץ לתחשיב.

From this it is evident that two terms have more or less in common as their genus is less or more remote. For if the genus is very remote, we say that things are 'heterogeneous', i.e. that they differ totally, like body and spirit; not because they have nothing in common – for they are both substances, at any rate – but because this common genus is very remote. From this it is evident that what is to be called heterogeneous or not is a relative matter. However, in our calculus it is enough for two things to have no concepts in common out of certain fixed concepts which are designated by us, even though they may have others in common.⁵⁹

הטרונגניות מוחלטת אינה מאפיינת את התכונות הפשוטות והחיוביות של א-לוהים באמצעות נוצרים צירופים המכוננים את העולמות האפשריים. אילו היו התכונות הללו הטרונגניות באופן מוחלט לא ניתן היה לצרף אותן יחד. מכאן שיחס השלילה הדרוש להבחנה בין צירופים שאינם יכולים להתקיים יחד אינו יכול לנבוע מהשונויות הבסיסיות בין התכונות הפשוטות. יחד עם זאת, נכון יהיה לומר, כפי שהסיקו ראסל ופישנט, שהשלילה והשונויות גם יחד מקורן מחוץ לחשיבה האנליטית של הפילוסופיה הליבניציאנית.

לכאורה, לייבניץ בעצמו כרך שונות ושלילה יחד. בחיבור נוסף שנכתב בנובמבר 1676 בו מספק לייבניץ את ההוכחה שמושג הא-ל אפשרי, מוזכרת השלילה כקשורה בשונות או במגוון של התכונות הפשוטות:

Every purely affirmative attribute is infinite; or, it is as great as it can be, or contains all the things that belong to its genus. There are necessarily several affirmative primary attributes; for if there were only one, only one thing could be understood. It seems that negative affections can arise only from a plurality of affirmative attributes – for example, thought and extension.⁶⁰

זהו קטע שפרשנים מרבים לצטט בכדי להוכיח ששונויות בסיסיות בין התכונות הפשוטות והחיוביות של א-לוהים היא המקור לשלילה ולאי התאמה בין אפשרויות. אולם לדעתי הדגש כאן הוא אחר לחלוטין: לייבניץ מנסה להראות כאן שיש חשיבות לריבוי של תכונות פשוטות בהגדרת מושג הא-ל,

ניתן להמחיש זאת באמצעות דוגמא: אותיות בשפה נתונה ניתן לצרף ללא מגבלות למילים ומילים למשפטים ומשפטים לטענות וכן הלאה, כך שכל הצירופים האפשריים שלהם מתאימים ברמה הלוגית (גם קשקוש כמו 1!!!! יכול להיות צירוף לגיטימי בשפה, וכן צירופים אקראיים של אותיות המשמשים כראשי תיבות). עם זאת, ככל שמשפט הופך להיות מורכב יותר צירוף של אותיות או מילים נוספות אינו יכול להיות בלתי מוגבל. אך הסיבה למגבלה הזו אינה קשורה באותיות עצמן אלא בכללי התחביר של השפה ואלו אינם נגזרים מהתכונות הלוגיות של האותיות עצמן. כללי תחביר כאלו אינם ניתנים להנמקה לוגית (למרות שעליהם להיות עקביים בינם לבין עצמם). כללי דקדוק הם סינטטיים ולא אנליטיים ולכן לא ניתן להסיק מידע עליהם מניתוח האותיות עצמן. ניתן אולי לומר שהמהות הלשונית של השפה איננה הצירופים השונים של האותיות למילים ולמשפטים אלא תנאי האפשרות של הצירופים הללו הבאים לידי ביטוי בכללי הדקדוק של השפה. נדמה לי שכך גם יש להתייחס לאי התאמה בין עולמות אפשריים – כהבדלים בין תנאים ראשוניים שונים המהווים מעין כללים יסודיים לכינון עולמות שונים. יחד עם זאת, אינני יודע אם ניתן לנמק הבדלים בין כללים יסודיים כאלו, ולכן אינני יודע אם בדרך זו ניתן להבין מדוע קיימת אי התאמה בין עולמות אפשריים. התייחסות לעולם כבעל מהות המתבטאת בכללים יסודיים המאפשרים אותו תורחב להלן בחטיבה הבאה.

⁵⁹ 1686, *General Inquiries about the Analysis of Concepts and of Truths*; C 53-54, PLP 21
⁶⁰ Nov.? 1676; *Ens Pefectissimum (That a Most Perfect Being in Possible)*; A 6.3 572-573; PDSR 93

בניגוד לעמדת שפינוזה. למעשה, טענתו של לייבניץ בעניין ריבוי התכונות הא-לוהיות יכולה להיחשב כתיקון בעמדת שפינוזה בנוגע לפנתיאיזם, הואיל והיא ממוקדת במתח שבין ריבוי ואחדות וכלל אינה עוסקת בשאלות של אי התאמה בין אפשרויות. לייבניץ טוען כי אילו היה הא-ל בעל תכונה פשוטה אחת בלבד היינו מכירים רק את התכונה הפשוטה הזו ולא שום תכונה נוספת. לעומת זאת ריבוי התפיסות, ההבנות והתופעות בעולם (גם אם ריבוי זה הוא אשליה) ייתכן רק אם קיים ריבוי של אבני בניין יסודיות, כלומר ריבוי של תכונות פשוטות בהגדרת מושג הא-ל⁶¹. אבל ריבוי התופעות הללו – הנובע משלילה פורמאלית של תכונה פשוטה אחת בהגדרתה של תכונה פשוטה אחרת – מופיע באותו עולם. לייבניץ כלל אינו מתייחס כאן לבעיית אי ההתאמה בין התכונות השונות הללו אלא רק לעצם השונות שלהן. שוב, ריבוי או שונות (שנתונים רק מנקודת מבט סינתטית) מאפשרים שלילה פורמאלית על רקע ההגדרות השונות של התכונות הפשוטות, אך אינם מספיקים בכדי לחולל אי-התאמה.

אכן, שורות אחדות הלאה מגיע לייבניץ למסקנה שאי התאמה אינה קיימת בין תכונות פשוטות וחיוביות, למרות התייחסותו לשלילה ביניהן. התוצאה היא אחד הניסוחים החריפים ביותר של לייבניץ בשבח הפנתיאיזם:

It can easily be demonstrated that all things are distinguished, not as substances (i.e., radically) but as modes. This can be demonstrated from the fact that, of those things which are radically distinct, one can be perfectly understood without another; that is, all the requisites of the one can be understood without all the requisites of the other being understood. But in the case of things, this is not so. For since the ultimate reason of things is unique, and contains by itself the aggregate of all requisites of all things, it is evident that the requisites of all things are the same. So also is their essence, given that an essence is the aggregate of all primary requisites. Therefore the essence of all things is the same, and things differ only modally, just as a town seen from high point differs from the town seen from a plain... it follows that no thing really differs from another, but that all things are one, just as Plato argues in the *Parmenides*.⁶²

⁶¹ לדעת קולסטד יש לראות את טענתו של לייבניץ בעניין ריבוי התכונות הפשוטות המרכיבות יחד את הגדרת הא-ל כמנוגדת לעמדת שפינוזה (Kulstad 1995, 71-74). לדעת שפינוזה כל אחד מתארי הא-ל משמש כנקודת מבט לתפיסת ריבוי האופנים ללא תלות בתארים אחרים ('אתיקה', חלק א', משפט י'). כך ניתן להתייחס לא-לוהים על ריבוי אופניו בכפוף לתואר ההתפשטות שלו או לתואר המחשבה שלו, אך אין דרך להתייחס אליו בו זמנית באמצעות שילוב של תארו. הבעיה בעמדת שפינוזה היא שלא ברור כיצד נוצר ריבוי אופנים שאותו ניתן לתפוס מתוך כל אחד מתארי הא-ל בנפרד? כאמור, ההצעה של לייבניץ היא שמקור הריבוי הוא בהתאמה בין מגוון התכונות הפשוטות המגדירות את מושג הא-ל (מגוון המבוסס על שונות – או שלילה פורמאלית – והתאמה). וולטר צ'ירנהאוס מציג את הבעיה הזו לפני שפינוזה במכתבים 59, 80 ו-82. לטענת קולסטד, השפעתו של לייבניץ על צ'ירנהאוס ניכרת באמצעות האופן שבו מעלה צ'ירנהאוס את הבעיה בפני שפינוזה: "מכאן גם יוצא, שאיני יכול להיווכח לדעת, באיזה אופן מתחייב מתואר כלשהו, כשהוא מובחן לעצמו בלבד, למשל מן ההתפשטות האינסופית, כל אותו השוני של הגופים. אולם אם סבור אתה, שבאמת אין להקיש על כך מתואר אחד ויחיד אלא מכולם, כשהם מקובצים יחד, בבקשה ממך להורותני, וכן להודיע לי באיזה אופן ניתן להשיג דבר זה" ('אגרות', אגרת 82, 23 ביוני 1676, עמ' 282).

⁶² Nov.? 1676, *Ens Pefectissimum (That a Most Perfect Being in Possible)*; A 6.3 573, PDSR 93-95

בקטע זה לייבניץ מכיר בכך שהתאמה אפשרית בין ריבוי תכונות פשוטות וחיוביות הופכת באופן בלתי נמנע לכתב הגנה שפינוציסטי⁶³. אם מקור כל הדברים בעולם הוא אחד ויחיד, הרי שהתכונות הפשוטות המהוות את אבני היסוד של כל הדברים בעולם חייבות להיות משותפות (על אף שרק א-לוהים מכיל את כולן). כמו כן, כל התכונות הפשוטות של א-לוהים מתאימות זו לזו ומכוננות יחד מושג אפשרי של א-לוהים. מכאן שדברים שונים בעולם אינם יכולים להיות מובחנים באמת; הם רק אופנים של האחד. היחס שבין א-לוהים לדברים בעולם מתואר על ידי לייבניץ באמצעות דימוי מעניין שעוד עתיד להופיע רבות בהמשך, אם כי במובן מעט שונה: הטוטליות של א-לוהים דומה לעיר שאותה ניתן לתפוס באופנים שונים. נקודות המבט השונות אינן באמת מובחנות אלא מייצגות אספקטים שונים של אותה המהות עצמה. א-לוהים הוא הכל והכל הוא א-לוהים⁶⁴.

התוצאה הפנתיאיסטית הנגזרת ישירות מכך שקיימת התאמה מלאה בין כל התכונות הפשוטות של א-לוהים אינה מקובלת על לייבניץ והוא ממחר להסתייג ממנה. אך כאשר לייבניץ מוכיח שמושג הא-ל אפשרי הוא עושה זאת באמצעות הצבעה על התאמה בין תכונותיו הפשוטות של הא-ל. אם תכונות אלו משמשות את א-לוהים לבנייה קומבינטורית של כל העולמות האפשריים, ובכללם את העולם הטוב מכל העולמות הללו, הרי שכל העולמות מתאימים זה לזה ויכולים להתקיים יחד בו זמנית. העדר אי-התאמה בין תכונות הבסיס של ההלך הקומבינטורי של היצירה הא-לוהית, מביא למימוש כל האפשרויות ולביטול החופש הא-לוהי הנדרש להכרעה ביניהן. לייבניץ אינו מעוניין בכל זה, אך הוא ער לכך שמדובר בתוצאה בלתי נמנעת. הוא בעצמו אינו שבע נחת מהטיעון שסיפק בנובמבר 1676 לכך שמושג הא-ל אפשרי, ולכן ממשיך להזהיר בכתביו שהעובדה שאנו חושבים מושגים מסוימים אינה ערובה לתקפותם. למרות שפעמים לייבניץ מתייחס לכך שמושג הא-ל אפשרי⁶⁵, "הישות המושלמת ביותר" ממשיכה להטריד את לייבניץ גם אחרי נובמבר 1676 בשל הדמיון בינה לבין "המהירות הגבוהה ביותר" ו-"המספר הגבוה ביותר".

Until now, nobody has shown where the impossibility of different terms comes from, or how different essences compete with one another for realization. For all terms which are purely positive would seem to have to be compatible with one another.⁶⁶

לפיכך, הפתרון הצורני הקשור בהתאמה עקרונית בין תכונות פשוטות וחיוביות של א-לוהים אינו מועיל ללייבניץ בתיקוף הוכחה אפריורית לקיום הא-ל.

⁶³ קולסטד הוא היחיד כמעט מבין הפרשנים המרכזיים הגורס שלייבניץ אכן אחז בעמדה שפינוציסטית במהלך שנת 1676 (Kulstad 2005, 27-29, אך ראו גם Stewart 2005, 184). פרשנים אחרים כאדמס ופרקינסון טוענים שיש לראות טענות כמו-שפינוציסטיות אצל לייבניץ כמשקפות הלך מחשבה זמני ולא עמדה מוצהרת (Adams 1994, 129; Parkinson 1978, 88). בחטיבה הבאה אראה את ההקשר שבו לדעתי יש לראות טענות מעין אלו אצל לייבניץ.

⁶⁴ בחטיבה הבאה אציע פרשנות אחרת לטקסטים נוספים משנת 1676 שמהם עולות רמיזות פנתיאיסטיות או נעשה בהם שימוש בדימוי העיירה המופיע כאן. ביסוד פרשנותי, הטענה שאם אכן העיירה היא אנלוגיה לא-לוהים, נקודות המבט השונות על העיירה אינן התופעות אלא המרחבים השונים לארגון עולמות אפשריים. עם זאת, הטקסט הזה הוא הקשה ביותר לפרשנות כזו משום שקשה לטעון ש-things פירושו worlds. לכן הפתרון שאציע אינו יכול להיות פתרון מוחלט, ולכן אין זה בלתי אפשרי שלייבניץ היה קרוב מאד לעמדת שפינוזה לתקופת זמן מסוימת במהלך 1676.

⁶⁵ 'מונדולוגיה' סעיף מ"ה.

⁶⁶ Ca. 1677?, *De Veritatibus Primis*; G VII 195, R 296-297, trans. by Ishiguro 1990, 56

5. האינסוף המוחלט

ניתן להתרשם שלליבניץ אין מענה הולם לבעיה האופפת את ההוכחה האונטולוגית לקיום הא-ל מכך שהוא נמנע מלהזכיר את הפתרון שגיבש והראה לשפינוזה. למשל, במכתב ששולח לליבניץ לארנולד אקהרד באביב 1677 (סמוך מאד לכתובת הפתרון) הוא דוחה את כל מאמציו של אקהרד להוכיח שמושג הא-ל אפשרי אך אינו מציע את פתרון ההתאמה שבין כל תכונותיו הפשוטות של א-לוהים.⁶⁷

גם בהערות שלו ל'אתיקה' של שפינוזה בשנת 1678 מציין לייבניץ שכלל לא ברור אם מושג הכלול מאינסוף תכונות אכן אפשרי.⁶⁸ הנושא עולה בביקורת שמותח לייבניץ על המושג השלם של א-לוהים אצל שפינוזה. הביקורת נובעת מהאופן שבו תפס שפינוזה את תארי הא-ל. לדעת שפינוזה א-לוהים מכיל אינסוף תארים שכל אחד מהם בנפרד מספיק לבחינה מקיפה של העצם ("בשם תואר הריני מבחין את שהשכל תופס בעצם בחינת יסוד מהותו של זה" ('אתיקה' חלק א, הגדרה ד). אולם לייבניץ טוען שתואר הא-ל אינו היבט אפיסטמולוגי בתפיסת העצם אלא תכונה אונטולוגית של העצם. אם לא-לוהים מושג פשוט חייבת להיות דרך אחת בלבד להגדיר אותו (כלומר יש לו תואר אפיסטמי אחד בלבד)⁶⁹ אבל, כפי שפורט לקראת סופו של הפרק הקודם, על מנת ליצור ריבוי בעולם א-לוהים מוכרח לכלול ריבוי תכונות או תארים השונים זה מזה אך מתאימים-יחד. לפיכך, ההגדרה היחידה והבלעדית

⁶⁷ Summer 1677, *Leibniz to Eckhard*; G I 267, L 178. בהמשך, במאמר שמפרסם לייבניץ בשנת 1684, הוא מזכיר שוב את ההוכחה האונטולוגית, ומצביע על הבעייתיות שבה באמצעות ההדגשה שמהירות אינסופית או גודל אינסופי אינם אפשריים (1684, *Meditations on Knowledge, Truth and Ideas*; G IV 424-425, AG 25-26). למרות שהוא מקפיד להדגיש שאין דבר אמיתי יותר מכך שיש לנו מושג של א-לוהים ואף ישויות מושלמת ביותר אכן אפשרית, לייבניץ בכל זאת מסכם את העניין בכך שאקווינס דחה בעבר את ההוכחה, ואינו מזכיר את הפתרון שגיבש בנובמבר 1676. גישה זו חוזרת על עצמה ב-1686 ב'מאמר מטאפיסי' סעיף 23: לייבניץ קובע כי "האידיאה של [א-לוהים או של יש מושלם] כוללת את כל השלמויות והקיום הוא אחת מהן, ולכן הוא קיים. אבל מאחר שאנו חושבים לעתים מזומנות על אודות מקסמי שווה בלתי אפשריים, למשל על הדרגה האחרונה של המהירות, על המספר הגדול ביותר [...] מסתבר שאין די בהגיון דברים זה" (עמ' 94). בקיצור, הגדרת הא-ל כישויות המושלמת ביותר היא הגדרה שמנית (נומינאליסטית) על פי לייבניץ מאחר ואין בכוחה להבטיח את אפשרותו של המושג ולכן עלולה להוביל לטעות. ההגדרה הנדרשת לשם הוכחת אפשרותו של מושג היא הגדרה ממשית (או למעשה הגדרה סיבתית או מהותית מכיוון שמדובר בהוכחה אפריורית שהמושג אפשרי ואינו מכיל סתירה פנימית), אך הגדרה כזו כמעט שאינה נגישה לנו. אנו מצליחים להגיע אליה לפעמים כאשר אנו מנתחים ישים גיאומטריים אך היא למעלה מכוחנו כאשר מדובר בעצמים: "יש הפרש בין הדברים המוחשיים, אם עצמים ואם אופנים, שאין לנו מהם אלא הגדרות שמניות ארעיות, ושאינן סיכוי רב שנקנה לנו מהם הגדרות ממשיות, ובין האופנים המושכלים, ככל שיקשה לנתחם, שהרי בסופו של דבר אנו יכולים להגיע אל המבנה הפנימי של היצירים הגיאומטריים" (1709, 'מסות חדשות' ספר שלישי פרק י' [על השימוש המסולף במילים], עמ' 383). למרות אי הנגישות של ההגדרה הממשית למושגים, לייבניץ בכל זאת אינו מהסס להצהיר שבכוחנו לעמוד על הגדרתו הממשית של העצם הא-לוהי: "אמנם מודה אני שיקשה יותר לקבל הגדרה ממשית של הגופים (שהם ישים עצמותיים), מפני שהמבנה שלהם פחות נהיר לנו; אבל לא כן דינם של כל העצמים, כי את העצמים האמיתיים או האחדויות (כגון הא-ל והנפש) יודעים אנו ידיעה יורדת לעמקם, במידה לא פחותה מאשר את מרבית האופנים" (שם, ספר שלישי פרק ג' [על השמות הכלליים], עמ' 311). מאחר ולייבניץ הדגיש קודם ש"נבצר מאיתנו לקנות לנו ידיעה של האינדיבידואלים ולמצוא את הדרך לקבוע בדיוק את האינדיבידואליות של דבר מן הדברים, זולת אם אחיזה לנו בו עצמו [...] האינדיבידואליות מקפלת בתוכה את האינסוף, ורק מי שמסוגל להבינו יוכל לעמוד על עקרונם האינדיבידואליים של דבר זה או זה" (שם, עמ' 304) – אני מוצא את הצהרתו בנוגע לקיומה של הגדרה ממשית של מושג הא-ל מכוונת למושגו הפשוט של הא-ל ולא למושגו המורכב לאינסוף. ואולם, הגדרה זו אינה מוכיחה את אפשרותו של מושג הא-ל אלא דווקא מתבססת על כך הואיל ומושג פשוט אינו ניתן לניתוח כלל.

⁶⁸ 1678, *On the Ethics of Spinoza* (def. 6); G I 140, L 197

⁶⁹ "Furthermore, it can be doubted whether the same simple essence can be expressed through many different attributes. there are in fact many definitions of composite things, but only one of a simple thing, and its essence can be expressed, it seems, only in one way" (1678, *On the Ethics of Spinoza* (def. 6); G I 140, L 197. Cf. L 200 (propositions 9-10))

למושגו הפשוט של א-לוהים צריכה להתקבל מחיבור בו-זמני של כל התארים והתכונות שמכיל א-לוהים. וכאן המלכוד: לייבניץ מסכים עם שפינוזה שמושג הא-ל הוא פשוט⁷⁰ ואמנם ריבוי תכונות ותארים מתאימים-יחד מניב את ההגדרה היחידה והבלעדית למושגו הפשוט של א-לוהים, אבל בכך מושג הא-ל חדל להיות פשוט והופך למורכב – הוא הופך להיות תלוי בהתאמה בין תכונות שונות. שוב מוטלת על הכף הדילמה המכרעת שעליה הצביע ראסל: האם מושגו הפשוט של א-לוהים כולל תכונה פשוטה אחת המונעת ריבוי בעולם או ריבוי תכונות שבאמצעותן מתקבל מושג מורכב של א-לוהים? עיקרו של דבר, אי אפשר להגיע למושג פשוט של א-לוהים באמצעות ריבוי התכונות שלו. הפתרון היחיד לדעתי הוא שהגדרת מושג הא-ל באמצעות התאמה בין אינסוף תארים (אונטולוגיים) מניחה מראש את קיומו של מושג פשוט כזה. כפי שטוען גם אדמס, לייבניץ יוצא מנקודת הנחה שמושג א-ל מורכב כישות המושלמת ביותר הוא אפשרי למרות שאין בכוחו להוכיח זאת⁷¹. אם מושגו הפשוט של א-לוהים אינו מוטל בספק ניתן לקבוע ללא כל קושי שהוא גם מכיל אינסוף תכונות או תארים. ביסוד מושג הא-ל "הישות המושלמת ביותר" עומד מושג פשוט ובלתי ניתן לניתוח של א-לוהים, בשונה מהביטוי הבעייתי "המספר שאין גדול ממנו" שכל כולו חיבור יחידות ללא סוף. ההבחנה שעושה לייבניץ בין המספר האינסופי לישות האינסופית יכולה להיות מוצדקת רק מכיוון שקיימת תשתית אונטולוגית יציבה אך בלתי נגישה לחשיבה במקרה של מושג הא-ל. אך כפי שכבר הודגש לעיל, שחזור כזה של עמדת לייבניץ אינו יכול להסביר את מאמציו של לייבניץ להוכיח אפריורי שמושג הא-ל אפשרי מכיוון שמאמצים אלו הופכים כעת למיותרים.

במאמר שמפרסם לייבניץ בשנת 1684 הוא מזכיר שוב את ההוכחה האונטולוגית ומצביע על הבעייתיות שבה באמצעות ההדגשה שמהירות אינסופית או גודל אינסופי אינם אפשריים⁷². למרות שהוא מקפיד להדגיש שאין דבר אמיתי יותר מכך שיש לנו מושג של א-לוהים ואף שישות מושלמת ביותר אכן אפשרית, לייבניץ בכל זאת מסכם את העניין בכך שאקווינס דחה בעבר את ההוכחה, ואינו מזכיר את הפתרון שגיבש בנובמבר 1676⁷³. גישה זו חוזרת על עצמה ב-1686 במאמר מטאפיזי בו קובע לייבניץ כי "האידיאה של [א-לוהים או של יש מושלם] כוללת את כל השלמויות והקיום הוא אחת מהן, ולכן הוא קיים. אבל מאחר שאנו חושבים לעתים מזומנות על אודות מקסמי שווא בלתי אפשריים, למשל על הדרגה האחרונה של המהירות, על המספר הגדול ביותר [...] מסתבר שאין די בהגיון דברים זה"⁷⁴.

⁷⁰ אין לבלבל בין הביקורת של לייבניץ על המושג הפשוט של א-לוהים אצל שפינוזה לבין התלות הפילוסופית שלו עצמו במושג כזה.

⁷¹ Adams 1994, 192ff

⁷² Nov. 1684, *Meditations on Knowledge, Truth and Ideas*; G IV 424-425, AG 25-26

⁷³ "However, nothing is truer than that we have an idea of God and that a most perfect being is possible, indeed, necessary; yet the argument is not sufficient for drawing the conclusion and was long ago rejected by Aquinas." (*Ibid.*, AG 26)

⁷⁴ 1686, 'מאמר מטאפיזי' סעיף 23, עמ' 94. הגדרת מושג הא-ל כישות המושלמת ביותר היא הגדרה שמנית (נומינאליט) על פי לייבניץ מאחר ואין בכוחה להבטיח את אפשרותו של המושג ולכן עלולה להוביל לטעות. ההגדרה הנדרשת לשם הוכחת אפשרותו של מושג היא הגדרה ממשית (או למעשה הגדרה סיבתית או מהותית מכיוון שמדובר בהוכחה אפריורי שהמושג אפשרי ואינו מכיל סתירה פנימית), אך הגדרה כזו כמעט שאינה נגישה לנו. אנו מצליחים להגיע אליה לפעמים כאשר אנו מנתחים ישים גיאומטריים אך היא למעלה מכוחנו כאשר מדובר בעצמים: "יש הפרש בין הדברים המוחשים, אם עצמים ואם אופנים, שאין לנו מהם אלא הגדרות שמניות ארעיות, ושאינן סיכוי רב שנקנה לנו מהם הגדרות ממשיות, ובין

במכתבו לרוזנת אליזבת (ככל הנראה ב-1678) טוען לייבניץ שהפתרון לשאלה האם מושג הא-ל אפשרי אכן מצוי בהישג ידו, אך בוחר במפגיע שלא להזכירו⁷⁵. תחת זאת הוא מציג טיעון חלש מאד "משיקולים פרקטיים" שאותו הוא ממנהר לדחות כבלתי מתאים לצורך הוכחה⁷⁶. למרות שהוא מציג לחשוד מראש בכל רעיון שמא הוא אינו אפשרי⁷⁷, לייבניץ בכל זאת בטוח שהמושג 'הישות המושלמת ביותר' אינו בלתי אפשרי בשל העובדה שהמושג מבוסס על המוחלט:

For I have recognized that metaphysics is scarcely different from the true logic, that is, from the art of invention in general; for, in fact, metaphysics is natural theology, and the same God who is the source of all goods is also the principle of all knowledge. This is because the idea of God contains within it absolute being, that is, what is simple in our thoughts, from which everything that we think draws its origin.⁷⁸

הישענות על מושג א-ל פשוט המוגדר כמוחלט מתוך מודעות לבעייתיות הכרוכה באינסוף מופיעה כבר בשנת 1676, כפי שתואר כבר בחלק ג' של המחקר, עת לייבניץ מגיע למסקנה סופית שגדלים אינפניטיסימאליים אינם קיימים. העובדה שגדלים אינסופיים אינם יכולים להניב שלם אמורה היתה להביא לכך שהצטברות אינסופית לעולם אינה מקסימאלית כשם שהתחלקות אינסופית לעולם אינה מינימאלית. למרות זאת לייבניץ מסביר באמצעות פנייה למטאפיסיקה מדוע יחסו למינימום ולמקסימום אינו סימטרי:

האופנים המושכלים, ככל שיקשה לנתחם, שהרי בסופו של דבר אנו יכולים להגיע אל המבנה הפנימי של היצירים הגיאומטריים" (1709, 'מסות חדשות' ספר שלישי פרק י' [על השימוש המסולף במילים], עמ' 383). מעניין שלמרות אי הנגישות של ההגדרה הממשית למושגים של עצמים, לייבניץ בכל זאת אינו מהסס להצהיר שבכוונתו לעמוד על הגדרתו הממשית של העצם הא-לוהי: "אמנם מודה אני שיקשה יותר לקבל הגדרה ממשית של הגופים (שהם ישים עצמותיים), מפני שהמבנה שלהם פחות נהיר לנו; אבל לא כן דינם של כל העצמים, כי את העצמים האמיתיים או האחדויות (כגון הא-ל והנפש) יודעים אנו ידיעה יורדת לעמקם, במידה לא פחותה מאשר את מרבית האופנים" (שם, ספר שלישי פרק ג' [על השמות הכלליים], עמ' 311). עם זאת, מאחר ולייבניץ הדגיש קודם ש"נבצר מאיתנו לקנות לנו ידיעה של האינדיבידואלים ולמצוא את הדרך לקבוע בדיוק את האינדיבידואליות של דבר מן הדברים, זולת אם אחיזה לנו בו עצמו [...] האינדיבידואליות מקפלת בתוכה את האינסוף, ורק מי שמשוגל להבינו יוכל לעמוד על עקרון האינדיבידואציה של דבר זה או זה" (שם, עמ' 304) – אני מוצא את הצהרתו בנוגע לקיומה של הגדרה ממשית של מושג הא-ל מכוונת למושגו הפשוט של הא-ל ולא למושגו המורכב לאינסוף. הגדרה כזו אינה מוכיחה את אפשרותו של מושג הא-ל אלא למעשה מתבססת על אפשרות כזו הואיל ומושג פשוט אינו ניתן לניתוח כלל.

⁷⁵ "I genuinely believe that anyone who has recognized this idea of God [as a subject that contains all perfections], and who sees that existence is a perfection, must admit that existence belongs to God. In fact, I do not question the idea of God more than I do this existence; on the contrary, I claim to have a demonstration of it. But I do not want us to flatter ourselves and persuade ourselves that we can arrive at such a great thing with such a little cost." (1678?, *Leibniz to Countess Elizabeth*; A 2.1 437, AG 237-8)

⁷⁶ "[E]verything is held to be possible unless it is proven to be impossible. There is, therefore, a presumption that God is possible, that is, that he exists, since in him existence is follows from possibility. This is sufficient for practical matters in life, but it is not sufficient for a demonstration." (*Ibid.*, 438, AG 238)

⁷⁷ "[...] we think about this greatest speed, something that has no idea since it is impossible. Similarly, the greatest circle of all is an impossible thing, and the number of all possible units is no less so; we have a demonstration of this. And nevertheless, we think about all this. That is why there are surely grounds for wondering whether we should be careful about the idea of the greatest being, and whether it might not contain a contradiction." (*Ibid.*)

⁷⁸ 1678?, *Leibniz to Countess Elizabeth*; A 2.1 435, AG 237

The reason why the unbounded, i.e. that which is greater than anything finite, is something, and the infinitely small is not, is that in the continuum the maximum is something, and the minimum is not; the most perfect is something, the least is not, God is something, nothing is not. In the continuum, the whole is prior to its parts; the absolute is prior to the limited; and so is the unbounded prior to which has a bound, since a bound is a kind of addition. There is no great number, and no least line.⁷⁹

המוחלט קודם למוגבל, אך לא בהכרח בדומה ליחס שלם-חלק כפי שמציע לייבניץ כאן⁸⁰. קדימות זו של המוחלט היא הסיבה היחידה לכך שמוגבל המוגדר באמצעות האינסוף יכול לחמוק מהסתירות שחופן בחובו האינסוף. כך למשל מציג לייבניץ את מושג הא-ל בפתח 'המאמר המטאפיזי' שלו עשור שנים לאחר מכן:

מושג הא-לוהים המקובל ביותר והמשמעותי ביותר שיש בידינו מבוטא באופן משביע רצון דיו באומרנו שא-לוהים הוא יש מושלם בהחלט, אבל אין בודקים די הצורך את המסקנות הנובעות ממנו; וכדי להיכנס יותר בעובי הקורה, נכון יהיה לציין שיש בטבע כמה שלמויות שונות לחלוטין זו מזו, שא-לוהים הוא בעל כל השלמויות האלה כולן, ושכל אחת מהן שייכת לו בדרגה העליונה ביותר. צריך גם לדעת מהי שלמות. סימן היכר בטוח למדי שלה הוא שהצורות או הטבעים שאינם בעלי דרגה אחרונה (*maximum*) אינם שלמויות, כמו למשל טבעם של המספר או התבנית. שכן המספר הגדול מכולם (או המספר של המספרים) כמו גם התבנית הגדולה מכל התבניות כוללים סתירה, אבל הידיעה הגדולה ביותר או הכל-יכולת אינן מכילות כלל אי-אפשרות. לפיכך היכולת והידיעה הן שלמויות ובאשר הן שייכות לא-לוהים אין להן גבולות כלל.⁸¹

לכאורה, תיאור השלמות שמספק לייבניץ בסיפא הוא בעייתי. אם העדר דרגה אחרונה נחשב כסימן היכר בטוח למדי, כיצד ניתן לומר שחכמה או יכולת הן שלמויות? האם באמת קיימות חכמה או יכולת מקסימאליות? האם די בקריטריון הזה בכדי להבחין בין מספר או צורה שאותם ניתן להגדיל ללא סוף לבין שלמויות הא-ל? נראה שמה שטוען לייבניץ כאן ברור אם מציגים את טענתו במהופך. לייבניץ מניח מלכתחילה (ולא מגיע לכך במסקנה) שחכמה ויכולת הן תכונות של א-לוהים, ומכיוון שכך הן יכולות להיחשב כשלמויות מקסימאליות. מנגד, מספר וצורה אינם קשורים לא-לוהים באופן מיוחד ועל כן אין שום סיבה לכרוך אותם עם מקסימום. למעשה, אלה הם בדיוק דבריו של לייבניץ ברישא. מושג הא-ל הוא פשוט ומושלם ומתוכו ניתן לגזור את העובדה שהוא בעל כל השלמויות, כלומר בעל תכונות המצויות אצלו בדרגתן המקסימאלית.

⁷⁹ 10 April 1676, *Infinite numbers*; A 6.3 502, LLC 97

⁸⁰ "I should think that everything is in God not as part is in a whole, nor as an accident is in the subject, but as place is in that which contains it, a spiritual or sustaining place, though, not a commensurate or shared place, but in such a way that God is immense or everywhere, and the world is present to him. And so, everything is in him, for he is where things are and where they aren't, and he remains when they depart, and is already there when they arrive." (1707?, *Comments on Spinoza's Philosophy*; AG 276)

⁸¹ 1686, 'מאמר מטאפיזי', סעיף 1, עמ' 41-42.

הצעה זו עולה בקנה אחד עם האופן שבו מגדיר לייבניץ את האינסוף המוחלט באפריל 1676 בתגובה לשפינוזה:

Whatever contains *everything* is maximum in entity; just as a space unbounded in every dimension is maximum in extension. Likewise, that which contains everything is the most infinite, as I accustomed to call it, or the absolute infinite.⁸²

לייבניץ אינו מזהה את א-לוהים כ'הכל' אלא טוען שהכל מוכל בא-לוהים⁸³. זהו הבדל מכריע מכיוון שהטוטאליות של כל הדברים אינה יכולה בכל מקרה להיחשב כשלמה על פי לייבניץ. לחלופין, האחדות השלמה של א-לוהים יכולה להניב מתוכה את הכל⁸⁴.

Second half of April 1676, *Annotated Excerpts from Spinoza*; A 6.3 282, LLC 115; Feb. 1676, *On Spinoza's Ethics, and On the Infinite*; A 385, LLC 43⁸²

כפי שטוען פרקינסון, לייבניץ מקפיד שלא לזהות את א-לוהים עם 'הכל', בכך שהוא קובע שא-לוהים מהווה תנאי מספיק (וכמובן גם הכרחי) לקיומו של 'הכל' (Parkinson 1978, 88). במילים אחרות, אין כאן הצהרה פנתיאיסטית מצד לייבניץ. 'הכל' אמנם מוכל באל אך הכלה זו נובעת מהכללת התכונות האלמנטאריות באל שרק מהן ניתן להפיק 'הכל'. כך שאין זהות בין 'הכל' לבין א-לוהים. פרקינסון מפנה למשפט האחרון בציטוט הבא: "The third degree of the infinity, and this is the highest degree, is *everything*, and this kind of infinite is in God, since he is all one; for in him are contained the requisites for existing of all the others." (Feb. 1676, *On Spinoza's Ethics, and on the infinite*; A 385, LLC 43)⁸³

מעניין לציין שמתח בין האחדות הכוללת המכונה 'א-לוהים' לבין חוסר האפשרות ליצור קולקציה של אינסוף מרכיבים באופן מוחלט מופיע גם ביסוד תורת הקבוצות המושתתת על תפיסה מודרנית של האינסוף. כפי שהוסבר בפירוט בחלק ב' של המחקר, על פי לייבניץ גדלים אינסופיים לעולם אינם גדלים שלמים אלא תמיד גדלים בהתהוות. התהוות זו איננה פוטנציאלית גרידא אלא יש לתפוס אותה באופן סינקטגורמטי. פירוש הדבר שעבור כל גודל x סופי ישנו y גדול ממנו, כך שניתן תמיד להגדיל את x ככל שנרצה. בכל מקרה הגודל y שיתקבל תמיד יישאר סופי, ולכן לייבניץ שלל את קיומם של גדלים אינסופיים. לעומת זאת, הוגי תורת הקבוצות ובראשם גיאורג קנטור תמכו בקיומם של מספרים אינסופיים ולכאורה מצאו דרך לאפיין מתמטית קולקציה של אינסוף מרכיבים. קנטור צידד בתפיסה קטגורמטית של האינסוף, שפירושה שישנו y הגדול מכל x סופי. מאחר ו- y משמש לציון מספר המצוי מעבר להגדלה בלתי פוסקת של x , ברור ש- y אינו יכול להיות מספר סופי אלא חייב להיות מספר אינסופי המכונה אצל קנטור מספר עלסופי (transfinite). כך, המספר העלסופי הראשון, \aleph_1 , שווה בעצמתו לקבוצת כל המספרים הטבעיים (כלומר לקבוצת כל הקרדינאליים הסופיים). עם זאת, קיומו של מספר עלסופי אינו סותר את העובדה שכמות המספרים הסופיים היא אינסופית ללא גבול. למעשה, בדיוק מסיבה זו טען קנטור שגם כמות המספרים העלסופיים היא אינסופית ללא גבול (Cantor 1915, 495). יחד עם זאת, קנטור, בדומה ללייבניץ, שלל את קיומו של 'מספר כל המספרים' או את קיומה של 'קבוצת כל הקבוצות'. למרות ההבדל המכריע ביניהם גם קנטור נמנע מלאחד ריבוי אינסופי באופן מוחלט. 'מספר כל המספרים' אמור להיות מספר שאינו כולל באף קבוצת מספרים ומשום כך הוא גדול מכל קבוצה כזו. אולם אם מספר כל המספרים נחשב למספר הוא חייב להכיל את עצמו; אם הוא אינו נחשב למספר אזי מספר כל המספרים אינו קיים. הפרדוקס הזה שנודע כפרדוקס ראסל ושהביא לערעור הפרויקט הלוגי של פרגה, נוסח קודם לכן על ידי בולצנו בספרו על הפרדוקסים של האינסוף באמצעות קבוצת כל ההיגדים האמיתיים. זוהי קבוצה אינסופית שאמורה להכיל את עצמה (כיוון שגם היא עצמה היגד אמיתי) אך דווקא בשל כך היא נקלעת לרגרסיה אינסופית כך שקבוצת כל ההיגדים האמיתיים אינה אפשרית (Bolzano 1950, 84-85). גם דדקינד ניסח את אותו פרדוקס בנוגע לקבוצת המחשבות הרציונאליות (האפשריות) שהינה אינסופית ואמורה להכיל את עצמה ובכך לפגוע בקיומה כקבוצה (Dedekind 1963, 64). כאמור, למסקנה זו הגיע גם קנטור ובכדי להימנע מהפרדוקס שאיים על קונסיסטנטיות מושג הקבוצה, הוא נמנע להכיר בקיומה של 'קבוצת כל הקבוצות' או 'מספר כל המספרים' ואפיין גודל זה כאינסוף מוחלט שפירושו ריבוי בלתי קונסיסטנטי שאותו לא ניתן להגדיר כקבוצה כמותית. כך יוצא שמספר כל המספרים אינו יכול להיחשב כמספר כלל, בדיוק כפי שקבע לייבניץ (בחטיבה השלישית שבחלק זה נוכל לראות שלייבניץ אף התייחס להכרת 'הכל' על ידי א-לוהים כרגרסיה אינסופית, ולכן כבלתי אפשרית מנקודת מבט דיסקרטית). מספר על המספרים נחשב אצל קנטור לזה עם א-לוהים, וזאת על אף שא-לוהים נחשב בעיניו לאחדות מוחלטת משוללת חלקים ואילו האינסוף המוחלט (או בקיצור 'הכל') אינו יכול להיות אחד אלא רק ריבוי אינסופי משולל ארגון מאחד כלשהו.

נקודה זו מעניינת במיוחד לאור העובדה שקנטור הצביע על לייבניץ כמושא ההשראה שלו בגיבוש תורת הקבוצות (Dauben 1979, 123-124). קנטור בדומה ללייבניץ תפס את המציאות כמורכבת מריבוי אינסופי אקטואלי של גורמים

ברוח זו מצביע לייבניץ על הפער שבין הצטרפות אינסופית של תכונות לבין אינסופיות שלמה וטוטאלית בתוספת למכתב ששלח לתיאולוג ברתולומאו דה-בוס בתחילת ספטמבר 1706, תוספת שבסופו של דבר נמחקה על ידי לייבניץ ולא נשלחה ליעדה:

Supplementary Study: There is a *syncategorematic infinite* or passive power having parts, namely, the possibility of further progress by dividing, multiplying, subtracting, or adding. In addition, there is a *hypercategorematic infinite*, or potestative infinite, an active power having, as it were, parts eminently but not formally or actually. This infinite is God himself. But *there is no categorematic infinite*, or one actually having infinite parts formally. There is also an actual infinite in the sense of a distributive whole but not a collective one. Thus, something can be stated about all numbers, though not collectively. In this way it can be said that for every even number there is a corresponding odd number, and vice versa; but it is not therefore accurately said there is an equal multitude of even and odd numbers.⁸⁵

בקטע מעניין זה ניתן לראות היטב את הפער שמשתרע בין אינסוף סינקטגורמטי של חלקים מצד אחד לבין אינסוף מוחלט או היפר-קטגורמטי אחד ובלתי ניתן לחלוקה מצד שני. לייבניץ מדגיש שא-לוהים בהחלט מכיל את כל החלקים על מנת לרמוז לכך שריבוי אינסופי סינקטגורמטי אכן מקורו בא-לוהים. מנגד, הוא מתייחס באופן מפורש לכך שאינסוף אקטואלי יכול להתקיים בתורת ריבוי בלבד ולעולם לא כקולקטיב אחד.⁸⁶ פירושו של דבר שא-לוהים אינו יכול להיות מזוהה עם אינסוף אקטואלי או עם 'הכל', אך 'הכל' נובע ממנו. א-לוהים הוא הכל אך הכל איננו א-לוהים. "האינסופי האמיתי – אם נדייק בדיבורנו – נתון רק בהמוחלט, שהוא קודם לכל הרכבה ואין הוא נוצר על ידי חיבור של חלקים".⁸⁷

בפרק המסכם את עמדתו בנוגע להוכחות קיום הא-ל בספרו 'מסות חדשות על שכל האדם' משנת 1709, קובע לייבניץ שהבעיה בהוכחות אלו אינה טמונה במושג הא-ל עצמו, שאין להטיל ספק שהוא אכן אפשרי הואיל וא-לוהים קיים באופן וודאי, אלא בהוכחות השונות לכך:

והניח שהריבוי האינסופי הינו מפתח יסודי להבנת החשיבה האנושית, העולם החומרי והאורגני ומאפיינים מסוימים בהגדרת הא-ל. במקביל, האחדות הא-לוהית שמעבר לריבוי שימשה תפקיד מרכזי בגיבוש שיטתו של קנטור ובהצדקתה, כפי ששימשה אצל לייבניץ. קנטור עושה שימוש ברעיון הלייבניציאני שכל האפשרויות קיימות בשכלו הנצחי של א-לוהים (בשינוי קטן: לדעת קנטור לכל אפשרות עקבית מעמד של אמת מתמטית), ולכן קובע שהמספרים העלסופיים קיימים בשכלו של א-לוהים גם אם איש אינו מכיר בקיומם (Dauben 1979, 229). חשוב מכך, העדר גישה לאינסוף המוחלט המהווה גבול עליון של המספרים העלסופיים מספק נימוק לקיומם של מספרים אלה: כל תכונה הקיימת באינסוף המוחלט חייבת לאפיין רמות נמוכות יותר של אינסופיות, אחרת ניתן יהיה לאפיין את האינסוף המוחלט באמצעות אותה תכונה ועל ידי כך להגדיר את הבלתי ניתן להגדרה (Hallett 1996, 40-49). באופן זה מעגן קנטור את המספרים העלסופיים בקיומו של אינסוף מוחלט בלתי נגיש (Ignacio 1995, 379). נראה אם כן, שהמתח בין המובן הכמותי של האינסוף לבין המובן האיכותי שלו (מטאפיזיקה או תיאולוגיה) בא בסופו של דבר לידי ביטוי גם בהגות מודרנית כשל קנטור שבה ניתן לראות כמות אינסופית כשלמה.

⁸⁵ 1 Sep. 1706, *Leibniz to Des Bosses*; G II 314, LR 53

⁸⁶ זאת בניגוד לשפינוזה, שהמושג אינסוף אקטואלי משמש עבורו להגדרת האחדות הא-לוהית; ובניגוד למספר מתמטיקאים כגרגורי מרמיני, גלילאו גליליי וג'ון וואליס שתפסו את האינסוף הכמותי באופן קטגורמטי.

⁸⁷ 1709, 'מסות חדשות' ספר שני, פרק י"ז [על האינסוף], עמ' 138.

שמה תטען: מאחר שמודה אני שמצוי בנו המושג הטבוע-מלידה של א-לוהים, אסור לי לומר שאפשר להטיל ספק אם יש מושג כזה. אולם אין אני מניח מקום לספק זה אלא ביחס להוכחה מדוקדקת, המתבססת אך ורק על המושג בפני עצמו. שהרי מובטחים אנו די הצורך באורח אחר בנוגע למושג הא-ל ובנוגע למציאות הא-ל. ומן הסתם תזכור שהראיתי, באיזה אופן המושגים הם בנו, לא תמיד באופן כזה שאנו תופסים אותם במודע, אבל תמיד באופן כזה שאפשר לנו לשאוב אותם מגנזי הווייתנו ולתיתם עניין לתפיסה מודעת. וזהו גם מה שחושב אני על המושג של א-לוהים, אשר את אפשרותו ומציאותו רואה אני כמוכחת בכמה הוכחות.⁸⁸

כל ההוכחות המדוקדקות עוסקות באותו מושג של א-לוהים שאותו אנו שואבים "מגנזי הווייתנו". מושג הא-ל הקיים בנו באופן לא מודע כלל אינו נגיש לחקירה פילוסופית, ולא ניתן להטיל בו ספק אלא מרגע שאנו מעלים אותו אל מודעותנו. אך העלאה כזו הופכת את המושג הפשוט של א-לוהים למושג מורכב, ניתן לחשיבה. בכך מדגיש לייבניץ את שנאמר לעיל: המאמץ להראות שמושג מורכב של א-לוהים הינו אפשרי נשען באופן ישיר על קיומו הבלתי מעורער של מושג פשוט ובלתי ניתן לניתוח של א-לוהים.

אם כך, ברור מדוע לייבניץ לרגע אינו מפקפק בכך שהמושג הפרובלמטי 'הישות המושלמת ביותר' אכן אפשרי, כפי שטוען אדמס. מנגד, לגמרי לא ברור מדוע לייבניץ מתאמץ כל כך לספק הוכחה לכך. קיומו של מושג א-ל פשוט מונע מצב של ספקנות ביחס למושג א-ל מורכב, אבל בה במידה הופך את המאמץ להוכיחו אפריורי למאמץ שווא.

המושג הפשוט והבלתי נגיש של א-לוהים הוא האינסוף המוחלט אכן מצוי בתוכנו פנימה, והוא המקור לתכונות שונות המיוחסות לא-לוהים ושאונו תופסים אותן כמושלמות או כבעלות דרגה אחרונה. בדרך זו קובע לייבניץ שיש לנו מושג חיובי אודות הנצח למשל, "ובלבד שאין מתכוונים בכך לפולות אינסופית אלא משיגים אותו בחינת מוחלט או תואר בלתי גבולות [...] בלי שיהא תלוי בחלקים ובלתי שיהא ניתן להשיגו על ידי חיבור של פרקי זמן".⁸⁹ המרחב והזמן לדעת לייבניץ הינם תוצאה של חיבור מנטאלי בין אינסוף גורמים: המרחב הוא יחס בין גורמים הקיימים יחד סימולטאנית ואילו הזמן הוא יחס בין גורמים עוקבים הקיימים בזה אחר זה.⁹⁰ ככאלו, הם לעולם אינם יכולים להיחשב לפולות שלמה הואיל והם מורכבים מאינסוף חלקים. אבל כאשר המרחב וזמן נחשבים באופן אופטימאלי וכתכונות מושלמות של הא-ל, הם נתפסים כהוויה-לאין-מידה וכנצח בהתאמה.

המושג של המוחלט הוא בתוכנו פנימה, כמו המושג של הישות. מוחלטים אלו אינם אלא תארי הא-ל, ואפשר לומר שהם מקור המושגים באותה מידה ממש שהא-ל עצמו הוא עקרון הישים. המושג של המוחלט לגבי החלל אינו אלא המושג של ההוויה-לאין-מידה

⁸⁸ 1709, 'מסות חדשות', ספר רביעי, פרק י' [על הידיעה שיש לנו על מציאות הא-ל], עמ' 502-503.

⁸⁹ 1709, 'מסות חדשות', ספר שני, פרק י"ז [על האינסוף], עמ' 141.

⁹⁰ מכיוון שהזמן אינו מושג הרלוונטי לגורמים מסוימים דווקא, יש לומר שהמרחב הוא יחס סטטי חסר זמן והזמן הוא יחס בין מרחבים עוקבים. הגם שלייבניץ התייחס למרחב ולזמן כיחסים בעלי אותה דרגה, ניתן לראות שהזמן מבוסס על המרחב ולא להיפך. מפאת מורכבות מושג הזמן אצל לייבניץ, כמו גם בשל העובדה שכאשר לייבניץ מתייחס למקסימום המטאפיסי שלו הוא משתמש הרבה יותר במרחב מאשר בזמן, אתמקד בחטיבה הבאה המוקדשת לעולם במושג המרחב.

של הא-ל (l'immensité)⁹¹, והוא הדין לשאר. אולם טעות היא לדמות חלל מוחלט בחינת פולות אינסופית מורכבת מחלקים. דבר כזה לא היה ולא נברא. זהו רעיון הכולל סתירה; ופוליות אינסופיות אלו, וכן היפוכם – הקטנים לאינסוף, מקומם הנאות רק בחשבון של הגיאומטרים, ממש כמו השורשים הדמיוניים של האלגברה.⁹²

מצד אחד, הנצח הא-לוהי והנוכחות (המרחבית) הא-לוהית נתפסים בעיני לייבניץ כפוליות שלמות מכיוון שהן נובעות מהמוחלט וכלולות בו כתכונות מושלמות. מצד שני, אין לתפוס את ההתפשטות המרחבית ואת המשך הזמני כאינסופיות שלמה – אלו הם רעיונות הכוללים סתירה. בחטיבה הבאה נבחן את הכפילות הזו ביחסו של לייבניץ לעולם, כמודוס של נוכחות א-לוהית אך גם כאגרנט נטול נשמה.

הואיל וניתוח המושג המורכב של א-לוהים מותנה מראש בקיומו הוודאי של מושגו הפשוט, יש מקום להרהר אם המאמצים שמשקיע לייבניץ בהוכחה שמושג הא-ל אכן אפשרי אינם מיותרים. או במילים אחרות, האם ייתכן שעקביות פנימית של מושג הא-ל חשובה ללייבניץ מסיבות אחרות שבעטיין הוא משקיע רבות בהוכחת העניין? אם הרכבת הישים בעולם מבוססת על התאמת התכונות הפשוטות של א-לוהים זו לזו, יש לקונסיסטנטיות מושג הא-ל חשיבות עליונה שאכן חורגת מעניין ההוכחה לקיום הא-ל: העדר קונסיסטנטיות או קונסיסטנטיות הכרחית תבטל את ההבדל שבין קיום לאפשרות ותערער על הגדרת הא-ל כחופשי. כפי שנראה בחטיבה הבאה, לייבניץ נאלץ להתקרב מאד לפנתיאיזם של שפינוזה בשל התאמה הכרחית בין התכונות הפשוטות המרכיבות את עולם התופעות, אך השאלה שמביאה אותו להבחין את שיטתו מזו של שפינוזה איננה השאלה האם מושג הא-ל אפשרי אלא השאלה האם ניתן להימנע ממימוש כל האפשרויות⁹³. שאלה זו תיבחן בחטיבה הבאה באמצעות בירור יחסו של לייבניץ לעולמות האפשריים.

⁹¹ מבחינה מילולית הביטוי Immensité או Immensum פירושו חסר-מידה, כך שהמונח המתורגם 'הווייה-לאין-מידה' מוסיף היבט מטאפיזי ואינו מדויק. יחד עם זאת, ההקשר שבו עושה לייבניץ שימוש בביטוי זה איננו מופשט ואידיאלי אלא מטאפיזי בבירור: Immensum הינו תכונה מושלמת ולכן מוחלטת של א-לוהים בהקשר המרחבי או המדידתי. הבחירה במונח 'הווייה-לאין-מידה' היא לפיכך בחירה פרשנית ולא רק תרגומית, ולדעתי היא בחירה טובה. 'נצח' לעומת זאת אמנם מבטא בדייקנות את הביטוי Eternité או Aeternitate (1709), 'מסות חדשות' ספר שני, פרק י"ז [על האינסוף], עמ' 141), ואינו כולל את ההיבט המטאפיזי בתוכו. אך משום כך הביטוי אינו מתאר באופן בלעדי תכונה מושלמת של האל בהקשר הזמני וניתן לעשות בו שימוש גם מעבר להקשר התיאולוגי של לייבניץ.

⁹² 1709, 'מסות חדשות' ספר שני, פרק י"ז [על האינסוף], עמ' 139-140. ההתייחסות לגיאומטריה בהקשר המטאפיזי אינה מקרית כלל. ראו להלן בחטיבה הבאה, פרק ג3.

⁹³ שפינוזה מבליע בשיטתו את ההוכחה האונטולוגית מבלי לברר אם מושג הא-ל אפשרי (כפי שדורש לייבניץ). לטענת לייבניץ, שפינוזה אישר את תקפות הטענה להוכחת אפשרות מושג הא-ל שהציג בפניו לייבניץ בפגישתם (18-21? Nov. 1676, *That a Most Perfect Being Exists*; A 6.3579, PDSR 103), אבל למעשה לשפינוזה אין סיבה להתנגד לטענה כזו. לכל היותר שפינוזה עשוי לראותו כמיותר. לדעתי, למרות המחלוקת ביניהם, שפינוזה ולייבניץ כאחד מתבססים על מושגו הפשוט של א-לוהים בשיטותיהם, כך שנושא מושג הא-ל אינו מצוי במוקד חילוקי הדעות. במהלך שנת 1676 – בה מופיעות ההתבטאויות הקרובות ביותר לפנתיאיזם השפינוציסטי בקריירה של לייבניץ – לייבניץ מוטרד הרבה יותר מהבחנה בין קיום-יחד של עולם-מציאות לבין קיום יחד של עולם-חלום מאשר משאלת אפשרות מושג הא-ל, ואת מרבית המאמצים שלו ב-*De Summa Rerum* הוא מפנה לפתרון בעיית אי ההתאמה בין עולמות (compossibility). נדמה לי שיותר משהוכחה אפריורית לקיום הא-ל מספקת ללייבניץ בסיס להוכיח שמושג הא-ל אפשרי, היא מספקת לו את התנאים ליצירת עולמות שונים: הניתוח של מושג הא-ל למושגים פשוטים נועד לאפשר את הקומבינציה לעולמות. אין זה אומר שלייבניץ אינו סבור שיש להוכיח שמושג הא-ל המורכב אכן אפשרי, אך חשיבות העניין הזה משנית עבורו בהשוואה לנושא ההתאמה ואי ההתאמה בין אפשרויות.

II. עולמות

1. אינסוף-מקסימום – בין אחדות מוחלטת לריבוי סינקטגורמטי

מושג הא-ל, שטופל בחטיבה הקודמת, נתפס על ידי לייבניץ כמושג הראשוני ביותר הקיים ב"גנזי הווייטנו" ומשמש כמקור לכל שאר המושגים. זהו האינסוף המוחלט שאינו מורכב ממושגים אחרים אלא מהווה תשתית להיווצרותם. מתוך מושג פשוט וראשוני זה ניתן לגזור את תכונותיו המושלמות של הא-ל, הנחשבות על פי לייבניץ למוחלטות במהותן אך מוגבלות בהיקפן. ידיעה, יכולת או רצון א-לוהיים הינן תכונות שמקורן באינסוף המוחלט אך הן כשלעצמן מושלמות רק באספקט מסוים ולפיכך הן מוגבלות בהשוואה לאינסוף המוחלט עצמו. מכיוון שתכונות אלו מושלמות הן אינן יוצרות את הפרדוקס שמעורר גודל אינסופי. תפיסה סינקטגורמטית של אינסוף שבה אוחז לייבניץ ביחס לכמויות או לגדלים שניתן להגדיל ללא גבול אינה תקפה ביחס לשלמויות הללו. מכיוון שכך, מדובר בדרגת ביניים של אינסופיות. כך לייבניץ בהערותיו על האתיקה של שפינוזה בפברואר 1676:

I usually say that there are three degrees of infinity. The lowest is, for the sake of an example, like that of the asymptote of a hyperbola; and this I usually call the mere infinite. It is greater than any assignable, as can also be said of all the other degrees. The second is that which is greatest in its own kind, as for example the greatest of all extended things is the whole of space, the greatest of all successives is eternity. The third degree of the infinity, and this is the highest degree, is *everything*, and this kind of infinite is in God, since he is all one; for in him are contained the requisites for existing of all the others.⁹⁴

בדוגמאות שנותן לייבניץ לדרגת הביניים של האינסופיות, בין אינסוף כמותי סינקטגורמטי לבין האינסוף המוחלט, ניתן למצוא את הנצח ואת המרחב-השלם. מאחר ומדובר בתכונות מושלמות של הא-ל, יש לראות את דרגת הביניים של האינסוף כמתארת שלמות מטאפיזית ולא רק מהות אידיאלית. מכאן שעלינו לברר היטב באיזה אופן קשורה דרגה זו לזמן ולמרחב. קודם שנתייחס לדוגמאות הללו, עלינו לשים לב לכך שקיימת תלות הדדית בין דרגת הביניים של האינסוף לבין האינסוף המוחלט. בהערותיו על מכתב 12 של שפינוזה מאפריל 1676, מפרט לייבניץ את שלוש הדרגות של האינסוף ומכנה את האמצעית 'מקסימום'.

I set in order of degree: everything, maximum, infinity. Whatever contains *everything* is maximum in entity; just as a space unbounded in every dimension is maximum in extension. Likewise, that which contains everything is the most infinite, as I accustomed to call it, or the absolute infinite. The *maximum* is *everything* of its kind, i.e. that to which nothing can be added, for instance, a line unbounded on both sides, which is obviously also infinite; for it contains every length. Finally those things are *infinite in the lowest degree*

⁹⁴ Feb. 1676, *On Spinoza's Ethics, and on the infinite*; A 385, LLC 43

whose magnitude is greater than can be expound by an assignable ratio to sensible things, even though there exist something greater than these things [...]. For a maximum does not apply in the case of numbers.⁹⁵

ניתן לראות מייד שליבניץ מגדיר את האינסוף המוחלט המיוחס להיות 'הכל' באמצעות המונח 'מקסימום' ואת דרגת הביניים 'מקסימום' באמצעות המונח 'הכל': מה שמכיל 'הכל' הוא ישות מקסימאלית ומה שנחשב 'מקסימום' מכיל הכל באספקט מסוים. התלות המעניינת הזו נובעת מכך שהמקסימום הוא מוחלט-מוגבל. הוא מהות מטאפיזית שלמה אך מצומצמת. יש בה 'הכל' אך רק באספקט מוגדר אחד. אפשר אולי לומר שהמקסימום המטאפיזי הזה הוא האינסוף המוחלט כאשר הוא מצטמצם לאספקט אחד – התפשטות מרחבית, משך זמני, יכולת, רצון או חכמה⁹⁶. מכל התכונות המוחלטות במהותן אך מוגבלות בהיקפן בוחר לייבניץ דווקא את המרחב כדוגמא. מרחב בלתי מוגבל נחשב 'מקסימום' ביחס להתפשטות והוא משמש בקטע האמור הן להבנת האינסוף המוחלט והן כדוגמא להמחשת המקסימום עצמו. אך אין זה מרחב בלתי מוגבל רגיל. 'המקסימום' באספקט המרחבי הינו הנוכחות הא-לוהית או ההוויה-לאין-מידה של הא-ל, שאותה מכנה לייבניץ Immensum:

[...] it is clear that the infinite is something other than the unbounded. This infinite should more properly be called the Immeasurable (Immensum).⁹⁷

מהו ההקשר הפילוסופי שביחס אליו קובע לייבניץ את שלוש הדרגות של האינסוף? העובדה שמדובר בהערות לחיבורים פילוסופיים של שפינוזה מספקת הקשר כללי בלבד. בטווח הזמן שבין פברואר לאפריל 1676 לייבניץ עסוק באופן אינטנסיבי בהגדרת מושג הא-ל, אך לא רק בהקשר לשאלה האם הוא אפשרי או לא. במקום לעסוק בהוכחה אפריורית לקיומו של א-לוהים, לייבניץ מתמקד בחודשים אלו בטיעונים אפוסטריוריים הנוגעים לא-לוהים. השאלה שמעסיקה את לייבניץ בחודשים אלו היא כיצד להבין את אינסופיותו של א-לוהים בהתייחס לשונות בעולם ולשינויים התכופים המופיעים בו. מתוך כך מתגבשים בחודשים אלו קווי מתאר כלליים של המטאפיזיקה הלייבניציאנית בנוגע לקיומם של עולמות אפשריים.

⁹⁵ Second half of April, 1676, *Annotated Excerpts from Spinoza* (note no. 24), A 6.3 282, LLC 115
⁹⁶ אם יש ממש בתיאור זה של 'מקסימום', הוא דומה מאד לאינסוף 'משולל גבול' של אקווינס (השונה מאינסוף נעדר גבול המאפיין את אינסוף סינקטגורמטי) ולרעיון הצמצום של האינסוף המוחלט כפי שהוא בא לידי ביטוי בקבלת האר"י. שלוש הדרגות של האינסוף מופיעות אצל רבי אברהם כהן היררה בצורה מפורשת ולהן משמעות רבה בהסבריו על אודות היחס שבין א-לוהים האחד לבין הריבוי האינסופי באמצעות דרגת ביניים אינסופית המתווכת ביניהם (אדם קדמון, הנברא הראשון). דרגה זו הינה צמצום של האינסוף המוחלט (אור אינסוף) ובה כבר טמון הפוטנציאל לריבוי אינסופי המאפיין את עולם התופעות (ראו חלק א', פרקים שני ורביעי). כפי שנראה להלן, גם לייבניץ מבין את הריבוי האינסופי מתוך פלטפורמה מטאפיזית מושלמת שאיננה זהה עדיין עם א-לוהים אלא עם תכונה מוחלטת מסוימת (ומצומצמת) שלו – 'מקסימום'.

⁹⁷ Feb. 11, 1676, *On the Secrets of the Sublime*; A 6.3 475, LLC 49, PDSR 27
 תרגמו פרקינסון וירתור את הטקסט. העיקרי שבהם הוא ניסיונו של פרקינסון לתרגם את הביטוי Immensum באמצעות המונח Immeasurable. פרקינסון וירתור מסכימים שמשמעות הביטוי Immensum אצל לייבניץ היא שא-לוהים אינו ניתן למדידה למרות שהוא נוכח בכל מקום. אך לטענת פרקינסון השימוש בביטוי Immensum יכול להטעות משום שהוא משמש הוגים מודרניים לתיאור גודל אינסופי, ומשום כך הוא הדגיש בתרגומו את ההיבט של העדר מדידה (Parkinson 1992, 122 n92). לעומת זאת ארתור העיר שיש בכל זאת מובן מרחבי בביטוי המקורי (א-לוהים נוכח בכל מקום) ועל כן הוא העדיף שלא לתרגמו (Arthur 2001, 450).

ב-18 במרץ 1676 לייבניץ מפרט את היחס שבין שלוש הדרגות של האינסוף, וחושף את חשיבותה של הדרגה האמצעית עבור הקשר שבין אחדות הקבועה המאפיינת את הא-ל לבין הריבוי המשתנה המאפיין את עולם התופעות. גם כאן המרחב הינו הדוגמא המועדפת על לייבניץ הגם שהוא ממשיך ומפרט כיצד המקסימום בא לידי ביטוי באופנים נוספים.

Space itself is a whole or entity accidentally, that it is continuously changing and becoming something different: namely, when its parts change, and are extinguished and supplanted by others. But there is something in space which remains through the changes, and this is eternal: it is nothing other than the immensity of God, namely, an attribute that is one and indivisible, and at the same time immense. Space is only a consequence of this, as a property is of an essence [...]. In a word, just as in space there is something divine, the immensity of God itself, so in mind there is something divine, which Aristotle used to call the active intellect, and this is the same as God's omniscience; just as what is divine and eternal in space is the same as God's immensity, and what is divine and eternal in body, i.e. in a movable entity, is the same as God's omnipotence; and what is divine in time is the same as eternity [...]

There is in matter, as also in space, something eternal and indivisible; which seems to have been understood by those who believe God himself to be the matter of things. But it is improper to call him this, since God does not constitute a part of things, but a principle. Perfection is an absolute affirmative attribute; and it always contains everything of its own kind, since there is nothing which limits it.⁹⁸

מרחב, זמן, תודעה וחומר הם כולם דוגמאות לדברים שחלים בהם שינויים ללא סוף, אך בכולם קיים יסוד קבוע שמקורו בא-לוהים. עם זאת ניתן לראות היטב כיצד לייבניץ דואג להרחיק את א-לוהים מקשר ישיר עם השינוי והריבוי. היסוד היציב והרצוף המשמר את קביעותם של המרחב, הזמן, התודעה והחומר איננו א-לוהים בעצמו אלא תכונה מושלמת שלו: ביסוד המרחב קיימת נוכחות או הוויה-לאין-מידה של הא-ל; ביסוד הזמן טבוע הנצח; ביסוד התודעה האנושית קיימת ידיעת הכל של הא-ל וכך גם ביסוד החומר טמונה כל-יכולתו של א-לוהים. כל אחד מיסודות אלו הינו תכונה מושלמת של הא-ל המכילה את 'כלי' מה שכלול בתחומה. לייבניץ רואה כל תכונה מושלמת כזו כעיקרון א-לוהי, אך לא כא-לוהים בעצמו.

בחיבור אחר שנכתב כחודש לאחר מכן, דן לייבניץ ביחס שבין המקסימום המטאפיסי לבין אינסוף סינקטגורמטי כמותי, הווי אומר, ביחס שבין דרגת הביניים של האינסוף לבין הדרגה הנחותה שלו:

There cannot be a most rapid motion or a greatest number. For number is something discrete, where the whole is not prior to its parts, but conversely. There cannot be a most rapid motion, because motion is a modification, and is the transference of a certain thing in a certain time. (Just as there cannot be a

⁹⁸ 18 March 1676, *Excerpts from Notes on Science and Metaphysics*; A 6.3 391, LLC 53-55

greatest shape.) There cannot be one motion of the whole, but there can be a kind of thinking of all things. Whenever the whole is prior to its parts, then it is a maximum, as in space and in a continuum. If matter is like a shape, namely that which makes a modification, then it seems that there is no totality of matter.⁹⁹

לייבניץ קובע כאן שתנועה כמות או צורה הינן חסרות גבול ולכן ניתן להגדילן ללא סוף. לפיכך אין 'טוטאליות' מקסימאלית של חומר שאותה לא ניתן עוד להגדיל. לעומת זאת לייבניץ טוען שטוטאליות מקסימאלית של מחשבות דווקא אפשרית, בדומה למקסימאליות מרחבית. הסיבה להבחנה הזו נעוצה שוב בשאלה מהן תכונותיו המושלמות של הא-ל¹⁰⁰. תנועה צורה או כמות לא מאפיינות את שלמותו של הא-ל ולפיכך אין להם ביטוי מושלם במהותו המוחלטת. מנגד נוכחות או ידיעה מושלמות אכן מהוות מקסימום מטאפיזי הנובע מהאינסוף המוחלט.

בנקודה זו ניתן לראות את חשיבותה של דרגת הביניים של האינסוף אצל לייבניץ כדרגה מתווכת. המקסימום נועד לגשר בין האחד לבין הריבוי ולפיכך יש בו היבטים משני הקטבים הללו. מצד אחד המקסימום מוגדר כמוחלט ועל כן הוא אינו כולל חלקים מובחנים. המקסימום המטאפיזי של המחשבות למשל איננו מוגדר באמצעות ריבוי 'כל' המחשבות המובחנות. זו תהיה טעות המבוססת על קיומו של אינסוף קטגורמטי. המקסימום, בדיוק בדומה למוחלט שממנו הוא נובע, מכיל 'הכל' באופן אמיננטי בלבד¹⁰¹. זהו היבט אפריורי בהגדרת המקסימום. מצד שני, ניתן לקבל מושג על קיומו של מקסימום רק מתוך מאמץ לאתר יסוד קבוע בריבוי הקיים בעולם. אנו יודעים שלא-לוהים תכונה של ידיעה מוחלטת רק מתוקף העובדה שתכונה זו קיימת באופן מוגבל בנו. אלמלא באה לידי ביטוי תכונה זו באופן חסר לא ניתן היה לדעת שהיא קיימת כתכונה מטאפיזית מוחלטת של הא-ל. זהו היבט אפוסטריורי בהגדרת המקסימום ולייבניץ אכן מדגיש אותו מייד:

God is the primary intelligence, in so far as he is omniscient, or, in so far as he contains the absolute affirmative form which is ascribed in a limited way to other things which said to perceive something. In the same way, God is the Imnsum itself, in so far as there is ascribed to him a perfection – that is, an absolute affirmative form – which is found in things when there is ascribed to them being somewhere, or being present.¹⁰²

כפי שראינו בחטיבה הקודמת, ניתוח אפריורי של מושג הא-ל הוביל למבוי סתום. הניתוח חושף את ההישענות על מושג א-ל פשוט ומוחלט שכלל אינו נגיש לחקירה. לפיכך נותר ללייבניץ לעבור לניתוח אפוסטריורי של מושג הא-ל, כלומר לחקירת מושג הא-ל מתוך זיקתו לריבוי האינסופי הקיים בפועל. למקסימום המטאפיזי תפקיד מכריע בהקשר זה.

⁹⁹ April 1676, *On the Origin of Things from Form*; A 520; PDSR 79
¹⁰⁰ הדיון בתכונותיו המושלמות של הא-ל מופיע לפני ואחרי הקטע האמור. אף על פי כן, ההתייחסות ליחס שלם-חלק בקטע היא אידיאלית ולא מטאפיזית. שלם מטאפיזי אינו מכיל חלקים כלל ולכן אין מקום לטעון שהוא קודם לחלקיו. הסבר ליחס האידיאלי למרחב בהקשר מטאפיזי כזה יינתן מייד.

¹⁰¹ על כך דובר בסוף החטיבה הראשונה של חלק זה.
¹⁰² April 1676, *On the Origin of Things from Form*; A 520; PDSR 79-81

כעת ברצוני לנתח בפרוטרוט קטע מעניין אחד מהחיבור האמור שבו לייבניץ מאפיין את היחס שבין הנוכחות או ההוויה-לאין-מידה של הא-ל לבין המרחב המשתנה לאינסוף. קטע זה מייצג לדעתי את התבנית הכללית שבאמצעותה מתכוון לייבניץ להבחין בין שיטתו שלו שבין זו של שפינוזה בכל הקשור בחופש הא-לוהי וביצירת עולמות אפשריים:

Our mind differs from God as the absolute extended, which is a maximum and indivisible, differs from space or place; that is, as that which is extended in itself (*per se*) differs from place. Space is the whole (*totus*) of place. Space has parts of, but that which is extended in itself has no parts, although it does have some modes. Space, by the very fact that it is dissected into parts, is changeable, and variously dissected; indeed, it is continuously one thing after another. But the basis of space, that which is extended in itself, is indivisible and remains during changes; it does not change, since it pervades everything. Therefore place is not a part of it, but a modification of it arising from the addition of matter, i.e. something resulting from it and from matter. Plainly in the same way the divine mind is to ours the space they call imaginary (when it is most assuredly real, for it is God himself insofar as he is considered to be everywhere, i.e. immense) is to place, and to the various shapes that produced in that immense thing. Accordingly, it is best that I should call it 'the Immensum', in order to distinguish it from space. And so it is the Immensum which persists during continuous change of space; therefore it does not have and cannot have bounds, and is one and indivisible. You might also call it 'the expanded' (*Expansum*). From this it is sufficiently clear that the Immensum is not an interval, nor is it a place, nor is it changeable; its modification occur not by any change in it, but with the superaddition of something else, namely, of bulk, i.e. mass; from the addition of bulk and mass, there result spaces, places, and intervals, whose aggregates give Universal Space. But this universal space is an entity by aggregation, and is continuously variable; in other words, it is a composite of spaces empty and full, like a net, and this net continuously receives another form, and thus changes; but what persists through this change is the Immensum itself. But the Immensum itself is God, insofar as he is thought to be everywhere, i.e. insofar as he contains that perfection or absolute affirmative form which is attributed to things when they are said to be somewhere.¹⁰³

מעבר להבחנה הפותחת שבין א-לוהים לבין התודעה האנושית שבה לא נתמקד כרגע¹⁰⁴, לייבניץ מבחין בין התפשטות מוחלטת (או התפשטות כשלעצמה) המוגדרת כמקסימום בלתי מתחלק לבין מרחב המוגדר כשלם הקודם לכל החלקים כלומר לכל המקומות. המרחב, מעצם העובדה שהוא ניתן

¹⁰³ April 1676, *On the Origin of Things from Form*; A 6.3 519, LLC 119-121

¹⁰⁴ לכך מוקדשת החטיבה השלישית בחלק זה. התייחסות לטענה המופיעה במשפט זה תוסבר בפרק האחרון בחטיבה זו.

לחלוקה, אינו זהה עם עצמו לאורך זמן. לעומת זאת, המקסימום, כלומר ההתפשטות כשלעצמה היא הבסיס של המרחב וככזו היא קבועה לחלוטין. לייבניץ מצביע על טיבו המטאפיזי של 'הבסיס של המרחב' ועל מנת להבחין בינו לבין המרחב הנתון לשינויים הוא מזהה אותו כנוכחות מטאפיזית מושלמת של הא-ל (Immensum). לפיכך, מקום הינו חלק מהמרחב אך אינו חלק של 'הבסיס של המרחב', מכיוון שהאחרון הוא שלמות מטאפיזית חסרת חלקים לחלוטין. כיצד אם כן ניתן לאפיין את היחס שבין המרחב המשתנה לבין המרחב המטאפיזי הקבוע? לייבניץ קובע כי המרחב, או מקום במרחב, הוא מודיפיקציה של נוכחותו המוחלטת של הא-ל.

לייבניץ מספק פרטים נוספים על היחס הזה בטענה שהמרחב הוא מודוס של המקסימום המטאפיזי בשעה שמתווספת למקסימום מסה. זו טענה מעניינת מכיוון שהיא מציגה את החומר כמצוי מחוץ לנוכחות הא-לוהית וכגורם שניתן לצרף אליה. עם זאת, טענה זו אינה מפתיעה מכיוון שלייבניץ חלוק על שפינוזה וסבור שהריבוי בעולם נובע משילוב תכונותיו הפשוטות של הא-ל ואינו יכול להיווצר מתכונה אחת בלבד¹⁰⁵. זו הסיבה שעל אף שהיא כוללת 'הכל' באופן מרחבי, הנוכחות הא-לוהית איננה מתוארת כפנתיאיסטית אלא כגורם קבוע במערכת משתנה. שילוב של יסוד מטאפיזי קבוע ובלתי משתנה יחד עם חומר מייצר ואריאציות של מקומות, מרחבים ומרחקים שרק צירופם יחד מביא לגיבושו של מרחב עולמי אקטואלי. כעת, המרחב של עולם אקטואלי הוא אגרגט ולא שלם מכיוון שהוא תוצר של אוסף המסות הקיימות בו. לייבניץ מתאר זאת באמצעות רשת שניתן למלא או לרוקן ולכן שמשתנה ללא הרף. רשת זו איננה אלא היחסים ההדדיים שבין הגורמים החומריים הקיימים על הרשת; ובכל זאת, יש משהו קבוע ובלתי משתנה ברשת הזו שמעגן את קיומה כממשית, והוא הנוכחות או ההוויה-לאין-מידה של הא-ל.

לסיכום, בקטע זה קיימים שלושה סוגים שונים של מרחבים:

1. ההתפשטות כשלעצמה המהווה את הבסיס של המרחב, מציינת את האינסוף-מקסימום המטאפיזי של לייבניץ שפירושו נוכחות מוחלטת או ההוויה-לאין-מידה של הא-ל.
2. מרחב אידיאלי שלם הכולל את כל המקומות, דהיינו שהמקום הוא חלק ממנו.
3. מרחב של עולם (אקטואלי) שאינו שלם אלא אגרגט בלבד. ליתר דיוק זהו יחס מרחבי המותנה בקיומם של חומרים קיימים בו זמנית.

בקטע זה לייבניץ אינו ברור מספיק בנוגע לזיקה שבין הנוכחות המוחלטת של הא-ל לבין יצירת העולם באמצעות המרחב. למעשה, לא לגמרי ברור מי משני המרחבים – המרחב האידיאלי השלם או שמא דווקא המרחב העולמי שהינו אגרגט – מהווה מודוס של הנוכחות המוחלטת של הא-ל. עניין זה יתבהר בהמשך. מכל מקום, תפקידו המכריע של המקסימום בכינון עולם משתנה ובעל ריבוי אינסופי ניכר לעין בבירור. לייבניץ עתיד לעסוק במהלך הקריירה שלו בהרמוניה השוררת בין אינסוף הגורמים בעולם, אך מכאן ברור שלא רק הרמוניה אלא עצם קיומו של ריבוי בעולם מתאפשר בשל תשתית מטאפיזית קבועה ובלתי משתנה, שאותה לייבניץ כורך עם ההוויה-לאין-

¹⁰⁵ "Perception and situation are simple forms. But change and matter, i.e. modifications, are what result from all other forms taken together. For there are infinitely various things in matter and in motion, and this infinite variety can result only from an infinite cause, that is from [infinite] forms." (April 1676, *On Simple Forms*; A 6.3 522, PDSR 83)

מידה של הא-ל. למעשה, ניתן לשער שרעיון ההרמוניה-הקבועה-מראש של לייבניץ נשען על העובדה שמלכתחילה הריבוי הוא מודיפיקציה בלבד של האחדות המטאפיזית. מנגד, את הריבוי בעולם מכוננים עצמים אינדיבידואליים ממשיים בכדי למנוע מצב שבו הריבוי הינו אשליה ביחס לאחד. כפי שנראה, תיאור תפקידו החיוני של המקסימום בכינונו של מרחב אקטואלי אינו אופייני לסיום תקופת שהות לייבניץ בפריס דווקא והוא הולם גם את המשך הקריירה שלו.

2. החל מ-1676: המרחב כמודוס של נוכחות א-לוהית קבועה

כפי שראינו בחטיבה הקודמת, קוהרנטיות פנימית היא הקריטריון להגדרת אפשרות ולכן היא אבן הבוחן של לייבניץ בהוכחה אפריורי לקיומו של א-לוהים. עם זאת, קוהרנטיות פנימית מהווה גם איום על החופש בפילוסופיה של לייבניץ: התאמה בין כל התכונות הפשוטות של א-לוהים מובילה בהכרח להתאמה בין כל העולמות האפשריים שניתן לכוון מתכונות אלה, ומכאן למימושם של כל העולמות הללו יחד תוך ביטול ההבדל שבין אפשרות לקיום. הפתרון של לייבניץ מציע לבעיה כבר באפריל 1676 אינו קשור בהגדרה אפריורי של מושג הא-ל אלא קשור דווקא ביחס אפוסטריורי שבין א-לוהים לעולם: זהו פתרון הקשור בטיבו של האינסוף-מקסימום כגורם ביניים מתוך. כאשר לייבניץ מטפל בשנת 1714 בשאלת ההבדל שבין עולם אפשרי לבין עולם אקטואלי הוא פונה להבחנה שבין חלום לבין מציאות¹⁰⁶. בדומה למציאות, גם בחלום יש היגיון פנימי ועקרון מארגן של התפיסות והחוויות. אולם עקרונות ארגון המציאות שונים בשני המקרים. עקרונות אלו הם שיוצרים אי התאמה בין מציאות לבין חלום. הבחנה זו משרתת את לייבניץ כבר ארבעים שנה קודם לכן, באפריל 1676:

On due consideration, only this is certain: that we sense, and that we sense in a consistent way, and that some rule is observed by us in our sensing. For something to be sensed in a consistent way is for it to be sensed in such a way that a reason can be given for everything and everything can be predicted. This is what existent consists in – namely, in sensation that involves some certain laws; for otherwise, everything would be like dreams. Further it consists in the fact that several people sense the same, and sense what is coherent; and different minds sense themselves and their own effects. From this it follows that there is one and the same cause which causes our own and others sensations. But it is not therefore necessary that we act on them or they act on us, but only that we sense what is consistent; and necessarily so, on the account of the sameness of the cause. Further, it is not necessary that a dream differs from waking experience by some intrinsic reality, but it is only necessary that they differ in form or in the order of the sensations.¹⁰⁷

¹⁰⁶ Dec. 1714, *Leibniz to Bourguet*; G III 572-574, L 661-662

¹⁰⁷ 15 April 1676, *On Truths, the Mind, God, and the Universe*; A 6.3. 511, PDSR 63
וסליי על מנת להוכיח של לייבניץ תפס כבר בשלב מוקדם את העצם האינדיבידואלי ככלל פעולה. לשם כך הם הסירו באופן

ההבחנה בין מציאות לחלום היא נקודת מפנה חשובה מאד עבור לייבניץ, משום שבעקבותיה לייבניץ מגיע למסקנה שעל מנת להבחין בין עולמות אפשריים שונים ולמנוע את קיומם-יחד יש להכיר בכך שעולמות שונים מבוססים על מרחבים שונים. לא רק שכל אחד מפרטי החלום אפשרי ואינו מכיל סתירה אלא שהחלום בכללותו אפשרי הואיל וכל הפרטים בחלום מתאימים יחד. הסיבה היחידה להבחנה בין מציאות לחלום היא שהפרטים במציאות מתאימים זה לזה במסגרת מרחב מסויים אחד, ואילו הפרטים בחלום מתאימים זה לזה במסגרת מרחב אחר. אם ישנה אי התאמה בין פרטים במציאות לבין פרטים בחלום – אי התאמה שבכוחה למנוע את הפיכת החלום מאפשרות למציאות קיימת – היא נובעת מהשונוות בין המרחבים עצמם.

*Space is that which brings it about that several perceptions cohere with each other at the same time [...] therefore the idea of space is recognized by this: namely, that it is that by which we separate the place and, as it were, the world of dreams from our own [...]. From this it follows that infinitely other spaces and other worlds can exist, in such a way that between these and ours there will be no distance, if there exist certain minds to which other things appear which are in no respect consistent with ours. Further, just as the world and space of dreams differs from ours, so there could be different laws of motions in that other world.*¹⁰⁸

לייבניץ מעלה בדעתו כמה וכמה השלכות מרתקות מכך שקיימים אינסוף מרחבים אפשריים, שרק אחד מהם קיים כתשתית של העולם הממשי¹⁰⁹. על כל פנים, אינני מעוניין לפתח כעת את הפתרון של לייבניץ מתחיל להרהר בו באפריל 1676 בנוגע לשאלת אי-התאמה בין עולמות אפשריים. עניין זה יידחה לקראת סיומה של החטיבה הזו העוסקת בעולמות. תחת זאת, אני מעדיף להתמקד בחשיבות שמייחס לייבניץ למקסימום או לאינסוף מוחלט-מוגבל-בהיקפו בפתרון כזה. שורות אחדות לאחר שלייבניץ מגיע למסקנה שישנם אינסוף מרחבים אפשריים, הוא מנסח עוד קטע שפרשנים אחדים ראו בו ראיה לעמדה פנתיאיסטית אצל לייבניץ המוקדם:

סלקטיבי מהקטע את אזכור החלומות (Mercer & Sleight 1995, 100-101). לדעתי, לייבניץ אכן תפס את העצם האינדיבידואלי ככלל פעולה או לכל הפחות כגורם יציב וקבוע מעבר לשינויים החלים בו, אך הקטע המדובר בוודאי עוסק בשלמותו, רציפותו וקביעותו של עולם המציאות האקטואלי ובהבדל שבינו לבין עולם חלומות אפשרי. הבעיה, כפי שאפרט בהמשך חטיבה זו, היא שלדעת פרשנים רבים לייבניץ אינו סובר ואף אינו יכול לסבור שהעולם הוא שלם משום שבכך נהרסת מורכבותו הקומבינטורית של העולם מגורמים פשוטים ממנו. הגם שהעולם אינו שלם, טענתי היא שהתשתית היסודית שלו חייבת להיות רצופה ושלמה בכדי לשמר את ארגון התופעות באופן קוהרנטי והרמוני. וזו, על רגל אחת, גם סיבת הבלבול בהבנת המרחב אצל לייבניץ, כפי שאראה בפרק הבא.

15 April 1676, *On Truths, the Mind, God, and the Universe*; A 6.3 511, PDSR 65¹⁰⁸

¹⁰⁹ בהמשך להבחנה בין מציאות לחלום ייתכן שעולם זה שאנו תופסים כממשי הוא רק חלום של עולם ממשי יותר ומושלם יותר. לפיכך, ייתכן שאחרי המוות נתעורר לחיים מלאים יותר בעולם טוב יותר; לחלופין, ייתכן גם שנרדם שוב לחלום שהינו העולם הנוכחי. מכיוון שכמות אינסופית היא לעולם סינקטוגורמטית, ניתן להידרדר לחלום בתוך חלום או להתעלות למציאות מתוך מציאות עד אינסוף (A 6.3 512, PDSR 65). *Ibid.*, אלו אינם מבשילים לכדי תיאוריה מגובשת, בעיקר לאור העובדה שהעולמות האפשריים אינם יכולים להתקיים במקביל. כמו כן, לייבניץ קובע שעולמות בלתי מתאימים אינם חולקים ביניהם גורמים משותפים, ולפיכך מעבר מעולם לעולם מותנה בשינוי של הגדרת העצמי. האינדיבידואל החדש אינו יכול בשום פנים לראות את עצמו כהמשך של האינדיבידואל הישן, וכך מעבר בין עולמות הוא ממין הנמנע.

Existence is stated equivocally of bodies and of our mind. We sense or perceive that we exist; when we say that bodies exist, we mean that there exist certain consistent sensations, having a particular constant cause. Just as the number 3 is one thing, and 1, 1, 1 is another – for 3 is 1+1+1, and to this extent the form of the number 3 is different from all its parts – in the same way creatures differ from God, who is all things. Creatures are some things.¹¹⁰

קטע זה אופייני לאורח החשיבה של לייבניץ בשלהי שהותו בפריס. לייבניץ יוצר אנלוגיה בין א-לוהים לבין מספר סופי, על מנת לטעון שא-לוהים הוא כל הדברים. א-לוהים הוא המכלול של כל הדברים כפי ששלוש יחידות קיימות במספר 3. ההבחנה בין א-לוהים לריבוי הדברים בעולם היא כהבחנה בין סדרה חשבונית לבין איבריה: א-לוהים אינו ישות טרנסצנדנטית מעבר לעולם אלא הוא המכלול של העולם עצמו¹¹¹. שוב אין אפשרות אלא רק עולם אחד שכולו א-לוהים. פרקינסון טוען שזהו אחד הקטעים המובהקים ביותר שבהם לייבניץ תומך לכאורה בעמדה שפינוציסטית¹¹². קולסטד אינו מהסס לטעון שלייבניץ אכן תמך באופן זמני בעמדת שפינוזה¹¹³. אבל אני סבור שיש להבין קטע זה מתוך ההקשר המובהק שבו הוא מצוי, דהיינו מתוך הבנת היחס שבין אינסוף מרחבים אפשריים לבין א-לוהים, או ליתר דיוק בינם לבין הנוכחות המקסימאלית של הא-ל. היחס בין המספר 3 לבין שלוש היחידות האלמנטאריות (1, 1, 1) אינו יחס בין א-לוהים לבין ריבוי הדברים בעולם אלא בין א-לוהים או הנוכחות המקסימאלית שלו לבין ריבוי המרחבים האפשריים¹¹⁴. למעשה, לייבניץ אומר זאת ומפורשות שורות ספורות לאחר מכן, כאשר הוא שב ומבחין בין א-לוהים לבין המרחב. הבחנה כזו מלמדת שא-לוהים אינו יכול להיות 'כל הדברים' במרחב נתון מאחר ודברים רבים אחרים אינם קיימים שם אלא במרחב אחר. נוכחותו האינסופית של א-לוהים מתוארת אצל לייבניץ כקבועה ביחס למרחבים השונים המכונים עולמות שונים ולא ביחס לתופעות בעולם; ואילו חוקי הטבע ומגוון התופעות המצייתות להם הינם נגזרת של המרחבים השונים הללו:

However, it is clear enough from this that space differs from God, since there could be several spaces, but there is one God, and the immeasurability of God in all things is the same. but since each space is in continuous change, and in each two spaces something persists, do these two persistent things differ from each other, or is there, as it were, the same idea of universal nature in each? I

¹¹⁰ 15 April 1676, *On Truths, the Mind, God, and the Universe*; A 6.3 512, PDSR 65-67

¹¹¹ בהגדרת העמדה הפנתיאיסטית לא ברור אם היחס שבין סדרה אינסופית לאיבריה זהה ליחס שבין עצם לאופניו או ליחס שבין שלם לחלקיו (Kulstad 2005).

¹¹² Parkinson 1978, 88

¹¹³ Kulstad 2005, 23-26

¹¹⁴ ההבחנה בין א-לוהים לבין נוכחותו המושלמת אינה מופיעה כאן, הגם שהיא קיימת בחיבורים אחרים מתקופה זו. עניין זה יצר בקרב פרשנים אחדים את התחושה שלייבניץ נוקט בגישה שפינוציסטית. אני אינני בטוח בכך. גם האנלוגיה בין א-לוהים לבין מספר סופי המכיל את כל מרכיביו מחזקת את התחושה שלייבניץ אינו מדבר על האינסוף המוחלט אלא על תכונה מושלמת שלו שאותה ניתן לראות כסכום כל המרכיבים. לפיכך, אני מעדיף להישען על ההבחנה בין א-לוהים לבין המקסימום המופיעה בחיבורים סמוכים. כך או כך, לאחר 1676 לייבניץ נמנע מלזהות את א-לוהים כסך כל הגורמים בסדרה אינסופית המרכיבה את העולם והוא עובר להדגיש באופן מפורש את הנוכחות המקסימאלית של הא-ל.

think that there is. And this nature brings it about that God is equally present both to this and to that world, for there could be a different law of nature in that world.¹¹⁵

בכל פעם שלייבניץ מדבר על המרחבים השונים האחראיים לאי-התאמתם של העולמות האפשריים (כלומר לכך שרק עולם אפשרי אחד יכול להתממש בפועל) הוא מעלה את האפשרות שיש חוקים אפשריים שונים לארגון התופעות בעולמות השונים. אזכור נוסף כזה מופיע בחיבור אחר מאפריל 1676 שבו לייבניץ משתמש שוב במטאפורה של סדרות מספרים בכדי להמחיש את היחס שבין א-לוהים לבין המרחבים של העולמות השונים.

It seems that perception and situation are everywhere, but matter is different in various things, and so various laws arise. For example, if it is a law in our world that the same quantity of motion is always preserved, there can be another universe in which there are also other laws. But it is necessary that the latter space differs from the former; there will be position of some kind, and multitude, but it will not be necessary that there should be length, breadth, and depth [...]. It seems that perception, pleasure and happiness are everywhere; for it is the wonderful nature of this that it duplicates – indeed, it multiples to infinity – the variety of things. But it seems that variety can come about in other ways, which do not come within the reach of our mind. There is the same variety in any kind of world, and this is nothing other than the same essence related in various ways, as if you were to look at the same town from various places; or, if you relate the essence of the number 6 to the number 3, it will be 3×2 or $3 + 3$, but if you relate it to the number 4 it will be $6/4 = 3/2$, or $6 = 4 \times 3/2$. So it is not surprising that, in a certain way, different things are produced.¹¹⁶

לייבניץ מדבר כאן במפורש על האופן שבאמצעותו נוצר הריבוי מהאחד. לשם כך הוא עושה כאן שימוש בדימוי של עיר אותה ניתן לתפוס מנקודות מבט שונות, דימוי שכבר הוזכר בחטיבה הקודמת¹¹⁷. העיר היא מהות קבועה שאותה ניתן לתפוס באמצעות מגוון אופנים. נקודות המבט או האופנים לתפיסת המהות הקבועה הם במפורש עולמות שונים (There is the same variety in any kind of world). המהות הקבועה מתוארת כרמה קבועה של שונות או של פוטנציאל לשונות. במילים אחרות: השונות בכל העולמות היא שווה, אך בכל עולם שונות זו באה לידי ביטוי באופן אחר. כיצד יש להבין זאת? אם לייבניץ תופס את השונות כאינסופית אין לכאורה שום בעיה לטעון שכמות הדברים בעולם אפשרי אחד שווה לכמות הדברים בעולם אפשרי אחר. הבדלי כמויות לא פוגמים בקיומה של התאמה חד-חד ערכית בין איברי הסדרות האינסופיות הללו, מכיוון שלייבניץ אינו מנוע מלהשוות כמויות אינסופיות (בניגוד לגלילאו). עם זאת, תפיסה סינקטגורמטית של

¹¹⁵ 15 April 1676, *On Truths, the Mind, God, and the Universe*; A 6.3 512-513, PDSR 67

¹¹⁶ April 1676, *On Simple Forms*; A 6.3 522-523, PDSR 83

¹¹⁷ Nov.? 1676; *Ens Pefectissimum (That a Most Perfect Being in Possible)*; A 6.3 573; PDSR 95

האינסוף כשל לייבניץ מונעת ממנו מלראות כמות אינסופית כשלמה, ולכן אם לייבניץ מתכוון באמצעות דימוי העיירה להמחיש את שלמותו של א-לוהים יש להבין את הדימוי באופן מטאפיסי ולא כמותי. סביר להניח שלייבניץ מתכוון כאן לנוכחותו של א-לוהים כתכונה מושלמת המכילה את השונות האינסופית באופן פוטנציאלי ומשמשת כיסוד הקבוע שלה. השימוש בדימוי המוכר של סדרות מספרים מחזק תובנה זו: השלמות הא-לוהית באה לידי ביטוי במגוון מרחבים אפשריים, כפי שהמהות הקבועה 6 ניתנת לביטוי במגוון אופרציות מתמטיות. ההקשר המיידני של הקטע מלמד שלייבניץ אינו רומז שום רמיזה פנתיאיסטית כאשר הוא עושה שימוש בדימוי מספרי או בדימוי העיירה, משום שהדברים הכלולים כאופנים במהות הא-לוהית הקבועה אינם תופעות אלא מרחבים המשמשים תשתית לעולמות שונים¹¹⁸.

מרחבים שונים הם הסיבה לאי-התאמה בין מציאות לחלום, אך הם עדיין נובעים במשותף מאותה נוכחות א-לוהית יציבה, קבועה ורצופה. נוכחות זו היא שמקנה לעולם את קיומו והיא שמאפשרת למלא אותו בחומר. ננסה כעת להבין כיצד רעיון המרחבים השונים מביא למסקנת לייבניץ בקטע שדברים שונים ניתנים להפקה, או במילים אחרות, כיצד מהאחדות נוצר הריבוי. אם להיצמד לדימוי המספרי של הנוכחות הא-לוהית, הגודל 6 מייצג מקסימום השונות הפוטנציאלית אך לא את האופנים השונים שבאמצעותם ניתן לבטא אותה. על מנת לבטא את המהות הקבועה 6 לא די לקבוע שהיא כוללת את כל היחידות האלמנטאריות המרכיבות אותה $(1+1+1+1+1+1)$, מכיוון שביטוי כזה מבוסס על אופרציה מתמטית מסוימת (חיבור) – כלומר על מרחב מסוים. שימוש במרחב אחר, כלומר באופרציה מתמטית אחרת (למשל מכפלה), יביא לביטוי המהות הקבועה 6 באמצעות יחידות אחרות (2×3) . כדאי לשים לב לכך שבדימוי המספרי הזה המרחב אינו משול לאופרטור מתמטי דווקא אלא מהווה באופן כללי את תנאי האפשרות לביטוי המהות הקבועה. לפיכך, אם נבחר לבטא את המהות הקבועה 6 על ידי מספר מסוים (4) - שישמש כעת כמרחב – תתבטא המהות הקבועה באמצעות מספר אופרטורים $(4 \times 3/2)$. ריבוי התופעות מתקבל בשל בחירה ראשונית במרחב מסוים, כאשר בתשתית כל המרחבים השונים קיימת נוכחותו הקבועה והמושלמת של הא-ל.

לייבניץ מפרט בנוגע לדימוי המספרי של הנוכחות הא-לוהית בחיבור אחר מאפריל 1676 :

It seems to me that the origin of things from God is of the same kind as the origin of properties from an essence; just as $6 = 1+1+1+1+1+1$, therefore $6 = 3+3, = 3 \times 2, = 4+2$, etc. Nor may one doubt that the one expression differs from the other, for in one way we think of the number 3 or the number 2 expressly, and in another way we do not; but it is certain that the number 3 is not thought of by someone who thinks of six units at the same time. It would be thought of, if the person were to impose a limit after three had been thought. Much less does someone who thinks of six units at the same time,

¹¹⁸ דימוי העיר משמש את לייבניץ על מנת להמחיש את היחס שבין א-לוהים למרחבים האפשריים של העולמות השונים ואינו מרמז על יחס שבין א-לוהים לריבוי התופעות בעולם כאילו הם אופנים שלו במובן הפנתיאיסטי. עם זאת, לייבניץ משתמש באופן שונה בדימוי העיירה במהלך כל הקריירה שלו. כפי שנראה בהמשך, דימוי העיירה משמש את לייבניץ על מנת לתאר את ההתאמה ההרמונית בין הגורמים המכוננים את העולם האקטואלי. אולם גם שימוש כזה מתמקד ביסוד הקבוע שמעבר לריבוי – יסוד המאפשר את כינונו של העולם.

think of multiplication. So, just as these properties differ from each other and from essence, so do things differ from each other and from God.¹¹⁹

ישנם כמה וכמה דרכים לפרש קטע אניגמאטי זה, כאשר הנקודה הבעייתית היא הבנת הכוונה העומדת מאחורי השימוש בדימוי המספרי ביחס לא-ל. לייבניץ מתייחס כאן לביטויים החשבוניים השונים של המספר 6 כאשר 6 מייצג מהות קבועה. לטענתו כאשר אנו מבטאים במחשבה את 6 באמצעות 2 או 3 אנו לא מבטאים זאת באמצעות 6 יחידות של 1. עוד פחות מכך אנו חושבים על מכפלה כאשר אנו חושבים על חיבור יחידות במאמץ לבטא את המהות הקבועה 6. לטענת לייבניץ, הבדלים אלו בין הביטויים השונים של המהות המספרית 6 דומים להבדלים בין דברים בעולם וביניהם לבין הא-ל. לאור התובנות שהועלו לעיל, אני מציע כעת את הפרשנות הבאה: המהות הקבועה 6 ניתנת לביטוי במספר אופנים, כאשר כל אופן מניב התבטאויות שונות של המהות הקבועה 6. עם זאת, לא ניתן לבטא את המהות הקבועה 6 באמצעות כל האופנים בו זמנית. האופנים השונים – מספרים מוגדרים או אופרטורים מסוימים – מוציאים אלו את אלו. האופנים השונים הם מודיפיקציות של המהות הקבועה 6 ומשמשים כתנאי אפשרות מרחביים לביטוי מהות זו.

כל העולמות האפשריים מורכבים מאותן תכונות פשוטות הכלולות במושג הא-ל, והעדר סתירה בין התכונות הפשוטות עצמן גוררת התאמה גם בין כל העולמות. כאשר לייבניץ מדגיש שביטוי אחד של המהות 6 אינו מתאים עם ביטוי אחר שלה, הוא מבקש להדגיש את חשיבותו של המרחב בתיווך שבין נוכחות א-לוהים כמהות קבועה לבין הריבוי בעולם. הבחירה באופרטור מסוים – ויהא זה מספר או פעולה חשבונית – תביא למימוש המהות הקבועה באופן סלקטיבי באמצעות ריבוי ייחודי. עולם המבטא את המהות הקבועה 6 באמצעות 6 יחידות אינו כולל בתוכו כפל. כפי שמראה לייבניץ, אפשר לתפוס את המהות הקבועה 6 באמצעות המספר 3 או באמצעות המספר 4 והדבר יניב ריבוי סלקטיבי של אופרטורים ומספרים. 3 ו-4 משמשים אותו כדוגמאות למרחבים לוגיים המגדירים מראש איזה ריבוי של אופרטורים ומספרים יבטאו את המהות הקבועה של 6. המהות הקבועה 6 מצויה באופן אימננטי בכל הקומבינציות האפשריות, אך הכרעה סלקטיבית לבטא את 6 באמצעות 3 מוציאה ביטויים אחרים שאותם ניתן לקבל רק באמצעות 4. כמספרים, 3 ו-4 כשלעצמם אינם בלתי מתאימים ויכולים להתקיים יחד על מנת לבטא את המהות הקבועה 6, אך לשם כך יהיה צורך לבחור במרחב לוגי מתאים. כאופרטורים או כמרחבים לוגיים, 3 ו-4 אינם מתאימים משום שכל אחד מהם מגביל באופן אחר את התבטאות המהות הקבועה 6. לא ניתן לבטא את המהות הקבועה של (נוכחות) א-לוהים באמצעות שימוש בו זמני בכמה מרחבים.

אם כך, אין הכרח לפרש את דבריו של לייבניץ ב-1676 כעדות לתמיכתו בעמדה פנתיאיסטית. לייבניץ תופס את תנאי האפשרות להבחנה בין עולמות אפשריים כמודיפיקציה של הנוכחות הא-לוהית המושלמת.

•

קו המחשבה הזה של לייבניץ ממשיך להופיע בעקביות גם בשנות השמונים והלאה. המהות המטאפיזית הקבועה המגדיר את העולם ממשיכה להעסיק את לייבניץ גם לאחר 1676 בתוספת שינוי

¹¹⁹ Second half? of April 1676, *On the Origin of Things from Forms*; A 6.3 518-519, PDSR 77

חשוב. במהלך השנים הבאות הקונוטציה הפנתיאיסטית בכתבי לייבניץ נעלמת. כמו כן, לייבניץ חדל להצביע על היסוד הקבוע בכל העולמות האפשריים, והוא עובר להתמקד ביסוד הקבוע המשמר כל עולם אפשרי כשלעצמו¹²⁰. בהתייחס לעולם האקטואלי, לייבניץ סבור שההתאמה בין כל הגורמים המכוננים אותו חייבת לנבוע מחוץ לו. זוהי עמדה הגורסת שאין די בוודאות פנימית של סובייקט אודות קיומם של סובייקטים אחרים, ויש צורך לעגן את קיום כל הסובייקטים יחד ביסוד קבוע שאינו תלוי בהם¹²¹. מעניין לציין שבהקשר הזה לייבניץ אינו מתעכב על מידת הממשות של העולם ומתמקד בקונסיסטנטיות הפנימית שלו בלבד. רוצה לומר, הקריטריון של עולם הוא היותו אפשרי, עוד קודם שהוא נבחר להתממש כטוב בעולמות האפשריים. לייבניץ טרוד בשלב זה באפיון סיבת הקונסיסטנטיות הפנימית של העולם, ולכן הוא אינו מתכחש לכך שניתן לתפוס את העולם האקטואלי כחלום כל זמן שברור שלחלום זה יש ארגון פנימי משלו עם חוקים מוגדרים השונים מאלו של עולמות-חלומות אחרים¹²². יחד עם זאת, נושא העקביות הפנימית של העולם מטריד את לייבניץ בראש ובראשונה בשל הצורך להבחין בין מציאות אקטואלית לבין חלום שנותר אפשרות בלבד על מנת להימנע ממימוש כל האפשרויות. כך מגיע לייבניץ שוב למסקנה שסיבת ההבחנה בין עולמות אפשריים היא המרחבים השונים שלהם, דהיינו התוכנית המרחבית הייחודית לכל עולם אפשרי:

Phenomena which agree with the rest are held to be *true*, whereby *Body, Space, Time, World, Individual* are also adumbrated. By means of this principle we distinguish dreams from the things that happen when we are awake [...]. For all things are referred to a generic (*generalem*) time and place, and are extruded from the rest according to certain particular laws [...]. Hence now there arises the consideration of a certain generic *space* whenever certain particular situations are assigned to the phenomena, and one observes the distances and angles of things, which do not change without cause [...]. And this space is common to everything, and those very phenomena to which we can assign a situation, for example, stars, we call *bodies*; and there is no body which cannot be thought to exist in this generic space and to be at a

¹²⁰ יש לכך אולי קשר לעובדה שלייבניץ חדל להתייחס לעולם כאל מכלול בתחילת 1678 בעקבות גילוי הכוח ביסוד החומר. כפי שפורט בפרק האחרון של חלק ג' לעיל, גילוי הכוח אפשר ללייבניץ לאפיין את העצם הגופני כמקור התנועה ולהימנע מייחוס תנועה לעולם כמכלול באמצעות מעורבות הא-ל-כפי שסברו הקרטזיאניים. עקב כך לייבניץ אינו מציג עוד את הקשר שבין הנוכחות הא-ל לבין העולם כאינטנסיבי ומתמקד בעיגון תנאי האפשרות המרחב-זמני של העולם בתודעה הא-לוהית.

¹²¹ So it is beyond doubt that people who seem to be speaking to you today are people just as real as you, since there is just as much reason for them to be in doubt about you. The causes of the phenomena, too, must be outside you, and also outside other thinking beings, since they appear to be in agreement with many things; and, with your nature being limited in this way, no reason can be provided for so many new appearances cohering among themselves. (Summer 1678-Winter 1680-81, *Metaphysical Definitions and Reflections*; A 6.4 1397-8; LLC 241)

¹²² And so the objection the Sceptics make against observations are inane. Certainly, they may doubt the truth of things, and if it pleases them to call the things that occur to us dreams, it suffices for these dreams to be in agreement with each other, and to obey certain laws, and accordingly to leave room for human prudence and predictions. And granting this, it is only a question of names. For apparitions of this kind we call *true*, and I do not see how they could be either rendered or chosen truer. (Summer 1678-Winter 1680-81, *Metaphysical Definitions and Reflections*; A 6.4 1398; LLC 243-245)

distance from some other given body [...] *time* is also generic and comprises the whole of everything, for nothing can occur which is not either before or after or simultaneous with any other given things [...]. Furthermore, the collection of all bodies that are understood to be in space, i.e. those that have mutual situation, is called the *world*, and there are various states of the world at various times. Of these, however, one comes out of another according to certain laws, which it is for physics to treat¹²³

ניתן לראות היטב שלייבניץ מבחין בין המרחב הגנרי המהווה מעין תנאי אפשרות לכינון העולם לבין העולם עצמו. המרחב והזמן הגנריים הם יסודיים מכיוון שלדברי לייבניץ דבר לא יכול להתקיים ללא הקשר מרחבי או זמני עם דברים אחרים. כמו כן, ברור מדברי לייבניץ שהעקרונות שבאמצעותם ניתן להבחין בין מציאות לחלום יסודיים יותר מחוקי הפיזיקה שאליהם כפופים דברים בעולם. עם זאת, מכיוון שהדיון בחיבור מופשט מאד ומתייחס לקונסיסטנטיות הפנימית של העולם האקטואלי כאילו היה עולם אפשרי, אין בו התייחסות למעמדם האונטולוגי של המרחב והזמן הגנריים. התייחסות כזו מופיעה בחיבורים נוספים שכותב לייבניץ מאמצע שנות השמונים, בהם הוא חותר להבין מה אמיתי או ממשי בזמן ובמרחב:

Time is an imaginary entity, just like place, qualities, and many other things. We recognize by some uniform change whether something is earlier or later, but because several different uniform changes are simultaneous, there is a cause of this simultaneity and earliness; for clocks do not make earliness and lateness, but merely indicate it. It is the same with the motion of the heavens, for it only differs from the motion of a clock as greater and less. Now the root of time is in the first cause, potentially containing in itself the successions of things, which makes everything either simultaneous, earlier or later. It is the same with place, for the first cause makes everything have some distance. Therefore whatever is real in space and time consists in God comprising everything. But all these latter things are rather difficult to explain, and force us to come to a consideration of divine nature.¹²⁴

לייבניץ מעגן את המרחב והזמן בסיבה הראשונה, כלומר בא-לוהים או באחת מתכונותיו המושלמות. המרחב והזמן מוגדרים כדמיוניים (וליתר דיוק כיחסים אפשריים), אך שורשם נעוץ בממשות נוכחותו המוחלטת של א-לוהים ביכולת החשיבה המוחלטת שלו. זאת מכיוון שישנו יסוד ממשי ביחס המרחבי וביחס הזמני. היסוד הממשי במרחב ובזמן נעוץ בעובדה שהישים הנבראים על ידי א-לוהים מוגדרים כבעלי מרחק זה מזה וכבעלי קיום סינכרוני. יתרה מכך, דומה שההגדרה המרחב-זמנית של הישים בעולם מבוססת על מבטו של א-לוהים בעצמו. אם כך, האם תפיסת המרחב של לייבניץ אינה מתלכדת עם זו של ניוטון? האם המרחב המגדיר עולם נתון בשונה מעולם אפשרי

Summer 1678-Winter 1680-81, *Metaphysical Definitions and Reflections*; A 6.4 1396-1398, LLC 241-243¹²³
Mid 1685, *On Part, Whole, Transformation and Change*; A 6.4 629, LLC 275¹²⁴

אחר איננו בעצם מעין מרחב מוחלט שדרכו תופס א-לוהים את הישים הנבראים על ידו? לשם כך עלינו לעמוד על טיבו של המרחב בפילוסופיה של לייבניץ ולכך נפנה בפרק שלהלן.

באופן מסורתי, מקובל להתייחס להתכתבות שניהל לייבניץ עם קלארק במהלך 1715-1716 כניסוח רהוט ובעיקר סופי של תפיסת המרחב שלו. מסיבה זו, נעבור גם אנו כעת לדון בטקסטים מהתכתבות זו. אולם כפי שנראה בהמשך, גישתו המגובשת והמאוחרת של לייבניץ למרחב אינה שונה באופן מהותי מהתייחסויותיו למרחב קודם לכן. אמנם בכתביו לייבניץ מתייחס למרחב במגוון דרכים סותרות – כיחס אידיאלי גרידא, כיחס פנומנלי ואף כיסוד לקיומם של יחסים ממשיים. אך הסיבה לכך אינה נובעת משינוי בעמדתו של לייבניץ למרחב כפי שטוענים למשל הרץ וקובר¹²⁵, אלא מן העובדה שקיימים היבטים שונים של המרחב בשיטתו הפילוסופית. כפי שנראה במהלך הפרק שלהלן, הבחנה בין מגוון ההיבטים הללו של המרחב בפילוסופיה של לייבניץ מאפשרת לזהות עקביות בעמדת לייבניץ אפילו ביחס לקשר שבין המרחב לנוכחות המוחלטת של הא-ל, קשר שפרשנים רבים נטו להחמיץ.

3. לייבניץ והפילוסופיה של המרחב

א. בין ההוויה-לאין-מידה של הא-ל לבין המרחב האידיאלי: שלילת מרחב מוחלט

בהתכתבויותיו עם ד"ר סמואל קלארק מיודעו של ניוטון חושף לייבניץ את עמדתו על המרחב באופן מפורש. בניגוד לניוטון, לייבניץ אינו מכיר בקיומו של מרחב מוחלט. מרחב כזה מציין באופן אבסולוטי את מקומו של כל דבר בעולם במנותק מיחסו לסביבה ומאפשר הבחנה בין מצבים שונים של מסה (מנוחה ותנועה קבועה) הנראים אמפירית כזהים. יתרה מזאת, על מרחב כזה להתקיים במנותק מהדברים המאורגנים על ידו. לייבניץ מספק נימוקים רבים לטענתו שהמרחב אינו ממשי ושמיקום מוחלט במרחב אינו אפשרי. בין השאר, הוא מתייחס להצהרתו של ניוטון ב'אופטיקה' שהמרחב המוחלט הינו איבר החישה של א-לוהים (Sensorium)¹²⁶. תיאור כזה של המרחב מגונה מאד

Hartz and Cover 1988¹²⁵

"All material things seem to have been composed of the hard and solid particles above-mentioned, variously associated in the first creation by the counsel of an intelligent agent. For it became him who created them to set them in order. And if he did so, it's unphilosophical to seek for any other Origin of the World, or to pretend that it might arise out of a Chaos by the mere Laws of Nature; though being once formed, it may continue by those Laws for many ages. For while Comets move in very excentric Orbs in all manner Positions, blind Fate could never make all Planets move one and the same way in Orbs concentric, some inconsiderable irregularities excepted, which may have risen from the mutual Actions of Comets and Planets upon one another, and which will apt to increase, till this System wants a Reformation. Such a wonderful Uniformity in the Planetary System must be allowed the Effect of Choice. And so must the Uniformity in the Bodies of Animals [...] and the Instinct of Brutes and Insects, can [all] be the effect of nothing else than the Wisdom and Skill of a powerful ever-living Agent, who being in all Places, is more able by his Will to move the Bodies within his boundless uniform Sensorium, and thereby to form and reform the Parts of the Universe, than we are by our Will to move the Parts of our own Bodies. And yet we are not to consider the World as the Body of God, or the several Parts thereof, as the Parts of God. He is a uniform Being, void of Organs, Members or Parts, and they are his creatures subordinate to him, and subservient to his will; and he is no more the Soul of them, than the Soul of Man is the Soul of the Species

לטעמו של לייבניץ מכיוון שהוא יוצר זיקה הדוקה מדי בין א-לוהים לבין העולם, כאילו העולם המוגדר באמצעות המרחב המוחלט הוא כגופו של א-לוהים¹²⁷. לייבניץ מצדו מקפיד לשלול זיהוי של הא-ל כנשמת העולם ואנו נתייחס לכך בהמשך¹²⁸. מעבר לשלילת נשמת העולם, לייבניץ קובע כי הניסיון לעגן את המרחב המוחלט בנוכחות הא-לוהית המוחלטת הוא ניסיון עקר, מכיוון שאלו שני דברים שונים:

I objected that space, taken for something real and absolute without bodies, would be a thing eternal, impassible, and indifferent upon God. The author endeavors to elude this difficulty by saying that space is a property of God. In answer to this I have said, in my forgoing paper, that the property of God is immensity but that space (which is often commensurate with bodies) and God's immensity are not the same thing.¹²⁹

לקראת סופו של המכתב החמישי מפרט לייבניץ מעט יותר בעניין ההבדל בין המרחב לבין הנוכחות הא-לוהית. מעבר לעובדה שהמרחב אינו יכול להיות מוחלט אלא יחסי בלבד, מעמדו אינו ממשי אלא אידיאלי לחלוטין. העדר גורמים בעולם מותיר את המרחב כמחשבה בעלמא בשכלו של הא-ל. מנגד, תכונותיו המושלמות של א-לוהים הן מוחלטות באמת ומעמדן אינו משתנה בכפוף לקיומו של עולם או של יצורים בתוכו.

I maintain that the immensity and eternity of God would subsist though there were no creatures, but those attributes would have no independence either on times or places. If there were no creatures, there would be neither time nor place, and consequently no actual space. The immensity of God is independent upon space, as his eternity is independent upon time. These attributes signify only, in respect to these two orders of things, that God would be present and coexistent with all the other things that should exist. [...] if God existed alone [time and place] would be only in the ideas of God as mere possibilities. The immensity and eternity of God are things more transcendent than the duration and extension of creatures, not only with respect to the greatness, but also to

of Things carried through the Organs of Sense into the place of its Sensation, where it perceives them by means of its immediate Presence, without the Intervention of any third thing. The Organs of Sense are not for enabling the Soul to perceive the Species of things in its Sensorium, but only for conveying them thither; and God has no need of such Organs, he being every where present to the Things themselves." (Newton, *Opticks*, 377-379)

¹²⁷ "There is hardly any expression less proper upon this subject than that which makes God to have a sensorium. It seems to make God the soul of the world. [...] God perceives things in himself. Space is the place of things and not the place of God's ideas, unless we took upon space as something that makes a union between God and things in imitation of the imagined union between the soul and the body, which would still make God the would of the world." (1716, *Leibniz to Clarke*, 4th letter §27, §29; L 689)

¹²⁸ להרחבה בנוגע להשלכות המחלוקת בין לייבניץ וניוטון בשאלת קיומו של מרחב מוחלט על המתמטיקה והמטאפיזיקה שלהם, ראו ליסון תשס"ה.

¹²⁹ 1716, *Leibniz to Clarke*, 5th letter §36; L 702

the nature of the things. Those divine attributes do not imply the supposition of things extrinsic to God, such as are actual places and times.¹³⁰

לייבניץ טוען כאן שיש לנתק בין הנוכחות המושלמת של הא-ל לבין המרחב האידיאלי הקיים במחשבתו. עם זאת לייבניץ מודה שהנוכחות המוחלטת מסמנת בהקשר המרחבי שלה על קיומו של א-לוהים יחד עם דברים במרחב (במידה והם עצמם קיימים). ניסוח עדין זה מורה על כך שאין לנתק לגמרי בין הנוכחות המוחלטת של הא-ל לבין המרחב האידיאלי. כפי שנראה בהמשך, עמדת לייבניץ בנוגע למרחב האידיאלי מורכבת הרבה יותר, והיא ככל הנראה קשורה יותר לנוכחות הא-לוהית משלייבניץ מוכן להודות כאן.

ב. בין התפשטות מרחבית של גופים לבין המרחב האידיאלי

שישים סעיפים קודם לכן באותו מכתב יוצר לייבניץ זיקה מעניינת בין נוכחות הא-ל לבין התפשטות מרחבית של גופים:

It appears that the author confronts immensity, or the extension of things, with the space according to which that extension is taken. Infinite space is not the immensity of God; finite space is not the extension of bodies, as time is not their duration. Things keep their extension, but they do not always keep their space. Everything has its own extension, its own duration, but it has not its own time and does not keep its own space.¹³¹

לייבניץ מבחין כאן שוב בין מרחב אידיאלי אינסופי לבין הנוכחות המטאפיזית של הא-ל. אך כורך את הנוכחות הזו עם העובדה שלגופים, או לכל הפחות לעצמים גופניים, יש התפשטות. לטענתו, גופים משמרים את ההתפשטות שלהם אך לא את מיקומם במרחב. סביר להניח שלייבניץ אינו טוען כאן שקיימת זהות מלאה בין נוכחות הא-ל לבין התפשטות גופים אלא רק זיקה כלשהי ביניהן. אחרי הכל, נוכחות הא-ל הינה מהות מטאפיזית מושלמת ואילו ההתפשטות אינה אלא יחס של ריבוי או של התווספות המניח את קיומו של משהו מתפשט, מתרבה או מתווסף. כפי שהוסבר בחלק ג' בדיון על עקרון הרצף, צורתו וגודלו של גוף אינם קבועים אלא משתנים ללא הרף בשל חלוקה אינסופית ותנועה אינסופית של חלקי החומר ולפיכך לייבניץ מאפיין את הצורה והגודל כדמיוניים¹³². אך עצם קיומה של התפשטות המתבטאת בגודל ובצורה אינו מוטל בספק מפאת קיומו של יסוד קבוע

¹³⁰ 1716, *Leibniz to Clarke*, 5th letter, §106; L 714

¹³¹ 1716, *Leibniz to Clark*, 5th letter §46; L 703

¹³² "התבנית עצמה, השייכת למהותה של מסה מתפשטת בעלת גבולות, לעולם אינה מדויקת וקבועה בטבע על פי החומרה, בשל החלוקה בפועל ולאיינסוף של חלקי החומר. אין לעולם כדור בלי אי-אחידויות, או ישר בלי עקמומיות המשולבת בו, או עקומה בעלת טבע מסוים סופי שלא מעורבת בה איזו עקומה אחרת, וכך בחלקים הקטנים כמו בחלקים הגדולים, ודבר זה גורם לכך, שהתבנית לא זו בלבד שרחוקה היא מלהיות מכוננת את הגופים, אלא שאף אין היא תכונה ממשית לחלוטין וקבועה מחוץ למחשבה, ולעולם אי אפשר לייחס לגוף כלשהו איזה שטח פנים מדויק [...] ורשאי אני לומר כדברים האלה גם על הגודל ועל התנועה" (9 באוקטובר 1687, 'התכתבות עם ארנו', אגרת כ"ו, עמ' 251).

שההתפשטות היא תכונתו. לייבניץ מתייחס לכך בדיאלוג שהוא בונה על בסיס דיאלוג קודם שחיבר ניקולס מלברנש, זמן לא רק לפני שהחלה התכתבותו עם קלארק:

Extension is only an abstract thing [which] requires something extended. It needs a subject; it is something relative to that subject, like duration. It even presupposes something prior to it in this subject, some quality, some attribute, some nature in this subject, which is extended, is expended with the subject, and is continued. Extension is the diffusion of this quality or nature. [...] Duration and extension are attributes of things, but time and space are taken to be outside of things and serve to measure them.¹³³

לייבניץ קובע כי התפשטות היא יחס מופשט התלוי בקיומו של דבר מה מתפשט, אך בכל זאת מבחין בין התפשטות כיחס לבין המרחב המודד אותה והמצוי מחוץ לה. במילים אחרות, התפשטות המבטאת התרבות או התוספות של מהות עצמית בלתי מתפשטת איננה אידיאלית-מנטאלית בלבד ולכן איננה נחשבת כיחס מרחבי גרידא. למעשה, זהו בדיוק ההקשר של ביקורת לייבניץ על ההתפשטות הקרטזיאנית: על פי דקארט התפשטות היא מהותו של החומר, אך לייבניץ טוען כנגד עמדה זו כי היא למעשה מפשיטה לחלוטין את החומר ממהותו ומזהה אותו עם המרחב בו הוא ממוקם. לדעת לייבניץ הבנת החומר מחייבת התייחסות אחרת להתפשטותו – התייחסות המזהה את ההתפשטות החומר כאינדיקציה לקיומו של יסוד מטאפיזי בלתי מתחלק בקרבו. האלמנט המטאפיזי הקבוע, ולא ההתפשטות, הוא שעומד ביסוד מהותו האמיתית של החומר. החומר כאגרנט הינו צביר מתפשט של יסודות מטאפיזיים.

שורות אחדות הלאה מראה לייבניץ כיצד בכל זאת ניתן לתפוס את יחס ההתפשטות באופן עקרוני במנותק מהשאלה את מי הוא מתאר. כאשר יחס ההתפשטות נלקח במנותק מגוף מסוים הוא אכן מתברר כאידיאלי וכחיצוני לגוף. זהו ההקשר שבו ההתפשטות מתלכדת עם המרחב ברוח העמדה הקרטזיאנית:

I would always distinguish between *extension* and the attribute to which extension or diffusion (a relative notion) relates, which would be situation or locality. [...] Thus, extension, when it is the attribute of space, is the diffusion or continuation of situation or locality, just as the extension of body is the diffusion of antitype or materiality. For place is in points as well as in space, and consequently, there can be place without extension or diffusion. [...] It is the same for matter; it is in points as well as in body, and its diffusion simply in length constitutes a material line.¹³⁴

התפשטות של גוף מעידה על קיומו של יסוד מטאפיזי בגוף שבאמצעותו חלה ההתפשטות. מאידך, התפשטות של מרחב היא שונה באשר היא נשאר בתחום האידיאלי של המחשבה. התפשטות של גוף מניבה אגרנט שלעולם אינו יכול להיות שלם (בהתייחס לממד החומרי של הגוף) ואילו התפשטות של

¹³³ 1715, *Conversation of Philarete and Ariste*; G VI 584, AG 261

¹³⁴ *Ibid.*; G VI 585, AG 262

מרחב היא תמיד שלמה וקודמת לחלקיה הבלתי מובחנים. התפשטות של גוף מהווה תכונה אימננטית שלו מעצם העובדה שהיא מעידה על קיומו של אותו יסוד מטאפיסי הטמון בו; התפשטות של מרחב היא הפשטה של יחס מרחבי ולכן היא חיצונית לגוף ואינה חלק ממהותו. לפיכך ניתן להבין את דברי לייבניץ לקלארק בנוגע לנוכחות הא-לוהית: הנוכחות המוחלטת של הא-ל קשורה בהתפשטות של גוף אולי בשל הקשר בינה לבין האחדות הסובסטנטיבית הצפונה בו. לעומת זאת, הפשטה של מיקום במרחב אינו מהווה תכונה של הגוף מכיוון שמרחב אידיאלי ונוכחות מטאפיסית הם שני דברים שונים ובלתי קשורים.

אולם האם באמת אין קשר בין התפשטות מרחבית של גוף לבין המרחב כיחס אידיאלי? האם התפשטות של אגרגט חומרי אינה מבוססת על קיומו של יחס מרחבי אידיאלי? ולהיפך – האם התפשטות חומרית אינה מעידה על כך שהמרחב האידיאלי אינו באמת אידיאלי? במאמרם הפרוגרמטי עונים הרץ וקובר בשלילה על כל אחת מהשאלות הללו. העובדה שקיימת התפשטות מרחבית של גופים אינה מספיקה בכדי להקנות למרחב האידיאלי מעמד פנומנלי. לטעמם, אנו תופסים בשכלנו את התפשטות הגופים כרצופה מכיוון שאנו מפעילים עליה את אמות המידה הקונספטואליות של המרחב האידיאלי. אך לאמתו של דבר התפשטות זו של הגוף אמנם קיימת כתופעה אך היא רצופה רק למראית עין¹³⁵. טענתם של הרץ וקובר מבוססת על ההבחנה הגורפת שיוצר לייבניץ בין האידיאלי והאקטואלי, הבחנה שפותרת לדעתו את מבוך הרצף¹³⁶:

It is the confusion of the ideal with the actual which had muddled everything and caused the labyrinth of *the composition of the continuum*. Those who make up a line from points have looked for the first elements in ideal things or relations, something completely contrary to what they should have done; and those who found that relations like number or space (which contain the order or relation of possible coexistent things) cannot be formed by the coming together of points were wrong, for the most part, to deny that substantial realities have first elements, as if the substantial realities had no primitive unities, or as if there were no simple substances. However, number and line are not *chimerical* things, even though there is no such composition, for they are relations that contain eternal truths, by which the phenomena of nature are

¹³⁵ Hartz and Cover 1988, 507-508. קביעה זו מתעלמת מהרציפות שמחולל הכוח שביסוד העצם הגופני כפי שקובע עקרון הרצף, ומתייחסת לאגרגט חומרי בלבד: "To the things you have said concerning Zeno's points, I add that they are only boundaries, and so can compose nothing. But monads alone also do not compose a continuum, since in themselves they lack all connections; each monad is like a separate world. Rather, the foundation of continuity is contained in the primary matter (for secondary matter is an aggregate), or in the passive [power] of a composite substance, from which it follows that a true continuum arises from composite substances placed next to each other, unless God removes the extension supernaturally by removing the order among those coexistents that are thought to penetrate each other" (29 May 1716, *Leibniz to Des Bosses*; G II 521, LR 377).

¹³⁶ הרץ וקובר טוענים שהבחנה זו התגבשה סופית רק בשלהי הקריירה של לייבניץ והם דוחים את עמדתו של אירמן המתיימרת להציג את עמדת לייבניץ כנטולת שינויים לאורך כל הקריירה שלו (ibid., 516-517). אך כפי שתואר בהרחבה בחלק ג' פרק 4, לייבניץ גיבש את ההבחנה בין האידיאלי לאקטואלי כבר באפריל 1676, כלומר בשלב מאד מוקדם בקריירה שלו, ואחז בה בעקביות מאז.

ruled [...]. It is true that the number of simple substances which enter into a mass, however small, is infinite, since besides the soul, which brings about the real unity of the animal, the body of the sheep (for example) is actually subdivided – that is, it is, again, an assemblage of indivisible animals or plants which are in the same way composites, outside of that which also brings about their unity. Although this goes on to infinity, it is evident that, in the end, everything reduces to these unities, the rest or the results being nothing but well-founded phenomena.¹³⁷

לייבניץ מציע לפרק את מבוך הרצף לשני חלקים מקבילים שאינם נפגשים: קיים שלם אידיאלי שאותו ניתן לחלק ללא סוף ולעולם לא להגיע בחלוקה כזו ליסודות ממשיים מובחנים; קיימים יסודות ממשיים מובחנים שלעולם אינם יכולים להניב יחד תרכובת שלמה. לאור ההבחנה הזו נראה שההתפשטות המרחבית של גוף (המבוססת על הרכבת מורכב מפשוטים הקודמים לו) אינה יכולה להיות קשורה ביחס המרחבי האידיאלי (שבו השלם קודם לחלקים). הרץ וקובר גורסים כי למרות הקדימות הקונספטואלית של המרחב האידיאלי יש קדימות אונטולוגית או מטאפיזית של ההתפשטות החומרית. כלומר בשל חשיפה לעוד ועוד מקרים של התפשטות גופים נוצרה בשכלנו תפיסה מרחבית של כל הגופים יחד, תפיסה מאוחרת בלתי מבוססת ובלתי תלויה בקיומה של ההתפשטות המכוננת את התופעה החומרית. אנו מפעילים תפיסה מרחבית מנטאלית זו על גופים ומסיקים "בטעות" כי הם שלמים ורצופים, אך לאמתו של דבר זוהי בדיוק הטעות שבערבוב האידיאלי והאקטואלי¹³⁸. הסבר זה מופיע לדבריהם בסעיף 47 המפורסם במכתבו החמישי של לייבניץ לקלארק, בו לייבניץ מתאר כיצד בני אדם הגיעו להבנה של המרחב. לסעיף זה נגיע בהמשך. קודם לכן עלינו להסב את תשומת ליבנו למשפט חשוב בתגובתו של לייבניץ לפושה שצוטטה לעיל. משפט זה חושף את הקשר שקיים בכל זאת בין האידיאלי לאקטואלי ומצביע על בעייתיות בפרשנותם של הרץ וקובר לתפיסת המרחב של לייבניץ.

However, number and line are not *chimerical* things, even though there is no such composition, for they are relations that contain eternal truths, by which the phenomena of nature are ruled.¹³⁹

אם אכן קיים נתק מוחלט בין האידיאלי לבין האקטואלי, כיצד יכול לייבניץ לטעון שיחסים אידיאליים מכילים אמיתות נצחיות שהתופעות האקטואליות כפופות להן? בחיבור אחר, מספר שנים לאחר מכן, לייבניץ חוזר על הקביעה הזו. גם הפעם הוא עושה זאת במסגרת ההבחנה בין האידיאלי לאקטואלי:

I acknowledge that time, extension, motion and the continuum in general, as we understand them in mathematics, are only ideal things – that is, they

¹³⁷ 1695, *Note on Foucher's Objection*; G IV 491-492, AG 146-147. Cf. 1704, Theodicy §384, H 355; 16 June

1712, *Leibniz to Des Bosses*, G II 450, LR 255

Hartz and Cover 1988, 511 ¹³⁸

1695, *Note on Foucher's Objection*; G IV 491, AG 146 ¹³⁹

express possibilities, just as do numbers [...]. [S]pace and time [...] relate not only to what actually is but also to anything that could be put in its place, just as numbers are indifferent to the things which can be enumerated. The inclusion of the possible with the existent makes a continuity which is uniform and indifferent to every division. It is true that perfectly uniform change, such as the mathematical idea of motion, is never found in nature [...] because the actual world does not remain in this indifference of possibilities but arises from the actual divisions or pluralities whose result are the phenomena. [...] *Although mathematical thinking is ideal, this does not diminish its utility, because actual things cannot escape its rules.*¹⁴⁰

חשיבה מתמטית, הגם שהיא אידיאלית, איננה דמיונית או פיקטיבית מאחר והיא מכילה בתוכה גרעין של אמת שעל פיה פועלת המציאות האקטואלית. זאת למרות שהמציאות האקטואלית אינה יכולה להגיע לעולם לשלמות האידיאלית של המתמטיקה והגיאומטריה. עניין זה טופל בהרחבה בחלק ג' של המחקר, בדיון על קיומו של רצף אקטואלי באמצעות עקרון הרצף של לייבניץ. הרעיון המרכזי שם היה שהמציאות האקטואלית פועלת כאילו בהשראת השלמות המתמטית, על אף שלעולם אינה יכולה לממש אותה לחלוטין. מצולע אינסופי אינו יכול להתלכד עם המעגל מכיוון שאין צורות מושלמות ומובחנות ברמה האקטואלית. יחד עם זאת, מצולע יכול להתחלק לאינסוף בהשראת המעגל המשמש לו מעין גבול. הגבול אינו ממשי ולכן ההתחלקות לאינסוף לעולם אינה מסתיימת. לכאורה המסקנה מכאן היא שעל מנת להגיע מתנועה למנוחה מוחלטת על הגוף לבצע קפיצה מכיוון שהאטה אינסופית של התנועה לעולם לא מסתיימת במנוחה. כיצד אם כן רצף אקטואלי הוא ממין האפשרי? רצף אקטואלי אפשרי כפי שרצף מתמטי אפשרי – באמצעות זיהוי הגבול המצוי מחוץ לסדרה כאילו הוא קיים בכל זאת בתוכה. אך סכימה של סדרה אינסופית מותנית בפיקטיביות של האינפיניטיסימאל, כלומר באפשרות להזניח אותו כמזערי וחסר חשיבות. כיצד ניתן להזניח תנועה אינפיניטיסימאלית או שינוי אינפיניטיסימאלי של הגודל או הצורה? המענה נעוץ בהיבט הפיקטיבי של הצורה, הגודל והתנועה של החומר. הואיל ותנועה או צורה הינן דמיוניות במובן זה שאין להן ביטוי מובחן והן משתנות ללא הרף, ניתן לומר שתנועה אינפיניטיסימאלית היא אכן פיקטיבית. כך מתקבלת המסקנה ששינויים אקטואליים בחומר אכן נעשים ברצף וללא "קפיצות". המציאות האקטואלית אכן פועלת בהשראת המתמטיקה האידיאלית, למרות הפער ביניהם.

קיומה של זיקה כזו בין המתמטיקה לבין הריאליה המטאפיזית מלמדת שתפיסת המרחב בשיטתו של לייבניץ אינה יכולה להיות אידיאלית גרידא, מכיוון שיש בה אלמנט ריאלי. אם לנסח שוב את הרעיון שתואר בפסקה הקודמת בצורה שתהיה רלוונטית לתפיסת המרחב, ניתן לומר שהתוכנית הא-לוהית שעל פיה נוצרה המציאות האקטואלית מן הפשוט אל המורכב מבוססת על כללים גיאומטריים שבהם השלם קודם לחלקים. אם מושגי המרחב והזמן מהווים חלק משמעותי בתוכנית הא-לוהית הזו, לא ניתן לומר עוד שהמרחב הוא רק אופרציה אידיאלית-מנטאלית של ארגון יחד של גורמים.

¹⁴⁰ 1702, Reply to Bayle's article 'Rorarius'; G IV 569, L 583 (my italic)

על מנת לחדד נקודה זו יש להדגיש שהמתמטיקה והיחסים האידיאליים הקשורים בה אינם יחסים אידיאליים שמעמדם מנטאלי בלבד ולכן אינם נחשבים אפשרויות גרידא. היחסים המתמטיים מכילים אמיתות נצחיות ולכן מתאימים לכל עולם אפשרי. ככאלו הם בוודאי מכילים גרעין של אמת הכרחית על העולם האקטואלי, ולפיכך העולם האקטואלי בנוי בכפוף ליחסים אלו.

[Time] is nothing but a principle of relations, a foundation of the order of things, in so far as one conceives their successive existence, or without which they would exist together [*ensemble*]. It must be the same in the case of space. It is the foundation of the relation of the order of things, but in so far as one conceives of them as existing together. *Both of these foundations are true, although they are ideal.* Uniformly ordered continuity, although it is nothing but supposition and abstraction, forms the basis of the eternal truths and of the necessary sciences.¹⁴¹

ישנו מובן אחר של היחס האידיאלי והוא אינו קשור לאמיתות הנצחיות אלא נובע רק מהפשטה של הגורמים הייחודיים הנחשבים באמצעות היחס. הפשטה של היחס ממאפייניו הממשיים מותרת אותו אידיאלי גרידא. מובן זה של המרחב אכן אינו קשור למציאות האקטואלית, והוא מתאים לחלוטין לפרשנותם של הרץ וקובר. בהבחנה בין שני המובנים הללו של המרחב האידיאלי נעסוק בסעיף הבא.

ג. מרחב אידיאלי גרידא ומרחב אידיאלי אינסופי ומוחלט

שחזור משמעותו האידיאלית של המרחב בשיטתו של לייבניץ מעלה שליבניץ לא הקפיד להבחין בין שני מובנים שונים של מרחב כזה. עירוב מובנים סותרים יכול להיות אולי הסיבה לכך שעמדת לייבניץ נותרה אניגמטית בעיני יריביו האינטלקטואליים. לייבניץ מוצא את עצמו פעמים רבות מבהיר שוב ושוב את עמדותיו ביחס לאידיאליות של המרחב ולבסוף מצהיר על ייאוש מכך שמכותביו ירדו לסוף דעתו.

בהתכתבות עם קלארק למשל, לאחר פירוט נוסף בנוגע לעמדתו על המרחב כסדר אידיאלי של מצבים, מפטיר לייבניץ שהערותיו הנוספות שעליהן שקד כנראה לא יתרמו להבהרת עמדתו בעיני קלארק¹⁴². אך אם בוחנים את התבטאויותיו של לייבניץ בנוגע למרחב לאורך ההתכתבות מגלים מדוע לייבניץ איננו מובן. במהלך סעיף 47 המפורסם במכתבו החמישי לקלארק מדגים לייבניץ את טיבו

¹⁴¹ 1705, *Letter to Princess Sophia*; G VII 564, trans. by Hartz and Cover 1988, 501 (my italic) כאן את הרציפות ואת האחידות שביסוד הארגון המרחב-זמני. בסעיף הבא שמוקדש למרחב האידיאלי האינסופי של לייבניץ אתייחס למאפיינים אלו כתנאי אפשרות לקיומו של ארגון כלשהו. מאפיינים אלו קשורים במרחב ובזמן שאינם יחסים אידיאליים רגילים (במובן של הפשטה של יחס פנומנלי) אלא מעין צורות טרנסצנדנטאליות לכינון כל העולמות האפשריים שמעמדן הכרחי.

¹⁴² "I don't say, therefore, that space is an order or situation, but an order of situations, or an order according to which situations are disposed, and that abstract space is that order of situations when they are conceived as being possible. Space is therefore something merely ideal. But it seems the author will not understand me." (1716, *Leibniz to Clark*, 5th letter §104, L 714)

האידיאלי של המרחב באמצעות שלוש דרכים להבין מהו יחס¹⁴³. ניתן לראות את היחס "א' קטן מ- ב'" כתכונה של א'; כתכונה של ב'; או לחלופין כמהות מופשטת שאינה קשורה לאף אחד משני הגורמים הנדונים – בדומה לאופן שבו נתפסות הפרופורציות בין הצלילים במוסיקה. אפשרות שלישית זו מצביעה על טיבו האידיאלי של היחס אצל לייבניץ¹⁴⁴. היחס האידיאלי "קטן מ'" נחשב בעיני לייבניץ לפעולה מנטאלית אפשרית בלבד ולכן הוא חסר מעמד ממשי. לייבניץ מדגיש שאין להתייחס ליחס אידיאלי כאל פיקציה ומקנה לו מעמד של אפשרות הנחשבת בשכלו של הא-ל. משמעות הדבר היא שהיחס אידיאלי "קטן מ'" אינו תלוי במחשבה אנושית שתחשוב אותו אך גם אינו קיים עצמאית במנותק ממחשבה כלשהי – הוא קיים במחשבתו של הא-ל. זהו גם המובן הנומינליסטי שבו יש לראות את המרחב בהיותו יחס אידיאלי מופשט מכל קשר לגורמים מסוימים הקיימים יחד, אך עליו בכל זאת להתקיים בשכלו של סובייקט כלשהו. כל זה אכן הולם את מעמדו האידיאלי של המרחב כשקול לפעולה מנטאלית המארגנת גורמים קיימים או אפשריים יחד. אך לייבניץ גם מגדיר את המרחב כתנאי אפשרות לקיומם של גופים יחד או לקיומן של סיטואציות.

[Space] does not depend on such or such a situation of bodies; but it is that order which renders bodies capable of being situated, and by which they have a situation among themselves when they exist together, as time is that order with respect to their successive position. But if there were no creatures, space and time would be only in the ideas of God.¹⁴⁵

לייבניץ טוען כאן במפורש שהמרחב איננו תלוי בגורמים המאורגנים על ידו אלא משמש כסדר המאפשר את ארגונם. הצהרה זו מבלבלת את קלארק מכיוון שהיא נשמעת בדיוק כמו המרחב המוחלט של ניוטון ממנו מסתייג לייבניץ בחריפות (מלבד העובדה שהמרחב של לייבניץ כאן אינו מתואר כמהות מטאפיסית סובסטנטיבית). לייבניץ טוען בתגובה שהמרחב הוא אידיאלי גרידא אך משמיע שוב טיעון המצביע על המרחב כתנאי אפשרות לארגון גורמים.

סרוניה דומה משמיע לייבניץ באוזני דה וולדר, עשר שנים קודם לכן, באותו עניין בדיוק. גם הפעם לייבניץ מתרשם שעמיתו אינו שם לב להערותיו, וגם הפעם לייבניץ מתנגד לנקודת המבט הקרטזיאנית הרואה במרחב גיאומטרי תכונה מגדירה של החומר, מכיוון שלשם כך יש לייחס למרחב גיאומטרי

¹⁴³ "The ratio or proportion between two lines L and M may be conceived three several ways: as a ratio of the greater L to the lesser M, as the ratio of the lesser M to the greater L, and, lastly, as something abstracted from both, that is, the ration between L and M without considering which is the antecedent or which is the consequent, which the subject and which the object. And thus it is that proportions are considered in music. [...] Therefore we must say that this relation, in this third way of considering it, is indeed out of the subjects; but being neither a subject not an accident, it must be a mere ideal thing." (1716, *Leibniz to Clarke*, 5th letter §47; L 704)

¹⁴⁴ "Thus I think the following about relations: paternity in David is one thing, filiation in Solomon another, but the relation common to both is merely mental thing, whose foundation is the modification of he individuals." (21 April 1714, *Leibniz to Des Boss*; G II 486, LR 327, L 609) Also: "For the ordering or relations that join two monads are not in one monad or the other, but in both equally at the same time; that is, really in neither, or only in the mind thinking this relation." (29 May 1716, *Leibniz to Des Boss*; G II 517, LR 371)

¹⁴⁵ 1716, *Leibniz to Clarke*, 4th letter §41; L 690

כזה מעמד של עצם. לדעת לייבניץ יש לראות את המרחב כחס בלבד המארגן גורמים ממשיים או אפשריים, וככזה מעמדו אידיאלי בלבד.

For *space* is nothing but the order of existence of things possible at the same time, while *time* is the order of existence of things possible successively. As a physical body is to space, so the status of series of things is to time. The body and the series of things add to space and time, motion or action and passion, and the principle of motion. for as I have repeatedly reminded you – though you seem to have neglected my reminders – extension is an abstraction from the extended and can no more be considered substance than can number or a multitude, for it expresses nothing but a certain nonsuccessive (i.e. unlike duration) but simultaneous diffusion or repetition of some particular nature, or what amounts to the same thing, a multitude of things of this same nature which exist together with some order between them; and it is this nature, I say, which is said to be extended or diffused.¹⁴⁶

לייבניץ מקפיד להדגיש שמרחב או התפשטות הינם הפשטה של החומר ואינם יכולים להיחשב עצם מכיוון שבקיומם האקטואלי הם מניחים יסוד שמתפשט או שמתרבה. אך למרות שתיאור זה הולם את עמדתו שהתפשטות או מרחב אידיאלי הינם יחסים המותנים בקיומם של גורמים אינדיבידואליים, עמדת לייבניץ בכל זאת נותרת עמומה בעיני דה וולדר. מדוע לייבניץ אינו מובן? ניתן לראות בקטע שצוטט ממכתבו לדה וולדר, של לייבניץ אינו מתאר את המרחב האידיאלי רק כהפשטה של החומר. בקטע שנועד לפשט את עמדת לייבניץ אך למעשה חושף את מורכבותה, המרחב האידיאלי אינו מוצג כחס מנטאלי המותנה בגורמים הקיימים בו זמנית אלא גם כתנאי אפשרות לכך שגורמים יוכלו להתקיים בו זמנית. המרחב והזמן מוצגים כפלטפורמות יסודיות שבאמצעותן יש להבין את החומר; הם אמנם אינם מספיקים על מנת להגדירו ולשם כך יש להוסיף עליהם פעילות או עקרון פעולה בכדי להניב חומר ממשי. למעשה, גם הטענה שהמרחב או ההתפשטות מניחים 'משהו מתפשט' הקודם להם, אינה זהה לטענה שהמרחב או ההתפשטות הם הפשטה של החומר. מרחב כהתפשטות אינו מניח רק יסוד מתפשט אלא גם את תנאי האפשרות להתפשטות (רציפות, הומוגניות, תלת-מימדיות וכו'). הפשטה פירושה תיאור כללי ולא מדויק של מציאות מוחשית המשתנה ללא הרף¹⁴⁷. להפשטה אין אחיזה במציאות והיא משרתת אמדן כללי סביר. אבל המרחב כסדר של גורמים איננו מתואר כאן כהפשטה בלבד, ולכן איננו אידיאלי גרידא. במילים אחרות, נראה שלייבניץ מניח כמה הנחות כאשר הוא מתייחס למרחב כאל סדר של גורמים, והנחות אלו קשורות במובן אחר של המרחב

30 June 1704, *Leibniz to De Volder*; G II 269, L 536, AG 179¹⁴⁶

"Indeed, there is as much difference between substance and mass as there is between complete things,¹⁴⁷ thing as there are in themselves, and incomplete things, things as we grasp them through abstraction." (20 June 1703, *Leibniz to De Volder*; G II 252, AG 178); "But in real things, that is, bodies, the parts are not indefinite – as they are in space which is a mental thing – but actually specified in a fixed way according to the divisions and subdivisions which nature actually introduces through the variety of motions." (30 June 1704, *Leibniz to De Volder*; G II 268, L 535-536, AG 178-179)

האידיאלי, מובן שאינו קשור בהפשטה אלא מעוגן באמיתות הנצחיות ונועד לשמש כתנאי אפשרות לקיום בו זמני של גורמים¹⁴⁸.

כפי שנראה מייד למרחב האידיאלי שני מובנים שונים:

1. מובן אחד של המרחב האידיאלי קשור בהפשטה מוחלטת של סיטואציה פנומנלית מכל המאפיינים הייחודיים שלה ותפיסתה באמצעות היחס המרחבי גרידא. יחס כזה יכול להלום כל סיטואציה ולכן איננו מכיל אמת כלשהי הרלוונטית למציאות הממשית. יחס מרחבי כזה מופיע כאפשרות בלבד בשכל הא-לוהי ומתואר על ידי לייבניץ כמחשבה בעלמא.

2. מובן אחר של המרחב האידיאלי קשור בכך שמרחב וזמן הינם יחסים אידיאליים, אך מתברר שהם מעוגנים בשכלו המוחלט של א-לוהים באופן שונה מזה שהוצג קודם. המרחב האידיאלי נחשב אצל לייבניץ כשווה ערך לאמיתות הנצחיות וככזה הוא מהווה תנאי אפשרות לכל עולם אפשרי ואינו רק מחשבה בעלמא הנובעת מהפשטת סיטואציה פנומנלית נתונה¹⁴⁹. במרחב אידיאלי מעין זה יש יסוד ממשי שאינו נובע מעצם הופעתו בשכל הא-לוהי, אלא מכך שכל העולמות האפשריים בהכרח מאורגנים באמצעותו, בדיוק כפי שהם כולם כפופים לאמיתות הנצחיות.

לייבניץ מבחין בין אמיתות לבין אמיתות נצחיות. אמיתות הינן כל מה שאינו מכיל סתירה, קרי – כל מה שיכול להיחשב כאפשרות. בהמשך לכך, לייבניץ מציע להימנע מלקטג רעיונות לאמת ושקר אלא להגדיר כאפשרות כל רעיון שיכול להיות אמיתי (בקונסטלציה של עולם אפשרי כלשהו) וכך לצמצם את הסיווג 'שקר' לרעיונות המכילים סתירה כלומר לרעיונות שאינם יכולים להיות אפשריים. לכן לייבניץ מצהיר "שיש אידיאות אמיתיות או שקריות במובן זה שהדבר שמדובר בו אפשרי או

¹⁴⁸ דוגמא נוספת מופיעה שוב בהמשך ההתכתבות בין לייבניץ לדה וולדר. לייבניץ משלב באותו קטע התייחסות למרחב האידיאלי חסר חלקים מובחנים ולכן כשלם רצוף ומנותק מהמציאות האקטואלית והמקוטעת, אך מסיים בהתייחסות למרחב הרצוף כקשור לאמיתות הנצחיות ולכן כמחייב מתמטית את המציאות האקטואלית:

"It is also obvious from what I have said that, in actual things, there is only discrete quantity, namely, a multitude of monads or simple substances, indeed, a multitude greater than any number you choose in every sensible aggregate, that is, in every aggregate corresponding to phenomena. But continuous quantity is something ideal, something that pertains to possibles and to actual things consider as possibles. The continuum, of course, contains indeterminate parts. But in actual things nothing is indefinite, indeed, every division that can be made has been made in them. Actual things are composed as a number is composed from unities, but ideal things are composed from fractions: there are actually parts in a real whole, but not in an ideal whole. As long as we seek actual parts in the order of possibles and indeterminate parts in aggregates of actual things, we confuse ideal things with real substances and entangle ourselves in the labyrinth of the continuum and in inexplicable contradictions. However, the science of continua, that is, the science of possible things, contains eternal truths, truths that are never violated by actual phenomena, since the difference [between real and ideal] is always less than any given amount that can be specified. And we don't have, nor should we hope for, any mark of reality in phenomena, but the fact that they agree with one another and with eternal truths." (19 Jan. 1706, *Leibniz to De Volder*; G 283, AG 185-186, L 539)

¹⁴⁹ "Ideal space appears to Leibniz in a twofold form. On the one hand, it appears as the abstraction of an incomplete idea that arises from the determination of matter and the phenomenon to become the object of the pure science. On the other hand, it appears as the foundation of real space itself and the whole material world." (De Risi 2007, 576)

לאו¹⁵⁰. במסגרת תפיסת החופש הא-לוהי, לייבניץ אינו מתייחס לכל הרעיונות האפשריים שלא נבחרו להתממש בעולם כחזיונות תעתועים אלא טוען שהם קיימים כמחשבות בשכלו של הא-ל. רוצה לומר, בריאת העולם כרוכה בהכרעה א-לוהית לממש אפשרות אחת מיני רבות; האפשרות שנבחרה הופכת לממשית ואילו שאר האפשרויות נותרות כמחשבות בשכל הא-ל, ולפיכך "[ב]עצמים שא-לוהים לא יברא לעולם [...] אין ממשות אחרת זולת זו שיש להם בשכל הא-לוהי וביכולת הפעילה של א-לוהים"¹⁵¹.

מנגד, אמיתות נצחיות אינן אפשרויות בלבד אלא עקרונות לוגיים הנכונים עבור כל עולם אפשרי. לכאורה, האמיתות הנצחיות מנוסחות כפסוקי תנאי, מכיוון שהן אינן ממשיות כשלעצמן אלא רק חלות על הממשי בתנאים קונטינגנטיים מסוימים ומרגע שהן חלות הן הכרחיות. לאמיתו של דבר, האמיתות הנצחיות מהוות כללי יסוד לכל מציאות שהיא ולכן הן כוללות את ההיבט ההכרחי בכל עולם שהוא – כלומר "את העיקרון המסדיר של הנמצאים":

אשר לאמיתות הנצחיות, יש לציין שביסודו של דבר כולן בגדר מאמרי תלות [...] למשל באומרי "כל תבנית בעלת שלוש צלעות תהא גם בעלת שלוש זוויות", איני אומר אלא זאת בלבד, שאם נניח שיש תבנית בעלת שלוש צלעות, תהא תבנית זו עצמה בעלת שלוש זוויות. [...] אולם] כיצד יכול מאמר, המוסב על נושא מסוים, להיות בעל אמיתות ממשית אן נושא זה אינו נמצא כל עיקר? – אכן במקרה כזה האמת אמת של תלות בלבד, והיא אומרת שאם יימצא הנושא בזמן מן הזמנים, יהיה הוא כך וכך. אולם אפשר להוסיף ולשאול, במה מיוסדת זיקה זו, שהרי גלומה בזה ממשות שאינה מטעה? התשובה תהיה: יסודה בקשר בין המושגים. כאן שוב ישאל השואל, היכן היו מושגים אלו שרויים אילו לא היתה שום נשמה במציאות, ומה היה אז דינו של היסוד הממשי לוודאות זו של האמיתות הנצחיות? הדבר מביאנו לבסוף אל היסוד האחרון של האמיתות, לאמור, אל אותה נשמה עליונה וכלל עולמית שמן הנמנע שלא תהא במציאות, נשמה שהשכל שלה הוא מחוז האמיתות הנצחיות, דבר שהכיר בו אוגוסטינוס וגם הביעו בדברים נמרצים למדי. וכדי שלא יחשוב אדם שאין מן ההכרח להגיע עד כאן, יש להתבונן ולשים לב שאמיתות הכרחיות אלו כוללות את הטעם הקובע ואת העיקרון המסדיר של הנמצאים גופם, ובקיצור – את חוקי העולם. ובכן, הואיל ואמיתות הכרחיות אלו קודמות למציאותם של הישם המקריים, על כורחך אתה אומר שמיוסדות הן במציאותו של עצם הכרחי.¹⁵²

לייבניץ מייחס לאמיתות הנצחיות מעמד שונה מאלו של האפשרויות. האמיתות הנצחיות אינן נותרות כמחשבות בשכלו של הא-ל לאחר שהוא מכריע לטובת אפשרויות או 'אמיתות' אחרות. האמיתות הנצחיות הינן אמיתות הכרחיות ולכן יש להן תפקיד חיוני בעיצוב העקרונות והחוקים של כל עולם אפשרי (אם כי הן נובעות מהשכל הא-לוהי ולא מרצונו ולכן אינן מגדירות את המהות

¹⁵⁰ 1686, 'מאמר מטאפיזי' סעיף 23, עמ' 94-95. וכן: "הריני מעדיף לקרוא למושגים בשם 'אמיתיים' או 'שקריים' מתוך יחס אל קביעה בלתי מפורשת אחרת שכולם מכילים אותה, היא קביעת האפשרות. וכך, המושגים האפשריים הם אמיתיים, והמושגים נטולי-האפשרות – שקריים" (1709, 'מסות חדשות' ספר שני פרק ל"ב [על המושגים האמיתיים והשקריים]), עמ' 279-280.

¹⁵¹ 14/4 ביולי 1686, 'התכתבות עם ארנו, אגרת י', עמ' 166.

¹⁵² 1709, 'מסות חדשות' ספר רביעי פרק י"א [על הידיעה שיש לנו על מציאותם של דברים אחרים], עמ' 514-515.

הקונטינגנטיות של העולמות השונים אלא רק מגבילות אותם מלהיווצר באמצעות סתירות לוגיות¹⁵³). האמיתות הנצחיות מתאימות לכל עולם אפשרי בשל היסוד הממשי ש"בקשר בין המושגים", ולכן "גלומה בהן ממשות" שאינה רק תוצאה של נוכחותן בשכל הא-לוהי כמחשבות בעלמא. למעשה, לייבניץ אף מוצא לנכון להוכיח אפוסטריורי את קיום הא-ל מקיומן של האמיתות הנצחיות¹⁵⁴. יש לשים לב לכך שנקודה זו מכרעת בהבדל שבין אפשרויות-אמיתות לבין האמיתות הנצחיות: למרות שלייבניץ טוען שגם אפשרויות קיימות רק אם הן נחשבות בשכל א-לוהי, הוא מוצא את הקשר שבין רעיון לבין הסובייקט החושב אותו חזק דיו דווקא במקרה של האמיתות הנצחיות בכדי להוכיח באמצעותו את קיום הא-ל.

כפי שמבחין לייבניץ בין אמיתות לבין אמיתות נצחיות, הוא עושה הבחנה בין יחסים לבין יחסי מרחב וזמן. ליתר דיוק, לייבניץ יוצר אנלוגיה בין אמיתות לבין יחסים, ובין אמיתות נצחיות לבין יחסי מרחב וזמן. "היחסים", לדעת לייבניץ, "הם בעלי ממשות תלויה ברוח, כמו האמיתות, אך לא ברוח האדם, הואיל ומצוי שכל עליון הקובע את כולם בכל זמן"¹⁵⁵. לייבניץ מעניק ליחסים מעמד אידיאלי כשל אפשרויות או 'אמיתות', ומעגן את קיומם בשכלו של הא-ל:

It appears that relations are not other than truths.

In themselves, relations are not things which can be created: they are born by virtue of the divine intellect alone, without the addition of any free act or will.

Such are all things which result as soon as other things exist – for instance the totality of an aggregate. It follows that they are not beings – any being other than God is in fact a creature – but they are truths.¹⁵⁶

לעומת זאת, כאשר לייבניץ מדבר על ארגון או על סידור גורמים, הוא משווה זאת למעמדן של האמיתות הנצחיות. לייבניץ טוען ש"היחסים והסדרים יש בהם משום הוויה-שבשכל, אף על פי שיסודם בדברים; כי אפשר לומר שממשותם, דוגמת ממשותן של האמיתות הנצחיות ושל האפשרויות, מקורה בשכל העליון"¹⁵⁷. אזכור האפשרויות בהקשר זה מבלבל מכיוון שמעמד האפשרויות אינו דומה למעמדן של האמיתות הנצחיות בשכלו של הא-ל. ניתן להסביר את אזכור

¹⁵³ ההבדל שבין שכלו של הא-ל לבין רצונו חשוב ביותר בהבדל שבין המרחב כתנאי אפשרות לכינון עולמות אפשריים (שמקורו בשכלו האינסופי של הא-ל) לבין התוכנית המרחבית של עולם אפשרי מסויים (שמקורה ברצונו האינסופי של הא-ל). המרחב האידיאלי הראשון מעמדו כשל אמת נצחית והוא הכרחי. המרחב השני המשתקף במרחב הפנומנלי של גופים מבטא אמת קונטינגנטית של עולם נתון.

¹⁵⁴ "If there were no eternal substance, there would be no eternal truths. So from this too we have a proof of God, who is the root of possibility, since his mind is the very region of ideas, i.e. truths. But it is highly erroneous to make eternal truths and the goodness of things depend on divine will, since every act of will presupposes a judgment of the intellect concerning goodness – unless one were to transfer every judgment from the intellect to the will by interchanging their names, although even then it could not be said that the will is the cause of truths, since a judgment is not one either. The reason for truths lies in the ideas of things, which are involved in the divine essence itself. And who would dare say that the truth of divine existence depends on the divine will?" (1686?, *A Specimen of Discoveries*; A 1618, G VII 310, LLC 307)

¹⁵⁵ 1709, 'מסות חדשות' ספר שני, פרק ל' [על המושגים הממשיים והדמיוניים], עמ 274.

¹⁵⁶ 1716, *Notes on Aloys Temmik's Philosophia*; published in Mugnai 1992, 156, trans. by Mugnai 1992, 21; Mates 1986, 224

¹⁵⁷ 1709, 'מסות חדשות' ספר שני, פרק כ"ה [על היחס], עמ 227.

האפשרויות כאן אם זוכרים שאין הבדל בין האמיתות הנצחיות לבין האפשרויות כאשר אין גורמים אקטואליים כלל – במצב כזה האמיתות הנצחיות נחשבות כמחשבות בעלמא בשכל הא-לוהי וההיבט הממשי שלהן קיים אך ורק מתוקף העובדה שהן נחשבת בשכלו של הא-ל ככל האפשרויות. יחד עם זאת, אזכור האמיתות הנצחיות בהקשר הזה מלמד שישנו מובן נוסף לממשותו של היחס המרחבי והזמני. הנה התייחסות למרחב מנקודת המבט של הנוכחות המוחלטת של א-לוהים:

אחדים סברו שהא-לוה הוא מקום הדברים [...] אבל אז כולל המקום משהו יותר ממה שמייחסים אנו לחלל, שאנו שוללים ממנו כל פעולה, ושבאופן זה אין הוא בגדר עצם יותר מאשר הזמן; ואם חלקים לו, אי אפשר שיהא בגדר א-לוה. זהו יחס, סדר, לא רק בין הנמצאים אלא אף בין האפשריים, כאילו היו במציאות. אולם אמיתות וממשותו מיוסדות באל, ככל האמיתות הנצחיות [...] החלל הוא סדר, אבל הא-ל הוא מקורו של סדר זה.¹⁵⁸

נראה שיש בסדירות המרחבית והזמנית יסוד ממשי שאינו קיים באפשרויות גרידא. לכאורה כל היחסים האידיאליים המתארים את המציאות האקטואלית נחשבים אצל לייבניץ כיחסים ממשיים, כלומר כאופרציות מנטאליות שמעמדן אידיאלי אך גם ממשי בשל העובדה שהן מעוגנות במציאות. אך כאן מדובר על עניין אחר. כפי שיוסבר בסעיף הבא, היחסים המתארים את העולם האקטואלי מכילים יסוד ממשי במובן קונטינגנטי. לעומת זאת הממשות המיוחסת לאמיתות הנצחיות נעוצה בעצם קיומו של "קשר בין המושגים", קשר שאינו קונטינגנטי אלא הכרחי, ולכן תקף לכל העולמות האפשריים מכיוון שכל העולמות האפשריים מבוססים על קיומו של קשר (כלשהו) בין המושגים המכוננים אותם, או בקיצור על סדר. כאשר לייבניץ כורך יחד את הסדירות המרחב-זמנית עם האמיתות הנצחיות הוא מתכוון לומר שמרחב וזמן מהווים יסוד הכרחי בארגון עולמות אפשריים. דומה שהיחס המרחבי שאמור לארגן גורמים כלשהם (ממשיים או אפשריים) מהווה מערך אפרורי להגדרת עולמות אפשריים בשכלו של הא-ל. בדומה לאמיתות הנצחיות אצל לייבניץ, ישנו כאן תמהיל של אידיאליות עם ממשות הכרחית, שאינו קיים ביחסים רגילים. אם להשתמש במונחים קנטיאניים אפשר אולי לומר שהמרחב והזמן אמורים לאפיין כל עולם אפשרי באשר הוא אצל לייבניץ מפני שהם מהווים עבורו מעין תנאי אפשרות טרנסצנדנטאלי לתפיסת 'הדברים כשלעצמם' הם המונדות¹⁵⁹. הגם שהמונדות של לייבניץ אינן ממוקמות במרחב או בזמן, הן בכל זאת מכילות בתוך עצמן את מכלול היחסים שלהן עם העולם ולכן מוגדרות באמצעות מרחב פנימי החופף למרחב החיצוני של עולם התופעות. למעשה, התאמה או חפיפה זו שבין המרחב הפנימי של המונדה לבין המרחב הפנומנלי של

¹⁵⁸ 1709, 'מסות חדשות' ספר שני, פרק י"ג [על האופנים הפשוטים של החלל], עמ' 127-128.

¹⁵⁹ מצאתי לנכון לקשור את קאנט לתיאור המרחב האידיאלי של לייבניץ מכיוון שלייבניץ מדבר על גרעין ממשי הכרחי "אובייקטיבי" ביסוד האידיאליות של המרחב. קאנט חתר להגדיר את המרחב באופן דומה, כלומר כיסוד אובייקטיבי של כל הדברים, אך במעמד אידיאלי בלבד – למרות שמשמעות הדברים אצל קאנט הפוכה בשל המהפכה הקופרניקאית שלו: "ואני אומר: כל הדברים, כתופעות חיצוניות, קיימים זה בצד זה בחלל – הרי כלל זה תוקף כללי לו ללא הגבלה. בירורינו מורה אפוא על **הממשות** (כלומר תוקף אובייקטיבי) של החלל מבחינת כל מה שעשוי להופיע בפנינו מן החוץ כמושא, אולם תוך כדי כך גם מורה על האידיאליות של החלל מבחינת הדברים, אם התבונה מעיינת בהם כשהם לעצמם, כלומר ללא התחשבות בטבע חושניותו. אנו מקיימים אפוא את הממשות הניסיונית של החלל (מבחינת כל ניסיון חיצוני שבאפשר), אף על פי שאנו מניחים את **האידיאליות הטרנסצנדנטאלית** שלו, כלומר שאין הוא ולא כלום, כשאנו משמיטים את התנאי של אפשרות כל ניסיון, ומניחים אותו כמשהו המונח ביסודם של הדברים כשהם לעצמם". (עמנואל קאנט, 'ביקורת התבונה הטוהרה', עמ' 48).

העולם היא גם נקודת ההבדל המכריעה בין לייבניץ לבין שיטתו של קאנט, שיראה את עצמו כקופרניקוס של הפילוסופיה בשל היפוך מערכת היחסים שבין המציאות והתבונה. בניגוד לקאנט לייבניץ מאמין בהתאמה בין המציאות כשלעצמה לבין הדימוי הפנומנלי שלה בשכלנו. לפיכך העובדה שהמרחב והזמן נחשבים אצל לייבניץ לסדרים טרנסצנדנטאליים לארגון כל עולם אפשרי מהווה דווקא אלטרנטיבה לגישתו של קאנט¹⁶⁰. בשלב זה הדיון בהתאמה שבין המרחב הפנומנלי של הגופים בעולם לבין המרחב הפנימי של המונדות יידחה להמשך, מכיוון שהתאמה כזו מייצגת אמת קונטינגנטית בלבד ומעוגנת ברצון הא-לוהי. בסעיף זה במוקד תשומת הלב נמצא המרחב האידיאלי והאינסופי של לייבניץ המעוגן בשכלו של הא-ל ולא ברצונו, שהינו תנאי אפשרות לכינון עולמות אפשריים ולכן מייצג אמת הכרחית בדומה לאמיתות הנצחיות. (על כל פנים הערה בעניין היחס שבין שכלו ורצונו של הא-ל תובא לקראת סופו של סעיף זה).

נסה כעת להתחקות אחר המאפיינים של המרחב האידיאלי הזה, בהמשך למחקרו החשוב של דה ריסי על המרחב הלייבניציאני. המאפיינים שאותם אנו מחפשים הם היסוד המוחלט שבסדירות המרחב-זמנית אצל לייבניץ, ועליהם להתקיים בכל עולם אפשרי מכיוון שהם התנאים לקיום בו זמני של גורמים.

באפריל 1676 מהרהר לייבניץ בטיבו הקונטינגנטי של העולם. לדעתו בעולם אפשרי אחר מזה שלנו לא זו בלבד שיכולים להיות תקפים חוקי טבע אחרים, אלא שעולם אפשרי אחר עשוי להיות מוגדר באמצעות מרחב לא-סטנדרטי, שאין בו בהכרח ממדים של אורך ורוחב. יחד עם זאת, לייבניץ מזדרז לקבוע כי גם עולם אפשרי כזה יתבסס על מרחב המביא לידי ביטוי מיקום וריבוי¹⁶¹. במילים אחרות, סיטואציה מרחבית הינה תשתית הכרחית עבור כל עולם אפשרי שהוא¹⁶².

במכתבו להויגנס מ-1679 מצרף לייבניץ שרטוט כללי של הניתוח המצבי (*analysis situs*) שבו תלה תקוות רבות להמשך. בתקציר זה מצביע לייבניץ על חשיבות יחס התאמה או חפיפה בין גדלים לחקר סיטואציות מרחביות (לייבניץ מסמן יחס זה באמצעות הסימול 8). לייבניץ מראה כיצד ניתן להגדיר נקודה, ישר, שטח, עיגול וכדור באמצעות יחסי חפיפה בין נקודות במרחב. אך לשם כך עליו להניח שהמרחב הוא אחיד והומוגני, דהיינו שכל נקודה בו חופפת לכל נקודה אחרת.

¹⁶⁰ במחקרו על המרחב ועל הניתוח המצבי של לייבניץ מציע דה ריסי לבחון את עמדת לייבניץ לא רק לאור הרקע הפילוסופי שקדם לעבודתו אלא גם לאור פרשנותו של קאנט שפעל זמן לא רב אחריו (De Risi 2007, xv-xvi). כתוצאה מכך הוא מוצא קווי דמיון ושוני מעניינים בין שני ההוגים. לענייננו, גם דה ריסי מציע לפרש את תפיסת המרחב האידיאלי של לייבניץ כצורה טרנסצנדנטאלית של הממשות באורח המנוגד להצעה המהפכנית של קאנט (ibid., 427).

¹⁶¹ "It seems that perception and situation are everywhere, but matter is different in various things, and so various laws arise. For example, if it is a law in our world that the same quantity of motion is always preserved, there can be another universe in which there are also other laws. But it is necessary that the latter space differs from the former; there will be position of some kind, and multitude, but it will not be necessary that there should be length, breadth, and depth." (April 1676, *On Simple Forms*; A 6.3 522-523, PDSR 83)

¹⁶² Kulstad 2001, 255-256. קולסטד עושה שימוש בפרשנות זו על מנת להציע שבמהלך 1676 לייבניץ חשב שעולמות אפשריים יכולים להיות אקטואליים בו זמנית במסגרת ההתקרבות שלו לפאנתאיזם. קולסטד בעצמו אינו משוכנע באמיתות ההצעה שלו. מכל מקום, אין סיבה לדעתי לדחות את פרשנותו בנוגע להכרחיות הסיטואציה בכל העולמות האפשריים מהטקסט ב-DSR מאחר שהיא סבירה כשלעצמה ואף אינה מותנית בתקיפות ההצעה.

Let $A \approx Y$, that is, given a point A , to find the locus of all points Y . or (Y) [which is equivalent to $Y_1, Y_2, Y_3 \dots$], which are congruent to A . I assert that the locus of all these Y 's will be a *space infinite* in all directions. For all the points in the world are congruent to each other; that is, one can always be put in place of another. But all the points in the world are in the same space [...]. This is all very obvious, but we must begin at the beginning.¹⁶³

המרחב האינסופי, כפי שמגדיר אותו לייבניץ ב-1679, הוא המרחב שעל גביו ניתן לארגן נקודות לכדי סיטואציות שונות, אך גם לערוב לכך שסיטואציות תוכלה לחפוף אלו לאלו. חפיפה כזו היא תנאי הכרחי על מנת שבסופו של דבר נוכל לקבל מרחב פנומנלי שהינו 'ארגון של מצבים'¹⁶⁴. לייבניץ מתייחס להומוגניות של המרחב כאל עניין מובן מאליו, אך זוהי הנחה חשובה שחייבת להתקיים ביסוד כל שימוש במרחב כיחס. למעשה, על לייבניץ להניח שקיימת הומוגניות כזו ביסוד המרחב מכיוון שהיא בפירוש אינה נגזרת מכך שהמרחב הוא סדר של סיטואציות¹⁶⁵.

מעבר להומוגניות, לייבניץ מגדיר פעמים רבות את המרחב האידיאלי כרצוף. הגדרה זו קשורה בהבחנה שעושה לייבניץ החל מאפריל 1676 בין האידיאלי והאקטואלי, כאשר האידיאלי הוא שלם חסר חלקים מובחנים ולכן רצוף ואילו האקטואלי מבוסס על חלקים מובחנים ולכן מקוטע. בכך מאמץ לייבניץ את הדיכוטומיה שהציע אריסטו. אך בנקודה זו שוב חשוב להבחין בין שני המובנים של המרחב האידיאלי – כלומר בין שני מופעים שונים של הרצף אצל לייבניץ. כל התפשטות מרחבית של גוף יכולה להיתפס כרצופה כאשר היא נתפסת באופן מופשט, למרות שהיא בפועל מקוטעת מכיוון שיש לה חלקים אקטואליים מובחנים. מובן זה של הרצף האידיאלי איננו חלק מהגדרתה האמיתית של ההתפשטות המרחבית וצדקו הרץ וקובר כשהדגישו את הניתוק ביניהם. אך ישנו גם מובן אחר לרצף המיוחס למרחב האידיאלי 'כשלעצמו'. במקרה זה, לייבניץ רואה את הרצף כחלק מהותי בהגדרת המרחב האידיאלי וכנובע מהומוגניות היסודית שלו:

We call *extension* whatever we observe as common to all simultaneous perceptions; and we call *extended* (*extensum*) that by the perception of which we can perceive several things simultaneously; and this for some indefinite reason. Whence the extended is a continuous whole whose parts are simultaneous and have a situation among themselves, and in the same way this whole behaves as a part with respect to another whole. A continuous whole is that whose parts are indefinite; space itself is such a thing, abstracting the soul

¹⁶³ 8 Sep. 1679, *Leibniz to Huygens* (with supplement); G II 23. Also: "Any point is congruent to any other point [...] Any object whatsoever can be placed in space and still preserve its own shape, or, infinite other congruents can be assigned to any object existing in space." (10 August 1679, *Characteristica Geometrica*; GM V 161, trans. by De Risi 2007, 180)

¹⁶⁴ De Risi 2007, 178-179. הביטוי 'מרחב פנומנלי' משמש פרשנים רבים להמשגה של העולם כארגוט של תופעות. כאן הוא נועד למטרה זו בדיוק מבלי לקבוע מסמרות בנוגע למעמדו האונטולוגי המדויק (תופעה גרידא או תופעה מבוססת היטב וכן הלאה).

¹⁶⁵ כפי שפורט בחלק ג', לייבניץ תופס את התנועה בעולם כמורכבת מאינסוף סינקטגורמטי של תנועות מזעריות ולכן כבלתי אחידה (למשל בדיאלוג פסידיוס, נובמבר 1676). אולם על מנת לאפיין תנועה כבלתי אחידה יש צורך במרחב הומוגני ואחיד.

from those things that are in it. Hence such a continuum is infinite, as are time and space. For since it is everywhere similar to itself, any whole whatsoever will be a part. Under "extended" we consider being divisible into parts, being part of another, being bounded; having situation to another. A point is what has situation and does not have extension.¹⁶⁶

בקטע מעניין זה מהמחצית הראשונה של שנות השמונים, לייבניץ פותח בהגדרת הגוף המתפשט הנחשב כרצוף. לייבניץ קובע שהמתפשט נחשב כרצף שכל חלקיו קיימים בו זמנית, דהיינו יוצרים סיטואציה בינם לבין עצמם. זוהי קביעה לא ברורה – מה הקשר בין קיום בו זמני של חלקים לבין רצף? סיטואציה מרחבית אינה ביטוי של רצף מכיוון שסיטואציה היא תפיסה בו-זמנית של גורמים מובחנים ואילו הרצף מוגדר כהעדר חלקים מובחנים. המענה של לייבניץ כורך רציפות בהומוגניות: ההתפשטות היא הומוגנית מכיוון שכל שלם יכול להיחשב כחלק של שלם גדול יותר. למעשה, מעיר לייבניץ, המרחב עצמו מוגדר באופן כזה, כלומר הוא רצוף ואינסופי בשל העובדה שהוא הומוגני. במילים אחרות, הרציפות המיוחסת לגוף מתפשט איננה קשורה בעובדה שכל חלקיו קיימים בו זמנית ומייצרים סיטואציה, אלא בכך שההתפשטות שלו היא הומוגנית בדומה להתפשטות המרחב האידיאלי עצמו. הניתוק בין התפשטות לסיטואציה מופיע בהגדרת הנקודה שאינה רצופה מכיוון שאינה מתפשטת, אך יש לה סיטואציה, כלומר, היא קיימת בו זמנית עם נקודות אחרות במרחב. מכאן יוצא שהמרחב האידיאלי האינסופי והרצוף כלל איננו קשור בסיטואציה אלא בהתפשטות בלבד.¹⁶⁷ ביטוי מפורש לכך מופיע בשנת 1685:

When one comes to meditate on geometry, first of all two concepts occur to the mind: that is, absolute *space* itself, in which nothing can be considered but extension; and *point*, in which nothing but situation can be considered. Space has no situation, and point has no extension. Space is infinite, and a point is indivisible. Space is the locus of all points.

Middle between point and infinite space is the finite extensum, which has both extension and situation. A point outside of it can always be assigned. And it lies itself in infinite space, and bears situation in respect to any other extensum.¹⁶⁸

Summer 1683-Early 1685, *On Substance, Change, Time and Extension*; A6.4 565, LLC 271¹⁶⁶
 קביעה זו יש בה כדי לפתור את הקושי שמעלה דה ריסי בנוגע לרציפות המרחב האידיאלי והאינסופי של לייבניץ. דה ריסי מדגיש שאין שום אפשרות ליישב יחד את המרחב כסדר של סיטואציות (כלומר כיחס שהנקודות בו הן נקודות קיצון) לבין המרחב כרצף, מכיוון שהמרחב כסיטואציה הוא הרכבה ואילו המרחב כרצף הוא שלם (De Risi 2007, 183-185). לדעתו ניתן ליישב את הקושי רק באמצעות גישות מודרניות יותר לרצף, כלומר באמצעות תפיסת הרצף כמורכב מאינסוף נקודות הומוגני ורצוף המשמש כתנאי אפשרות לקיומה של סיטואציה מרחבית או לקיומו של מרחב כסדר של סיטואציות. דה ריסי בעצמו טוען שהרציפות היא תנאי האפשרות הטרנסצנדנטאלי של המרחב (Ibid., 183 n54).
¹⁶⁷
¹⁶⁸ 1685, *On Space and Point*; LH 35, 1, 5, Bl. 49, trans. by De Risi 2007, 166. Also: "Extension indeed arises from situation, but it adds continuation to situation. Points have situation, but they neither have nor compose continuity, and they cannot subsist by themselves. Thus nothing prevents an infinity of points form continually arising and perishing (or at least coinciding or being placed outside one another) without

המרחב האינסופי המוחלט והרצוף של לייבניץ איננו סדר של גורמים הקיימים בו זמנית אלא רק תנאי האפשרות הגיאומטריים לארגון כזה. בתווך שבין המרחב האינסופי לבין הנקודה הבלתי מתחלקת נמצאים הגופים המוגדרים כבעלי התפשטות וסיטואציה גם יחד. המרחב כקיום בו-זמני של גופים הינו יחס המותנה בקיומם של גופים (אקטואליים או אפשריים) אך גם בקיומו של מרחב אידיאלי אינסופי הקודם לגופים הללו כפי שהאמיתות הנצחיות קודמות להם. הומוגניות נראית כתכונת היסוד של המרחב האידיאלי והאינסופי של לייבניץ. מעניין שבאותה שנה – 1685 – לייבניץ מתלבט בהגדרת הומוגניות. הוא מציע לראות הומוגניות כהמרה, דהיינו דברים הם הומוגניים אם אפשר להמיר אותם זה בזה. אך זוהי הגדרה בעייתית לטעמו מכיוון שאנו נוטים להמיר דברים הטרונגניים¹⁶⁹. בתחשיב האינפיניטסימאלי שלו לייבניץ משתמש בהליך שהוא מכנה 'הליך המרה' בכדי להפוך מעגל למצולע אינסופי. אך עקומה וישר אינם הומוגניים לדעת לייבניץ; הישר דומה לעצמו בכל חלק שלו, וכך גם עקומה (במידה וקצב ההשתנות שלה קבוע), אך הישר והעקומה אינם דומים זה לזה בשום שלב, ונקודות בלתי מתחלקות כזכור אינן מרכיבות אף לא אחד מהם. הגדרת הומוגניות כדמיון של שלם לכל אחד מחלקיו – הגדרה של לייבניץ בסופו של דבר מאמץ¹⁷⁰ – מבוססת על כך ש'שלם' ו'חלק' כמו גם 'דמיון' או 'זהות' הינם תוצר של המחשבה ומהווים ביטויים של מדידה אך אינם קיימים כגדלים אקטואליים. לייבניץ כבר הגיע ב-1676 למסקנה שהחלטה בדבר גודלו של דבר-מה אינה נובעת מסכימת חלקיו האקטואליים אלא ממדידתו כשלם באמצעות חלקים אידיאליים¹⁷¹. עמדה זו מופיעה ביסוד הגדרת הומוגניות בתחילת אותו חיבור מ-1685:

If when several things are posited, by that very fact some unity is immediately understood to be posited, then the former are called parts, the latter a whole.

an increase or decrease of matter and extension, since points are only modifications of extension – not parts, of course, but boundaries." (30 April 1709, *Leibniz to Des Bosses*; G II 370, LR 125)

"I would willingly define Homogeneous things as those which can be rendered similar by a transformation,¹⁶⁹ just as I define equals as those which can be rendered congruent by a transformation: but there is a difficulty in explaining by transformation. For it is easily enough understood when an analysis is not made all the way down to minima, and instead the parts persist and are merely transposed. Yet when, for example, a curve is made from a straight line, we recognize that the same thing persists as before, when nothing really does remain: for no part of the straight line survives in the curve; and if someone says that all the points survive, he says something very obscure, for there is no certain and definite number of points in the continuum, indeed points are merely modes." (Mid 1685, *On Part, Whole, Transformation and Change*; A 6.4 628, LLC 273)

"If we do not wish to use transformation in defining them, *Homogeneous* things will have to be defined in¹⁷⁰ another way, namely as those which have a common measure, either an exact one, or one as exact as desired, namely such that the remainder is less than any given quantity." (*Ibid.*)

"I once used to define magnitude as the number of parts, but later I considered that to be worthless, unless¹⁷¹ it is established that the parts are equal to each other, or of given ratio" (Early 1676, *On Magnitude*; A 6.3 482, PDSR 37); "Magnitude is that constitution of a thing by the recognition of which it can be regarded as a whole. It also seems that a whole is not what has parts, just what can have parts. A whole exists when many things can come to be out of one. To come to be out of one, however, is to remain something. I doubt whether what is really divided, that is, an aggregate, can be called one." (10 April 1676, *Infinite Numbers*; A 6.3 503, LLC 99)

Nor is it even necessary that they exist at the same time, or at the same place; it suffices that they be considered at the same time.¹⁷²

אם כן, הומוגניות איננה תכונה ממשית של גופים אקטואליים, אלא מהות אידיאלית. אך בניגוד לרושם שניתן לקבל מכך שהכינויים 'שלם' ו-'חלקי' הם מנטאליים, הומוגניות איננה תוצאה של הפשטה אידיאלית אלא מהווה תנאי יסודי להבנת הממשות. לייבניץ ממשיך בחיבור ומגדיר את התנועה, את התפשטות הגופים ואף את המרחב הפנומנלי כסדר של סיטואציות בהתבסס על הומוגניות זו שאת שורשה הוא מוצא בנוכחות הא-לוהית עצמה.

The basis for measuring the duration of things is the agreement that is obtained between several motions that are assumed uniform (like those of several precise clocks); so that whatever things happen are either simultaneous, or earlier than something, or later [...]

Time is an imaginary entity, just like place, qualities, and many other things. We recognize by some uniform change whether something is earlier or later, but because several different uniform changes are simultaneous, there is a cause of this simultaneity and earliness; for clocks do not make earliness and lateness, but merely indicate it. It is the same with the motion of the heavens, for it only differs from the motion of a clock as greater and less. Now the root of time is in the first cause, potentially containing in itself the successions of things, which makes everything either simultaneous, earlier or later. It is the same with place, for the first cause makes everything have some distance. Therefore whatever is real in space and time consists in God comprising everything. But all these latter things are rather difficult to explain, and force us to come to a consideration of divine nature.¹⁷³

תנועה אחידה משמשת כבסיס למדידת תנועה בלתי אחידה. אך התנועה האחידה כשלעצמה מבוססת על קיומה של הומוגניות מרחבית המספקת משמעות לתנועה כאחידה. לדעת לייבניץ אם אין מבנה מרחבי הומוגני ביסוד התנועות בעולם, לא ניתן לערוב לכך שהתנועות הללו יהיו אחידות או קרובות להיות אחידות, וכך מדידה של זמן כסדר עוקב של תנועות איננה אפשרית. הדימוי של השעונים המסונכרנים, שעתיד לשמש את לייבניץ רבות מעתה בהמחשת רעיון הרמוניה-הקבועה-מראש שלו, אינו יכול להיות בעצמו הסיבה לסינכרון או לסימולטאניות של דברים בעולם אלא לכל היותר סימן לכך. הסיבה האמיתית לכך שדברים נתפסים באופן מרחבי וזמני היא שא-לוהים פשוט יוצר את כל העולמות האפשריים באמצעות סימולטאניות ועקיבות וזהו גם שורשם המטאפיסי של המרחב והזמן.

מרחב וזמן אינן ממשיים מכיוון שהם יחסים אידיאליים. אך יש בהם יסוד ממשי המעוגן בנוכחותו המוחלטת של א-לוהים ובנצחיותו, בהתאמה. שוב, חשוב להדגיש שאין מדובר כאן ביסוד

Mid 1685, *On Part, Whole, Transformation and Change*; A 6.4 627, LLC 271¹⁷²
Ibid; A 6.4 629, LLC 275¹⁷³

הממשי הקונטינגנטי של המרחב והזמן הפנומנליים שבו נטפל בסעיף הבא אלא ביסוד הממשי ההכרחי של המרחב והזמן בדומה לאמיתות ההכרחיות. המרחב האינסופי ההומוגני אינו מחשבה בעלמא בשכלו של הא-ל ואף אינו כלי גיאומטרי הקיים לעצמו, אלא הוא מהות אידיאלית נצחית והכרחית הנובעת מכך שהא-ל נוכח בכל מקום באותו אופן. בהינתן עולם שבו חלה נוכחותו של א-לוהים, נוכחותו היא – אם אפשר לומר – הומוגנית.

אילו היה הא-ל מתפשט, היה בעל חלקים, ואילו המשך [אשר לא-ל] אינו קובע חלקים אלא לפעולותיו. ברם, מבחינת החלל יש לייחס לו את ההוויה-לאין-מידה, שגם היא קובעת חלקים וסדר לפעולותיו הבלתי אמצעיות של הא-ל. הריהו מקור האפשרויות כמו שהוא מקור הנמצאים; של האפשרויות – מכוח מהותו, של הנמצאים – מכוח רצונו. החלל אפוא, כמו הזמן, ממשותו באה רק ממנו, ויכול הא-ל למלא את הריקות ככל שישר בעיניו. מבחינה זו אפוא הריהו בכל מקום.¹⁷⁴

ברצוני כעת לחזור ולטפל ביחס שבין המרחב המוחלט והאינסופי של לייבניץ לבין הנקודה, מכיוון שיחס זה עשוי לשפוך אור על יסודותיו המטאפיזיים של עקרון הרצף של לייבניץ. כזכור, לייבניץ טוען שהמרחב האידיאלי מוגדר כהתפשטות בלבד ללא סיטואציה, ואילו הנקודה מוגדרת באמצעות סיטואציה (עם נקודות אחרות) ואינה מתפשטת. סיטואציה מתקיימת כאשר ממקמים נקודות במרחב. לכן סיטואציה איננה רציפה אלא תוצר מורכב של היחס ההדדי בין הנקודות הללו. היא הופכת לרצופה כאשר מתייחסים לקונפיגורציה של הסיטואציה, כלומר כאשר מתבוננים בסיטואציה מנקודת מבט של התפשטות. נקודת מבט כזו מפשיטה את הסיטואציה מהנקודות המכוונות אותה ומתמקדת במרחב שביניהן. לכן הנקודות אינן חלק מהמרחב אלא מהוות את נקודות המתאר שלו. כפי שתואר בחלק ג', לייבניץ הגיע כבר בסוף 1672 למסקנה שהנקודות אינן מרכיבות את הרצף ולפיכך שחלוקה של קטע היא אינסופית. אך רעיון החלוקה האינסופית של הרצף קשור בהגדרת המרחב האידיאלי כהומוגני:

Continuum is infinitely divisible. And this holds for a straight line or what is formed from it, since a part of a line is similar to the whole. And so, since the whole can be divided, the part can be also, and similarity any part of the part. Points are not parts of the continuum but extremities, and there is no more a least part of a line than a least fraction of unity.¹⁷⁵

¹⁷⁴ 1709, 'מסות חדשות', ספר שני, פרק ט"ו [על המשך ועל ההתמתחות הנדונים ביחד], עמ' 134-135. וכן: "התכוונות המחשבה אל האינסופי נעוצה בהתכוונות המחשבה על הדומי או אל [היות הטעם] אותו הטעם עצמו, ומקור אחד לה ולאמיתות האוניברסאליות וההכרחיות. מכאן רואים אנו שמה שמשלים השגת מושג זה מצוי בתוך עצמנו ומן הנמנע שיהא מקורו בניסיונות החושים, ממש כמו שהאמיתות ההכרחיות לא ניתן להוכיחן בעזרת האינדוקציה או באמצעות החושים. המושג של המוחלט הוא בתוכנו פנימה, כמו המושג של הישות. מוחלטות אלו אינם אלא תארי הא-ל, ואפשר לומר שהם מקור המושגים באותה מידה ממש שהא-ל עצמו הוא עקרון הישים" (1709, 'מסות חדשות', ספר שני פרק י"ז [על האינסוף], עמ' 139); "לא-ל בלבד ידיעה מובחנת של הכול, כי הוא מקורו. וצדקו האומרים שהא-ל הוא בבחינת מרכז בכל מקום, אלא שהיקפו אינו בשום מקום, כי הכל נוכח לו באופן בלתי אמצעי, בלא שום ריחוק ממרכז זה" (1714, 'עקרונות הטבע והחסד', סעיף 13 עמ' 86).

¹⁷⁵ 14 Feb. 1706, *Leibniz to Des Bosses*; G II 300, LR 21

בחיבור המסכם שלו 'על היסודות המטאפיסיים של המתמטיקה' מ-1714 שוטח לייבניץ את העקרונות הכלליים שביסוד המתמטיקה, עקרונות הקשורים במחקרו על ניתוח של התפשטות וסיטואציה מרחביות. בחיבור זה ניתן למצוא שוב את הקשר בין חלוקה אינסופית של הרצף לבין ההומוגניות של המרחב¹⁷⁶. חלוקה אינסופית במרחב הומוגני פירושה שהנקודה לעולם אינה יכולה להופיע כתוצאת החלוקה מכיוון שהיא אינה הומוגנית עם המרחב. לכן מפתיע אולי לגלות שקודם לכן באותו חיבור לייבניץ כורך יחדיו את המרחב ואת הנקודה:

Extension is magnitude of space. It is wrong to confuse extension with what is extended, as is commonly done, and so to consider it as a substance. If a magnitude of space is decreased continuously and uniformly, it disappears in a point which has no magnitude.

יתרה מכך, למרות שנקודות אינן מרכיבות את הרצף אלא יכולות להיות רק גבולות המתאר שלו, לייבניץ בכל זאת מגדיר את המרחב בעקביות כסך כל הנקודות. לייבניץ עושה זאת בחיבור משנות השבעים שהוזכר בתחילת חטיבה זו¹⁷⁷, ובחיבורים משנות השמונים שהוזכרו קודם לכן בסעיף זה¹⁷⁸. בסופו של דבר הגדרת המרחב באמצעות הנקודה מופיעה גם בחיבורו המסכם מ-1714:

*A point (i.e. of space) is the simplest locus, or the locus of no other locus. Absolute space is the fullest locus, or the locus of all loci. Nothing results from a single point.*¹⁷⁹

הגדרת המרחב כ'מקום כל המקומות' נשמעת קנטוריאנית מכיוון שהמחשבה להגדיר את הרצף באמצעות אינסוף נקודות מבוססת על הנחות שונות מאלו שמניח לייבניץ על האינסוף ועל האקסיומה שלם-חלק של לייבניץ טען כי הוכיח את תקפותה הנצחית. מנגד, 'מקום כל המקומות' אמור להיות פרדוקסאלי בדיוק כמו 'קבוצת כל הקבוצות' של קנטור. קנטור ראה במספר העל-סופי הגבוה ביותר, זה שאמור להיות 'מספר כל המספרים', קבוצה בלתי קונסיסטנטית ולכן הגדיר אותו כ'אינסוף מוחלט'. מעניין שגם לייבניץ מכנה את מקום כל המקומות אינסוף מוחלט, באופן שמרמז, בדומה לקנטור כ-200 שנה אחריו, לא-לוהים.

¹⁷⁶ "Time can be continued to infinity. For since a whole of time is similar to a part, it will be related to another whole of time as its part is to it. Thus, it must always be understood as capable of being continued into another greater time. Similarly, *solid space or amplitude can also be continued to infinity*, since any of its parts can also be taken as similar to the whole. In the same way a plane and a straight line can also be continued to infinity. The same argument can be used to show that space, as well as a straight line and time, or in general, any continuum, can be subdivided to infinity. For in a straight line as in time, a part is similar to the whole and can therefore itself be cut in the same ratio as the whole. For in a straight line as in time, a part is similar to the whole and can therefore itself be cut in the same ratio as the whole." (1714, *The Metaphysical Foundation of Mathematics*; GM VII 23, L 669)

¹⁷⁷ "Space is the whole (*totus*) of place. [...] Whenever the whole is prior to its parts, then it is a maximum, as in space and in a continuum" (April 1676, *On the Origin of Things from Form*; A 6.3 519-20, PDSR 77-79)

¹⁷⁸ "Space is the locus of all points." (1685, *On Space and Point*; LH 35, 1, 5, Bl. 49, trans. by De Risi 2007, 166)

¹⁷⁹ 1714, *The Metaphysical Foundation of Mathematics*; GM VII 22, L 669

לאמיתו של דבר, הגדרת המרחב באמצעות כל הנקודות נובעת מהניתוח המצבי של לייבניץ. במילים אחרות, אין מדובר על הגדרת המרחב כמורכב מנקודות אלא על הגדרת המרחב כתנאי אפשרות למיקום נקודות זו ביחס לזו. מיקום נקודות על המרחב הוא שיוצר סיטואציות, ולכן המרחב המוחלט הוא זה המהווה תנאי אפשרות לכל הסיטואציות האפשריות, למרות שכשלעצמו, בהעדר נקודות, הוא איננו מכיל כל סיטואציה. כאשר מתמקד לייבניץ בהומוגניות של המרחב, ומגדיר בעקבות כך את המונחים 'שלם' ו-'חלק', הוא מסביר כיצד ניתן להבין את היחס האמור שבין מרחב לנקודה:

An entity which is in something and is also homogeneous to it is called a *part*, and that which it is in is called a *whole*; or a part is a homogeneous ingredient of the whole [...] a boundary is not homogeneous with what it bounds, nor a section with what it cuts. Although they are not homogeneous, time and moment, space and point, boundary and the bounded, are nevertheless homogenous, because one can disappear into the other by a process of continuous change.¹⁸⁰

היחס שבין מרחב אידיאלי לנקודה הממוקמת עליו דומה ליחס שבין סדרה אינסופית לבין גבולה. הגבול מצוי מחוץ לסדרה ולכן הסדרה אינה יכולה להסתיים. בכדי לחשב את הסדרה כאילו היא מסתיימת יש לצמצם את ההפרש האינפיניטסימאלי הבלתי נמנע שבין הסדרה לבין גבולה ולראותו כניתן להזנחה וכפיקטיבי. דהיינו יש להניח לסדרה האינסופית להתכנס ברציפות לעבר גבולה תוך הנחה שהפער בינה לבין הגבול הופך בשלב מסוים לחסר חשיבות. פירוש הדבר הוא שיש לראות את הגבול כאילו הוא מצוי בתוך הסדרה אף שלאמיתו של דבר הוא מצוי מחוץ לה. באותו אופן, הנקודה היא אופן פיקטיבי של רציפות ואיננה קיימת על המרחב האידיאלי. הנקודה מהווה גבול של התפשטות ואינה חלק ממנה, אך מנקודת המבט של רציפות ההתפשטות – אך לא מנקודת המבט של ההומוגניות של ההתפשטות – הנקודה כאילו מצויה בתוכה. למרות שרציפות המרחב האידיאלי נובעת מההומוגניות שלו (הן בחלוקה והן בהתפשטות שלו), כאן מתמקד לייבניץ בהיבט של הרציפות שאיננו נובע מההומוגניות של המרחב. חשיבותו של היחס המודגש כאן בין המרחב לנקודה הוא באפשרויות כינון סיטואציות על המרחב האידיאלי. הכללת נקודה חסרת הממד בתוך ההתכווצות הרצופה של ההתפשטות נועדה להצביע על כך שבמרחב המוחלט ניתן למקם את כל הנקודות האפשרויות, ומכאן ליצור את כל הסיטואציות האפשריות. למעשה, זוהי בדיוק הגדרה המופיעה בתחילת החיבור בנוגע לתפיסת המרחב כסדר של סיטואציות:

Space is the order of coexisting things, or the order of existence for things which are simultaneous. In each of the two orders – that of time and that of space – we can judge relations of nearer to and farther from between its terms, according as more or less middle terms are required to understand the order between them. Thus two points are nearer if the maximally determined intervening forms arising from them produced a simpler configuration. Such

an interval of maximum determination, that is, the minimum and at once the most conformal figure made by the intervening terms is the simplest path from one to the other; in the case of points it is the straight line, which is the shorter between nearer points.¹⁸¹

הגדרות של מרחק ('קרוב' או 'רחוק') אינן נובעות מסיטואציה אלא מהתפשטות. בכדי לבחון האם סיטואציה מסוימת המסומנת על ידי נקודות סמוכות אכן מייצגת מרחק מינימאלי יש לבחון זאת מנקודת מבט של התפשטות. קו ישר נחשב כקונפיגורציה הפשוטה ביותר לתאר את מרחק כזה; ומכיוון שבאמצעות הקו הישר ניתן לבטא את מקסימום הסיטואציות האפשרויות מבלי להחמיץ נקודות ביניים (כפי שאולי מחמיצות עקומות המתארות את המרחק באופן פחות חסכוני), הרי שהישר הוא אמת המידה להגדרת מרחקים מינימאליים במרחב המוחלט. הערכת מרחקים בזמן ובמרחב נעשית באמצעות אמות מידה גיאומטריות של המרחב האוקלידי הנחשב בשכלו של הא-ל. לטענת לשם, לייבניץ אינו מעדיף את הקונפיגורציה של הקו הישר על פני זו של העקומה רק משיקולים של התפשטות. כאשר מדובר בעקרונות-מנחים להערכה של יחסי מרחק בעולם, מרחב לא-אוקלידי יוצר בעיות פילוסופיות עבור לייבניץ. המרחב האידיאלי המהווה תנאי אפשרות להערכת יחסים בשכלו של האל, מבוסס על עקרון זהותם של הבלתי ניתנים להבחנה, מכיוון שהוא נועד לאפשר הכרעה ולא למנוע אותה.

הדרך המינימאלית היא, על כל פנים, הגודל המוגדר בעזרת שתי נקודות בלבד [...] שהרי במרחב לא יכולים להיות מינימומים רבים מנקודה אחת למשניה (כפי שבמישור כדורי הדרכים המינימאליות מקוטב לקוטב הן רבות).¹⁸²

במרחב אוקלידי הדרך הקצרה ביותר בין שתי נקודות היא רק ישר אחד, עובדה שהופכת אותו לאופטימאלי יותר מכל קו אחר מכיוון שהוא משיג את אותה 'מטרה' במינימום 'אמצעים'. במרחב כדורי לעומת זאת ישנן כמה וכמה דרכים מינימאליות לחבר בין שתי נקודות. במרחב כזה אין כל דרך להעדיף קו אחד על פני קו אחר. ישנם 'מינימומים' רבים העוברים מקוטב אחד לקוטב האחר של הכדור, שהרי כל קו שגייע מהקוטב יהיה אנך לקו המשווה של הכדור. באופן זה כל הקווים היוצאים מהקוטב יהיו מקבילים זה לזה. במצב כזה נדרשת הכרעה בין אוסף מינימומים זהים – כשאף לא אחד מהן הוא הטוב ביותר. הכרעה בין זהויות איננה הכרעה אפשרית, ולכן מנקודת ראותו של לייבניץ, מרחב כדורי אמנם יכול להתקיים כאפשרות אך לעולם לא יהיה אמת המידה האידיאלית להערכה של יחסים ממשיים, מכיוון שלא ניתן באמצעותו לבצע הכרעות אופטימאליות. בתנאים לא-אוקלידיים גם האל בעצמו אינו מסוגל להכריע כיצד ליצור את העולם הטוב ביותר.¹⁸³

המרחב האידיאלי המוחלט מספק את התנאים לכינון עולמות אפשריים, קרי – סדרים שונים של מרחב וזמן שמידת החסכוניות והעושר שלהם משתנה. ייתכנו אינסוף עולמות אפשריים שבהם המרחקים המרחביים בין הנקודות (המצייונות גופים – על כך בפרק הבא) אינם מינימאליים. לייבניץ אינו מספק הרבה מידע באשר למאפיינים של העולמות הללו. עבורו, די בכך שהעולם הטוב בעולמות

¹⁸¹ 1714, *The Metaphysical Foundation of Mathematics*; GM VII 18, L 666-667

¹⁸² 10 August 1679, *Characteristica Geometrica*; GM V 147 ; תורגם על ידי לשם-רמתי 1989, עמ' 47.

¹⁸³ לשם-רמתי 1989, עמ' 48.

האפשריים מבוסס על התאמה מלאה עם תנאי המרחב האידיאלי והמוחלט עצמו. כפי שטוענת לשם, התוכנית המרחבית של עולם אפשרי שתתבסס על מרחקים מינימאליים בין גורמים כך שהעולם יהיה "מלא" היא התוכנית המניבה בהכרח את העולם הטוב בעולמות האפשריים¹⁸⁴. יחד עם זאת, תוכנית מרחבית המתבססת על מאפייני המרחב האידיאלי איננה יכולה להוציא לפועל את כל האפשרויות שמרחב כזה מציע, מכיוון שאפשרויות אידיאליות עוסקות בחלקים בלתי מובחנים ואינן מוציאות זו את זו ואילו במציאות האקטואלית חלוקת קטע לשני חלקים מונעת את חלוקתו לשלושה¹⁸⁵. כמו כן, תוכנית כזו אינה הופכת את העולם להכרחי בדומה למעמדו של המרחב האידיאלי והמוחלט בעצמו, מכיוון שהמרחב האידיאלי אינו מחייב תוכנית מרחבית מסוימת וא-לוהים אינו מוכרח לראות במרחב האידיאלי התגלמות של תוכנית מרחבית לעולם אפשרי. לפיכך תוכנית מרחבית אפשרית שתתלכד עם מאפייני המרחב האידיאלי והמוחלט תניב את הטוב בעולמות האפשריים. לייבניץ מספק לנו תיאור תמציתי ומאלף את התוכנית המרחבית הזו כאשר הוא מתאר את המרחב הפנימי של התודעה האקטואלית שלנו:

Situs is a certain relationship of coexistence between a plurality of entities; it is known by going back to other coexisting things which serves as intermediaries, that is, which have a simpler relation of coexistence to the original entities. [...]

There is, moreover, a definite order in the transition of our perception when we pass from one to the other through intervening ones. This order, too, we can call a *path*. But since it can vary in infinite ways, we must necessarily conceive of one that is most simple, in which the order of proceeding through determinate intermediate states follows from the nature of the thing itself, that is, the intermediate stages are related in the simple way to both extremes. If this were not the case, there would be no order and no reason for distinguishing among coexisting things, since one could pass from one given things to another by any path whatever. It is the minimal path from one thing to another whose magnitude is called *distance*.¹⁸⁶

כפי שטוען למקור על קטע זה, המרחב הפנימי של המונדה המוגדר באמצעות אלגוריתם של סדרה אינסופית והמסדר את כל אירועיה תכונתיה ומכלול יחסיה של המונדה בעולם, מתואר כוזה להגדרות המרחביות האופטימאליות של המרחב הגיאומטרי¹⁸⁷. הגדרות אלו קשורות לאופטימום,

¹⁸⁴ "[T]he hidden infinitesimal regularity governing the sequence is analogous to the most determined path from one perceptual state to the other representing the order of time of the best possible world" (Leshem, 2003, 59)

¹⁸⁵ Jan. 1680, *Leibniz to Philipp*; G IV 284, L 273

¹⁸⁶ 1714, *The Metaphysical Foundation of Mathematics*; GM VII 26, L 671

¹⁸⁷ "This paragraph, treating a monadic series as a specially determined case of more general mathematical principle, is valuable for studying the relations between logical analysis and phenomenological interpretation in Leibniz. In the case of our perceptions the maximally determined movement is determined by the law of series; thus the paragraph also identifies the mathematical principle of the extremum or maximum with the axiological principle of the best possible." (Loemker 1969, 674 n9)

כלומר למציאות מינימום ומקסימום ובאות לידי ביטוי ביחס ההפוך שבין סכימה לדיפרנציאציה המהווה את עקרון היסוד של התחשיב האינפיניטסימאלי של לייבניץ. המרחב האידיאלי והמוחלט כמו גם המרחב הפנימי של המונדה בעולם האקטואלי שלנו בנויים על אותן אמיתות נצחיות של המתמטיקה והגיאומטריה¹⁸⁸.

אמות המידה המתמטיות המשותפות הללו באות לידי ביטוי בעולמנו האקטואלי בכפוף להגדרת האופטימום. מצד אחד, המציאות האקטואלית בנויה באמצעות מודל הקפלים שאותו הציג לייבניץ בדיאלוג 'פסידיוס' כבר בנובמבר 1676. הואיל והעולם האקטואלי הוא העולם המגוון ביותר ובעל כמות הגורמים הרבה ביותר, מודל זה הינו המודל האופטימאלי. מודל הקפלים מבטיח חלוקה אינסופית של החומר וכך מקום לאכלוס עוד ועוד גורמים בעולם. מודל זה אינו מבוסס על פינות חדות שלא ניתן להמשיך ולחלק אותן אלא על קווים עקומים ועל קפלים בשטח הפנים של החומר. מנקודת המבט של חלוקה לאינסוף, שיקולים מתמטיים של אופטימאליות מונעים קיומו של קו ישר בחומר ומבכרים בניית חומר על פי מודל הקפלים. מצד שני, ביחס לפעולה רציונאלית של הרוח המתחקה אחר המאפיינים הגיאומטריים של המרחב המוחלט עצמו, שיקולים מתמטיים של אופטימאליות מביאים לאמץ באופן קבוע את הקו הישר. לפיכך הקונפיגורציות האופטימאליות שבהן היחסים המרחביים מביאים לידי ביטוי מקסימום שטח (התפשטות) באמצעות היקף מינימאלי (סיטואציה) תהיינה הקונפיגורציות שבהן נבחרו אנו כאשר נידרש לצייר באופן חופשי צורה כלשהי או לשרטט קו. לדעת לייבניץ אנו נעדיף לצייר מצולע משוכלל או קו ישר הואיל והסדירות המרחבית של התודעה שלנו מבוססת על קונפיגורציות אופטימאליות כאלו¹⁸⁹.

ביסוד שני המופעים ההפוכים האלה מצוי עקרון הרצף של לייבניץ, שמעמדו הכרחי בדומה למעמד האמיתות הנצחיות של הגיאומטריה, המתמטיקה והלוגיקה. עקרון זה מבוסס על יחסי מרחב-נקודה שהוצגו כאן. העיקרון מותנה בקיומו של מרחב אידיאלי הומוגני ורצוף שבו ניתן לזהות מצב נתון כמקרה גבול של מצב הופכי. הרציפות המוחלטת של המרחב האידיאלי והמוחלט באה לידי ביטוי בתוכנית המרחבית האפשרית של העולם, ולפיכך גם במציאות האקטואלית של עולמנו "אין קפיצות" אלא רק שינויים הדרגתיים ורצופים, כאלה הכוללים לכאורה את הגבול אליו הם שואפים. וכך לא רק שמנוחה היא גבול סדרה אינסופית של תנועות רצופות, אלא שגם כל העקומות המגדירות את המציאות האקטואלית הן מקרים פרטיים של הקו הישר, והן כולן נובעות מאותו עקרון של רציפות

¹⁸⁸ לדיון בתוכנית המרחבית של העולם ראו להלן בפרק הבא. החטיבה השלישית העוסקת באינדיבידואל מוקדשת לדיון במרחב הפנימי של המונדה.

¹⁸⁹ "[A]nd so, if we were to imagine the case in which it is agreed that a triangle of given circumference should exist, without there being anything in the givens from which one could determine what kind of triangle to create, we must say that God would create an equilateral triangle, freely, of course, but without a doubt. There is nothing in the givens which prevents another kind of triangle from existing, and so, an equilateral triangle is not necessary. However, all that it takes for no other triangle to be chosen is the fact that in no triangle except for the equilateral triangle is there any reason for preferring it to others. Circumstances are the same if one were ordered to draw a line from one given point to another, without being given anything by which to determine what kind of line or how long a line to draw. Surely it would be a straight line, but it would be drawn freely, for just as nothing prevents a curve, nothing recommends one either." (1685-1689?, *The Source of Contingent Truths*; C 3, AG 101; cf. 1686?, *A Specimen of Discoveries*; A 6.4 1617, LLC 305)

החותר למקם את הנקודה במרחב למרות שהיא אינה באמת מוגדרת בו. במילים אחרות, המציאות האקטואלית מבוססת על עקומות (המתחלקות לאינסוף) המתכנסות ברציפות לדימוי פיקטיבי של ישר המשמש כאמת מידה יסודית למרחב האידיאלי והמוחלט והעומד ביסוד הליך המחשבה של תודעתנו. לייבניץ מייחס רציפות למציאות הפנומנלית על אף שהיא באמת מקוטעת ומורכבת מחלקים מובחנים, הואיל והמציאות הזו מתוכננת – באופן חופשי – על פי אמות המידה של המרחב האידיאלי המוחלט והרצוף:

Thus our calculation usefully obeys not only the law of homogeneous entities but also the law of *justice*, according to which the relation between entities in our conclusion or results must correspond to the similar relations in the data, and must therefore be treated in the same way in mathematical operations, insofar as this is practical. The proposition is true in general that when the data proceed in a certain order, the conclusion proceed in a corresponding order. From this arises also the *law of continuity* which I was the first to formulate, according to which the law of bodies at rest is, as it were, a special case of the law of bodies in motion; the law of equals, as it were, a special case of the law of unequals; the law of curves, as it were, a special case of the law for straight lines. This is always true when transition is possible from a genus to its limit in a special case which is its apparent opposite. Here belongs also the method of reasoning which geometricians have long admired, in which they make use of an initial hypothesis to prove its opposite, by first treating it as a special case and then finding it to be disparate and opposite from the original problem. This is the advantage of the continuous. But *continuity* is found in time, extension, qualities, and movement – in fact, in all natural changes, for these never take place by leaps.¹⁹⁰

עקרון הרצף של לייבניץ, המכונה לעיתים עקרון הסדר, מבוסס על קיומה של הומוגניות מרחבית מאחר והומוגניות זו מבטיחה שכל מה שפוקד את השלם מתרחש גם ברמת החלקים. כתוצאה מכך עקרון הרצף עומד ביסוד הניתוח המצבי של לייבניץ¹⁹¹. לטענת לייבניץ הגישה היוונית הקלאסית לפתרון בעיות גיאומטריות אינה מניחה את הדעת משום שהיא אינטואיטיבית מדי ואינה שיטתית (למשל בנוגע להחלטה לעשות שימוש בבניות-עזר גיאומטריות) ועל כן אין ביכולתה להסדיר את האופן שבו יש לטפל בבעיות הללו. לעומתה, הגיאומטריה האנליטית שפיתח דקארט (במקביל לפרמה) פתרה את התלות באינטואיציה ואפשרה המרה של הפתרון מגיאומטריה לאלגברה. אך לטענת לייבניץ היה לכך מחיר: המרת הסיטואציה המרחבית ליחס כמותי בין משתנים אלגבריים מחמיץ מאפיין חשוב של הבעיה. הגיאומטריה האנליטית של דקארט אינה יכולה לטפל בבעיות א-כמותיות, כלומר בעיות שמהותן אינה כמותית אלא מרחבית. אשר על כן, במכתבו להויגנס מציע לייבניץ לחפש

¹⁹⁰ 1714, *The Metaphysical Foundation of Mathematics*; GM VII 24, L 670-671

¹⁹¹ "I use this new axiom: things which cannot be distinguished through their determinants (or through data adequate to define them) cannot be distinguished at all, since all other properties arise from these data." (1693 (according to De Risi 2007, 125), *On Analysis Situs*; GM V 182, L 256)

שיטת חשיבה שתוכל לקחת בחשבון סיטואציה מרחבית מבלי לצמצם אותה להיבטים הכמותיים שלה מצד אחד, ומבלי להסתמך בפתרון הבעיה על אינטואיציה בלבד מצד שני¹⁹². התחשיב החדש לטיפול בבעיות 'מצביות' מבוסס על זיהוי פרופורציות בין חלקי הבעיה, מבלי לנסות ולתרגם פרופורציות אלו לכמויות מוגדרות. בסופו של דבר מטרת הניתוח המצבי של לייבניץ לזהות דפוס קבוע הנשמר בין היחסים שבין חלקי הבעיה, ובכך לאתר את היסוד האמיתי של הסיטואציה. ניכר שרעיון 'ניתוח מצב' זה דומה מאד לתובנה הסמיוטית של לייבניץ בנוגע ליחס הקבוע המתקיים בין המסמנים של האמת למרות שהם כשלעצמם שרירותיים¹⁹³. בשני המקרים חותר לייבניץ לאפיין את הקשר האמיתי בין דברים או את "הפרופורציה או היחס הזה [ש]היסוד של האמת", מתוך הנחה שקשר או יחס בין הדברים הינו הכרחי מאחר שא-לוהים יוצר באופן כזה את כל העולמות האפשריים בשכלו¹⁹⁴.

For it must be known that all things are *connected* in each one of the possible worlds.¹⁹⁵

'Everything which comes from God (you say) necessarily bears the characteristic of order, and consequently is admitted to existence as the

¹⁹² *Ibid.*; GM V 178-179, L 254

¹⁹³ "נדמה לי שבמידה שאפשר להשתמש בתווים למחשבה ולטיעון, חייב להיות בהם סדר מורכבות המתאים לדברים [...] ולסדר הזה חייב להיות משהו מתאים, עם שינויים קלים, בכל השפות. עובדה זו נותנת לי תקווה לצאת מן הקשיים שנתקלנו בהם, כי אפילו התווים הם שרירותיים, בשימושם ובצירופם יש משהו אשר אינו שרירותי, כלומר, פרופורציה מסוימת בין תווים לדברים, ויחסים מסוימים בין תווים שונים שמבטאים אותם הדברים. והפרופורציה או היחס הזה הם היסוד של האמת. מכאן שאם נשתמש בתווים מסוימים או באחרים, תמיד תופיע אותה הפרופורציה, או פרופורציה תואמת או שקולה. וזאת גם אם נכון הוא שהכרחי להשתמש בתווים לכל מחשבה [...] אתה רואה שהתווים תמיד יהיו בהתאמה ביניהם, בתנאי שנשמר סדר מסוים ושיטתיות בשימושם, וזאת על אף היות בחירתם שרירותית ככל שתהא. לכן, אף שהאמיתות תמיד מניחות תווים כלשהם ושליטתים הן אף על אודות התווים עצמם, אין הן נמצאות במה ששרירותיות בתווים אלא ביסוד הקבוע שלהם, כלומר ביחסם אל הדברים. יהיה זה תמיד אמיתי, בלא כל בחירה [שרירותית] מצדנו, שאם נקבעים תווים מסוימים כך שהיסק מסוים נובע מהם, כי אז, אם נקבעים אחרים, שיחסם הידוע לדברים שונה, יתברר באמצעות הצבה והשוואה שהיחס הזה הוא תוצאה של היחס שבין התווים" (אוגוסט 1677, 'דיאלוג'; G VII 193, עיון ל"ד עמ' 124-125).

¹⁹⁴ "[F]or if that which is remote in time and space can operate here and now without any intermediary, anything can be said to follow from anything else with equal right [...] some connection, either immediate or mediate by someone, is necessary between cause and effect" (1698, *On the Nature Itself*, G IV 507, L 500-501). סימולטאניות ועקיבות מהוות את הסדירויות המרחביות והזמניות של העולם, אך כאשר לייבניץ מנסה להגדיר סימולטאניות הוא נתלה בסיבתיות שאיננה חלק מהגדרת הזמן או המרחב ולמעשה יסודית מהם: "Those things are *simultaneous* one of which is the condition of the other absolutely. Whereas, if the first is the condition of the second by an intervening change, then the first is *earlier*, the second *later*. Now the earlier is understood to be that which is simultaneous with the cause, the later that which is simultaneous with the effect" (Mid 1685, *On Part, Whole, Transformation and Change*; A 6.4 628, LLC 273-275) של דבר, כפי שטוען לייבניץ מאוחר יותר, הסדירות המרחבית והזמנית אינה מיוסדת על סיבתיות אלא על התאמה או על קשר בין כל הגורמים בעולם, "וזה הדבר שהודות לו בין הנבראים הפעולות והסבילות הדדיות הן. כי הא-ל, בהשוותו שני עצמים פשוטים זה לזה, מוצא בכל אחד מהם טעמים המכריחים אותו להתאים את השני. ולפיכך מה שפעיל הוא מבחינות מסוימות, הריהו נפעל מנקודת השקפה אחרת" (1714, 'מונדולוגיה' סעיף נ"ב, עמ' 64-65). עצם קיומם של קשר או התאמה בין כל הגורמים הוא המאפיין את האופן ההכרחי לגיבוש עולמות הכרחיים בשכלו של הא-ל.

¹⁹⁵ 1704, *Theodicy* §9; H 128

product of his perfections.' these are your words, with which I agree. They prove that only the best exists but not that only the best is possible.¹⁹⁶

האיזון או שיווי המשקל המתואר בעקרון הרצף בין נתונים לתוצאות (המתבסס על השיוויון המתמטי שבין שלם לאינסוף חלקיו) מבוסס אצל לייבניץ על ההומוגניות של המרחב האינסופי שלו הנחשב בשכלו של א-לוהים, ולכן קרוב לוודאי שהאינסוף המוזכר כמקור לעקרון הסדר אינו רק כמותי-מתמטי במובן סינקטגורמטי אלא גם מטאפיזי במובן היפרקטגורמטי. עקרון הרצף המבוסס על רציפות המרחב האידיאלי והמוחלט מעוגן באורח החשיבה הגיאומטרי של א-לוהים.

This principle [of general order] has its origin in the *infinite* and is absolutely necessary in geometry, but it is effective in physics as well, because the sovereign wisdom, the source of all things, acts as a perfect geometrician, observing a harmony to which nothing can be added [...]. It can be formulated as follows. *When the difference between two instances in a given series or that which is presupposed can be diminished until it becomes smaller than any given quantity whatever, the corresponding difference in what is sought or in their results must of necessity also be diminished or become less than any given quantity whatever [...].* This depends on a more general principle: that, *as the data are ordered, so the unknowns are ordered also.*¹⁹⁷

כעת עלינו לעבור להבנת הגדרת המרחב כסדר של גורמים הקיימים בו זמנית או בקיצור כסדר של סיטואציות.

ד. בין סיטואציה מרחבית לבין מרחב אידיאלי

זהו אפוא הזמן לחזור לסעיף 47 במכתב 5 של לייבניץ לקלארק. לייבניץ מתאר שם באריכות את תפיסת המרחב שלו כאידיאלית, ובעיקר כמנוגדת לתפיסת המרחב כמוחלט על פי ניוטון. המרחב המתואר על ידי לייבניץ הוא מרחב הנגזר מקיום בו זמני של גופים. בין הגופים הללו קיים יחס, שאינו חלק מהם אלא חיצוני להם, שניתן לכנות אותו 'מרחב'. כאשר אחד הגופים משנה יחס חיצוני זה עם שאר הגופים הוא למעשה 'נע' ומשנה את 'מקומו'. המרחב אינו אלא אוסף כל המקומות היחסיים הללו ואיננו בשום אופן מסגרת מוחלטת הקודמת לגופים¹⁹⁸. זהו מרחב אידיאלי גרידא הואיל והדיון

¹⁹⁶ Dec. 1714, *Leibniz to Louis Bourguet*; G III 574, L 662

¹⁹⁷ July 1687, *Letter of Mr. Leibniz on a General Principle Useful in Explaining the Laws of Nature through a Consideration of Divine Wisdom – Reply to Father Malebranche*; G III 51, L 351

¹⁹⁸ I will here show how men come to form to themselves the notion of space. They consider that many things exists at once, and they observe in them a certain order of coexistence, according to which the relation of one thing to another is more or less simple. This order is their situation or distance. When it happens that one of those coexistent things changes its relation to a multitude of others which do not change their relations among themselves, and that another thing, newly come, acquires the same relation to the others as the former had, we then say it is come into the *place* of the former; and this change we call a *motion* in that body wherein is the immediate cause of change [...]. And supposing or feigning that among those

הוא באפשרות לארגן יחד גורמים כלשהם באופן מופשט. אבל מייד לאחר תיאור זה של המרחב, עובר לייבניץ להבחין בין המרחב האידיאלי הזה לבין מה שהוא מכנה סיטואציה:

And here it may not be amiss to consider the difference between place and the relation of situation which is in the body the fills up the place. For the place of *A* and *B* is the same, whereas the relation of *A* to the fixed bodies is not precisely and individually the same as the relation which *B* (that comes into its place) will have to the same fixed bodies; but these relations agree only. For two different subjects, as *A* and *B*, cannot have precisely the same individual affection, it being impossible that the same individual accident should be in two subjects or pass from one subject to another. But the mind, not contented with an agreement, looks for an identity, for something that should be truly the same, and conceives it as being extrinsic to the subject; and this is what we here call *place* or *space*. But this can only be an ideal thing, containing a certain order, wherein the mind conceives the application of relations.¹⁹⁹

בקטע זה לייבניץ אינו מדגיש את האידיאליות של המרחב אלא דווקא את ההיבט המטאפיזי שלו. מיקומו המרחבי של גוף אקטואלי איננו חיצוני לו אלא מהווה חלק מהגדרת מהותו העצמית. זו בדיוק הסיבה שבגינה לא ניתן לטעון שמצבים מרחביים דומים הם זהים לחלוטין. מרחבים כשעצמם הינם יחס אידיאלי בלבד וככאלו הן בוודאי זהים לחלוטין; אך דברים הנתונים במצבים מרחביים כאלו מחויבים להיות שונים²⁰⁰. זהו עקרון זהות הבלתי-ניתנים-להבחנה שניסח לייבניץ האומר שדברים זהים באמת הינם אותו הדבר ממש, אך כל הבדל מזערי ביניהם – למשל שאין הם ממוקמים באופן זהה מבחינה מרחבית או זמנית ביחס לדברים אחרים – מלמד שהם בכל זאת אינם אותו הדבר ממש. במילים אחרות, לדעת לייבניץ הבדלים בין דברים אינם נובעים מסיבות חיצוניות כמו מיקום שונה בזמן או במרחב, מכיוון שסיבות כאלו רק מעידות על הבדלים פנימיים הרשומים בהגדרתם העצמית של הדברים הנדונים. מיקום במרחב אינו אלמנט חיצוני של הגוף אלא אינדיקציה לקיומו של אלמנט פנימי.

מלבד ההבדל בזמן ובמקום, מן ההכרח שיהא קיים תמיד עקרון פנימי של הבחנה; ואף על פי שמצויים דברים רבים בני מין אחד, הרי אמת היא שלעולם אין בהם דברים דומים לחלוטין. וכך אף על פי שהזמן והמקום (כלומר היחס כלפי חוץ) משמשים בידנו להבחין בין הדברים שאין אנו מבחינים ביניהן כראוי מצד עצמם, אף על פי כן ניתנים הדברים להיות מובחנים זה מזה גם כשעצמם. הזהות והשוני אין מהותם מצטמצמת אפוא כדי זמן ומקום, אף על פי שהאמת היא שהשוני של הדברים מלווה בשוני של הזמן או של

coexistents there is a sufficient number of them which have undergone no change, then we may say that those which have such a relation to those fix existents as others had before have now the same *place* which those other had. And that which comprehends all those places is called *space* [...]. Lastly, *space* is that which results from places taken together. (1716, *Leibniz to Clarke*, 5th letter §47; L 703)

¹⁹⁹ 1716, *Leibniz to Clarke*, 5th letter §47; L 704

²⁰⁰ "The parts of time and place considered in themselves are ideal things, and therefore they perfectly one another like two abstract units. But it is not so with two concrete ones, or with two real times, resemble or two spaces filled up, that is, truly actual." (1716, *Leibniz to Clarke*, 5th letter §27; L 700)

המקום מפני שבהתאם להללו מופעלים רשמים שונים על הדבר – אם לא נאבה לומר שהדברים הם הם שעל פניהם יש להבחין בין מקום למקום ובין זמן לזמן, כי מצד עצמם הם דומים לחלוטין, ועל כן אינם בגדר עצמים או בגדר ממשות גמורה.²⁰¹

המשפט האחרון בציטוט מסעיף 47 שבמכתב החמישי של לייבניץ לקלארק מסביר את ההבדל בין המעמד האידיאלי של המרחב לבין ההיבט המטאפיזי שלו. יחסים מרחביים הם אידיאליים כאשר מפשיטים מהם כל התייחסות ספציפית לארגון כזה או אחר של גורמים. המרחב הוא אידיאלי גרידא כאשר הוא משמש כאפשרות אבסטרקטית לארגון של גורמים יחד. אך המצב שונה כאשר מדובר בארגון או בסדר מסוימים. לייבניץ אכן קובע, כפי שטוענים הרץ וקובר, שהתודעה הסופית שלנו נוטה להפשיט מסיטואציה נתונה של גורמים את היחס המרחבי ביניהם באופן אידיאלי, אך זאת מכיוון שהתודעה נוטה לזהות בין דברים ומחמיצה דמיון או חפיפה. סיטואציה אקטואלית איננה רק הפשטה אידיאלית של היחס המרחבי; היא גם ביטוי להתאמה המטאפיזית בין הגורמים המכוננים את הסיטואציה. התאמה או חפיפה זו איננה אידיאלית אלא מהווה חלק אינטגרלי מהגדרתם העצמית של הגורמים בסיטואציה. סיטואציה ממשית היא ביטוי ליחס מרחבי המבטא אמת מטאפיזית.

לייבניץ מביא מייד דוגמה המאששת פרשנות זו²⁰². המבנה של אילן יוחסין משפחתי הוא מבנה מרחבי, שאם נזקק ממנו את המובן הייחודי שיש בו למשפחה אקטואלית כזו או אחרת, יכול המבנה המרחבי הזה להילקח כמבנה אידיאלי גרידא, כלומר הוא הופך במצב כזה לאפשרות שניתן להפעיל או שלא להפעיל על גורמים כלשהם. ברם, כאשר מבנה מרחבי אידיאלי כמו אילן יוחסין אכן מבטא יחסים אמיתיים בין גורמים אקטואליים בעולם נתון, הוא כבר איננו אידיאלי גרידא ויש בו גרעין של אמת קונטינגנטית שמקנה לו גם היבט ריאלי חשוב. המרחב המתייחס למשפחה נתונה הינו יחס מרחבי אידיאלי שטמונה בו גם אמת ריאלית המכוונת לא רק לפנומנולוגיה של הגורמים הקיימים יחד אלא ממש לאונטולוגיה שלהם. המרחב מייצג לא רק את ההתאמה בין גופים אלא גם את זו השוררת בין מונדות המכוונות את העולם, וזאת למרות שהוא כשלעצמו יחס אידיאלי בלבד.

יחס אמיתי (true relation) איננו יחס דמיוני. זהו יחס שיש לו משמעות מכרעת על הממשות ועל האופן הנכון שבו יש לראותה ושעל פיו היא נוצרת. מרחב וזמן פנומנליים הם אמנם יחסים אידיאליים אך הם מבטאים את האמת על העולם, ולכן יש מקום להדגיש את העובדה שמרחב וזמן אינם יחסים אפשריים מצד אחד או מהויות ממשיות מצד שני. לייבניץ מכנה אותה יחסים ממשיים (real relations).

In order to understand the nature of time it is essential for us to consider change, that is, the contradictory predicates of the same thing in a different respect, which respect is nothing but the consideration of time. Space and time

²⁰¹ 1709, 'מסות חדשות', ספר שני, פרק כ"ז [הזהות והשוני מהם], עמ' 230-231.

²⁰² "In like manner as the mind can fancy to itself an order made up of genealogical lines whose bigness would consist only in the number of generations wherein every person would have his place; and if to this one should add the fiction of a metempsychosis and [...] the persons in those lines might change place [...], yet those genealogical places, lines, and spaces, though they should express real truths, would only be ideal things." (1716, *Leibniz to Clarke*, 5th letter §47; L 704, my italic)

are not things, but *real relations*. There is no absolute place or motion, since there are no principles for determining the subject of motion.²⁰³

כפי שניתן לראות, לייבניץ ממהר להבחין בין מרחב וזמן המוגדרים כיחסים ממשיים לבין המרחב המוחלט של ניוטון. על פי לייבניץ המרחב הפנומנלי עדיין מותנה בקיומם של דברים ולכן לעולם לא יוכל להתקיים במנותק מהם. יחד עם זאת, מעמדו של המרחב כיחס ממשי לא יהיה מופשט ואידיאלי בלבד. בצד העובדה שהמרחב הוא יחס וככזה במקורו הוא אידיאלי בלבד, הרי שכאשר מאורגנים באמצעותו גופים אקטואליים בעולם הוא מקבל מעמד של יחס ממשי המתאר את האמת המטאפיזית של ההתאמה-הקבועה-מראש.

עמדה זו מוצגת בבהירות אצל רשר ובעקבותיו אצל מייטס. השניים מתמקדים בכך שהמרחב הוא ביטוי להרמוניה הקבועה מראש הקיימת בו-זמנית ברמה האונטולוגית של המונדות וברמה הפנומנלית של הגופים.²⁰⁴ בשל כך הם מפרשים את היחס המרחבי אצל לייבניץ בעיקר כיחס פנומנלי הקיים ברובד אחד עם הגופים ושאר התופעות בעולם, וזאת מכיוון שיחס זה מתאר בראש ובראשונה את ההרמוניה השוררת בין המונדות. הרץ וקובר, לעומת זאת, טוענים שהמרחב הוא יחס אידיאלי בלבד השייך לרובד שלישי שאיננו קשור בשום אופן לא לרובד האונטולוגי של המונדות ואף לא לרובד הפנומנלי של הגופים.²⁰⁵ הגם שהרץ וקובר מחדדים מחדש את מעמדו של המרחב כיחס אידיאלי כאשר הוא נתפס באופן מופשט, הם שוגים לדעתי הן בכך שאין הם מזהים את הקשר שבין המרחב האידיאלי לבין האמיתות הנצחיות מצד אחד, ובכך שאין הם מתייחסים לקשר שבין המרחב הפנומנלי לבין ההרמוניה-הקבועה-מראש בשיטתו של לייבניץ מצד שני.²⁰⁶

בקשר שבין המרחב הפנומנלי לבין ההרמוניה-הקבועה-מראש ניגע בפרק הבא המוקדש לבירור המושג 'עולם' אצל לייבניץ. בשלב זה ברצוני להדגיש את הקשר הפנימי שבין המרחב לבין העצמים המכווננים אותו ברמה הקונספטואלית. קשר זה מודגש בעבודתו של מוגניי על טיבו של היחס בפילוסופיה של לייבניץ. מוגניי גורס כי מעמד היחס המרחבי כיחס-ממשי (*real relation*) הינו לב ליבה של תורת היחס אצל לייבניץ.²⁰⁷ לטענתו, לייבניץ אינו רואה את היחס מנקודת מבט נומינליסטית קיצונית, כלומר כתלוי לחלוטין בקיומו של אינדיבידואל החושב את היחס. המרחב כיחס אמנם נובע מפעולה מנטאלית (של הא-ל) אך הוא הבסיס לארגון הא-לוהי של הגורמים בעולם ולכן בעל משמעות גם מעבר לקיומם של אינדיבידואלים החושבים עליו. במילים אחרות, המרחב הינו יחס אידיאלי אך הוא גם נטוע בממשותם של הגורמים הקיימים. לפיכך המרחב המבטא יחסים בין גורמים אקטואליים בעולם, הינו שילוב של יחס אידיאלי וממשות ריאלית.²⁰⁸ אמנם יש לציין שכל יחס הנובע מקיומם של גורמים ממשיים הוא יחס אמיתי ולכן יחס ממשי, אך לאמיתו של דבר יחס זה הוא נגזרת

²⁰³ 1686?, *A Specimen of Discoveries*; A 6.4 1621, LLC 313 (my italic)

²⁰⁴ Rescher 1979, 65; Mates 1986, 228-229

²⁰⁵ Hartz and Cover 1988, 503-504

²⁰⁶ עמדה זהירה יותר מופיעה במאמרו של וינטרבורן. הגם שוינטרבורן מתמקד בהתכתבות שבין לייבניץ לקלארק על מנת להדגיש את ההיבט האידיאלי והמופשט של המרחב הלייבניציאני, הוא אינו מתכחש לקיומו של מרחב פנומנלי הקשור בהתאמה או בהרמוניה שבין המונדות המכווננות את העולם (Winterbourne 1982, 206).

²⁰⁷ ראו גם Look 2004, 251-258

²⁰⁸ "[Relations] are beings of reason, and, at the same time, *real* beings." (Mugnai 1992, 117)

של ההתאמה השוררת בין הגורמים הקיימים בו זמנית בעולם ולפיכך כלול כבר ביחס המרחבי או הזמני. כפי שנראה מייד, מוגניי תופס את ההתאמה בין הגורמים המסונכרנים יחד כמרחב קונספטואלי מכיוון שהוא דן בטיבם של יחסים בין מושגים. אולם לדעתי ההתאמה השוררת בין העצמים הקיימים בו זמנית בעולם מתבטאת באותה מידה במרחב ובזמן פנומנליים, כלומר בקיומה של סיטואציה מרחב-זמנית או בקיצור בקיומו של עולם קונסיסטנטי שאותו מכוננים יחד כל הגורמים האקטואליים.

הדואליות האימננטית בטיבו של היחס ובפרט בטיבם של מרחב וזמן פנומנליים, הכורכת יחד אידיאליות וריאליות, מודגמת היטב ביחסו של לייבניץ למרחב הבין-מונדי. היחס המרחבי בין המונדות אינו יכול להיות ממשי הואיל ולכל מונדה אין חלונות. העדר השפעה בין מונדות מחייב שהיחס המרחבי ביניהן יהיה במעמד אידיאלי בלבד וינבע אך ורק מפעולה מנטאלית של גורם חיצוני למונדות הנתפסות. על כך יש להוסיף שהמונדות כלל אינן ממוקמות במרחב הואיל ואין להן התפשטות המאפיינת גופים. מנגד, היחס המרחבי חייב להיות מעוגן במציאותן הממשית של המונדות עצמן ואינו יכול להיות פרי דמיון, מכיוון שכל מונדה חייבת להכיל בתוכה את מכלול התכונות המגדירות אותה ובכלל זה יחסיה עם מונדות אחרות. גם אם המונדות אינן קיימות במרחב הן קיימות בו זמנית עם מונדות אחרות, וההתאמה הזו ביניהן מייצרת למעשה מרחב משותף הכלול בהגדרתן העצמית. כך יוצא שהמרחב תלוי בגורמים הנחשבים על ידו אך גם מסייע בהגדרתם העצמית. לייבניץ מקפיד להדגיש שהיחס אינו מוסיף לסובייקט בדיוק כפי שהנקודה אינה מוסיפה לישר, וזאת מכיוון שמעמדו המקורי הוא אידיאלי ולא ממשי²⁰⁹. אך היחס, כאשר הוא חל על סובייקטים ממשיים, חושף תכונות אמיתיות המהוות חלק מהגדרתו העצמית של הסובייקט. במילים אחרות, למרות שהיחס מותנה בקיומם של סובייקטים במרחב אינם רק תוצאה של חשיבה על קיומם הסימולטאני של הסובייקטים הללו אלא בו זמנית גם תנאי האפשרות לקיומם של הסובייקטים עצמם. מצד אחד, היחס האידיאלי אינו בעל מעמד שווה לסובייקטים המכוננים אותו ולכן הוא אינו מוסיף להם דבר שאינו כלול בהם מאליו. מבחינה זו ניתן לקבל רדוקציה של היחס לתכונות מוחלטות של הסובייקטים. מצד שני, היחס הממשי מציין גם את ההתאמה בין הסובייקטים הללו והתאמה משותפת זו אינה ניתנת לרדוקציה ומוכרחה להישאר תכונה יחסית ולא מוחלטת של הסובייקטים²¹⁰. בשל כך מציע מוגניי שהתכונות המוחלטות של הסובייקטים גוררות איתם "מרחב

²⁰⁹ "Just as the point adds no increase to the line, so the relation adds no increase to the subject" (1716, *Notes on Alloys Temmik's Philosophia*; published in Mugnai 1992, 16; trans. by Mugnai 1992, 115. Cf. LH IV 8, 60v, trans. by Mates 1986, 224)

²¹⁰ Also Ishiguro 1990, 121: "When we come to relations which are based on connections, the elimination of relational properties – if that were the project – would become even more difficult. [...] Leibniz writes that 'Paris is the lover of Helen' can be logically reduced to 'Paris loves and by the very fact (*eo ipso*) Helen is loved'. Again, strictly speaking, this is an expansion rather than a reduction for, as Leibniz remarks, the original proposition is shown up to be logically a 'compendium' of two propositions – this time linked by the logical connection '*eo ipso*'. And each of the two propositions is still a relational proposition in the sense that it is expressed by a sentence that conceals a two-place predicates, since the first means Paris loves someone, and the second means that Helen is loved by someone. It is part of their truth-condition that there is someone whom Paris loves and someone who loves Helen. Thus although a relational proposition in

לוגי" שלם של קשרים ויחסים המאפשר את ההתאמה ההרמונית בין הסובייקטים. במילים אחרות, מוגני מציע לראות את מערך היחסים הממשיים המתארים את הקשר בין הסובייקטים בעולם כמרחב קונספטואלי²¹¹. מרחב כזה ממחיש את התלות ההדדית שבין היחסים לבין האינדיבידואלים, ובאמצעותו ניתן להגדיר את רמת ההרמוניה כטובה יותר או פחות מעולמות אפשריים אחרים²¹². ביטוי לפרשנותו של מוגני ניתן למצוא במכתבו של לייבניץ לדה בוס:

Moreover, God not only considers single monads and the modifications of any monad whatsoever, but he also sees their relations, and the reality of relations and truths consists in this. Foremost among these relations are duration (or the order of successive things), situation (or the order of co-existing), and intercourse (or reciprocal action), admittedly provided that the ideal dependence of monads on one another is conceived; but immediate situation is present. In addition to presence and intercourse, connection is added when they are moved with respect to one another. Through these [relations], things seem to us to form a unity, and truths in fact can be expressed concerning the whole that are also valid according to God.²¹³

כפי שטענתי לעיל, לדעתי המרחב הקונספטואלי של מוגני מתלכד עם המרחב הפנומנלי המוצע בפרשנותם של רשר ומייטס.

כפי שטוען גם נחתומי, מרחב קונספטואלי כזה נותן פשר לתלות המעגלית הקיימת בין המונדה לבין יחסיה עם מונדות אחרות. כאמור, המונדה אמנם קודמת לכל יחס המבוסס על קיומה אך יחס זה בתורו תורם להגדרת האינדיבידואציה שלה²¹⁴. מעגליות זו הורסת את עצמאותה של המונדה ואת

which two individual are mentioned has been eliminated, in each of the propositions expressed by the rewritten result relational properties are still ascribed to the subject, relation him to another person." Also Adams 1994, 78: "Leibniz thought that conceptual connections are precisely what do ultimately explain the existence of all real things and the occurrence of all real events [besides his identification of the substantial form as the primitive active force]."

"We might say that for Leibniz the ideas of absolute (not relative) properties carry with them – written into their very nature – the entire "logical space" of their possible connections with other properties, just as a building stone "carries with it" all the possible arrangements in which it may be used to build a house. The "logical space" within which an absolute property is conceived is in fact of a merely conceptual nature, even if it is tied to the "way in which the properties under consideration is made" [...]. According to Leibniz's ontology, it is therefore legitimate to maintain that relations "inhere" in individuals, but this inhering "adds nothing" to the subject [...]. From the ontological point of view, then, relations do not exist in the same sense as substances exist: they are not in the world but are essential conditions of the particular mode of being of that world. The complexity of a given world is revealed therefore by the quantity of relations that exist between the individuals forming part of it, and from this point of view relations are a sort of indicator of the "degree of harmony" and of reality of that world. Leibniz defines the very notion of harmony as an "aggregate of relations". (Mugnai 1992, 115)

15 Feb. 1712, *Leibniz to Des Bosses*; G II 438, LR 233, AG 199

"Even if each individual is, by definition, logically possible in itself and in this sense independent of all others, its occupying a particular place within the space of possibilities implies that it is also (conceptually) related to the other individuals. This is due to the fact that all the individuals share (and at the same time construct) a common logical space. The space in question is, of course, not a real space; it is a conceptual space that is conceived in God's mind." (Nachtomy 2007a, 96)

קדימותה הלוגית והאונטולוגית. ברם, באמצעות מרחב לוגי המשמש כמסגרת לחשיבת כל המונדות יחד, ניתן לראות כיצד מיקומה היחסי של המונדה על המרחב תורם להגדרת מהותה הייחודית²¹⁵. אם ציר המספרים מ-1 ועד 6 מייצג מרחב לוגי מסויים (של הנוכחות הא-לוהית הקבועה 6), מיקום שש יחידות זו לצד זו מקנה להן משמעות הנובעת מיחסן זו לזו (גם אם הן כשלעצמן, מתוקף הגדרתן כמונדות הן אינן מתייחסות זו לזו). מיקום יחסי אחר על מרחב קונספטואלי כזה יצור משמעות אחרת עבור היחידה הנדונה וכתוצאה מכך ישנה את הגדרתה האינדיבידואלית. כאמור, שונות חיצונית היא עדות לשונות פנימית, ועל כן מיקום יחסי שונה מעיד על שונות בעקרון האינדיבידואליה של היחידה²¹⁶.

אם נשוב לדימוי המספרי שהציג לייבניץ במהלך 1676 נוכל לראות שרעיון ההדדיות בין היחס המרחבי לבין האינדיבידואלים הנחשבים יחד היה קיים כבר אז. כפי שהוסבר לעיל, בחירה של אופרטור מסויים לצורך ביטוי מהות קבועה (לדוגמה 6) מביא לידי ביטוי יחידות באופן סלקטיבי, ולחלופין בחירה ביחידות מסוימות מחייב שימוש באופרטורים כאלה במקום באחרים. למשל אופרציה של חיבור תבטא את המהות 6 על ידי היחידות 1,2,3. אופרציה זו לא מביאה לידי ביטוי יחידות אחרות כמו 7. יחידות אלו יכולות לבוא לידי ביטוי באמצעות אופרציה אחרת, של חיסור למשל, ולכן בחירה ביחידות אלו שוללת אפשרות של שימוש באופרטור 'חיבור'. יחד עם זאת, חשוב להדגיש הדימוי המספרי אינו כל כך מוצלח. ההמחשה החשבונתית אינה טובה דיה מכיוון שניתן לבטא כל מספר באינסוף דרכים ובאמצעות אינסוף יחידות, כך שלעולם לא נשלל השימוש באופרטור כלשהו או ביחידה כלשהי. לפיכך המחשה של מרחבים קונספטואליים בלתי מתאימים המוציאים זה את זה צריכה לחרוג מהתחום המתמטי²¹⁷.

כפי שטוען נחתומי, האופרציה אינה קודמת ליחידות והיחידות אינן קודמות לאופרציה, אך הן תלויות זו בזו לשם ביטוי המהות הקבועה²¹⁸. מהות קבועה זו באה לידי ביטוי רק בשילוב של השתיים. הנוכחות האינסופית של הא-ל באה לידי ביטוי באמצעות עולם של אינדיבידואלים. נוכחות

²¹⁵ Nachtomy 2007a, 95-98. נחתומי טוען שמרחב קונספטואלי כזה משותף לכל העולמות האפשריים ובנקודה זו אני חלוק עליו. המרחב הקונספטואלי חופף למרחב פנומנלי ייחודי של העולם האקטואלי. עולמות אפשריים אינם חולקים את אותו מרחב קונספטואלי מכיוון שכל עולם אפשרי מתאפיין בסיטואציה מרחבית או בסדר מרחבי שונה המארגן באופן ייחודי את כל העצמים יחד. מה שמשותף לכל העולמות האפשריים הוא המרחב האידיאלי המוחלט שמאפיינו הגיאומטריים הם מוחלטים. כפי שהראיתי בסעיף הקודם, התוכנית המרחבית של עולמנו מתלכדת עם מאפייניו הגיאומטריים של המרחב האידיאלי והמוחלט ולכן מניבה את הטוב בעולמות האפשריים, אך תוכניות מרחביות אחרות שאינן ממצות את מלוא הפוטנציאל של המרחב האידיאלי עדיין אפשריות והן יוצרות מרחבים קונספטואליים שונים לעולמות אפשריים שונים. הרחבה בעניין זה בפרק הבא.

²¹⁶ הפתרון שמציעים מוגני ונחתומי למעמדו של היחס בהגדרת האינדיבידואל בכלל ולתפקידו של המרחב הלוגי בפרט מבוסס על עמדתם שפרדיקטים יחסיים מהווים חלק ממושגו השלם של האינדיבידואל, דהיינו שהאינדיבידואל קודם ליחס רק בהקשר של הפרדיקטים המונדיים שלו. אולם יש פרשנים החולקים על עמדה זו (Rescher 1967, 75-76; Cover & O'Leary-Howthorne 1999, 62).

²¹⁷ אפשר לחשוב למשל על אופרטור מוסיקאלי, כלומר על מרחב של חמשה מוסיקאלית עליה ממקמים את התווים, כמרחב שאינו מאפשר לבחור ביחידות מספריות על מנת לבטא מהות קבועה (מהות שכעת כבר אינה יכולה עוד להיחשב כמספר דוגמת 6). אך איני בטוח שבחירה כזו אכן גוררת אי התאמה מאחר וניתן ליצור התאמה בין מספרים לתווים. עניין זה יורחב בפרק הבא, סעיף ג'.

²¹⁸ "Thus the completion of individuals' concepts through the emergence of inter-individual relations constitutes, at the same time, possible worlds. This is why the question of logical precedence is somewhat misleading." (Nachtomy 2007a, 108)

זו משמרת את הקביעות והיציבות של העולם לאורך זמן. אמנם לאינדיבידואלים יש זיקה ישירה לנוכחות המוחלטת של הא-ל מעצם טיבם המטאפיסי, אך הם יכולים להתקיים רק במסגרת התאמתם יחד לכדי עולם משותף שאותו בוחר א-לוהים לברוא מתוקף היותו הטוב בעולמות האפשריים. עולם כזה אינו יכול לקרום עור וגידים רק באמצעות יחידות, כלומר אינדיבידואלים. מעצם העובדה שהאינדיבידואלים קיימים בו זמנית הם גם יוצרים ביניהם מערכת קשרים ויחסים המבוססת על קיומו של מרחב. מרחב זה, המשמש כאופרטור, איננו דומה למרחב-אופרטור אחר, שבאמצעותו יאורגנו האינדיבידואלים באופן אחר וברמת התאמה שונה. מכאן שהמרחב הפנומנלי, או הסיטואציה בה קיימים במקביל גופים בעולם, איננו יחס בעלמא. הוא גורם יסודי ביצירת העולם מתוך אינספור עולמות אפשריים אחרים.

ברצוני לסכם פרק זה באמצעות קטע שבו לייבניץ משחזר את רעיון יצירת העולמות מתוך הנוכחות הא-לוהית לפחות עשור שנים לאחר 1676, אך עדיין דומה למדי לתיאור שתואר בתחילת פרק זה. המרחב, בהיותו יחס ממשי, מציין את הקשר שבין הנוכחות הא-לוהית המוחלטת לבין העולם:

Time and place, or, duration and space, are real relations, i.e. orders of existing. Their foundation in reality is divine magnitude, to wit, eternity and immensity. For if to space or magnitude is added appetite, or, what comes to the same thing, endeavor, and consequently action too, already something substantial is introduced, which is in nothing else than in God, or the primary unity. That is to say, real space in itself is something that is one, indivisible, immutable; and it contains not only existences but also possibilities, since in itself, with appetite removed, it is indifferent to different ways of being dissected. But if appetite is added to space, it makes existing substances, and thus matter, i.e. the aggregate of infinite unities.²¹⁹

שורשו של המרחב כחיס ממשי בנוכחות הא-לוהית, מכיוון שבחירה בו מאפשרת להוסיף לו אינדיבידואלים – בדיוק כשם שמשלבים בין אופרציה כלשהי לבין גורמים כלשהם עליהם היא חלה – וכך ליצור את העולם האקטואלי, כפי שתואר לעיל. המרחב הממשי כשלעצמו, כפי שמכנה זאת לייבניץ, הינו ההתפשטות כשלעצמה, או הבסיס הממשי של המרחב, שאותו זיהה לייבניץ כבר ב-1676 כהוויה-לאין-מידה או כנוכחות מוחלטת של הא-ל. הוויה מוחלטת זו מתבטאת או פועלת במסגרת מרחב אידיאלי מוחלט שבו נחשבים כל העולמות האפשריים. אפשר אולי לומר שכל העולמות האפשריים הינם כל הדרכים שבהם ניתן לממש או להביא לידי ביטוי מרחבי את הנוכחות המוחלטת של הא-ל. על כל פנים, בטקסט לייבניץ מחבר בין הנוכחות המטאפיסית של הא-ל לבין המרחב האידיאלי והמוחלט המשמש את הא-ל כתנאי אפשרות לכינון עולמות אפשריים. מנגד, המרחב איננו המרחב כשלעצמו, הואיל ואחרי הכל הוא עדיין רק יחס. ללא הוספת השתוקקות כלומר ללא הוספה של כוח המאפיין אינדיבידואלים היחס המרחבי הינו מרחב אידיאלי המאפשר לארגן גורמים כלשהם, ומעמדו כמחשבה בעלמא. הוספת אינדיבידואלים ליחס המרחבי הופכת אותו ליחס ממשי ומניבה את

²¹⁹ Ca. 1686, *On Time and Place, Duration and Space*; A 6.4 1641, LLC 335

ההתפשטות החומרית ואת ההתפשטות המרחבית המתבטאת בסיטואציה של אינדיבידואלים²²⁰. התוצאה היא אגרגט של גורמים המהווים יחדיו את העולם האקטואלי.

•

לסיכום עלינו להבחין בין ההיבטים הבאים של המרחב אצל לייבניץ:

נוכחות אינסופית או הוויה-לאין-מידה של הא-ל (Immensum) הינה תכונה מושלמת של הא-ל כאשר בוחנים את שלמות הא-ל באופן מרחבי. לאמיתו של דבר נוכחות הא-ל אינה מרחבית אלא רק בהינתן עולם המוגדר באמצעות סדר מרחבי, ולכן אינה מתלכדת עם המרחב המוחלט כפי שמבין אותו ניוטון. ביחס לעולם אקטואלי כזה ניתן לומר שהא-ל נוכח בכל מקום באותה מידה.

מרחב אידיאלי אינסופי ומוחלט הינו מרחב המהווה תנאי אפשרות ליצירת עולמות אפשריים הואיל וכל עולם אפשרי יוגדר תמיד במונחים של מרחק בין הגורמים המכוננים אותו. מרחב זה מכיל כרעיון בלבד את היסוד להתאמה בין כל הגורמים מתוקף היותו פלטפורמה המאפשרת ליצור קיום בו-זמני. מרחב זה מוגדר באופן גיאומטרי ומעמדו הכרחי כשל האמיתות הנצחיות. מכיוון שכך הוא נובע משכלו האינסופי של הא-ל. המרחב האידיאלי המוחלט משמש כתנאי אפשרות למגוון מרחבים אפשריים או ליתר דיוק למגוון תוכניות מרחביות העומדות ביסוד עולמות אפשריים שונים. המרחבים המגדירים את העולמות האפשריים מכונים בהתכתבות עם ארנו 'צווים ראשוניים חופשיים' הנובעים מרצון הא-ל ולא משכלו ולכן שונים מהאמיתות הנצחיות²²¹. ההכרעה בין אינסוף התוכניות המרחביות האפשריות נובעת מרצונו של הא-ל ולכן מעמד התוכניות הללו והעולמות הנובעים מהן קונטינגנטי בלבד. התוכנית המרחבית של עולמנו מבוססת במאפייניה הפנימיים על הגיאומטריה האוקלידית המגדירה את המרחב המוחלט ובשל כך היא מניבה בהכרח את העולם הטוב בעולמות האפשריים. לפיכך, גם מבלי לספק נתונים על טיבן של התוכניות המרחביות האלטרנטיביות, לייבניץ חש בטוח שהתוכנית המרחבית שבה בחר הא-ל בסופו של דבר מוכרחה להיות האופטימאלית, הגם שהיא אינה מביאה לידי מימוש את מכלול האפשרויות הטמונות במרחב המוחלט מתוקף העובדה

²²⁰ "Body and the series of things add motion to space and time, that is, they add action and passion and their source [*principium*]." (30 June 1704, *Leibniz to De Volder*; G II 269, AG 179, L 536)

²²¹ "מסכים אנו עמך נגד הקרטזיאניים, ש[הדברים] האפשריים הם אפשריים לפני הצווים הממשיים של הא-לוהים, אבל לא בלי להניח לעתים את הצווים האלה עצמם כאפשריים. שכן האפשרויות של הפרטים או של האמיתות הקונטינגנטיות אוצרות במושגן את האפשרות של סיבותיהן, היינו של הצווים החופשיים של א-לוהים, וזוהן נבדלות מן האמיתות הנצחיות או האפשרויות של המינים התלויות בשכלו של הא-לוהים בלבד בלי להניח קודם את רצונו, כפי שכבר הסברתי לעיל. זה עשוי היה להספיק, אבל כדי שאובן טוב יותר, אוסיף ואומר שאני מאמין שהיו אופנים אפשריים רבים לאינסוף לברוא את העולם על פי הכוונות השונות שא-לוהים היה עשוי לכוון אליהן, וכל עולם אפשרי תלוי באי-אלו כוונות עיקריות או תכליות של א-לוהים השייכות לו לבדו, זאת אומרת, באי-אלו צווים ראשוניים, או חוקים של הסדר הכללי של אותו עולם מבין העולמות האפשריים שהם מתאימים לו ושאת מושגו הם קובעים כשם שהם קובעים גם את המושגים של כל העצמים הפרטיים הצריכים להיכנס בעולם זה. הכל מצוי בתוך הסדר ובכלל זה הניסים, אף שהם מנוגדים לאי-אלה כללים משניים או חוקים של הטבע. וכך כל המאורעות האנושיים לא יכלו שלא להתרחש כפי שאכן התרחשו, בהנחה שאדם הראשון הוא שנבחר; אבל לא כל כך מכוח מושגו הפרטי של אדם הראשון, אף שמושג זה אוצר אותם בתוכו, אלא מכוח כוונותיו של א-לוהים המקופלות אף הן במושג פרטי זה של אדם הראשון והקובעות את מושגו של היקום הזה כולו, ובעקבות זאת את מושגו של אדם הראשון וכמוהו את אלה של כל העצמים הפרטיים האחרים של יקום זה, שהרי כל עצם אוצר בקרבו את כל היקום, שהוא חלק ממנו על פי יחס מסוים, מכוח הקשר הקיים בין כל הדברים, שסיבתו החיבור שבים ההכרעות או הכוונות של א-לוהים" (14/4 ביולי 1686, 'התכתבות עם ארנו', אגרת י', עמ' 161-162). לעניין זה מוקדש הפרק הבא.

שהחומר בנוי מחלקים מובחנים. המרחב האידיאלי המוחלט ממשי במובן זה שהוא מכיל אמת מוחלטת, אך אינו קשור בשום מונדה מטאפיסית.

מרחב קונספטואלי הינו מערך היחסים הכולל של כל המונדות בעולם. מרחב זה איננו חיצוני למונדות באשר הוא אינו מציין רק הבדלים במיקום העצמים הגופניים בעולם אלא מייצג גם את כל הקשרים וההשפעות הפנימיות בין המונדות. לפיכך המרחב הקונספטואלי מהווה חלק מעקרון האינדיבידואציה של המונדות בעולם, וניתן לראות את היחס בינו לבין המונדות כיחס שבין אופרציה לבין איברים בביטוי מתמטי או לוגי. כפי שנראה בפרק הבא, מרחב זה הינו התוכנית המרחבית של העולם והוא מכיל בתוכו את כל האמיתות הקונטינגנטיות של העולם האקטואלי. באותו אופן, תוכניות מרחביות אחרות – המשמשות כמרחבים קונספטואליים של עולמות אפשריים אחרים – מכילות את האמיתות הקונטינגנטיות של העולמות האחרים. מכיוון שכך, המרחב הקונספטואלי המאפיין את היחסים הבין-מונדיים נובע מרצונו החופשי של הא-ל ולא משכלו. כאשר קובע לייבניץ שהמרחב הוא מודוס של נוכחות א-לוהית הוא כולל באמירה הזו הן את המרחב האידיאלי והמוחלט המופיע בשכלו של הא-ל והן את המרחב הקונספטואלי שנבחר ברצונו החופשי. א-לוהים נוכח בסופו של דבר דרך המרחב הקונספטואלי שבו בחר לממש את יכולתו, אך העקרונות המטאפיסיים שבאמצעותם מכוון העולם כפופים לאמיתות נצחיות מתמטיות ולוגיות שאותן ניתן לעגן במרחב האידיאלי והמוחלט. יתר על כן, מאחר וא-לוהים הכריע בפועל לברוא עולם על פי תוכנית המתלכדת עם מאפייני המרחב המוחלט, ניתן לומר ביתר וודאות ששני המרחבים יחד מהווים מודיפיקציה של הנוכחות הא-לוהית. בכל מקרה, למרחבים הללו כשלעצמם אין ממשות והם אינם עצמים כפי שסברו הקרטיזיאניים או הניוטוניאניים. המרחב הקונספטואלי הינו יחס ממשי מתוקף העובדה שהוא מתאר את מכלול הקשרים בין מונדות ממשיות ומכיל אמת ממשית קונטינגנטית אודותיהן.

התפשטות מרחבית של גוף קיימת בתווך שבין המרחב האידיאלי והמוחלט לבין נקודה חסרת התפשטות, ולפיכך מאפייני התפשטות גופים נגזרים מתנאי האפשרות הגיאומטריים היסודיים של המרחב האידיאלי. מעבר לכך, התפשטות מרחבית של גוף נובעת מכך שלכל מונדה יש גוף המייצג אותה במרחב וביסודו כוח פנימי המאפשר את רציפות פעילות הגוף לאורך זמן²²² (עניין זה טופל בהרחבה בחלק ג', מבלי להיכנס להבדלים ידועים בין עצם אינדיבידואלי למונדה). המונדה אינה קיימת במרחב אבל היא בכל זאת כוללת בתוכה את מכלול יחסיה עם כל המונדות האחרות המאכלסות עימה את העולם. יחסים אלו מתבטאים באמצעות ייצוג המונדה בגוף פנומנלי. התפשטות הגוף היא תכונה אימננטית של הגוף (גוף אינו יכול להיות נקודה במרחב), אף כי לא של המונדה, ולכן התפשטות זו חיונית על מנת לאפשר ביטוי של התאמה בין המונדות באמצעות התאמה בין גופים. בעניין זה יורחב בפרק הבא.

מרחב פנומנלי בין גופים הקיימים בו זמנית מייצג את העולם כאגרנט של תופעות, מבלי להיכנס במסגרת מחקר זה לשאלת מעמדו האונטולוגי המדויק. הסיטואציה המרחבית המוגדרת כעולם הינה אגרנט מכיוון שהיא מורכבת ממצבור של גופים יחד. עם זאת, העולם הוא אותו עולם על אף השינויים

²²² "Because a principle of passion must effectually contain within itself a multiplicity, matter is a continuum containing a plurality of things at the same time, i.e. an *extended thing*." (Summer 1678-Winter 1680-81, *Metaphysical Definitions and Reflections*; A 6.4 1400, LLC 247)

התמידיים בו, כפי שהגוף הוא אותו גוף על אף השינויים התמידיים בו. היסוד הקבוע של העולם נעוץ בטיבה המטאפיזי של ההתאמה בין הגופים המייצגת את ההתאמה בין המונדות. התאמה זו היא חלק מהגדרתה העצמית של כל אחת מהמונדות – וכולן מציגות את אותה סיטואציה מרחבית מנקודות מבט שונות. הסיטואציה המרחבית המשותפת, כלומר ההתאמה המטאפיזית השוררת בעולם מבוססת על יסוד מטאפיזי קבוע בו והמקנה לו את האחידות והשלמות שלו. יסוד זה הינו הנוכחות הא-לוהית שהמרחב הפנומנלי מהווה מודוס (אפשרי) שלה. מנקודת מבט מושגית, המרחב הפנומנלי בעולם שקול למרחב הקונספטואלי ולכן זהו מערך יחסים אידיאלי שלם. יחד עם זאת, כאמור, המרחב הפנומנלי הינו יחס ממשי בין גורמים אקטואליים ולכן העולם המשתקף ממנו אינו שלם אלא אגרגט.

מרחב אידיאלי גרידא קיים לכל היותר כמחשבה בעלמא בשכלו של הא-ל והממשות המיוחסת לו נובעת אך ורק מעובדה זו. מרחב זה הינו המבנה הצורני והמופשט של היחס בין דברים כלשהם במנותק מהדברים עצמם (הוגדר במכתבים לדה בוס ולקלארק כאפשרות 'שלישית' שאינה קשורה בסובייקט זה או אחר אלא בשניהם או למעשה באף אחד מהם). מרחב זה אינו המרחב האידיאלי שמהווה תנאי אפשרות לכינון עולמות אפשריים ומכיל אמת הכרחית על כל העולמות האפשריים, ואף אינו המרחב כיחס אידיאלי-ממשי המכיל אמת קונטינגנטית על העולם האקטואלי אלא זהו יחס מרחבי אידיאלי גרידא שהופשט ממרכיביו האקטואליים ולכן אינו מכיל עוד את היסוד האמיתי שבדברים. המרחב האידיאלי גרידא הינו סיטואציה שהופשטה ממרכיביה האקטואליים ולכן נעדרת ממנה אמת מטאפיזית, הכרחית או קונטינגנטית.

4. העולם על פי לייבניץ

א. מרחב פנומנלי והרמוניה קבועה מראש

הסיטואציה המרחבית שאותה מכוננים כל הגופים בעולם הינה הסדר המרחבי של הדברים בעולם על פי לייבניץ. כפי שראינו בפרק הקודם, מכלול היחסים בין הסובייקטים המכוננים את העולם האקטואלי יוצר מרחב פנומנלי שמעמדו איננו אידיאלי גרידא והוא מכיל אמת קונטינגנטית אודות תכונותיהם המלאות של העצמים בעולם. מאחר ואין כינויים או סיווגים חיצוניים, המרחב הפנומנלי אינו **סיבת** ההבדלים בין העצמים בעולם אך הוא ללא ספק **סימן** לקיומם של הבדלים כאלו. אולם סימן זה אינו ניתן להמרה ולצמצום לכדי תכונותיהם של העצמים כשלעצמם, מאחר ומבחינה קונספטואלית יש תלות הדדית בין המרחב (כשם כולל לכל התכונות היחסיות) לבין העצמים האינדיבידואליים.

קעת ברצוני להתמקד במאפיין הפנומנלי של המרחב, כלומר בהגדרת 'העולם' כצביר של תופעות. העולם, בהיותו מוגדר כסיטואציה מרחבית של גורמים הקיימים בו זמנית, מוכרח להיחשב אגרגט. המרחב הפנומנלי הוא יחס ממשי ולכן מהווה שילוב של פעולה מנטאלית הכורכת יחדיו גורמים בלתי תלויים שמעמדם ממשי. היחס המתקבל בין הגורמים הממשיים הוא אמיתי מעצם ההתאמה המטאפיזית ביניהם, אך הוא בכל זאת יחס ולכן איננו ממשי בעצמו. הנה כי כן לייבניץ מתייחס לעולם כאל התפשטות חומרית משוללת יסוד מטאפיזי מארגן, בדומה לחומר חסר נשמה. העולם הוא

תופעה מבוססת היטב, בלתי רציפה, בלתי שלמה וכמובן בלתי אחידה. לייבניץ מצהיר בעקביות שהעולם איננו שלם אלא אגרגט החל מאפריל 1676 ועד סוף הקריירה שלו.

[T]his universal space is an entity by aggregation, and is continuously variable; in other words, it is a composite of spaces empty and full, like a net, and this net continuously receives another form, and thus changes.²²³

Furthermore, the collection of all bodies that are understood to be in space, i.e. those that have mutual situation, is called the *world*, and there are various states of the world at various times.²²⁴

The aggregate of all bodies is called the *world*.²²⁵

[T]he totality of bodies will also not be an individual substance in this sense, for what is this but the aggregate of all individual substances.²²⁶

יחד עם זאת, קיימות סיבות טובות לחשוב שלייבניץ מתייחס לעולם כאל שלם. הדימוי המועדף על לייבניץ לצורך הבנת ההתאמה הקיימת בין העצמים בעולם הוא דימוי של עיר שאותה ניתן לתפוס מאינספור נקודות מבט. דימוי זה מופיע בשלהי 1676 בהקשר פנתיאיסטי מובהק²²⁷, והוא הוזכר במהלך החטיבה הראשונה שעסקה במושג הא-ל. בטקסט זה א-לוהים הוא מהות קבועה המכילה אינסוף שלמויות, וכל הדברים הנוצרים על ידו אינם אלא אופנים של מהותו המוחלטת. העולם האקטואלי אמור בהקשר הזה להתלכד עם א-לוהים על פי המתכון השפינוציסטי, מאחר וכל תכונותיו הפשוטות והחיוביות של הא-ל מתאימות יחד ואינן יוצרות אפשרויות בלתי-ממומשות. כפי שהוסבר בחטיבה הראשונה שבחלק זה, לייבניץ ביקש להימנע ממסקנה שפינוציסטית כזו ומשום כך חתר לאתר את סיבת אי ההתאמה בין התכונות הללו על מנת ליצור עולמות אפשריים שאינם מתאימים. התנאי הראשוני לכך שהתלכדות בין א-לוהים לבין העולם לא תתאפשר נעוץ בשלילת מעמדו של העולם כעצם אחד. כפי שראינו בפרק הקודם, לייבניץ מדגיש בהתכתבויותיו עם קרטזיאניים וניוטוניאניים שהמרחב המהווה תשתית לקיומו של העולם אינו יכול להיות עצם, ואין צורך לומר שהעולם אינו יכול להיות עצם, מכיוון שאז מסקנה שפינוציסטית באשר לזהות א-לוהים עם העצם העולמי הזה היא בלתי נמנעת²²⁸. אנו נשוב לדון בנושא זה בפרק האחרון של החטיבה הזו בנוגע לשלילת קיומה של נשמה לעולם.

²²³ April 1676, *On the Origin of Things from Form*; A 6.3 519, LLC 121

²²⁴ Summer 1678-Winter 1680-81, *Metaphysical Definitions and Reflections*; A 6.4 1397-1398, LLC 243

²²⁵ March 1684-Spring 1686, *On the Present World*; A 6.4 1509, LLC 287

²²⁶ 21 Jan. 1704, *Leibniz to de Volder*; G II 262, L 533

²²⁷ "Therefore the essence of all things is the same, and things differ only modally, just as a town seen from high point differs from the town seen from a plain [...] it follows that no thing really differs from another, but that all things are one, just as Plato argues in the *Parmenides*." (Nov.? 1676, *Ens Pefectissimum*; A 6.3 573, PDSR 95)

²²⁸ "פילאלתס: ברם, כדי לדעת אם החלל הוא עצם, צריך היה לדעת במה כל עיקר מהותו של העצם בדרך כלל. אולם יש כאן קושי. אם הא-ל, הנשמות הסופיות והגופים שותפים גם יחד לאותה המהות האחת של עצם, כלום לא יתחייב מכאן שאינם שונים זה מזה אלא כאופנים שונים של עצם זה: תיאופילוס: אילו היתה מסקנה זו בעלת תוקף, היה מתחייב מכאן גם

שלילת מעמדו של העולם כיש אחד מונעת אפשרות לייחס לו מעמד ממשי כשל עצם אינדיבידואלי. אך השימוש שעושה לייבניץ בדימוי העולם כעיר נראה כאילו הוא מתכוון לומר שהעולם – למרות שאינו אחד – הוא בכל זאת שלם, ולכן אינו יכול להיחשב אגרנט. הנה אחד המופעים הראשוניים של דימוי העיר בהקשר להבנת העולם אצל לייבניץ, ממרץ 1676:

Moreover, it is no wonder that a mind perceives what is going on in the whole world, since there is no body so minute that it will not, given the plenitude of the world, sense all others. And so there arises in this way a wonderful variety, for there are as many different relations in the universe as there are minds – just as when the same town is looked at from different locations. So, by creating a plurality of minds God wanted to bring about for the universe what some painter does for a large town, when he wants to display delineations of its various aspects or projections: the painter does on canvas what God does in the mind.²²⁹

דימוי העולם כעיר נראה שאינו הולם את יחסו של לייבניץ לעולם כאגרנט, מכיוון שהעולם אינו מתואר כתוצאה של מקבץ כל הפרטים יחד אלא יותר כמו שלם שהפרטים הם אופניו השונים. עם זאת, לייבניץ בכל זאת מדגיש בטקסט שא-לוהים אינו יוצר את העולם אלא את האינדיבידואלים השונים, כך שניתן להבין שהעולם הפנומנלי נובע מקיומם של גורמים אינדיבידואליים ולא להיפך. עשור לאחר מכן, ב'מאמר מטאפיזי' שלו, הדגשה זו כבר אינה כה בטוחה. בסעיף 13 לייבניץ קובע שא-לוהים יוצר את האינדיבידואלים על פי המבטים השונים שיש לו על העולם:

א-לוהים מפיק עצמים שונים על פי המבטים השונים שיש לו על היקום, ובאמצעות התערבותו של א-לוהים טבעו העצמי של כל עצם הוא כזה שכל מה שקורה לאחד מתאים למה שקורה לכל האחרים, בלי שהם פועלים במישרין זה על זה.²³⁰

ובחיבור נוסף מאותה שנה:

כל העצמים הפרטיים הנבראים הינם ביטויים שונים לאותו יקום, ולאותה סיבה כוללת, דהיינו לא-ל. אך ביטויים אלה שונים במידת שלמותם, כמו ייצוגים או תוכניות של אותה עיר הנעשים מנקודות מבט שונות.²³¹

בתיאורים הללו לייבניץ שב ומזכיר את העולם ואת א-לוהים בכפיפה אחת, ומציג את העצמים השונים בעולם כהשתקפויות שונות של מהות א-לוהית קבועה המיוצגת בעולם כשלם. על מנת להבין אל נכון את השימוש שעושה לייבניץ בדימוי העולם כעיר עלינו לזכור שכל עצם המבטא את העיר

שהא-ל, הנשמות הסופיות והגופים, מאחר שהם שותפים גם יחד לאותה המהות האחת של ישות, אינן שונים זה מזה אלא כאופנים שונים של ישות זו". (1709, 'מסות חדשות', ספר שני פרק י"ג [על האופנים הפשוטים של החלל], עמ' 128).
²²⁹ March 1676, *On the Plenitude of the World*; A 6.3 524, LLC 61, PDSR 85
²³⁰ 1686, 'מאמר מטאפיזי' סעיף 14, עמ' 70.
²³¹ 1686, 'אמיתות ראשוניות'; C 521, עיון ל"ד עמ' 130. וכן: "כל עצם הינו כמו עולם שלם וכמו מראה של הא-ל או של כל היקום שהוא מבטא על פי דרכו; כשם שאותה עיר מוצגת באורח שונה על פי המצבים השונים של המתבוננים בה. וכך היקום כאילו מוכפל במספר העצמים, ותהילת הא-ל מוכפלת אף היא באותו מספר של ייצוגים שונים לחלוטין של פועלו" (1686, 'מאמר מטאפיזי' סעיף 9, עמ' 58-59).

מנקודת ראותו הייחודית נמצא בתוך העיר ולא מחוץ לה. דימוי העולם כעיר אינו נועד להציג את מגוון נקודות המבט על העיר כחיצוניות למהות העיר אלא דווקא כמכוננות אותה. העיר היא סך כל הגורמים הקיימים בה, ואת הסך הכללי הזה ניתן לתפוס מנקודת מבטו של כל אחד מהגורמים הללו באופן שונה. מסיבה זו יכול להיות שדימוי העיר אינו כה מוצלח. הדימוי מפתה אותנו לחשוב שניתן לתפוס את העולם (הקיים באופן בלתי תלוי) ממגוון פרספקטיבות, אך האמת על העולם הפוכה: מגוון פרספקטיבות בלתי תלויות מכוננות יחדיו את העולם כאגרגט.

אך אם כך, כיצד מכוננות מקבץ של נקודות מבט אגרגט משותף? נקודות מבט תודעתיות אינן מכוננות יחד אגרגט ולכן עולם-עיר משותף שאותו מכוננים כל העצמים חייב להיווצר באמצעות התפשטות מרחבית כלשהי, כלומר גופים²³². נקודות המבט על העיר אינן מחוץ לעיר אלא מתוכה, ולכן הן מיוצגות באמצעות גופים שמכוננים בפועל את העיר כאגרגט. כדברים האלה בדיוק אומר לייבניץ לליידי משהם:

The question whether the soul is somewhere or nowhere is nominal, for its nature does not consist in extension, but it corresponds to the extension that it represents. Thus one must place the soul in the body, wherein there is located the point of view from which it at present represents the universe to itself.²³³

לייבניץ טוען שכל מונדה מכילה במושגה השלם את מכלול יחסיה עם כל העולם, ובשל כך מבטאת את כל העולם מנקודת ראותה הייחודית. אולם מערך היחסים הבין-מונדי שקול לקיומו של מרחב משותף ביניהן. כפי שראינו בפרק הקודם, תכונות יחסיות של הסובייקטים אינם ניתנים לצמצום לסובייקטים עצמם בשל העובדה שהם מתארים התאמה או קשר ביניהם שאינו מתבטא בסובייקט כשהוא לעצמו. התכונות היחסיות שבין הסובייקטים מבוססות על קיומו של סדר מרחב-זמני בעולם ורק באמצעותו הם יכולים לבטא את העולם כולו מנקודת מבטם הייחודית:

The *essential ordering of individuals*, that is, their relation to *time and place*, must be understood from the relation they bear to those things contained in time and place, both nearby and far, a relation which must necessarily be expressed by every individual so that a reader can read the universe in it, if he were infinitely sharp sighted.²³⁴

But there would be no order among these simple substances, which lack the interchange of mutual influx, unless they at least corresponded to each other mutually. Hence it is necessary that there is between [simple substances] a certain relation of perceptions or phenomena, through which it can be discerned how much their modifications differ from each other in space or

²³² "For monads in themselves do not even have situation with respect to each other – at least one that is real, which extends beyond the order of phenomena. Each is, as it were, a certain world apart, and they harmonize with each other through their phenomena, and not through any other intrinsic intercourse and connection." (26 May 1712, *Leibniz to Des Bosses*; G II 444, LR 241-243)

²³³ 30 June 1704, *Leibniz to Lady Masham*; G III 357, trans. by Rutherford 1995a, 208 n35

²³⁴ 1704/5, *Leibniz to De Volder*; G II 278, AG 183

time; for in these two – time and place – there consists the order of things which exist either successively or simultaneously.²³⁵

אך המונדות אינן יכולות להתקיים בתוך סדר מרחב-זמני כזה, הואיל והן אינן תופסות מקום כלל. המונדות בלתי מתפשטות ובלתי מתחלקות, ולייבניץ מציע "לקרוא להן נקודות מטאפיזיות. יש בהן משהו חיוני וגם מין תפיסה, והנקודות המתמטיות הן נקודות המבט שלהן לשם ביטוי של היקום"²³⁶. הזיהוי של המונדה כנקודה מחייב קשר של המונדה לגוף בכדי שניתן יהיה ליצור אגרגט מרחבי של מונדות. בלי להיכנס לויכוח העדכני בין פרשנים כיום באשר לשאלה האם לייבניץ היה ריאליסט או אידיאליסט ובאיזה מובן העצם האינדיבידואלי בשיטתו היה מחובר לחומר²³⁷, ברור שכינון העולם באמצעות נקודות המבט הייחודיות של המונדות מחייב חיבור לגופים או ייצוג שלהן באמצעות גופים של לייבניץ אפיון כבעלי כוח אינסופי²³⁸.

²³⁵ 1712?, *Metaphysical Consequences of the Principle of Reason* §9; C 14, MP 175-176. הקשר בין הגוף לבין המונדה מתואר כאן כחיוני עבור המונדה על מנת שניתן יהיה לאפיין את מכלול היחסים שלה עם שאר המונדות בעולם באמצעות מרחב פנומנלי. עם זאת, מייד בהמשך החיבור מופיעה התייחסות שונה של לייבניץ לנושא זה. לדעתו, בסופו של דבר יש רק מונדות או יסודות פשוטים, וזאת למרות שהחלוקה האינסופית של החומר איננה יכולה להסתיים: "A substance is either simple, such as a soul, which has no parts, or is composite, such as an animal, which consists of a soul and an organic body. But an organic body, like every other body, is merely an aggregate either of animals or other things which are living and therefore organic, or finally of small objects or masses; but these are also finally resolved into leaving things, from which it is evident that [...] in the analysis of substance, what ultimately exist are simple substances – namely souls, or if you prefer more general term, *monads*, which are without parts. for even though every simple substance has an organic body which corresponds to it – otherwise it would not have any kind of orderly relation to other things in the universe, nor would it acted upon in an orderly way – it is nonetheless in itself without parts. And because an organic body, or any other body whatsoever, can again be resolved into substance endowed with organic bodies, it is evident that **in the end** there are simple substances alone, and that in them are the sources of all things and the modifications that happen to things" (1712?, *Metaphysical Consequences of the Principle of Reason* (my bold); C 13-14, MP 174-175) בחלק ב' הוסבר בפרוטרוט מדוע במסגרת תפיסת האינסוף של לייבניץ אין למילים 'בסופו של דבר' כל משמעות. לפיכך את הטענה שטוען לייבניץ פעמים רבות על כך שהחומר ביסודו נובע מקיומה של מהות מטאפיזית א-חומרית (למשל 1700, *Leibniz to Electress Sophie*; G VII 552-553), אין להבין כטענה בדבר האפשרות לזקק באופן מעשי מהות מטאפיזית זו מכל שריד של חומר. תחת זאת יש לאמץ את פרשנותם של הרץ (Hartz 1998, 204) ושל ארתור (Arthur 1998, 42) על טקסט זה. דהיינו: שהקדימות של המונדה לגוף המייצג אותה במרחב היא קדימות ברמת החשיבות בלבד מכיוון שביסוד החומר מוכרחה להיות יחידה מטאפיזית בלתי מתחלקת. אך בשום שלב של חלוקת החומר לאינסוף אין מונדות המנותקות מגופים חומריים. פרשנות זו מאפשרת לטפל בנושא רגיש זה מבלי לקבוע מסמרות בשאלה האם לייבניץ היה אידיאליסט או ריאליסט. הד לפרשנות כזו מופיע אצל לייבניץ גם בחיבורים אחרים, למשל בהתכתבות עם דה וולדר: "And granted that these divisions [in real things] proceed to infinity, they are nonetheless all the results of fixed primary constituents of real unities, though infinite in number. Accurately speaking, however, matter is not composed of these constitutive unities but results from them, since matter or extended mass is nothing but a phenomenon grounded in things' like the rainbow or the mock-sun, and all reality belongs only to unities. Phenomena can therefore always be divided into lesser phenomena which could be observed by other, more subtle, animals and we can never arrive at smallest phenomena. Substantial unities are not parts but foundations of phenomena." (30 June 1704, *Leibniz to De Volder*; G II 269, L 536) (30 June 1704, *Leibniz to De Volder*; G II 269, L 536)

²³⁶ 1695, 'שיטה חדשה' סעיף י"א, עמ' 31.

²³⁷ Adams 1994, Cover and O'Leary-Hawthorne 1999, Rutherford 2004; Phemister 1999, Hartz and Wilson 2005, Hartz 2006, 2007

²³⁸ להרחבה על מושג הכוח ועל טיבו של הרצף בעצמים גופניים ראו חלק ג' פרק 5. לדיון נוסף בטבעו האינסופי של העצם האינדיבידואלי ראו בפרקים המסכמים את החטיבות השנייה והשלישית של חלק זה.

For even if they are not extended, monads have a certain kind of situation [*situs*] in extension, that is, they have a certain ordered relation of coexistence to other things, namely, through the machine in which they are present. I think that no finite substances exist separated from every body, and to that extent they do not lack situation or order with respect to other coexisting things in the universe. Extended things contain many things endowed with situation. But things that are simple ought to be situated in extension, even if they don't have extension, though it may be impossible to designate it exactly, as, for example, we can do in incomplete phenomena.²³⁹

כפי שמראים דונלנד רת'רפורד ווינסנוו דה ריסי, זוהי בדיוק המשמעות המטאפיזית שיעד לייבניץ לשיטת הניתוח המצבי (*Analysis situs*) שביקש לפתח. הרעיון שביסוד הניתוח הזה הוא שניתן יהיה לאפיין גוף באמצעות מכלול יחסיו עם גופים אחרים ולא באמצעות ממדיו שלו. נקודה במרחב לא תוגדר באמצעות מרחקה מראשית הצירים במערכת קרטזיאנית אלא באמצעות מרחקה מנקודות אחרות המתייחסות אליה. כך ניתן לנתח דמיון בין צורות ולא רק גודל נתון של צורה כשלעצמה, ובהמשך לאפיין באופן שיטתי מערכים שונים של יחסים מרחביים לצורך הגדרת גדלים גיאומטריים. ניתוח כזה אינו ממוקד בתכונותיה של הצורה אלא ביחסים המרחביים שבין הנקודות המכוננות אותה וכך מודגש האופן שבו כל נקודה תורמת לכינונה של הסיטואציה המשותפת. במילים אחרות, סיטואציה מוגדרת באמצעות נקודות במרחב, ולכן כל נקודה במרחב מייצגת נקודת מבט ייחודית על הסיטואציה המשותפת. תיאור זה של המרחב כסיטואציה בין נקודות חופף לתיאור המונדות המכוננות יחד סיטואציה (עולם) ממכלול נקודות המבט הייחודיות שלהן.²⁴⁰ הסיטואציה המשותפת הזו איננה מופשטת ואידיאלית בשל העובדה שמעורבים בה גופים שמיקומם היחסי בסיטואציה המרחבית מייצג את נקודות מבטן של "הנקודות המטאפיזיות" הן המונדות. וכך "הנפש מבטאה באופן טבעי את כל היקום במובן מסוים ולפי היחס שיש לגופים האחרים אל גופה שלה"²⁴¹:

[Matter is] actually divided *ad infinitum*. Therefore, since every organic body is affected by the entire universe by relations which are determinate with respect to each part of the universe, it is not surprising that the soul, which represents to itself the rest in accordance with the relations of its body, is a kind of mirror of the universe, which represents the rest in accordance with (so to speak) its point of view – just as the same city presents, to a person who looks at it from various sides, projections which are quite different.²⁴²

²³⁹ 20 June 1703, *Leibniz to de Volder*; G II 253, AG 178, L 531

²⁴⁰ Rutherford 1995a, 111, 190-194; De Risi 2007, 382-383

²⁴¹ 9 באוקטובר 1687, 'התכתבות עם ארנו', אגרת כ"ו, עמ' 241.

²⁴² Ca. 1712, *Metaphysical Consequences of the Principle of Reason*; MP 176

ב. עולם מלא עד למקסימום - לייבניץ והמערבולות של דקארט

דימוי העולם כעיר מאפשר ללייבניץ לחבר בין העולם כמרחב משותף של כל הגופים לבין העולם כהתאמה מטאפיזית בין מונדות. למעשה, כפי שנטען לעיל, אינסוף ההשפעות ההדדיות בין כל הגופים בעולם מהווה ייצוג של ההרמוניה-הקבועה-מראש בין כל המונדות. לפיכך תיאור העולם כעיר הנוצרת מאינסוף נקודות מבט שונות של העצמים המשתתפים בה, אמור להתבטא גם ברמה המטריאלית. לייבניץ מתאר את המונדות כמראות או כהשתקפויות שונות של העולם שאותו הן מכוננות יחד, מכיוון שכל אחת מהן מציגה את העולם כולו מנקודת ראותה הייחודית. באותה מידה, לייבניץ מתאר את הגופים בעולם כקולטנים סופר-רגישים החשופים למכלול ההשפעות הסנסוריות הקיימות בעולם כולו.

מאחר שהכל מלא, מה שגורם לכך שכל החומר קשור יחד, ומאחר שבמלא זה גורמת כל תנועה לתוצאה כלשהי בגופים הרחוקים כפי מידת המרחק כך שכל גוף מופעל לא רק על ידי הגופים הנוגעים בו ומרגיש באופן מה בכל מה שעובר עליהם, אלא אף מרגיש הוא באמצעותם בגופים אחרים הנוגעים באלה הראשונים, שמגעם ניתן לו באורח בלתי אמצעי; מכאן נובע שהעברה זו נמשכת עד כל מרחק שהוא. ולפיכך כל גוף מרגיש בכל מה שמתרחש ביקום; באופן שמי שרואה את הכל, היה יכול לקרוא בתוך כל גוף וגוף מה שמתרחש בכל מקום שבעולם ואפילו מה שהתרחש או יתרחש, בהכירו בהווה את מה שרחוק הוא הן מבחינת הזמן הן מבחינת המקום; 'הכל נושם ביחד' היה אומר היפוקרטס. אולם אין הנפש יכולה לקרוא בתוך עצמה אלא מה שמיוצג בה באורח מובחן, ואין ביכולתה לפרוש בבת אחת את כל חביוניה, כי הם נמשכים עד לאינסוף. וכך, אף על פי שכל מונדה ברואה מייצגת את כל היקום כולו, הריהי מייצגת באורח מובחן יותר את הגוף הקשור אליה במיוחד שהיא האנטלכיה שלו; ומאחר שגוף זה מביע את כל העולם כולו על ידי התקשרותו של החומר כולו שבמלא, מייצגת גם הנפש את כל היקום כולו על ידי שהיא מייצגת את הגוף הזה השייך לה בדרך מיוחדת.²⁴³

אם נתמקד לרגע בהיבטים הפיזיקאליים של תיאור זה של עולם הגופים, ניווכח שהוא דומה מאד לתיאור המערבולות של דקארט בהסבריו את התנועה בעולם. לדעת דקארט העולם מלא לחלוטין בחומר ועל מנת לאפשר תנועה יש צורך במעורבות א-לוהית המסיטה חלקיק אחד ממקומו. כתוצאה מכך, החלקיק מסיט חלקיק אחר וכך נוצרת שרשרת אינסופית של תגובות מכאניות שבסופן נכנס חלקיק חדש למקומו של החלקיק הראשון שהוסט ממקומו. לייבניץ מצידו מקבל את תיאור המערבולות של דקארט בהסבר התנועה המכאנית בעולם:

The whole universe is one continuous fluid, whose parts have differing degrees of tenacity, as if someone were to make up a liquid out of water, oil, liquid pitch and similar things variously stirred up together.

²⁴³ 1714, 'מונדולוגיה', סעיפים ס"א-ס"ב, עמ' 66-67.

Every body while in motion stirs up a vortex around itself of subtle parts of the surrounding matter, in such a way that the place in front of it is emptied and that behind it is filled up. But prior to this it already has its own system.²⁴⁴

בדומה לדקארט לייבניץ שולל את קיומו של הריק ותומך בכך שהעולם מלא לחלוטין בחומר. כל חלקיק חומר מושפע מכאנית מכל אינסוף הגופים הקיימים בעולם, ביחס ישר לעוצמת התנועה שלהם וביחס הפוך למרחקם ממנו. בדומה לטיעון של דקארט, גם לייבניץ גורס שמלאות העולם היא תוצאה ישירה של חלוקת החומר לאינסוף.²⁴⁵

אך תיאור המערבולת של דקארט מבוסס על תפיסה בלתי אפשרית של האינסוף ושל הרצף מנקודת מבטו של לייבניץ. על פי דקארט, מאחר והחלקיק האחרון בשרשרת התגובות האינסופית נכנס למקומו של החלקיק הראשון, לא נותר עוד מקום פנוי ושרשרת התנועות מחויבת להסתיים. בכל רגע של זמן מסתיימת שרשרת אינסופית של תנועות מכאניות ולפיכך על האל-ל לשוב ולהתערב בכל רגע בזמן על מנת להעניק לעולם החומרי אפקט של רציפות.²⁴⁶ באופן זה כמות התנועה המקורית שמכניס האל-ל בכל רגע נשמרת לאורך כל שרשרת התגובות המכאניות עד לסיומה. טיעון זה מבוסס על קיומו של אינסוף אקטואלי (קטגורמטי) מכיוון שכמות אינסופית של תנועות חלקיקי החומר מסתיימת כעבור רגע. פירוש הדבר הוא שניתן לסכום כמות אינסופית או בקיצור שמספר אינסופי אכן אפשרי. אם בוחנים את תיאור המערבולת מנקודת מבט של הרצף, הרי שהוא מורכב מנקודות כך שאינסוף נקודות מניבות רצף שלם.

מעניין שדקארט בעצמו הכיר בכך שתיאור התנועה שלו הינו מעין הוכחה לקיומו של אינסוף אקטואלי ולכך שהרצף מורכב מנקודות. הוא היה מודע לחלוטין לכך שמסקנות אלו סותרות את העמדות המוצהרות של הפילוסופיה שלו עצמו.²⁴⁷ דקארט האמין בחלוקה אינסופית של החומר ושלל את קיומן של הנקודות. הוא גם נמנע בעקביות מכל עיסוק באינסוף ותפס אותו כבלתי מוגדר (indefinite) כאשר המושג 'אינסוף' נותר שמור לא-לוהים לבדו. אולם מכיוון שהתנועה היוותה נקודת משען לכל הפילוסופיה שלו, דקארט בחר לדבוק בתיאור המערבולת כתקף. הפרדוקסים הבלתי

²⁴⁴ 1686?, *A Specimen of Discoveries*; A 6.4 1630, LLC 332-333 המשפט האחרון רומז להבדל המכריע שבין לייבניץ לדקארט בהבנת תנועת המערבולת המקובלת על שניהם, שבו נתמקד מייד. כמה שורות לאחר מכן, לייבניץ מסביר מה עומד מאחורי משפט זה: "The cohesion of our bodies, which are not systems but structures, can be explained by pressure of the surrounding matter, on the model of polished tablets. But the firmness of this structure is to be derived from a harmonious collocation of little systems, as in magnets and the fixed stars.

Systems themselves are to be derived from harmonious motion." (*Ibid.*)
²⁴⁵ "Now if we suppose that every body is actually divided into parts, the objections against the plenum are easily resolved. And truly it is evident that everything is supposed full of globes, then between the interstices new globes can again be placed to infinity without violating motion, for it is only necessary for the smaller globes to move more swiftly. Now if it is possible for everything to be a plenum, then everything will be a plenum, for it is absurd for any place to be left useless in which there could be an infinity of creatures." (Summer 1678-Winter 1680-81, *Metaphysical Definitions and Reflections*; A 6.4 1399, LLC 247)

²⁴⁶ Descartes, *Principles*, part II, art. 33-35; CSM I 237-239 מהלך דומה קיים אצל דקארט גם ביחס לעצם המחשבה, והוא מפורט בחלק א' בפרק על תפיסת האינסוף של דקארט. בחטיבה הבאה המוקדשת לאינדיבידואל אתיחס למהלך זה בקצרה.

²⁴⁷ Descartes, June or July 1646, *Descartes to Clerselier*; AT V 445-447, CSM III 290-292

נמנעים ביחס לרצף ולאינסוף לא רק שנתרו בלתי פתורים מנקודת מבטו של דקארט אלא הפכו סימן היכר לעמדתו ביחס לנפלאות הבריאה וביטוי לנחיתותנו הסופית ביחס לא-ל האינסופי. לליבניץ אמורה להיות בעיה דומה עם תיאור המערבולת מכיוון שגם הוא שולל הרכבת רצף מנקודות ואף אינו מכיר בקיומו של מספר אינסופי או במובן קטגורמטי של אינסוף אקטואלי. אמנם בתחילת הקריירה שלו לייבניץ אכן אחז בתפיסה קטגורמטית של האינסוף והאמין שהרצף מורכב מנקודות בלתי מתחלקות בדרך זו או אחרת, ועל כן הורחב כבר בחלק ג'. בתחילת שנות השבעים לייבניץ היה משוכנע שהשימוש שעשה דקארט במונח 'בלתי מוגדר' אינו יכול לכסות על כך שאינסוף אקטואלי קיים בשיטתו. ברוח זו מעיר לייבניץ כבר בשלהי 1670, את אחת ההערות הראשונות שלו על תפיסת האינסוף של דקארט, בה הוא דוחה את ההסתייגות האפיסטמולוגית של דקארט מהאינסוף:

There are actually parts in the continuum, contrary to what the most acute Thomas White believes, and *these are actually infinite*, for Descartes's 'indefinite' is not in the thing, but the thinker.²⁴⁸

באותן שנים לייבניץ גיבש תיאוריה פיסיקאלית המבוססת על קיומו של אינסוף אקטואלי. אולם עם הגעתו לפריס בשנת 1672 מגיע לייבניץ למסקנה שאת האינסוף האקטואלי יש לשלול מטעמים של סתירה פנימית, והחל מאז הוא פועל מתוך שכנוע עמוק שאינסוף אקטואלי אינו אפשרי. בגרסא מוקדמת של ההערות הביקורתיות שכותב לייבניץ על העקרונות של דקארט בדצמבר 1675, מופיעה התייחסות מפורשת לשימוש הבעייתי שעושה דקארט באינסוף. הפעם לייבניץ מתייחס לנושא כמי שדוחה את האינסוף האקטואלי (במובן הקטגורמטי):

Instead of 'infinite', he [Descartes] recommended that we use the term 'indefinite', i.e. that whose limits cannot be found by us, and that the term 'true infinite' be reserved for God alone. But contrary to this, in part 2, §36, matter is admitted to be really divided by motion into parts that are smaller than any assignable, and therefore actually infinite.²⁴⁹

במהלך שנותיו בפריס לייבניץ גם יוצא חוצץ כנגד הרכבת רצף מנקודות. בדיאלוג 'פסידיוס' שאותו כותב לייבניץ בסיום שהותו בפריס במהלך מסעו ממנה להנובר דרך לונדון והאג, מפורטת אי שביעות רצונו מדרך טיפולו של דקארט בבעיות שמעורר תיאור המערבולת שלו.

Having contented himself with saying that matter is actually divided into parts smaller than all those we can possibly conceive, he [Descartes] warns that the things he thinks he has demonstrated ought not to be denied to exist, even if our finite minds cannot grasp how they occur. But it is one thing to explain how something occurs, and another to satisfy the objection and avoid absurdity. [...] If he had extended his reasoning this far, perhaps he would

²⁴⁸ Winter 1670-1671, *Theoria Motus Abstracti (TMA)*, Predemonstrable Foundations §1-2; A 6.2 264; LLC 339. כפי שמעיד לייבניץ בעצמו, ידיעותיו בנוגע לדקארט קודם 1675 נבעו בעקיפין מקריאת ביקורות של הוגים אחרים (1675, *Leibniz to Foucher*; G I 372, L 153). לטענת ארתור ולופסטון, המקור העיקרי להבנת דקארט בשנים אלו היה שפינוזה (Loftson and Arthur 2006, 22 n17).

²⁴⁹ Dec. 1675, *Notes on Descartes's Principles of Philosophy*; A 6.3 214, LLC 25

have recognized that his own opinion was subject to the difficulties that afflict the composition of the continuum from points, and he would at least have been forced to respond to the difficulty.²⁵⁰

מייד לאחר ביקורת זו מפרט לייבניץ בדיאלוג את האלטרנטיבה שלו, הלא היא מודל הקפלים שחלוקתו לאינסוף לעולם אינה מסתיימת בנקודה. הצעה זו מבוססת על קיומו של אינסוף אקטואלי סינקטורמטי שלעולם אינו מסתיים. סיכומו של דבר, לייבניץ אינו מכיר בקיומו של אינסוף אקטואלי (קטגורמטי) או בקיומו של מספר אינסופי והוא כופר בהרכבה של רצף מנקודות²⁵¹.

אולם כפי שראינו, מ-1678 ואילך (לאחר שלייבניץ חושף את עקרון שימור הכוח ומגדיר בעקבות כך את העצם האינדיבידואלי) תגובתו לדקארט מתהפכת²⁵² וניתן למצוא התבטאויות של לייבניץ הכורכות יחד את מודל הקפלים עם תיאור המערבולת²⁵³. בגרסא הסופית של ההערות על עקרון הפילוסופיה של דקארט בשנת 1692, מתייחס לייבניץ שוב למודל המערבולת בפסיקה הקרטזיאנית. כעת התיאור המכאני של דקארט בדבר התנועה מחלקיק לחלקיק עד אינסוף המסתיימת כעבור רגע מזערי אחד כבר לא נראה ללייבניץ כתיאור הכרחי של אינסוף אקטואלי. למרות שלדעתו האינסוף האקטואלי כלל אינו אפשרי, עמדתו של דקארט נראית ללייבניץ מופלאה. לייבניץ כאן אינו מבקר את דקארט על שהוא מתכחש לכך ששיטתו הפיסיקאלית מבוסס על אבסורד, והוא רק רומז שתיאור המערבולת זימן בידי דקארט הזדמנות לעמוד על טיבו של סוד גדול שאותו החמיץ.

What Descartes says here is most beautiful and worthy of his genius, namely, that every motion in filled space involves circulation and that matter must somewhere be actually divided into parts smaller than any given quantity. Yet

²⁵⁰ 29 October – 10 November 1676, *Pacidius to Philalethes*; A 6.3 554, LLC 183-185. Also: "And also, in *Principles of Philosophy* II, art. 35, he says that we should not doubt the infinite divisibility of matter even if we cannot grasp it. But this is not satisfactory, for it is one thing for us not to comprehend something, and quite something else for us to comprehend that it is contradictory." (1689?, *On Freedom*; FC 180-1, AG 95)
²⁵¹ כבר באפריל 1676, בהערותיו למכתב 12 של שפינוזה בו מופיע תיאור המערבולת על מנת לשלול אינסוף אקטואלי, רומז לייבניץ לכך שתנועת המערבולת צופנת בחובה פתרון שאינו מחייב אינסוף אקטואלי: "[M]atter, which is divisible to infinity, is in fact so divided into all the parts into which it can be divided. The same consideration applies in every case of a solid moving in a perfect liquid plenum. Indeed, there emerge difficulties whose resolution occasions certain splendid theorems, and if Descartes had happened to discover them, he would have corrected certain of his opinions." (2nd half of April 1676, *Annotated Excerpts from Spinoza*; A 6.3 281, LLC 113)

²⁵² "אילו שם [דקארט] לבו לחוק זה [שימור הכוח ושימור כיוון התנועה], היה מגיע לשיטת ההרמוניה הקבועה מראש שלי" (1714, *מונדולוגיה*, סעיף פי עמי 71); H 156; 1704, *Theodicy* §61; H 156.

²⁵³ "For since the continuum is divisible to infinity, a vacuum of forms would be left if in some part of matter no actual subdivision were made, which is contrary to God's perfection. So there are no perfect globes in the world [...]. Moreover, since there is so much variety on the world, it is no wonder that when God, by his own supremely wise volition, roused everything into the most appropriate motions, he somewhere made something similar to the curd in coagulated milk: so that, in other words, some mass, huge with respect to us, changed partly into parts that were firmer than the rest, and partly into others that were observably finer, i.e. into stars and vortices, with each star maintaining the motion of the neighboring part of the fluid." (March 1684 – Spring 1686, *On the Present World*; A 6.4 1510, 1513, LLC 291, 295)

he does not seem to have weighed sufficiently the importance of this last conclusion.²⁵⁴

ברור למדי שלייבניץ לא חזר בו, ולפיכך ההכרה בתיאור המערבולת של דקארט כמהימן לא נובע מנסיגה כלשהי של לייבניץ בתפיסתו המתמטית והפילוסופית את האינסוף או את הרצף. שנים לא רבות מאוחר יותר, לייבניץ לא מהסס לבקר ב'תיאודיציאה' שלו את תפיסת האינסוף של דקארט כפי שהיא באה לידי ביטוי בחלק השני של ה'עקרונות' שלו.²⁵⁵ אך באותו חיבור עצמו, לייבניץ ממשיך על לטעון שתיאור המערבולת תקף ואף מגדיל לעשות ומצהיר שאין כל בעיה בכך שאינסוף גורמים יסיימו ברגע אחד את תנועתם, אף שטענה זו מצביעה על קיומו של מספר אינסופי.

What harm would be done, supposing that an infinity of movements, an infinity of figures spring up and disappear at every moment in the universe, and even in each part of the universe? It can be demonstrated, moreover, that that must be so.²⁵⁶

פתרון התעלומה הזו נעוץ בהרמוניה-הקבועה-מראש של לייבניץ. לדעת לייבניץ הרמוניה כזו מאפשרת לקבל את תיאור המערבולת של דקארט מבלי להכיר בקיומו של מספר אינסופי של גורמים או בהרכבת רצף מנקודות. לייבניץ ממחיש זאת באמצעות דימוי השעונים המפורסם שלו:

צייר בנפשך שני אורלוגינים או שני שעונים התואמים זה לזה לחלוטין. והנה דבר זה יכול להיעשות **בשלוש זרכים**: הראשונה היא ההשפעה ההדדית של שעון אחד על משנהו; השנייה היא העמל של אדם המשגיח על כך, השלישית היא דיוקם של השעונים עצמם.

1692, *Critical Thoughts on the General Parts of the Principles of Descartes*, part II, art. 33-35; G IV 370,²⁵⁴
L 393

"It seems that M. Descartes confesses also, in a passage of his *Principles*, that it is impossible to find an answer to the difficulties on the division of matter to infinity, which he nevertheless recognizes as actual. Arriaga and other Schoolmen make well-nigh the same confession: but if they took the trouble to give to the objections the form these ought to have, they would see that there are faults in the reasoning, and sometimes false assumptions which cause confusion. Here is an example. A man of parts one day brought up to me an objection in the following form: Let the straight line BA be cut in two equal parts at the point C, and the part CA at the point D, and the part DA at the point E, and so on to infinity; all the halves, BC, CD, DE, etc., together make the whole BA; therefore there must be a last half, since the straight line BA finishes at A. But this last half is absurd: for since it is a line, it will be possible again to cut it in two. Therefore division to infinity cannot be admitted. But I pointed out to him that one is not justified in the inference that there must be a last half, although there be a last point A, for this last point belongs to all the halves of its side. And my friend acknowledged it himself when he endeavoured to prove this deduction by a formal argument; on the contrary, just because the division goes on to infinity, there is no last half. And although the straight line AB be finite, it does not follow that the process of dividing it has any final end. The same confusion arises with the series of numbers going on to infinity. One imagines a final end, a number that is infinite, or infinitely small; but that is all simple fiction. Every number is finite and specific; every line is so likewise, and the infinite or infinitely small signify only magnitudes that one may take as great or as small as one wishes, to show that an error is smaller than that which has been specified, that is to say, that there is no error; or else by the infinitely small is meant the state of a magnitude at its vanishing point or its beginning, conceived after the pattern of magnitudes already actualized." (1704, *Theodicy* §70;

H 112-113)

1704, *Theodicy* §394; H 360²⁵⁶

את **הדרך הראשונה**, שהיא דרך ההשפעה [המכאנית] מצא בניסיונותיו, לתימהונו הרב, מר הויגנס המנוח. הוא קשר שתי מטוטלות גדולות לגזר-עץ אחד. התנועות הרצופות של מטוטלות אלו העבירו זעזועים דומים לתוך חלקיקי העץ; אבל מאחר שזעזועים שונים אינם עשויים להימשך כסדרם ובלא לעכב זה את זה, אלא אם כן מתנועות המטוטלות בהתאמה, התרחש מעין פלא, ואפילו בשעה שהפריעו לתנועותיהן בכוונה תחילה, היו המטוטלות מתחילות לאחר זמן מועט להתנועע שוב ביחד בערך כמו שני מיתרים המכוונים לנגן בהרמוניה.

האופן השני לכוון תמיד להתאמה של שני שעונים, ואפילו הם גרועים, הוא שמטילים על אומן זריז להשיג עליהם בתמידות, המביאם להתאמה בכל רגע ורגע; וזהו מה שאני קורא דרך הסיוע.

ולבסוף, **האופן השלישי** הוא שעושים מלכתחילה את שני השעונים הללו באמנות ובדיוק גבוהים כל כך, עד שאפשר להיות בטוח בהתאמתם מכאן ולהבא; וזוהי הדרך של ההתאמה הקבועה מראש.

[...] **דרך ההשפעה** היא דרכה של הפילוסופיה ההמונית; אבל מאחר שלא נוכל לתפוס חלקיקים חומריים או מינים או איכויות בלתי חומריים העשויים לעבור מאחד העצמים הללו אל השני, אנוסים או לזנוח דעה זו. **דרך הסיוע** היא דרכה של שיטת הסיבות ההזדמנותיות; אולם דעתי היא שעל ידי כך קוראים ל-*Deus ex machina* (הא-ל [מתערב] מתוך המכונה) בדבר טבעי ורגיל שבו, על פי התבונה, אין הוא צריך להתערב אלא באותו אופן שהוא משתתף בכל שאר הדברים שבטבע. וכך נשארת רק הנחתי, כלומר הדרך של **ההרמוניה הקבועה מראש** על ידי אומנות א-לוהית מוקדמת, שיצרה מבראשית את כל אחד מן העצמים הללו יצירה מושלמת כל כך, וכשהוא מוסדר במידה כזו של דיוק, שאף על פי שאינו נשמע אלא לחוקי שלו שקיבלם יחד עם ישותו, הריהו תואם לאחר, ממש כאילו היתה ביניהם השפעה הדדית, או כאילו היה הא-ל מכניס בהם תמיד את ידו מעבר להשתתפותו הכללית.²⁵⁷

דימוי השעונים של לייבניץ לא נועד רק להציג גישה חסכונית ואלגנטית יותר להבנת ההתאמה בין דברים בעולם, כך שניתן להימנע מהשפעה מכאנית או ממעורבות יתר של א-לוהים בנעשה בעולם. דימוי השעונים מאפשר ללייבניץ לפתור את הבעיה של האינסוף האקטואלי המרחפת על תיאור המערבולת. על פי הדימוי הזה, אין שום משמעות למספר השעונים המצויים במצב של סנכרון. גם אם קיימים אינסוף אקטואלי של שעונים – ולייבניץ אכן גורס שקיים כמספר הזה במובן סינקטגורמטי – מאחר והשעונים אינם משפיעים זה על זה לא נוצרת שרשרת אינסופית של סיבות שסיומה מכריח את קיומו של מספר אינסופי או את קיומו של אינסוף אקטואלי. ההתאמה בין השעונים מתרחשת בו זמנית ולכן ניתן להגדיל את מספר השעונים עד אינסוף. מכאן שתיאור המערבולת של דקארט אכן מקובל על לייבניץ ועימו גם ההסבר הפיסיקאלי-מכאניסטי שלו, אך ההסבר המטאפיסי של לייבניץ לקיומה של מערבולת חומרית הוא ייחודי ובלעדי ואינו חלק מהתפיסה הקרטזיאנית. מטאפיסית, אין באמת השפעה סיבתית בין גורמים שונים במערכת. כל הגופים בעולם קיימים באותו מרחב פנומנלי ולכן הם מסונכרנים מטאפיסית. מיקום הגופים במרחב אינו תוצאה חיצונית של התנגשויות; הוא

²⁵⁷ 3/13 בינואר 1696, 'הבהרה שנייה לשיטה החדשה'; G IV 498-499, 'שיטה חדשה', עמ' 47-49. Cf. 1686, *A Specimen of Discoveries*; A 6.4 1621, LLC 313

נובע מכך שהגופים שייכים לנקודות מבט מטאפיזיות ייחודיות של מונדות על העולם. מונדות אלו מכילות בהגדרתן העצמית את מכלול היחסים בעולם והן מסונכרנות יחד מעצם העובדה שהן כולן מציגות את אותו עולם אך כל אחת מבטאת זאת באופן אחר:

אמרתי שהנפש מבטאה באופן טבעי את כל היקום במובן מסוים ולפי היחס שיש לגופים האחרים אל גופה שלה [...] דבר אחד **מבטא** אחר (בלשון שאני נוקט) כאשר יש יחס קבוע ומוסדר-על-פי-כלל בין מה שניתן לומר לגבי האחד לבין מה שניתן לאמרו לגבי רעהו. זהו המובן שבו השלכה של פרספקטיבה מבטאה את התבנית המישורית שלה [...] ביטוי זה מתרחש בכל, שכן כל העצמים כאילו מזדהים עם כל האחרים והם משתנים בשינוי יחסי התואם לשינוי הזעיר ביותר המתרחש בכל היקום כולו, הגם ששינוי זה מורגש פחות או יותר על פי מידת הקשר שיש לגופים האחרים או לפעולותיהם עם גופנו שלנו. חושבני שאדון דקארט בכבודו ובעצמו היה מסכים עם הדברים האלה, שכן בלי ספק היה מקבל שבשל הרציפות וההתחלקות של כל החומר מתפשטת השפעתה של התנועה הזעירה ביותר אל הגופים הסמוכים, וכתוצאה מזה מן הסמוכים אל הסמוכים להם עד לאינסוף, אבל תוך שהיא נחלשת בהתאם. לפיכך צריך גופנו להיות מושפע באופן כלשהו מן השינויים שחלים בכל האחרים [...] ולפיכך הנפש גם היא יש בה איזו מחשבה של כל התנועות שביקום. [...] צריך שיהיו הרמוניה וקשר בין כל העצמים, וצריך שהם יבטאו כולם בתוכם אותו היקום, ואת הסיבה הכללית שהיא רצונו של בוראם, ואת הצווים או החוקים שחוקק למען יסגלו עצמם זה לזה טוב ככל שניתן. [...] מושג הזמן והחלל שבידנו מבוסס כולו על התאמה זו.²⁵⁸

איך לדעת לייבניץ משתלבת ההכרה בכך שהעולם מלא או הכפירה בקיומו של ריק עם תיאור המערבולת? הסבר ההרמוניה עוקר את הסיבתיות מתיאור המערבולת ובעצם מנתק את המערבולת מעניין מלאות העולם – למרות שבטיעון הקרטזיאני המקורי המערבולת מבוססת על מלאות כזו. במילים אחרות, כאשר לייבניץ מאמין במלאות העולם ושולל את הריק הוא אינו עושה זאת משיקולים פיזיקאליים כדקארט. שוב, ניתן להסביר זאת באמצעות שימוש באינסוף: כאמור, לייבניץ אינו מכיר באינסוף אקטואלי קטגורמטי ולא במספר אינסופי ולכן אינו יכול לקבל את תיאור המערבולת כהווייתו. באותו אופן, גם רעיון מלאות העולם אינו יכול להתקבל אצל לייבניץ אם הוא אינו מוכן להרכיב את הרצף ממספר אינסופי של נקודות. הרכבת רצף מאינסוף חלקים המתפרקים לאינסוף לעולם אינה יכולה להסתיים כך שלעולם לא ניתן לקבוע שהעולם "מלא". אשר על כן, אם לייבניץ בכל זאת מקבל את תיאור המערבולת ואת הקביעה כי העולם מלא עד למקסימום, הוא חייב לעשות זאת בהתאם למגבלות שמטילה עליו תפיסה סינקטגורמטית של האינסוף. כפי שראינו, ההסבר לתיאור המערבולת אינו נעוץ בסיבתיות אלא בהתאמה בין אינסוף סינקטגורמטי של גורמים. הסבר כזה יוצר נתק בין תיאור המערבולת למלאות העולם, מכיוון שהתאמה בין כל הגורמים כבר אינה מבוססת על תגובת שרשרת אינסופית בין כל חלקיקי העולם ועל שלילת קיומו של ריק. באותו אופן, גם המובן הלייבניציאני למלאות העולם אינו פיסיקאלי אלא קשור בהתאמה מטאפיזית בין אינסוף החלקים. אולם מהו היחס בין מלאות העולם לבין ההרמוניה-הקבועה-מראש? כיצד התאמה בין אינסוף סינקטגורמטי של חלקים המתחלקים לאינסוף מאפשרת להצדיק תיאור של עולם "מלא"?

²⁵⁸ 9 באוקטובר 1687, 'התכתבות עם ארנו', אגרת כ"ו, עמ' 241-246.

כאשר לייבניץ מתייחס למלאות העולם ולשלילת קיומו של ריק הוא שב ומזכיר את התשתית המרחבית שעליה בנוי העולם ושרק על גביה ניתן לתת פשר לקביעה כי הוא מלא.

There is no *vacuum* in the world, either in matter or in form: that is, neither a greater number of bodies, nor bodies that are most perfect, can be created in this mundane space. One can distinguish things into those that are receptacles, and those that occupy them, their receipts. *Time* and *place*, or space, are receptacles. The bodies which exist in them are receipts.²⁵⁹

מלאות העולם אינה נעוצה בהרמוניה אלא בתנאי האפשרות שלה; היא אינה קשורה רק למרחב הקונספטואלי/פנומנלי של העולם האקטואלי אלא גם ליחס שבין מרחב זה לתנאי האפשרות המוחלטים והנצחיים שלו ברמה האידיאלית. כפי שהוסבר בפרק הקודם, העולם מבוסס על תוכנית מרחבית הניתנת למדידה על פי אמות מידה מוחלטות נצחיות והכרחיות של מרחב אידיאלי גיאומטרי. מרחב הומוגני זה מהווה את התשתית המרחבית של העולם ורק בגינו ניתן לקבוע כי תוכניתו של העולם האקטואלי היא התוכנית האופטימאלית ושהעולם שנוצר על פיה הוא עולם "מלא" באופן מקסימאלי.

[I]f one were to suppose that God had decreed to make a material sphere, with no reason for making it of any particular size, [t]his decree would be useless, it would carry with it that which would prevent its effect. It would be quite another matter if God decreed to draw from a given point one straight line to another given straight line, without any determination of the angle, either in the decree or in its circumstances. For in this case the determination would spring from the nature of the thing, the line would be perpendicular, and the angle would be right, since that is all that is determined and distinguishable. It is thus one must think of the creation of the best of all possible universes, all the more since God not only decrees to create a universe, but decrees also to create the best of all. For God decrees nothing without knowledge, and he makes no separate decrees, which would be nothing but antecedent acts of will: and these we have sufficiently explained, distinguishing them from genuine decrees.²⁶⁰

כפי שניתן לראות, הנימוק שמספק לייבניץ לקיומו של עולם אופטימאלי קשור בתשתית הגיאומטרית של עולם כזה. זהו עולם המבוסס על מרחב גיאומטרי אוקלידי ששלושת ממדיו אנכיים זה לזה. כדאי לשים לב לכך שלייבניץ אינו נכנס לפירוט מדרג של עולמות אפשריים שרמת האופטימאליות שלהם עולה זה ביחס לזה. אילו היה על לייבניץ לעשות זאת סביר להניח שהוא היה נוחל כישלון. בהעדר מקסימום מתמטי, נראה שאין עדיפות לעקומה אחת על פני עקומה אחרת בארגון בו זמני של גורמים. כל אחת מהעקומות הללו ניתנת לפירוק אינסופי באמצעות התחשיב האינפיניטסימאלי. מבחינה מתמטית לא ניתן להעדיף דיפרנציאליים מסדר כלשהו על פני

March 1684-Spring 1686, *On the Present World*; A 6.4 1509, LLC 287-289²⁵⁹
1704, *Theodicy* 196; H 249²⁶⁰

דיפרנציאלים מסדר אחר, ולכן קשה לראות קריטריון על פיו ניתן לקבוע שעקומה מסוימת 'אופטימאלית' מעקומה אחרת בארגון גורמים.²⁶¹ רעיון השקילות המתמטית בא לידי ביטוי בעקרון הרצף של לייבניץ על פיו אין מנוחה אלא רק תנועה אינפיניטסימאלית, והוא מאפשר לאחד מקרים בפיזיקה של לייבניץ שדקארט דימה לחשוב כי הם מנוגדים.²⁶² עקרון שימור הכוח של לייבניץ מצביע על קיומו של שיווי משקל מטאפיזיבין סיבה לתוצאה בעולם, שיווי משקל שפירושו שאין עדיפות לשום נקודת מבט על מערכת ולכן התנועה תמיד יחסית ולעולם לא מוחלטת. לייבניץ עוקף את הבעייתיות של שיווי המשקל המטאפיזי כאשר הוא אינו מתאר מדרג אלא רק מצהיר על קיומו של 'אופטימום' הנובע מעדיפותו העקרונית של הישר על פני העקומה. יחד עם זאת, לייבניץ מדגיש שעל פי עקרון הרצף שלו לעולם אין ישר אלא רק עקומה אינפיניטסימאלית, כך שהישר הוא 'מקרה פרטי' של עקומות. קביעה זו נועדה לאפשר למלא עד למקסימום עולם המבוסס על מרחב אוקלידי, דהיינו שהוספה של גורמים תמיד תתאפשר לנוכח העובדה שהמרחקים האקטואליים בין הגורמים לעולם אינם ממצים את התכונות המרחביות של תוכנית העולם. לפיכך, העושר או המלאות המקסימאלית של העולם נובעים לא רק מבחירה ראשונית של המסגרת המרחב-זמנית של העולם (כפי שמכנה זאת רת'רפורד²⁶³) אלא גם מהשלכות הבחירה הכללית הזו על אינסוף הגורמים המכוננים את העולם.

The most beautiful thing about this view seems to me to be that the principle of perfection is not limited to the general but descends also to the particulars of things and of phenomena and that in this respect it closely resembles the method of *optimal forms*, that is to say, of forms *which provide a maximum or minimum* [...] For in these forms or figures the optimum is found not only in the whole but also in each part, and it would not suffice in the whole without this [...] It is in this way that the smallest parts of the universe are ruled in accordance with the order of greatest perfection; otherwise the whole would not be ruled.²⁶⁴

כעת עלינו לעבור לדיון בתוכנית המרחבית של העולם.

²⁶¹ "As in mathematics, when there is no maximum nor minimum, in short nothing distinguished, everything is done equally, or when that is not possible nothing at all is done: so it may be said likewise in respect of perfect wisdom, which is no less orderly than mathematics, that if there were not the best (*optimum*) among all possible worlds, God would not have produced any." (1704, *Theodicy* §8; H 128)

²⁶² "This principle [of general order] has its origin in the infinite and is absolutely necessary in geometry... It can be formulated as follows... *as the data are ordered, so the unknowns are ordered also* [...]. For example, rest can be considered as an infinitely small velocity or as an infinite slowness. Therefore whatever is true of velocity or slowness is in general should be verifiable also of rest taken in this sense, so that the rule for resting bodies must be considered as a special case of the rule for motion [...]. Likewise equality can be considered as an infinitely small inequality, and inequality can be made to approach quality as closely as we wish. It is through his neglect of this consideration, among other things, that Descartes, able man that he was, failed in more ways than one in his proposed laws of nature." (July 1687, *Letter of Mr. Leibniz on a General Principle Useful in Explaining the Laws of Nature through a Consideration of Divine Wisdom – Reply to Father Malebranche*; G III 51, L 351)

²⁶³ Rutherford 1995a, 188-204

²⁶⁴ Ca. 1696, *Tentamen Anagogicum (Investigation of Causes)*; G VII 271, L 478

ג. כלל או תוכנית מרחבית של עולם כמקור לאי התאמה בין עולמות

בנקודה זו של הדיון עלינו לשוב ולטפל בדימוי העולם כעיר שבו התמקדנו בתחילת פרק זה. על אף שהעולם הוא אגרגט לדעת לייבניץ, קשה להתחמק מן התחושה שהעולם המתואר באמצעות דימוי העיר הוא שלם. למרות שכל נקודות המבט על העולם מגיעות מתוכו ולכן מכוננות אותו ולא נחשבות אופנים שונים שלו, לייבניץ בכל זאת כורך פעמים רבות את העולם עם המונח 'כלי'²⁶⁵ במובן שנועד לאפיין את העולם כשלם. כבר הובהר שבכל מקרה אין בכוונת לייבניץ ליחס לעולם מעמד של עצם אחד, אך זוהי נקודה מעניינת מאחר ולייבניץ מדגיש לא אחת שישנה בעיה לכרוך יחד את האינסוף עם השלם. במכתבו לדה בוס למשל לייבניץ טוען שדבר מה יכול להיחשב 'שלם' רק כתוצאה מהפשטה אידיאלית הקודמת לכל חלוקה. אי לכך, ה'שלם' אינו מתאים לא למובן המתמטי של האינסוף ואף לא למובנו המטאפיסי.

I maintain, strictly speaking, that an infinite composed from parts is neither one nor a whole, and it is not conceived as a quantity except through a fiction of the mind. The indivisible infinite alone is one, but it is not a whole; that infinite is God.²⁶⁶

כמות נחשבת שלמה רק כתוצאה מהפשטת חלקיה, אך אז כמות זו חדלה להיות בעלת אינסוף חלקים ותנועות פנימיות. מאידך, איכות אחודה ובלתי מתחלקת הנחשבת כאינסופית באופן מטאפיסי אינה יכולה להיחשב שלמה מכיוון שגם במקרה הזה הפשטת האיכות מביאה להחמצת טיבו המטאפיסי של האינסוף. הדעת נותנת שהדברים אמורים גם ביחס למונח הנחשבת לנפש סופית, מאחר ותפיסתה במופשט כשלמה אינה מביאה לידי ביטוי את האינסופיות האיכותית שלה. אם כך, מה בכל זאת יכול להיחשב שלם במטאפיסיקה של לייבניץ? דומה שרק ישים אידיאליים כמו גדלים מתמטיים או יחסים מנטאליים יכולים להיחשב שלמים²⁶⁷.

הנה למשל וואריאציה מעט שונה של דימוי העולם כעיר במכתבו של לייבניץ לארנו שכבר הוזכר לעיל:

אמרתי שהנפש מבטאה באופן טבעי את כל היקום במובן מסוים ולפי היחס שיש לגופים האחרים אל גופה שלה [...] דבר אחד **מבטא** אחר (בלשון שאני נוקט) כאשר יש יחס קבוע ומוסדר-על-פי-כלל בין מה שניתן לומר לגבי האחד לבין מה שניתן לאמרו לגבי רעהו. זהו המובן שבו השלכה של פרספקטיבה מבטאה את התבנית המישורית שלה.²⁶⁸

ניתן לראות כאן שלייבניץ מייחס לתבנית המישורית מעין מעמד של מקור, המשתקף בדרכים שונות באמצעות פרספקטיבות. הגם שלייבניץ מתייחס למרחב הפנומנלי של הגופים בעולם, הוא ממוקד כאן בתיאור ההרמוניה בין הדברים באמצעות יחס קבוע ולא בתיאור העולם כשלם. יחס זה הינו הסדר המרחבי שבו נתונים יחד כל העצמים. אך מתברר לאור הניסוח של לייבניץ כאן שאת

²⁶⁵ בלטינית: totus, בצרפתית: tout, ובתרגום לאנגלית: whole / all.

²⁶⁶ 1 Sep. 1706, *Leibniz to Des Bosses*; G II 314, LR 53

²⁶⁷ אין לבלבל בין שלם (whole) שהינו קטגוריה אידיאלית שניתן לתפוס באמצעותה גם אגרגטים, הגם שהם אינם שלמים

מבחינה מטאפיסית או פיזית, לבין מושג שלם (complete) של אינדיבידואל. מושג כזה קיים רק לעצמים פרטיים.

²⁶⁸ 9 באוקטובר 1687, 'התכתבות עם ארנו', אגרת כ"ו, עמ' 241.

הסדר המרחבי המשותף לכל העצמים ניתן לתפוס לא רק ממגוון נקודות המבט של העצמים המכוננים את הסיטואציה. מתברר שניתן לתפוס את הסדר המרחבי הזה גם בדרך ישירה ובלתי אמצעית, דרך שנחשבת כמישור בהשוואה לפרספקטיבות של שאר נקודות המבט. ניסוח שונה זה של דימוי העולם כעיר מופיע שוב במכתבו של לייבניץ לדה בוס:

Supplementary study: If bodies are phenomena, and are judged by our appearances, they will not be real, since they will appear differently to others. Thus, the reality of bodies, space, motion and time seems to consist in this: that they are the phenomena of God, that is, the object of his knowledge of vision (*scientia visionis*). And the difference between the appearance of bodies with respect to us and their appearance with respect to God is in some way like the difference between a drawing in perspective and a ground plan. For whereas drawings in perspective differ according to the position of the viewer, a ground plan or geometrical representation is unique. God certainly sees things exactly such as they are according to geometrical truth, although likewise he also knows how each thing appears to every other, and thus he contains in himself eminently all the other appearances.²⁶⁹

לייבניץ מתאר כאן את נקודת המבט של א-לוהים על העולם בהשוואה לנקודות המבט של העצמים השונים המכוננים אותו כהבדל שבין מישור לפרספקטיבות על המישור. א-לוהים אינו תופס את העולם כאחד מהגורמים המכוננים אותו אלא באופן אחר. כמו כן, הכרת העולם האקטואלי על ידי הא-ל אינה ידע רגילה המופיעה בשכלו מכיוון שהא-ל אינו תופס את העולם האקטואלי כאילו היה אפשרות גרידא. א-לוהים תופס את העולם באמצעות צפייה שאותה לייבניץ כורך עם אינטואיציה והן מושתתות על רצון הא-ל ולא על שכלו²⁷⁰. רוצה לומר: ידיעת הא-ל את העולם כתבנית מישורית אינה קשורה לידיעה של אמיתות נצחיות אלא לידיעת 'הקונטינגנטים העתידיים', מכיוון שאמיתות קונטינגנטיות נגישות לא-לוהים באמצעות רצונו ולא באמצעות שכלו. לכן, כאשר לייבניץ מתאר את נקודת מבטו של א-לוהים על עולם התופעות, לייבניץ אינו מתכוון למובן האידיאלי של המרחב המהווה תנאי אפשרות לכל עולם אפשרי שמעמדו שקול לאמת נצחית. הא-ל תופס מרחב אידיאלי כזה באמצעות שכלו המוחלט ולא באמצעות רצונו. כמו כן, לייבניץ מתאר את התופעות ככלולות באופן שבו תופס את א-לוהים את העולם. חומר ותנועה אמורים להיחשב כמהויות לא מובחנות המשתנות ללא הרף ובשל כך ברור שאין הם כלולים במרחב האידיאלי והמוחלט הנחשב בשכלו של א-לוהים. לפיכך, דומה שלייבניץ מדבר על יחס קונטינגנטי שאמור לייצג את הסדר המרחבי של העולם

15 Feb. 1712, *Leibniz to Des Bosses*; G II 438, LR 232-233, AG 199²⁶⁹

"[C]ontingent or infinite truths are subordinate to God's knowledge, and are known by him not, indeed,²⁷⁰ through demonstration (which would imply contradiction) but through his infallible intuition [*visio*]. However, God's intuition should hardly be thought of as a kind of experimental knowledge [...] but as *a priori* knowledge, knowledge derive from the reasons for truths, insofar as he sees things within himself, possible through a consideration of his own nature, and existing things through the additional consideration of his free will and his decrees" (1689, *On Freedom*; FC 184, AG 97) ראו בחטיבה השלישית שבחלק זה, בדיון על מבוך החופש.

האקטואלי דווקא. אבל האם חומר ותנועה כלולים בסדר המרחבי הקונטינגנטי של העולם כפי שהוא נתפס מנקודת ראותו של א-לוהים? גם זה בלתי סביר. מה שסביר הוא שא-לוהים תופס את מכלול היחסים המרחביים המכוננים מראית עין של תופעות כחומר ותנועה בעולמנו. מכלול היחסים הללו כלול במרחב הקונספטואלי של המונדות או במרחב הפנומנלי של הגופים. אך א-לוהים איננו גוף ואף אינו מונדה המכוננת את העולם מבפנים. הכנסת א-לוהים לדימוי העולם כעיר פירושה שניתן לתפוס את העולם גם מבחוץ. א-לוהים תופס את המרחב הקונספטואלי של העולם מבלי לקחת חלק בכינונו. א-לוהים תופס את המרחב הקונספטואלי הזה ישירות, כאילו היה מישור, ולא מתוך פרספקטיבה אישית המהווה חלק מהמרחב הקונספטואלי עצמו. במילים אחרות, א-לוהים תופס את התוכנית המרחבית של העולם באמצעות תפיסה אידיאלית של הסיטואציה ולא מתוך השתתפות בה. פירוש הדבר שהעולם ניתן להגדרה באמצעות תוכנית מרחבית כזו:

For me nothing is permanent in things except the law itself which involves a continuous succession and which corresponds, in individual things, to that law which determines the whole world.²⁷¹

דימוי העולם כעיר מוצג כקשור במיקום המרחבי של הגוף המייצג את המונדה, ולכן המרחב הפנומנלי של הגופים המכוננים את העולם מייצג את ההתאמה המטאפיזית בין המונדות. יתרה מכך, הסדר המרחב-זמני בעולם חופף למרחב הפנימי של כל מונדה שאותו היא מבטאת מתוך נקודת מבטה הייחודית. כפי שנראה בפרק הבא, המונדה מאורגנת על פי אלגוריתם פנימי המסדיר את סדרת מצביה האינסופיים, ועל מנת להוציא סדרה זו אל הפועל חייבת המונדה להיות מוגדרת באמצעות כוח פעיל. העולם איננו עצם והוא רק סך כל המונדות המכוננות אותו, אך הוא בכל זאת מאורגן על פי אותה סדירות הקיימת בכל אחת מהמונדות הללו. למעשה, לייבניץ מציג את הדברים כך שהתוכנית המרחבית של העולם היא שמתבטאת בתוכנית הפנימית של המונדה ובגוף המתאים לה, ולא להיפך. "כי מאחר שכל מונדה היא אספקלריה של העולם על פי דרכה, ומאחר שהעולם מוכווו על פי סדר מושלם, מן ההכרח שיהא סדר גם במייצג, כלומר בתפיסותיה של הנפש, ולפיכך גם בגוף שעל פיו מיוצג בה העולם"²⁷². ההרמוניה הקבועה מראש או הסדר המרחבי של העולם מתבטאים באופן שונה וייחודי אצל כל מונדה. אך שוב, כל נקודות המבט הייחודיות של המונדות על העולם מציגות את אותה תוכנית מרחבית או את אותו מרחב קונספטואלי. כאשר א-לוהים תופס את העולם, הוא תופס אותו באמצעות גישה לתוכנית המרחבית שלו, כלומר באופן קונספטואלי ולא באופן פנומנלי, מכיוון שא-לוהים אינו זקוק לייצוג הגופני של ההתאמה בין המונדות. אם התופעות קיימות בשכלו של הא-ל, הן קיימות כייצוג משני של הנקודות המטאפיזיות הן המונדות המקיימות זו עם זו את מכלול היחסים המכוננים את העולם. מכלול היחסים הללו הינם המרחב הקונספטואלי של העולם.

But we cannot see nature's order, because we don't occupy the right point of view, just as a perspectival painting can best be seen from some positions, but does not show itself properly of seen from the side. Only we have put

²⁷¹ 21 Jan. 1704, *Letter to de Volder*; G II 262, L 534

²⁷² 1714, 'מונדולוגיה' סעיף ס"ג, עמ' 68.

ourselves with the eyes of reason where the eyes of our body do not, cannot stand.²⁷³

יחד עם זאת, הגם שא-לוהים תופס את התוכנית המרחבית של העולם, אין ביכולתו לממש אותה בפועל ללא יחידות מטאפיזיות שתפעלנה על פי אותה תוכנית מרחבית אך כל אחת תבטא את התוכנית באופן שונה²⁷⁴. למרות שהוא צופה בתוכנית המרחבית של העולם א-לוהים אינו לוקח חלק פעיל לממש עולם זה ולכן גם אין לראותו כנשמת העולם²⁷⁵. לשון אחר: א-לוהים אינו יכול להיחשב נשמת העולם מכיוון שהעולם איננו גופו (זאת אומרת, העולם אינו חלק מהותי בעצם הא-לוהי), אך אין פירוש הדבר שהעולם אינו מנוהל על פי תוכנית מרחבית שלמה. אמנם נכון שכל עצם (נברא) חייב להיות בעל ארגון פנימי אך ההיפך אינו נכון: ארגונו הפנימי של דבר-מה אינו מחייב את מעמדו כעצם. "הארגון הסדיר או הבלתי-סדיר אינו משנה דבר לגבי האחדות העצמותית"²⁷⁶, ולכן גם גוף אורגאני כשלעצמו (במנותק מקיומה של נשמה) איננו עצם. העולם האקטואלי הוא אגרגט מכיוון שהוא חסר נשמה המקנה לו מעמד של עצם אחד, אך אין בכך בכדי לשלול ממנו את הארגון הפנימי שלו²⁷⁷.

נקודת המבט של א-לוהים אינה נקודת מבט מסוימת אלא היא הפשטה של כל נקודות המבט, כלומר היא נקודת מבט משוללת חומר או גוף. זוהי נקודת מבט שאינה מצויה בתוך העולם ואינה מכוננת אותו כאגרגט; זוהי נקודת מבט מחוץ לעולם ולכן ממנה ניתן לתפוס את התוכנית המרחבית של העולם באופן טהור, גיאומטרי בלבד, בדומה לאופן שבו נתפס מישור ללא פרספקטיבה. אך מימוש תוכנית זו מחייב עצמים אינדיבידואלים שבכוחם לפעול על פי התוכנית המרחבית הזו המהווה את התשתית המושגית שלהם:

Each substance has something of the infinite insofar as it involves its cause, God: namely some vestige of omniscience and omnipotence. For in the perfect notion of each individual substance are contained all its predicates, necessary

CB II 131; trans. by Rescher 1991, 202²⁷³

"Above all, [craftsmanship and harmony] would be found in the whole economy of the government of spirits, which are the substances most similar to God because they are themselves capable of recognizing and inventing order and craftsmanship. As a result we must conclude that the Author of things who is so incline to order will be concerned for those creatures who are naturally sources of order in the measure of their perfection and who are alone capable of imitating his workmanship. But it is impossible that this should seem so to us, in this small portion of life which we live here below, which is but small bit of the life without bounds which no spirit can fail to achieve." (1702?, *Reflections on the Common Concept of Justice*; L 565)²⁷⁴

הרחבה בעניין זה בפרק המסכם חטיבה זו.²⁷⁵

28 בנובמבר / 8 בדצמבר 1686, 'התכתבות עם ארנו' אגרת י"ז, עמ' 197.²⁷⁶

לאור זאת, נשאלת השאלה היא מדוע א-לוהים אינו יכול להיחשב כנשמת העולם, ומה בכל זאת ההבדל שבין העולם לבין עצם גופני? פרשנים חלוקים ביניהם אם הסיבה לשלילת נשמת העולם נעוצה בטבעו הבלתי-שלם של העולם או בטבעו הבלתי-אחיד (ראו להלן הערה 281), אך לדעתי השאלה המעניינת אינה באלו אמצעים השתמש לייבניץ בכדי להימנע מלאפיין את א-לוהים כנשמת העולם, אלא מדוע בחר לייבניץ להימנע מכך מלכתחילה. במילים אחרות, אני סבור שאין באמת סיבה להימנע מלאפיין את העולם כאחד או כשלם אילו היה לייבניץ חפץ בזיהוי א-לוהים כנשמת העולם, אך ברור לחלוטין שהוא אינו חפץ בכך ולכן השאלה היא מדוע. זיהוי א-לוהים כנשמת העולם הופך את העולם למצע החומרי של העצם האחד ואת א-לוהים למזוהה עם העולם. זיהוי כזה, אף שהוא יכול להיות עקבי עם רעיון ההרמוניה-הקבועה-מראש ועם קיומו של סדר מרחבי המשתקף מפרספקטיבות שונות בכל המונדות, יוצר זהות בין שיטת לייבניץ לזו של שפינוזה. לייבניץ עושה מאמצים גדולים להבחין בינו לבין שפינוזה סביב סוגיית החופש (הא-לוהי והאנושי) ולכן מנוע מלזהות את העולם כעצם גופני אלא רק כאגרגט. אך בכך אין כדי לשלול את קיומו של ארגון פנימי או תוכנית מרחבית שלמה לעולם.

as well as contingent, past, present and future; indeed each substance expresses the whole universe according to its own situation and point of view, inasmuch as everything else is related to it. [...] In fact, the manifold finite substances are nothing but different expressions of the same universe according to the different respects and limitations proper to each one, just as one ground plan has infinite[ly many lateral perspectives]. Thus what Hippocrates said of the human body is true of the universe itself, that all things harmonize and are in sympathy, i.e. that nothing happens in one creature for which some exactly corresponding effect does not reach all the others. Nor are there any absolutely extrinsic denominations in things.²⁷⁸

אם כך, ללייבניץ סיבה טובה להתייחס לעולם כאל שלם. בצד העובדה שהעולם האקטואלי אינו עצם אחד בעל נשמה אלא אגרגט בעל אינסוף חלקים, התוכנית המרחבית של האגרגט הזה היא בכל זאת שלמה. תוכנית מרחבית זו יכולה לקחת חלק בהגדרה של עצמים – והיא אכן באה לידי ביטוי כזה באינסוף גופים בעלי נשמה, הם העצמים האינדיבידואליים המכוננים את העולם. אך תוכנית מרחבית שלמה אינה חייבת לקחת חלק בהגדרה של עצמים – ולכן העולם כשלעצמו איננו עצם אלא רק אגרגט²⁷⁹. כפי שהודגש לעיל, כאשר לייבניץ מאפיין דבר מה כשלם, הוא עושה זאת במנותק מהשאלה האם הוא עצם או אגרגט הואיל והמושג 'שלם' קשור בתחום האידיאלי ולא בתחום המטאפיסי. גוש חומר למשל נחשב על פי לייבניץ לאגרגט, אך אין שום מניעה להתייחס אליו כאל שלם. זיהוי גוש חומר כשלם אפשרי בשתי רמות: ברמה השטחית, אנו יכולים לקבוע שגובהו 8 ס"מ למשל וקביעה אידיאלית זו מבוססת על גדלים אידיאליים (סנטימטרים) שאינם באמת משמשים כחלקי החומר. באופן עמוק יותר ניתן לטעון זאת מפאת קיומה של הרמוניה-קבועה מראש²⁸⁰. גוש חומר זה מתחלק על פי לייבניץ לאינסוף חלקים אקטואליים בעקבות אינספור תנועות פנימיות.

²⁷⁸ 1686?, *A Specimen of Discoveries*; A 6.4 1618, LLC 309

²⁷⁹ נקודה זו הוחמצה על ידי חלק מהפרשנים. למשל, במאמציו להסביר את ההבדל שבין ארגון פנימי של עצם אינדיבידואלי לבין ארגון הפנימי של העולם שאינו אלא אגרגט, הציע ארתור לאפיין את הראשון כסדרה אינסופית מתכנסת ואילו את האחרון כסדרה אינסופית מתבדרת (Arthur 2001, 110). באמצעות הבחנה זו קיווה ארתור להסביר מדוע העולם לדעת לייבניץ אינו נחשב לשלם אלא רק לאגרגט. בהצעתו של ארתור יש אמנם מהלך מחוכם אך הוא בכל זאת מוטעה לדעתי. השאלה אם משהו שלם נעוצה רק בשאלה אם ניתן לתפוס אותו בו זמנית, מכיוון שישלם הוא קטגוריה מנטאלית-אידיאלית בלבד שאינה תלויה בחלקים אקטואליים. היתרון בהצעתו של ארתור הוא שסדרה אינסופית מתבדרת אינה יכולה להיחשב לשלמה באופן עקרוני הואיל ואין גודל המייצג את כולה (אני מתעלם כאן מאפשרות להכיר את הסדרה באמצעות האלגוריתם שלה, כלומר מהאופן שבו הא-ל מכיר את הסדרה האינסופית שביסוד העולם. אפשרות כזו עודנה קיימת גם ביחס לסדרה אינסופית מתבדרת). לכן, זיהוי העולם כסדרה אינסופית מתבדרת מונע לכאורה כל אפשרות לראות את העולם כשלם. לדעתי זו שגיאה מכיוון שהעולם מוגדר כאגרגט, ואגרגט איננו שלם גם אם הוא מושתת על סדרה אינסופית מתכנסת. כלומר, אין סיבה להבחין בין העולם כאגרגט לבין כל גוש חומר הנחשב כאגרגט. זאת ועוד, לייבניץ מצביע מפורשות ופעמים רבות על ההשתקפות של אותה סדירות בעולם ובאינדיבידואל. לפיכך הסיבה להבדל ביניהם אינה נטועה בסדירות עצמה.

²⁸⁰ כפי שראינו בסעיף הקודם, רעיון ההרמוניה פותר עבור לייבניץ את הפרדוקס שיוצרת תנועת המערבולת של דקארט. תנועת המערבולת מוכיחה שקיים מספר אינסופי של גורמים המחויבים לקחת חלק במהלך תנועה סופית, למרות שמספר אינסופי הוא אוקסימורון. לעומת זאת, לייבניץ מראה שהתאמה מראש של אינסוף חלקיקים יוצרת תנועת מערבולת ללא גורם 'אינסופי' אחרון. רעיון ההרמוניה-הקבועה-מראש מביא את לייבניץ להתפעל מאד מהסוד הטמון בתנועת המערבולת של דקארט, אך יש לשים לב שלשם כך מוכרח לייבניץ לתפוס את יחס ההתאמה בין כל הגורמים כשלם. אלמלא כן, הפתרון שלו אינו הולם את התנאים היוצרים את הפרדוקס מלכתחילה.

אינסוף החלקים הללו מתחלקים גם הם לאינסוף וכן הלאה. מכלול היחסים המורכב הזה קיים מושגית בכל אחד מן היסודות המטאפיזיים הבלתי מתחלקים שביסוד גוש החומר, הגם שלגוש החומר עצמו אין יסוד מטאפיזי כזה ולכן מעמדו אגרנט בלבד. העובדה שקיימת תוכנית מרחבית פנימית לחלוקת גוש החומר הזה – תוכנית הרשומה מראש במושגיהן של המונדות המכוננות את גוש החומר הזה – אין פירושה שגוש החומר עצמו מוכרח להיות אורגאני כלומר בעל נשמה או מונדה דומיננטית המקנה לו מעמד של עצם אחד. מכיוון שכך, ניתן לראות כל דבר בעולם כשלם מנקודת מבט אידיאלית. ברמה השטחית כל דבר יכול להימדד באופן אידיאלי כשלם. באופן עמוק יותר, כאשר לייבניץ דן בקיומה של התאמה או הרמוניה בין כל חלקי העולם, הוא אינו רואה כל סיבה שלא לראות אפילו את העולם כולו כשלם. התוכנית המרחבית של העולם אינה שונה מתוכנית מרחבית של גוש חומר שאינו אלא אגרנט. ההבדל הוא רק בקנה המידה. אך הגדרת שלם היא אידיאלית מלכתחילה ולכן קנה מידה איננו יכול למנוע מהעולם מלהיחשב שלם (מבחינה אידיאלית)²⁸¹.

There are people who imagine that we are too small a thing in the sight of an infinite God for him to be concerned about us. [...] But if mankind, or even the smallest thing, were not well governed, the whole universe would not be well governed, for the whole consists of its parts. We also find order and wonders in the smallest whole things when we are capable of distinguishing their parts and at the same time of seeing the whole, as we do in looking at insects and other small things in the microscope. There are thus the strongest reasons for holding that the same craftsmanship and harmony would be found in great things if we were capable of seeing them as a whole.²⁸²

התוכנית המרחבית של עולם אפשרי היא "יחס קבוע ומוסדר-על-פי-כלל בין מה שניתן לומר לגבי האחד לבין מה שניתן לאומרו לגבי רעהו"²⁸³. תוכנית מרחבית מופשטת זו הינה המרחב הקונספטואלי של העולם האקטואלי כפי שהוא מיוצג בכל מונדה באופן ייחודי או המרחב הפנומנלי של העולם האקטואלי ברמת ההתייחסות של הגופים אלו לאלו. ברם, א-לוהים תופס תוכנית מרחבית זו באופן

²⁸¹ בויכוח פרשני מעניין בנוגע לסיבות שהביאו את לייבניץ לשלול קיומה של נשמה לעולם, צפה ועלתה שאלת מעמדו של העולם כשלם. לטענת לורנס קרלין, מאחר ולייבניץ התנגד לראות את העולם כשלם הוא נמנע מלייחס לו נשמה (Carlin 1997; Arthur 1999; Arthur 2001). מנגד, גרגורי בראון התנגד לעמדת קרלין וטען שלייבניץ דחה את זיהוי א-לוהים כנשמת העולם מהסיבה שהעולם חסר אחדות סובסטנטיבית (Brown 1998; Brown 2000; Brown 2005). בראון נימק את התנגדותו להצעתו של קרלין בין השאר בכך שללייבניץ התבטאויות רבות שבהן העולם דווקא שלם. על מנת ליישב התבטאויות אלו עם התבטאויות ידועות אחרות של לייבניץ שבהן העולם הינו אגרנט, הציע בראון לתקוף את תפיסת האינסוף של לייבניץ כבלתי נכונה ולאמץ את גישתו של קנטור שבה אינסוף חלקים יכולים להגיב שלם ולפיכך אגרנט המורכב מאינסוף חלקים יכול להיחשב שלם. אני סבור שבראון צודק בנוגע לסיבת שלילת נשמת העולם, אך אני מציע לפתור באופן אחר את המתח שבין העולם כאגרנט לבין העולם כשלם, וזאת מבלי לבקר את גישת לייבניץ לאינסוף (שלהבנתי הינה מוצדקת לחלוטין וביחס אליה אני סבור שבראון טועה ושהצדק עם ארתור, כפי שפורט בחלק ב' של המחקר). הצעתי היא שהעולם הינו אגרנט למרות קיומה של תוכנית מרחבית שלמה המציגה אותו כעיר שניתן לבטאה ממגוון נקודות מבט. יתרה מכך, אני סבור שאין זה מפתיע שדווקא בראון נקט בעמדה זו. כפי שנראה בהמשך סעיף זה, בראון הגיע למסקנה ששאלת אי ההתאמה בין אפשרויות חייבת להיפתר על ידי קיומו של כלל או תוכנית מרחבית שלמה של העולם (Brown 1987). לפיכך האפשרות לתפוס את העולם כאגרנט בלבד אינה קיימת עבור בראון, כפי שהיא קיימת עבור קרלין וארתור. כאמור, קיומה של תוכנית כזו אינו סותר את קיומו של העולם כאגרנט.

²⁸² 1702?, *Reflections on the Common Concept of Justice*, L 565

²⁸³ 9 באוקטובר 1687, 'התכתבות עם ארנו', אגרת כ"ו, עמ' 241.

גיאומטרי מופשט ללא כל נקודת מבט מסוימת כאילו היתה "תבנית מישורית". לייבניץ ער לכך שאין ביכולתנו לתפוס את הסדר המרחבי של העולם בכללותו, למרות שסדר זה כלול בתוכנו פנימה ומאפיין בוואריאציות שונות את הגדרתנו העצמית. אין ביכולתנו לתפוס את התוכנית המרחבית המלאה של העולם, "שאם לא כן, תהא כל מונדה בגדר א-לוהות"²⁸⁴. עם זאת, שכלנו יכול להתחקות אחר חוקי הטבע, שאותם מכנה לייבניץ "כללים משניים". סביב ההבחנה בין כלל העולם לבין כלליו המשניים מגדיר לייבניץ מה טבעי ומה על-טבעי, על אף שלמעשה חריגה מהסדירות המרחבית או מההרמוניה-הקבועה-מראש אינה באמת בגדר האפשר.

צריך לזכור את שאמרנו לעיל באשר לניסים ביקום, הכפופים תמיד לחוק הכולל של הסדר הכללי, הגם שהם מעל לכללים המשניים. ובה במידה שכל אדם או עצם הוא כמו עולם קטן המבטא את הגדול, כך גם ניתן לומר שפעולה א-לוהית בלתי רגילה זאת על העצם הזה אינה חדלה להיות ניסית, אף שהיא כלולה בסדר הכללי של היקום, באשר הוא מבטא על ידי המהות או המושג הפרטי של העצם הזה. זה הטעם שאם אנו כוללים בטבענו את כל מה שהוא מבטא, דבר אינו על-טבעי בעבורו, שכן הוא חל על הכל [...]. לפיכך, וכדי לדבר באופן ברור יותר, אומר אנוכי שהניסים וההשתתפויות הבלתי רגילות של א-לוהים אופייני להם שאין הם עשויים להיות נחזים מראש על ידי שיקול תבוני של כל רוח נברא שהוא, ויהא נבון ככל שיהא, שכן ההבנה המובחנת של הסדר הכללי היא מעבר ליכולתם שלהם כולם; ואילו מה שקרוי טבע תלוי בכללים בעלי כלליות פחותה שאותם מסוגלים הנבראים להבין. כדי שהמילים תהיינה איפוא בלא דופי כמו משמעותן, טוב היה לו קישרנו אופני דיבור מסוימים לרעיונות מסוימים, וקראנו לזה שכולל את כל מה שאנו מבטאים – מהותנו או האידיאה שלנו, ומאחר שהוא מבטא את איחודנו עם א-לוהים עצמו אין לו גבולות ודבר אינו מעבר לו. אבל זה שמוגבל בנו אפשר לכוונתו טבענו או יכולתנו, וביחס לזה מה שמצוי מעבר לטבעיהם של כל העצמים הנבראים הוא על-טבעי.²⁸⁵

הכרה בקיומה של תוכנית מרחבית ביסוד כל אחד מהעולמות האפשריות סוללת אפשרות לגשר בין התבטאויות סותרות של לייבניץ אודות העולם האקטואלי. העולם יכול להיחשב אגרגט מצד אחד ושלם מצד שני, מתוקף העובדה שהוא נמדד מהיבטים שונים. כמו כן הכרת טיבו השלם של העולם כאשר הוא נתפס כתוכנית מרחבית אידיאלית מאפשרת להבין כיצד פותר לייבניץ את המתח שבין אחדות הא-ל לבין הריבוי בעולם שבו פתחנו את חלק זה של המחקר. התוכנית המרחבית של העולם האקטואלי מהווה מודוס אפשרי של נוכחות א-לוהית – המודוס הטוב מכל המודוסים האפשריים. באמצעות תוכנית זו מאורגנות אינסוף מונדות שכל אחת מהן נחשבת 'א-לוהות קטנה' באשר היא מוציאה אל הפועל את התוכנית הכללית לנוכחותו המוחלטת של הא-ל בעולם מנקודת ראותה הייחודית. יחד עם זאת, אוסף המונדות אינו זהה בעצמו עם אחדות הא-ל, הואיל וכמות אינסופית לעולם אינה שלמה (ומה שאינו שלם אינו אחד). התוכנית המרחבית של העולם היא מודיפיקציה של האחדות הא-לוהית, אך העולם האקטואלי הוא התגלמות הריבוי האינסופי.

•

²⁸⁴ 1714, 'מונדולוגיה' סעיף ס', עמ' 66.
²⁸⁵ 1686, מאמר מטאפיסי סעיף 16, עמ' 76-77.

נשוב כעת לבעיית קיום-יחד של אינדיבידואלים בעולם, שריחפה כבר מראשיתה של חטיבה זו. כזכור, הרעיון שביסוד תפיסת החופש הא-לוהי אצל לייבניץ מבוסס על כך שעולמות אפשריים אינם יכולים להתקיים בו זמנית ולהפוך לעולם אחד מחויב המציאות²⁸⁶. לשם כך חייבת להיות אי התאמה יסודית בין אינדיבידואלים מעולמות שונים. אך אי התאמה כזו אינה יכולה לנבוע ישירות מהתכונות הפשוטות של האינדיבידואלים הללו – תכונות המגדירות יחד את שלמותו המוחלטת של א-לוהים – משום שתכונות אלו אינן מכילות שלילה ולכן חייבות להתאים זו לזו. לפיכך נשאלת השאלה מה מקור אי התאמה בין אינדיבידואלים שבגינו אינסוף עולמות אפשריים אינם מתלכדים לכדי עולם הכרחי אחד.

יש הטוענים שמאחר ולייבניץ מגדיר אפשרות כמחשבה שאינה מכילה סתירה (כלומר כמחשבה קונסיסטנטית), הרי שהקריטריון הלוגי להגדרת אפשרות (possibility) חייב לחול גם על הגדרת קיום-יחד של אפשרויות (compossibility)²⁸⁷. ההצעה של ז'קו הינטיקה למשל היא שאת אי ההתאמה בין אפשרויות ניתן להשיג באמצעות יחסים. לדעתו ניתן להראות שעצמים אפשריים אינם מתאימים לשכון באותו עולם בשל סתירה לוגית בין תכונותיהם היחסיות²⁸⁸. הבעיה במאמץ להראות אי התאמה באמצעות סתירה לוגית בין תכונות יחסיות היא שמאמץ כזה מתבסס על שלילה שלא ברור מה מקורה. אי אפשר לטעון שמקורה הוא ביחסים עצמם, משום שאז הטיעון הוא מעגלי. כפי שהראיתי לעיל במהלך החטיבה על מושג הא-ל, ישנה בעיה בטענה שמקור השלילה ביחסים עצמם. על מנת ליצור שלילה באמצעות יחסים יש צורך להגדיר יחסים באמצעות שלילה, וכך נוצרת מעגליות. מעבר לכך, יש צורך להקצין מאד את התכונות היחסיות הללו בכדי להפיק מהן אי התאמה. רק אם לעצם א' תכונה יחסית כוללת לחלוטין כמו: "אוהב את כולם", ניתן יהיה ליצור אי התאמה עם עצם ב' לו תכונה יחסית כוללת לחלוטין "זה שאיש לא אוהב". אפשרות אחרת היא להעניק לשני עצמים תכונה יחסית כוללת זהה, למשל "הכי גבוה", שאינה יכולה להתקיים בו זמנית אצל שניהם. בכל מקרה, אי התאמה לוגית מתאפשרת רק במצבי קיצון כאלו.

כדאי לתת את הדעת לכך שניתן לנסח עמדה זו באופן אחר, פחות בעייתי. לדעת רשר ומייטס יחס של אי-התאמה אינו קיים בין אינדיבידואלים אפשריים אלא רק בין עולמות אפשריים. במילים אחרות, ניתן לטעון לאי התאמה בין אינדיבידואלים אפשריים רק מכיוון שאינדיבידואלים אפשריים מוגדרים באמצעות מכלול היחסים בינם לבין כל האינדיבידואלים האחרים המרכיבים עימם עולם אפשרי. לפיכך, הטענה שאי התאמה בין אפשרויות מבוססת על יחסים מנוסחת כעת כך: אם עצם א'

²⁸⁶ "If all possible existed, no reason for existing would be needed, and possibility alone would suffice. Therefore there would be no God except insofar as he is possible. But such a God as the pious hold to would not be possible if the opinion of those is true who hold that all possibles exist." (2 Dec. 1676, *Notation for Discussion with Spinoza*; C 530, L 169); "Not all possible are compossible. (1716, *Leibniz to Louis Bourguet*; G III 573, L 662)

²⁸⁷ Mates 1972, 340; Rescher 1967, 16

²⁸⁸ Hintikka 1972, 190-191; cf. Kulstad 1980, 420-426. הינטיקה וקולסטד שיש להימנע מלערוך רדוקציה של יחס למרכיביו. אולם נושא זה נתון למחלוקת בקרב הפרשנים, והוא קשור לפעמים לשאלה המטאפיזית האם ניתן להעמיד את מושגו השלם של האינדיבידואל על תכונות פשוטות (מונדיות) בלבד ללא תלות בתכונות יחסיות. כדאי לשים לב לכך שמקרה של אי התאמה מבוסס על יחס בעצמו, כך שהימנעות מרדוקציה של היחס למרכיביו (המהווה תנאי לפתרון הבעיה) פירושה למעשה שלא ניתן לתלות את אי התאמה בתכונות היחסיות של כל אחד מהאינדיבידואלים. וכך מתקבל פרדוקס בעמדותיהם של הינטיקה וקולסטד.

מקיים יחס הדדי מסויים x עם כל שאר העצמים ואילו עצם ב' אינו מקיים את אותו יחס הדדי מסויים x עם כל שאר העצמים, ברור שעצם א ועצם ב' אינם יכולים להתקיים-יחד²⁸⁹. אם מבינים שאי התאמה נובעת מהגדרת אינדיבידואלים בתוך עולמות אפשריים היא כבר אינה מבוססת על מקרה קיצון נדיר או בלתי סביר. יחד עם זאת, גם בוואריאציה המעניינת הזו ניתן לראות שהשלילה של היחס המסוים x עבור עצם ב' מהווה חלק מהגדרת היחס ואינה יכולה לנבוע ממנו. זו הסיבה שלדעת ד'אגוסטינו, ניתן לקבל אי התאמה לוגית בהינתן פרדיקטים יחסיים וגם שלילה²⁹⁰, ופירוש הדבר שמקור השלילה עצמה בכל מקרה אינו יכול להיות לוגי.

פרשנים אחרים טוענים שאי התאמה בין אינדיבידואלים אפשריים חייבת לנבוע ממקור חיצוני לאינדיבידואלים, למשל כלל כלשהו המאפיין עולם אפשרי. כלל כזה הוא שמערים אילוצים על התאמה של אינדיבידואלים לעולם וכתוצאה מכך גם אחראי לאי התאמה אפשרית ביניהם²⁹¹. משמעות הקביעה הזו היא שסיבת אי-התאמה בין אינדיבידואלים אינה לוגית אלא אקזיסטנציאלית, כלומר היא אינה אימננטית לקומבינציות של כל היסודות המטאפיסיים הפשוטים והחיוביים אלא מבוססת על קיומו החיצוני של כלל קונטינגנטי בלבד. הצעה זו אינה מתיישבת עם התבטאויות מסוימות של לייבניץ הקושרות אי התאמה בין האפשרויות לסתירה לוגית²⁹². מעבר לכך, ההצעה לבסס אי התאמה בין אינדיבידואלים על קיומו של כלל קונטינגנטי לעולם יוצרת בעיות משלה. אמנם לייבניץ טוען ש"מאחר שיש אינסוף עולמות אפשריים, יש גם אינסוף חוקים, אחדים מהם שייכים לעולם אחד, האחרים לאחר"²⁹³, אך הואיל והעולם האקטואלי אמור להיות טוב מכל העולמות האפשריים, לא ברור אם יצירת עולמות באמצעות חוקים המגבילים את אפשרויות הקומבינציה עולה בקנה אחד עם יעד כזה. דהיינו, כעת הבעיה אינה שאלת מקור ההתאמה בין אינדיבידואלים אלא שאלת איכותה המיוחדת של התאמה כזו. אם מספר העולמות כמספר החוקים אין שום וודאות שחוק אחד מניב עולם אופטימאלי יותר מחוק אחר²⁹⁴.

בשל עוצמתה של הבעיה, טוענת קתרין וילסון שאי התאמה בין עולמות אינה נובעת מקומבינציות בלתי מתאימות של אינדיבידואלים אלא פשוט מקיומם הראשוני של עולמות שונים שמהם נגזרים

²⁸⁹ Rescher 1979, 58; Mates 1986, 75-76

²⁹⁰ D'Agostino 1981 (1976), 96-97

²⁹¹ "[A]ll possible worlds have general laws, which determine the connection of contingents just as, in the actual world, it is determined by the laws of motion and the law that free spirits pursue what seems best to them. And without the need for *some* general laws, any two possibles would be compossible, since they cannot contradict one another. Possibles cease to be compossible only when there is no general law whatever to which both conform. What is called the 'reign of law' is, in Leibniz philosophy, metaphysically necessary, although the actual laws are contingent. if this is not realized, compossibility must remain unintelligible." (Russell 1900, 67; also Hacking 1982, 193)

²⁹² "A *compossible* is that which with another thing does not imply a contradiction" (1683-1694; Grue 325, trans. by Brown 1987, 178)

²⁹³ תחילת יולי 1686, 'התכתבות עם ארנו', אגרת ט' [טייטה של אגרת י'], עמ' 149-150.

²⁹⁴ C. Wilson 1983, 775-776. אמנם נכון הוא שאם ההתאמה בין כל התופעות בעולם לא תובטח, "מספר המערכות שתימצאנה יהיה כמספר העצמים או שיהיה זה רק באקראי אם תתאמנה ביניהן מפעם לפעם" (9 באוקטובר 1687, 'התכתבות עם ארנו', אגרת כ"ו, עמ' 246). אך בהנחה שהתאמה קיימת, פתרון לבעיה זו כבר הוצג לעיל ביחס שבין המרחב הקונספטואלי של העולם לבין המרחב האידיאלי המוחלט. דהיינו: בעדיפות שישנה לתוכנית המבוססת על מרחב אוקלידי.

אינדיבידואלים מובחנים שונים²⁹⁵. לטענתה, הדרך היחידה להימנע מהאחדה של כל האפשרויות יחד טמונה בכך שעולמות אינם נבנים מגורמים אינדיבידואלים פשוטים אלא להיפך. עולמות אפשריים נובעים לדעתה מתבניות שלמות שמהן ניתן לגזור אינדיבידואלים שונים, בדומה לאופן שבו מייצרים פאזלים. התאמה הדדית תשרור בין אינדיבידואלים אלה מעצם הגדרתם כחלקי פאזל, כלומר מיצירתם מתמונה אחת שקדמה לקיומם. מכאן שאינדיבידואלים שנגזרו מתבניות של עולמות שונים אינם יכולים להתאים. יש לשים לב לכך שגם הפתרון של וילסון מזהה את מקור אי ההתאמה בין אינדיבידואלים באי התאמה יסודית יותר בין עולמות. עם זאת, בשונה מפתרונו של רשר, הבעיה בהצעה של וילסון נעוצה בקדימות שהיא מעניקה לעולמות אפשריים על פני אינדיבידואלים אפשריים המכוננים אותם. קדימות זו מתכחשת לעובדה שעולמות לדעת לייבניץ הם אגרגטים של אינדיבידואלים. וילסון בעצמה מודה שהצעתה שעולמות אינם אגרגטים אלא מהויות שלמות מסובכת ובעייתית²⁹⁶.

נחתומי טוען בתגובה לוילסון שניתן לפתור את הבעיה באופן אחר. לדעתו, מושגו השלם של אינדיבידואל אפשרי מתקבל רק כאשר הוא ממוקם על המרחב הלוגי הנחשב על ידי א-לוהים. במילים אחרות, התכונות היחסיות של אינדיבידואל הנובעות ממיקומו על המרחב הלוגי הן שהופכות את מושגו של האינדיבידואל לשלם. כתוצאה מכך, עולמות אפשריים אינם קודמים לאינדיבידואלים אפשריים כפי שטוענת וילסון אך גם אינדיבידואלים אפשריים אינם קודמים לעולמות אפשריים²⁹⁷. עולמות אפשריים נוצרים בו זמנית עם כינונם השלם של אינדיבידואלים אפשריים²⁹⁸. נחתומי מדגיש כי הוא אינו תופס את המרחב הלוגי כמטאפיזי אלא רק כאמצעי קונספטואלי להבנת תרומת היחסים להגדרת האינדיבידואלים. עולמות אפשריים מבחינתו אינם אלא "סדרות של אינדיבידואלים מתאימים" בלבד²⁹⁹. אולם המרחב הלוגי של נחתומי, בדומה למרחב הלוגי בהצעתו של מוגניי להבנת טיבם של יחסים, הוא מרחב לוגי כללי מאד שעליו אפשר למקם את כל האפשרויות. עובדה זו שבה ומטילה צל על כיוון עולמות אפשריים שונים המבוססים על אי התאמה בין אפשרויות. ניתן לראות זאת היטב באחד הטקסטים הידועים ביותר בנוגע לסדירות ולהתאמה בין גורמים בעולם אצל לייבניץ:

א-לוהים אינו עושה דבר מחוץ לסדר, ובלתי אפשרי ולו גם לבדות מאורעות שאינם סדירים מכל וכל [...] נניח למשל שמישהו משרבט כמות של נקודות על פיסת נייר באופן

²⁹⁵ C. Wilson 2000, 10

²⁹⁶ C. Wilson 2000, 19 n16. יחד עם זאת, הצעתה של וילסון אינה בלתי סבירה. כפי שכבר ראינו, העובדה שהעולם הוא אגרגט אינה סותרת את קיומה של תוכנית מרחבית המגדירה אותו. וילסון מתמקדת בדימוי העולם כעיר ובעובדה שהעולם יכול להיחשב כתוכנית מרחבית שאותה מבטאים האינדיבידואלים מאינסוף נקודות מבט. אך מכך אין לגזור את קדימות העולם על פני האינדיבידואלים.

²⁹⁷ בתגובתה לנחתומי, מתנגדת וילסון להבחנה בין מושג (לא-שלם) של אינדיבידואל שאינו מכיל את מכלול היחסים שבעולם לבין מושג (שלם) של אינדיבידואל שכן מכיל אותם (C. Wilson 2001, 126). לדעת וילסון, מושג של אינדיבידואל שאינו מביע את העולם כולו מנקודת מבט ייחודית אינו מושג של אינדיבידואל הלכה למעשה ולכן בסופו של דבר היא מעדיפה לדבר על קדימות לוגית של העולם על פני האינדיבידואלים. אני סבור שוילסון צודקת בטענתה שמושג של אינדיבידואל כולל בתוכו את מכלול היחסים בעולם, אך הדבר אינו גורר, כדבריה, קדימות של העולם על פני אינדיבידואלים. פתרונו של נחתומי מאפשר לראות את התלות ההדדית שבין התוכנית המרחבית של העולם לבין האינדיבידואלים המייצגים נקודות מבט ייחודיות עליה, באופן המונע קדימות כלשהי של אחת הצדדים.

²⁹⁸ Nachtomy 2007a, 108

²⁹⁹ Nachtomy 2007a, 85

מקרי לגמרי [...] אני אומר שניתן למצוא קו גיאומטרי שמושגו יהיה קבוע ואחיד על פי כלל מסוים, כך שקו זה יעבור דרך כל הנקודות ובסדר שבו שרבוטת אותו היד. ואם מישהו ישרטט קו באופן רצוף, כך שיהיה ישר, לעיתים עגול ולעיתים בעל טבע אחר, אפשר למצוא מושג או כלל או משוואה משותפת לכל הנקודות על הקו הזה, של פיהם צריכים להתרחש כל השינויים האלה. וכן אין בנמצא למשל אף לא דיוקן פנים אחד שמיתארו אינו חלק מקו גיאומטרי ושאי אפשר לשרטט אותו במשיכת קולמוס אחת על ידי תנועה מוסדרת. אבל כאשר הכלל מורכב מאד, מה שנעשה בהתאם לו נחשב ליוצא מן הכלל. כך ניתן לומר, שיהיה האופן שבו היה א-לוהים בורא את העולם כאשר יהיה, הרי שהוא היה תמיד סדיר ובעל סדר כללי כלשהו. אבל א-לוהים בחר במושגים ביותר, כלומר בזה שהוא בעת ובעונה אחת הפשוט ביותר בהנחות, והעשיר ביותר בתופעות, כפי שעשוי להיות קו גיאומטרי שבנייתו קלה ואילו תכונותיו ותוצאותיו מעולות מאד ובעלות היקף רב.³⁰⁰

לייבניץ מתאמץ להראות כאן שניתן לחרוז את כל אינסוף הגורמים המתקיימים יחד בעולם באמצעות כלל כלשהו, בדומה לאלגוריתם של קו גיאומטרי. הבעיה היא שהתיאור של לייבניץ חזק מדי: דומה שניתן לחרוז כל רצף גורמים שהוא וכך הופכת אי ההתאמה לבלתי אפשרית (אי אפשר אפילו לבדות אותה). רבים אכן סבורים שסעיף זה ב'מאמר מטאפיסי' הוא ביטוי כללי לקיומו של סדר אך משתמע ממנו שגם המצב הכאוטי ביותר ניתן לארגון באמצעות כלל³⁰¹. כפי שניתן לחרוז יחד את כל הגורמים הקיימים בעולם האקטואלי, ניתן להעלות על הדעת התאמה בין כל האפשרויות, כך ששוב נדחית אי ההתאמה החיונית ליצירת עולמות אפשריים שונים. הגם שלייבניץ מסכם את דבריו בטענה שהעולם האקטואלי הוא בעל הסדירות האופטימאלית, לא ברור מדוע סדירות אופטימאלית כזו לא תהיה פשוט התאמה בין כל האפשרויות, כלומר סדירות שפינוציסטית של עולם הכרחי. ייתכן שניתן לפתור את הבעיה אם נשנה מעט את הפתרון שמציע נחתומי. עלינו להפריד בין המרחב הקונספטואלי שעליו מדבר נחתומי לבין המרחב האידיאלי והמוחלט שבאמצעותו חושב א-לוהים את כל האפשרויות. המרחב האידיאלי נטוע בשכלו של הא-ל בדומה לאמיתות הנצחיות. לעומת זאת, המרחב הקונספטואלי שנוצר בו זמנית עם מושגיהם השלמים של האינדיבידואלים הממוקמים עליו אינו מייצג אמת הכרחית אלא קונטינגנטית בלבד ולפיכך צריך לנבוע מרצונו של א-לוהים ולא משכלו. כפי שטוען דונלד רת'רפורד, המסגרת המרחב-זמנית של המונדות (קונספטואלית או פנומנלית, אין זה משנה כרגע) היא המגדירה את המקבץ המשותף שלהן יחד לכדי עולם קונטינגנטי, כך שזיהוי עולם אופטימאלי נעוץ בזיהוי מסגרת מרחב-זמנית אופטימאלית³⁰². זו

³⁰⁰ "And each possible series in the universe is supported by certain particular free primary decrees appropriate to it, considered under the aspect of possibility. For just as no line can be drawn, by however rash a hand, which would not be geometrical and have a certain constant nature common to all its points, so also there is no possible series of things so disordered, nor can any reason be imagined for creating a world so disordered, that it would not come with its own fixed and determinate order and laws of progression." (1686?, *A Specimen of Discoveries*; A 6.4 1619, LLC 309-311)

³⁰¹ Brown 1987, 190; Sleight 1990, 176-179; M. Wilson 1993, 129

³⁰² "Leibniz's talk of God deciding how best to 'fill' the orders of space and time is more than a metaphor. We should instead take seriously the idea that within Leibniz's metaphysics space and time define the fundamental order according to which singular things are connected." (Rutherford 1995a, 190); "To realize

הסיבה שלייבניץ אינו תולה את סיבת כל האינדיבידואלים בקיומו של 'אדם הראשון' אלא כורך יחד את כל האינדיבידואליים ואת 'האדם הראשון' בתוכם עם הכוונה או ההכרעה הראשונית של הא-ל לכונן "סדר כללי אשר הכל כפוף לו" הוא המרחב הקונספטואלי של העולם.

טבעו של עצם פרטי שהינו בעל מושג שלם כזה שממנו ניתן לגזור כל מה שניתן לייחס לו ואף את כל היקום בשל הקשר שבין הדברים. אף על פי כן, כדי לדון באופן מדויק, יש לומר שלא בשל הכרעתו לברוא את אדם הראשון הזה הכריע א-לוהים לגבי כל השאר, אלא שהן ההכרעה שהוא מכריע ביחס לאדם הראשון והן זו שהוא מכריע ביחס לדברים הפרטיים האחרים, משתלשלות שתייהן מן ההכרעה שהוא מכריע ביחס לכל היקום ומן הכוונות העיקריות הקובעות את מושגו הראשוני, ובד בבד עם שהוא מכונן סדר כללי ובלתי ניתן להפרה אשר הכל כפוף לו, בלי שיצטרך להוציא ממנו את הניסים, הכפופים בלי ספק לכוונותיו העיקריות של א-לוהים.³⁰³

תיאור זה של הפתרון נראה כמחזק את העמדה הקושרת אי התאמה עם כלל כלשהו של העולם, חיצוני לאינדיבידואלים. עם זאת, כפי שטוען נחתומי, המרחב מקנה לאינדיבידואל בעצם האפשרות להתמקם בתוכו, תכונות יחסיות המשלימות את מושגו. לפיכך, העובדה שמקור ההתאמה או אי ההתאמה נעוץ בבחירה קונטינגנטית במרחב מסויים אינה באמת חיצונית לאינדיבידואל. מושגו השלם של העצם כולל את יחסיו של האינדיבידואל עם העולם כולו ובשל כך גם המרחב הקונטינגנטי המארגן את העולם "רשום" בו. בדרך זו ניתן לשלב בין שתי הדרכים שהוזכרו בתחילת פרק זה לפתרון שאלת 'קיום-יחד' של אפשרויות: התאמה בין אפשרויות נובעת הן בשל העדר סתירה לוגית בין מושגיהן והן בשל מעורבות של תוכנית מרחבית קונטינגנטית המגדירה עולם אפשרי.³⁰⁴

דברים אלו עולים בקנה אחד עם הצעותיהם של גרגורי בראון ומרגרט וילסון לפתרון בעיית אי ההתאמה בין אפשרויות. לטענתם אי התאמה אינה יכולה להתאפשר באמצעות מרחב לוגי כללי שבאמצעותו א-לוהים מסדיר כל רצף גורמים שהוא, כפי שמתאר לייבניץ בסעיף 6 של 'מאמר מטאפיזי', אלא יש צורך בכלל קונטינגנטי של עולם וכך ניתן להימנע מלהפוך את עניין הסדירות וההתאמה לטריוויאלי. אולם במטרה לאפיין את ההתאמה כ'לוגית', כלומר כתלויה בהעדר סתירה בין מושגים של אינדיבידואלים, מדגישים שניהם שכלל העולם הינו חלק מהגדרתו השלמה של מושג האינדיבידואל.³⁰⁵ מכיוון שהמרחב הקונטינגנטי 'מקודד' במושגו השלם של האינדיבידואל, ניתן לטעון לקריטריון לוגי להתאמה בין אינדיבידואלים.³⁰⁶

the optimal order for a world, or that order by which there is realized the greatest sum of perfection, it is necessary and sufficient to select what is recognizably the optimal spatiotemporal phenomenal order." (ibid., 201)

³⁰³ תחילת יולי 1686, 'התכתבות עם ארנו', אגרת ט' [טייטה לאגרת י'], עמ' 150-151.

³⁰⁴ יחד עם זאת, כתוצאה מההבדל האמור לעיל ביחס למרחב הלוגי שבו ממוקמים האינדיבידואלים יחדיו, ישנו הבדל מהותי בין הפירוש המוצע כאן לבין זה שמציע נחתומי בכל הנוגע לקיומו של כלל לעולם. נחתומי מדגיש שמושגו השלם של אינדיבידואל מוגדר באמצעות כלל ייחודי (ראו על כך בחטיבה הבאה), ואילו אני מציע לראות את הגדרת האינדיבידואל ככלל של העולם מנקודת מבט ייחודית. כלל העולם הינו תוכנית מרחבית קונספטואלית שכל נקודה המשתתפת בה תופסת באופן שונה בכפוף למיקומה בתוכנית, אך כל נקודות המבט משמרות את מערך היחסים הקבוע הקיים בתוכנית.

³⁰⁵ "[E]ach individual substance concept contains in itself a set of world laws in quite a determinate way [...]"
³⁰⁶ the impossibility of two possible substances A and B can be established by considering A and B alone. but it does preserve the relevance of 'laws of a world' to (in)compossibility judgments" (M. Wilson 1993,

עם זאת, קיים בכל זאת הבדל משמעותי בין הפרשנות המוצעת כאן להצעות של בראון של מרגרט וילסון ואף של נחתומי. על פי פרשנותי, עולמות אפשריים אינם רק "סדרות של אינדיבידואלים מתאימים" כפי שטוען נחתומי אלא כללים של ממש, בדומה לאינדיבידואלים עצמם. עולם אפשרי מוגדר באמצעות סדירות קונספטואלית ופנומנלית כוללת-כל המשתקפת באופן מלא בהגדרתם העצמית של האינדיבידואלים המכוננים אותו. הסדירות המרחבית של העולם אינה קודמת לזו של האינדיבידואל או ההיפך מאחר ומדובר באותה הסדירות עצמה. העולם הוא תוצר של מקבץ אינדיבידואלים מכיוון שבכוחם להוציא לפועל את התוכנית המרחבית המשותפת שאותה הם תופסים כל אחד מנקודת מבטו הייחודית, אך מבחינה מושגית הוא כבר כלול בהם ובאופן מלא. כפי שנראה בחטיבה הבאה, קיים קשר הדוק בין הגדרתו המושגית של האינדיבידואלים בעולם לבין הגדרתו המושגית של העולם הקונטינגנטי בו הם נתונים, וזאת מבלי להפוך את העולם לאינדיבידואל בעצמו³⁰⁷. מידת האופטימאליות של העולם בהשוואה לעולמות אפשריים אחרים אינה נקבעת באופן קומבינטורי על ידי הוספת עוד ועוד אינדיבידואלים לעולם. העולם האקטואלי הוא טוב מכל העולמות האפשריים מכיוון שהוא ממצה באופן מלא את הפוטנציאל הגיאומטרי של המרחב האידיאלי האינסופי שבאמצעותו מעריך א-לוהים את הכללים השונים של העולמות האפשריים³⁰⁸.

יש מקום להרהר עד כמה פרשנות זו מוצלחת בנוגע לפתרון בעיית אי-ההתאמה בין עולמות אפשריים. האם באמת ניתן לתלות אי התאמה בין עולמות אפשריים בעובדה שעולמות שונים מוגדרים באמצעות כללים שונים? האומנם מכך שעולמות אפשריים מוגדרים באמצעות כללים יסודיים ניתן להבין מדוע אין להתאים יחד את כל העולמות האפשריים לעולם אחד הכרחי? כלום אין כאן גלגול של הבעיה למחוז אחר בעייתי באותה מידה? כיוון חשיבה אפשרי הוא שכללים של עולמות אפשריים אינם מתאימים באותה מידה שחלוקת רצף על פי סדירות אחת אינה יכולה מתאימה

130); "[T]he complete concept of an individual is a pair – consisting of a monadically complete individual concept and the laws of the universe to which that individual belongs – from which those relational predicate concepts can be deduced [...]. Thus a given monadically complete individual concept, when combined with different laws in different worlds, must give rise to distinct complete individual concepts, ones that entail distinct sets of relational predicate concepts" (Brown 1987, 192)

³⁰⁶ קובר והאותורן מתנגדים לפרשנות הזו. הם מגדירים את מושג העצם כמבוסס על תכונות פשוטות בלבד מתוך עמדה שכל התכונות היחסיות ניתנות לרדוקציה למרכיביהן הפשוטים. בשל כך הם אינם יכולים לקבל את הטענה שכלל העולם כולו במושג העצם ועל כן עליהם לגבש פתרון מעט שונה לזה שניסחה וילסון (Cover & Hawthorne 1990, 176-178; Cover & O'Leary-Hawthorne 1999, 133-140). בהמשך לכך, השניים מגינים על העמדה שמושג העצם מבוסס על תכונות פשוטות (או על נטיות, ולא על תכונות יחסיות ברורות) כאשר הם מתמודדים עם בעיית המזל ביחס לניתוח אינסופי של מושג העצם לתכונותיו (להלן הערה 388).

³⁰⁷ ההבדל בין אינדיבידואל לעולם אינו נעוץ במידת הסדירות הפנימית שלהם אלא בכך שהאינדיבידואל מוציא לפועל את כלל ההפקה המגדיר אותו באמצעות כוח פיסי ורוח מטאפיסית ואילו העולם הוא רק מרחב קונספטואלי ופנומנלי חסר פעילות עצמאית.

³⁰⁸ לכאורה, הבעיה בקביעה הזו היא שבאופן כזה כל אפשרויות הארגון האחרות כלולות באפשרות הארגון האופטימאלית, וכך מתקבלת התאמה (או למעשה היכללות) בין כל העולמות האפשריים. בכדי להימנע מכך ניתן לומר שגם תוכנית אופטימאלית אינה מתלכדת עם המרחב האידיאלי האינסופי של לייבניץ מכיוון שכאשר מחלקים בפועל קטע לחצי כבר לא ניתן לחלקו לשליש. התוכנית המרחבית של העולם האקטואלי אמנם מוגדרת כאופטימאלית בשל תכונותיה הגיאומטריות, אך אין זאת אומרת שהיא כוללת את כל התוכניות האפשריות האחרות. חלוקת קטע לאינסוף על פי סדר מסויים יכולה שלא להתאים לחלוקתו לאינסוף על פי סדר אחר, וזאת במקביל לכך שהחלוקה הראשונית נעשית על פי סטנדרטים גיאומטריים דחוסים יותר.

לחלוקתו על פי סדירות אחרת. קו המחולק לחצאים אינו יכול להיות מחולק לשלישים, כפי שקובע לייבניץ בהקשר לחלוקה אקטואלית של הרצף:

בכל חלקיק של היקום מוכל עולם של אינסוף ברואים. הרצף אינו ניתן לחלוקה לנקודות ואף איננו ניתן לחלוקה בכל הדרכים האפשריות. לא לנקודות – משום שנקודות אינן חלקים אלא גבולות; לא בכל הדרכים האפשריות – משום שלא כל הברואים נוכחים באותו דבר אלא רק סדרה אינסופית מסוימת שלהם. כשם שאדם, שמניח קטע ישר וחלק שהוא מחציתו, מעמיד חלוקה שונה ממי שמניח אותו קטע וחלק שהוא שלישו.³⁰⁹

לטענת לייבניץ, הרצף אינו יכול להיות מחולק בכל הדרכים האפשריות מכיוון שהדרכים השונות סותרות זו את זו ואינן מתאימות. כל דרך מבוססת על סדרה אינסופית מסוימת או על תוכנית מרחבית מוגדרת המוציאה סדרות או תוכניות אחרות. הבעיה בהצעה הזו היא שאי התאמה בין עולמות קיימת רק אקטואלית, כלומר בשלב ההכרעה באיזו דרך לארגן עולם, אך לא אידיאלית. זאת מכיוון שחלוקת רצף בו זמנית למחצה ולשליש דווקא אפשרית כאשר מדובר בחלוקה פוטנציאלית בלבד. במילים אחרות, אם נתלה אי התאמה בין עולמות בכך שכללי הפקה או חלוקה מוציאים זה את זה, תתבטל ממילא ההבחנה בין עולמות אפשריים.

דומה שפתרון לשאלת אי התאמה בין עולמות אינו יכול להיות אנליטי אלא רק סינתטי. רוצה לומר: אי התאמה בין כללי עולם צריכה להיות נעוצה בעצם השונות הסינתטית שלהם. אולם מענה כזה הופך את שאלת אי ההתאמה בין עולמות לשאלה שאין לה מענה בפילוסופיה האנליטית של לייבניץ.

לייבניץ יכול לטעון שהעולם האופטימאלי מבין אינסוף העולמות האפשריים הוא זה שמבוסס על תשתית גיאומטרית אופטימאלית, כלומר זה שתוכניתו המרחבית מבוססת על מרחקים אוקלידיים. אולם טענה כזו אינה מספיקה בכדי להסביר מה עומד ביסוד אי התאמה בין עולמות אפשריים. הטענה על עולם אופטימאלי נותנת עדיפות מטאפיזית לקו הישר על פני שלל העקומות האפשריות, ולכן יש בה היבט מתמטי-גיאומטרי (אף שאין היא מתמטית). אך אי התאמה בין כללים אינה יכולה לנבוע מהגדרתם האנליטית של הכללים אלא מעצם העובדה שהכללים, המגדירים עולמות שונים, בעצמם שונים סינתטית. כפי שראינו בחטיבה הראשונה של חלק זה, שונות סינתטית קיימת גם בהגדרת תכונותיו הפשוטות של הא-ל ובהגדרת הגורמים הפשוטים שביסוד הלוגיקה. בכל המקרים הללו לייבניץ מסרב להכיר בכך שמקור השונות הוא סינתטי כלומר שמקור השונות אינו נגיש לניתוח לוגי-מתמטי של המושג. מנקודת המבט של הפילוסופיה האנליטית של לייבניץ נראה ששאלת אי ההתאמה בין עולמות (המוגדרים באמצעות כללים או תוכניות מרחב-זמניות) אינה ברת פתרון יותר מהשאלה הבסיסית בנוגע לאפשרות של אי התאמה בין התכונות הפשוטות של הא-ל או בין הגורמים הפשוטים של הלוגיקה.³¹⁰

³⁰⁹ 1686, 'אמיתות ראשוניות'; C 522, עיון ל"ד, עמ' 131-132.

³¹⁰ ניתן להמחיש זאת באמצעות הדימוי המספרי שהוזכר כעת ובתחילת חטיבה זו. מספר מסוים, למשל 6, מייצג מהות קבועה שאותה ניתן לבטא באמצעות אינסוף קומבינציות של איברים ויחסים מתמטיים (למשל 3+3; 8-2; 24/4; וכו'). כפי שראינו, 6 יכול להיות ביטוי לנוכחות הא-לוהית הקבועה שאותה ניתן לבטא באינסוף אופנים הם העולמות האפשריים. עולמות אלו אינם מתאימים מתוקף העובדה שמחשבה על חיבור מספרים מסוימים מוציאה מחשבה על מכפלת מספרים אחרים. כל אחת מאינסוף המחשבות המבטאות באופן ייחודי את המספר 6 יכולה להיחשב ככלל או כסדירות פנימית של



לייבניץ העלה את הרעיון של מרחב או כלל יסודי של עולם קונטינגנטי כבר במהלך 1676, במסגרת מאמציו לאתר יסוד קוהרנטי בכל האירועים והתפיסות הקיימות בעולם. יסוד זה שימש עבורו כקריטריון להבחנה בין מציאות לחלום.³¹¹ כפי שראינו, לייבניץ המשיך לצדד ברעיון זה בעקביות במהלך שנות השמונים בחיבור 'מאמר מטאפיסי' ובהתכתבות עם ארנו, ואף התבטא בעניין תוכנית מרחבית או כלל של עולם באחרית ימיו בחיבור 'תיאודיציאה'.³¹² כלל הפקה של אינדיבידואל, לעומת זאת, אמנם החל להתגבש באביב 1676 אך התאפשר סופית רק עקב גילוי הכוח בחורף 1678. מנקודה זו בקריירה שלו יכול היה לייבניץ לדבר על תוכנית מרחבית שלמה של העולם, המתבטאת ככלל פעולה בהגדרתם העצמית של העצמים המטאפיסיים בעולם. הגדרתם העצמית של העצמים האינדיבידואלים בעולם יהיה הנושא שבו נתמקד בחטיבה השלישית והאחרונה שבחלק זה. המרחב הקונספטואלי של העולם חופף למרחב הקונספטואלי הפנימי של העצם האינדיבידואלי. הוא אינו זהה מכיוון שההבדל ביניהם דומה להבדל שבין פרספקטיבה למישור או בין תכנון גיאומטרי של עיר לבין האופן שבו היא נתפסת מנקודת מבטו הייחודית של אחד מתושביה. יחד עם זאת, העיר איננה אלא אגרגט ולכן העולם – הגם שהוא מוגדר באמצעות תוכנית מרחבית דומה לזו של כל העצמים המכווננים אותו – איננו עצם אלא אגרגט בלבד. הבדל נוסף בין הכלל המרחבי של העולם לבין העצמים קשור בזיקה שלהם לא-ל. בעוד והעצמים האינדיבידואלים נחשבים לדעת לייבניץ כ"א-לוהיות קטנות", המרחב (בשיתוף עם המרחב האידיאלי המוחלט) אינו אלא מודוס של נוכחות א-לוהית. העולם איננו מהות פעילה המוציאה את עצמה אל הפועל ולכן אין בו את היכולת לחולל את הסדירות המרחבית כאילו היה עצם אינדיבידואלי בעצמו מכיוון שהעולם הוא רק אגרגט הבנוי על תוכנית

עולם אפשרי שבו משתתפים יחד אינדיבידואלים, בדומה למספרים המרכיבים את האופרציה המתמטית. אך האם לא ניתן לאחד לכלל אחד את כל הכללים הללו? האם לא ניתן לראות את המהות הקבועה 6 באמצעות שילוב של הכללים: $(3+3) + (8-2) - (24/4)$? ניתן לחדד זאת, אם נפרש בדרך אחרת את הדימוי המספרי הזה. שלל הביטויים האפשריים למהות הקבועה 6 אכן יכולים לשכון יחד מכיוון שהם אינם מייצגים עולמות אפשריים אלא אינדיבידואלים. במילים אחרות, 6 אינו מייצג את הנוכחות הקבועה של א-לוהים שאותה ניתן לבטא בכל אחד מהעולמות האפשריים (אם ימומש) אלא רק עולם אפשרי אחד. לצורך העניין, על פי פרשנות כזו לדימוי המספרי האמור, עולם אפשרי מוגדר כסכום של אינסוף סדרות אפשריות. אם כך, 6 מייצג עולם אפשרי אחד, ו-3, 5, 17, 145 מייצגים עולמות אפשריים אחרים. כעת שוב עלינו לשאול מה עומד ביסוד אי ההתאמה בין עולמות אפשריים: נראה ששאלת אי התאמה בין עולמות שבה ומעוררת את שאלת אי ההתאמה בין גורמים פשוטים. מכיוון שגורמים פשוטים אינם כוללים יחס של אי-התאמה אלא לכל היותר יחס של שיליה פורמאלית (א' אינו ב'), כל הגורמים הפשוטים מתאימים וכך אנו שבים לעולם אפשרי אחד בלבד, כלומר לעולם הכרחי.

³¹¹ "Since what we can judge about the existence of material things is no more than the consistency of our senses, one has a sufficient basis for judging that we can ascribe nothing to matter apart from being sensed in accordance with some certain laws, whose reason (I admit) remains to be sought." (15 April 1676, *On Truths, the Mind, God, and the Universe*; A 6.3 508, PDSR 59)

³¹² "I call 'World' the whole succession and the whole agglomeration of all existent things, lest it be said that several worlds could have existed in different times and different places. For they must needs be reckoned all together as one world or, if you will, as one Universe. And even though one should fill all times and all places, it still remains true that one might have filled them in innumerable ways, and that there is an infinitude of possible worlds among which God must needs have chosen the best, since he does nothing without acting in accordance with supreme reason. [...] For it must be known that all things are *connected* in each one of the possible worlds: the universe, whatever it may be, is all of one piece, like an ocean: the least movement extends its effect there to any distance whatsoever, even though this effect become less perceptible in proportion to the distance." (1704, *Theodicy* §§8-9; H 128)

אידיאלית בלבד. האפשרות לממש את ההרמוניה הגלומה בתוכנית האידיאלית היא רק באמצעות בריאה של אינסוף מונדות התורמות את מכלול נקודות המבט האפשריות על התוכנית האידיאלית של העולם. תוכנית זו נובעת מרצונו של הא-ל לממש את הטוב בעולמות האפשריים, והיא מאפשרת את המעבר מאחדות אינסופית היפרקטגורמטית של הא-ל לריבוי אינסופי סינקטגורמטי של ישים ותופעות. הפרק הבא המסיים את החטיבה כולה נועד לחדד נקודה זו.

5. שלילת נשמת העולם - הוכחות אפוסטריורי לקיום הא-ל

ראינו עד כה שהעולם האקטואלי הינו סך כל הגורמים המכוננים אותו, ולפיכך אין לראותו כעצם מקורי אלא רק כאגרנט. יחד עם זאת, סך כל הגופים המניבים עולם אקטואלי מקיימים ביניהם מרחב פנומנלי מאורגן ומותאם מראש שבו כל גוף משפיע על כל הגופים האחרים ומושפע על ידם. מרחב פנומנלי זה חופף למרחב הקונספטואלי של העולם הרשום בתצורה ייחודית בהגדרתה העצמית של כל מונדה. מרחב קונספטואלי זה מציג את מכלול היחסים בין המונדות (מבלי להניח כל נוכחות מרחבית שלהן), והוא נוצר באופן מלא רק במקביל ליצירתן המושגית השלמה של המונדות בשכלו של הא-ל. כל עולם אפשרי נבנה באמצעות מרחב קונספטואלי שונה ועצמים אינדיבידואלים אפשריים אחרים. מרחב קונספטואלי אחד כזה מהווה כלל או תוכנית מרחבית לעולם האקטואלי, ומכיוון שזוהי התוכנית "שיש בה הגיוון הגדול ביותר יחד עם הסדר הגדול ביותר"³¹³ היא התוכנית שבה בחר הא-ל המבטיחה שהעולם האקטואלי אכן יהיה הטוב בעולמות האפשריים.

המרחב הקונספטואלי של העולם הוא רק תוכנית. הוא משתקף במושגיהן של המונדות השונות מנקודת מבטן הייחודית על העולם שאותו הן מכוננות, מתוך הנקודות המרחביות שבהן מצויים הגופים המייצגים את אותן המונדות. נקודת מבטו של א-לוהים על מרחב קונספטואלי של עולם איננה עוד נקודת מבט. א-לוהים תופס תוכנית מרחבית באופן מופשט לחלוטין, ללא שום ייצוג גופני בתוך העולם אלא רק מחוצה לו, כפי שרישום גיאומטרי נתפס ללא שום פרספקטיבות. לדעת לייבניץ א-לוהים אינו יכול להיחשב נשמתו של העולם והעולם אינו יכול להיחשב גופו של א-לוהים. העולם אינו גוף בעל מונדה דומיננטית מרכזית אלא רק אגרנט, ולכן אינסוף הנשמות הן המונדות אין קיימות בעולם בחסות מונדה דומיננטית היא א-לוהים אלא רק בחסות הרמוניה-קבועה-מראש המיוצגת בתוכנית המרחבית של העולם.

The aggregate of all bodies is called the *world*, which, if it is infinite, is not even one entity, any more than an infinite straight line or the greatest number are. So God cannot be understood as the *world Soul*: not the soul of a finite world because God himself is infinite, and not of an infinite world because an infinite body cannot be understood as one entity (*unum Ens*), but that which is

³¹³ 1714, 'עקרונות הטבע והחסד' סעיף 10, עמ' 84.

not one in itself (*unum per se*) has no substantial form, and therefore no soul.
So Martianus Capella is right to call God an extramundane intelligence.³¹⁴

אבל בעצם מדוע לא לראות את א-לוהים כנשמת העולם? מדוע נקודת המבט של הא-ל אינה דומה לנקודת המבט של המונדה מתוך הגוף המייצג אותה במרחב. מדוע לא לראות את הסדירות המרחבית הגלומה בסיטואציה של גופים בעולם ככלל הפעולה של האורגניזם ששמו 'העולם'³¹⁵? לייבניץ טוען שגוף אינסופי אינו יכול להיות אחד, אבל הדבר אינו מונע ממנו מלהכיר בקיומו של עצם גופני אורגני המוגדר כעצם אחד למרות שהוא מכיל ריבוי אינסופי סינקטגורמטי של שינויים ויצורים. נראה לי שעד כמה שהדבר נוגע בתפיסת ההרמוניה של לייבניץ או בתפיסת היחסים הבין-מונדיים בשיטתו צעד כזה איננו בעייתי כלל וכלל. אך לייבניץ בכל זאת בוחר לדחות באופן נחרץ את העמדה שא-לוהים הוא נשמת העולם. דומה שהסיבה לכך אינה נעוצה ביחסו של לייבניץ לעולם האקטואלי כשלעצמו אלא ביחסו לעולם זה כאל עולם אפשרי אחד מיני רבים. לשון אחר: הכרה בא-לוהים כנשמת העולם עלולה להמיט אסון על שיטתו הפילוסופית של לייבניץ מכיוון שהיא חוזרת ומטשטשת את ההבדלים בינו לבין שיטתו הפנתאיסטית של שפינוזה. כאשר אנו דנים בסיבות לשלילת נשמת העולם אצל לייבניץ נראה שעלינו לחזור ולברר את היחס שבין א-לוהים לבין העולם. דיון במושג הא-ל כשעצמו, במנותק מיחסו לעולם או לריבוי בעולם, נעשה בתחילת חלק זה של המחקר. החטיבה הראשונה שבחלק זה הוקדשה להוכחה אפריורי לקיום הא-ל, הוכחה שהתבררה כבעייתית מאד מנקודת המבט של לייבניץ. כעת נוכל להקדיש תשומת לב להוכחות אפוסטריורי לקיום הא-ל, שבהן לייבניץ מאפיין את היחס שבין הא-ל לעולם.

מהלך ההוכחה הקוסמולוגית מבוסס על כך שהעולם הינו סדרה אינסופית של סיבות ומסובבים (כפי שאכן עולה מהתוכנית המרחבית הקונספטואלית שלו), אך הסיבה לכל הסיבות הללו אינה יכולה להיות בתוך הסדרה. דבר גורר דבר בעולם, אך הסיבה הראשונה להתרחשויות אינה יכולה בעצמה להיות בתוך העולם. זאת מכיוון שישנן אינסוף סינקטגורמטי של סיבות בתוך העולם ולכן הסדרה האינסופית הזו אף פעם אינה מסתיימת. ניתן לנסח זאת באופן אחר: העולם הוא קונטינגנטי, כלומר הוא מורכב מאינסוף סינקטגורמטי של סיבות קונטינגנטיות לקיומו. אי לכך הסיבה ההכרחית לקיומו חייבת לנבוע מחוץ לו.³¹⁶

If there were no necessary being, there would be no contingent being either.
For a reason must be provided why contingents should exist rather than not exist. But there will be no such reason unless there is a being which exists in itself, that is, the reason for whose existence is contained in its essence, so that there is no need for a reason outside it. And even if one were to go on to

³¹⁴ March 1684-Spring 1686, *On the Present World*; A 6.4 1509, LLC 287-289

³¹⁵ 'כלל פעולה' הוא תוכנית מרחבית שאליה מתווסף כוח פנימי המסוגל להוציא אותה אל הפועל. הוצאה של תוכנית מרחבית אל הפועל מביאה לידי ביטוי את היותה כלל, כלומר היא מממשת את התוכנית על פי סדר מסויים. עניין זה יפורט בחטיבה הבאה בדיון על עצמים אינדיבידואלים.

³¹⁶ "ומן ההכרח שהטעם המספיק או האחרון יהא מחוץ להשתלשלות או לסדרה של פרוטרוט זה של [הדברים] הקונטינגנטיים, ככל שתהא זו אינסופית. ועל כן צריך טעמם האחרון של הדברים להיות בעצם הכרחי, שבו הפרוטרוט של השינויים הוא רק באופן מופלג, כבמקור; וזהו מה שאנו קוראים א-ל. (1714, 'מונדולוגיה' סעיפים ל"ז-ל"ח, עמ' 61).

infinity in providing reasons for contingents, a reason for their whole series (in which there is not a sufficient reason) would still have to be found outside the series.³¹⁷

עם זאת, העובדה שהסיבה הראשונה אינה יכולה להיות האיבר הראשון של הסדרה האינסופית אינה שוללת את האפשרות שהסיבה הראשונה היא הסדרה האינסופית כולה. או אם לנסח זאת באופן אחר: הבעיה בהוכחה הזו היא שאין סיבה להניח את קיומה של סיבה הכרחית לקיום עולם קונטינגנטי, ולמעשה ההנחה שחייב להיות מעבר מקונטינגנטי להכרחי היא הנחת המבוקש. הסיבה הראשונה, כלומר א-לוהים, יכולה להיות הסדרה האינסופית של הסיבות הקונטינגנטיות בעצמה, וכך גם מעמדו של א-לוהים בעצמו הוא קונטינגנטי. לחלופין, סדרה אינסופית של סיבות המרכיבה את העולם יכולה להיות מאופיינת כהכרחית. גם במקרה הזה א-לוהים אינו שוכן מחוץ לסדרה אלא יהיה שקול לסדרת הסיבות ההכרחיות עצמה (כפי שטוען שפינוזה), ואז מעמדו הכרחי. בקיצור, ההוכחה אינה מנמקת מדוע לעבור מקונטינגנטיות להכרחיות או מסיבה הקיימת בתוך הסדרה לסיבה המוגדרת כקיימת מחוצה לה.³¹⁸

אכן, במהלך 1676, לייבניץ באמת מצא לנכון לזהות את א-לוהים עם הסדרה האינסופית עצמה. בתקופה זו חלה גם התקרבות יחסית של לייבניץ לרעיונות שפינוציסטיים. כפי שתואר בהרחבה בפרק 4 שבחלק ג', לייבניץ הכיר בכך שעל מנת שסדרה אינסופית תוכל לבוא לידי ביטוי בפועל יש צורך בתודעה שתחשוב את איברי הסדרה הזו על פי האלגוריתם המסדיר אותם בזה אחר זה.³¹⁹ לתובנה זו השלכה קריטית להסבר התנועה בעולם שאותה תפס לייבניץ כמוסדרת על פי אלגוריתם של סדרה אינסופית. אולם בהעדר כלים להגדרת אינדיבידואלים כיסודות מטאפיזיים פעילים (בשל העובדה שהכוח הקיים ביסוד החומר טרם נחשף לעיני לייבניץ), חשב לייבניץ, בדומה לקרטזיאניים, שעליו לראות בא-לוהים את המקור לשימור התנועה ולהתמדה. לפיכך העולם נתפס בעיניו כמכלול וא-לוהים כגורם החושב את העולם ומוציאו לפועל.³²⁰ במילים אחרות, א-לוהים לא היה גורם מחוץ לסדרה אלא היה שקול לסדרה בכללותה. העולם על פי עמדה זו הוא אינרטי לחלוטין והנשמה היחידה החושבת ומחוללת את כל האירועים בו היא א-לוהים המהווה את נשמת העולם.

The nature of body or matter, over and above the fact that it is pushed from one place to another, contains a secret marveled at until now: namely, the magnitude compensates for speed, as if they were homogeneous things. And this is an indication that matter itself is resolved into something into motion is

1686?, *A Specimen of Discoveries*; A 6.4 1617-8, LLC 307³¹⁷

Russell 1900, 177³¹⁸

"It can be mind itself, understanding a certain relation: for example, in *transproduction*, even though everything is new, still, by the very fact that this transproduction happens by certain law, continuous motion is imitated in a way, just as polygons imitate the circle. And hence one may be said to come out of the other, by a similar abuse, as it were, of the imagination." (10 April 1676, *Infinite Numbers*, A 6.3 503, LLC 99)³¹⁹

"Assuming motion is a reproduction of distance into distance, then it is now exceedingly clear, very much more so, how God is the immediate cause of all things..." (1?-10 April 1676, *On Motion and Matter*; A 6.3 494, LLC 81)³²⁰

also resolved, namely, a certain universal intellect. For when two bodies collide, it is clear that it is not the mind of each one that makes it follow the law of compensation, but rather the universal mind assisting both, or rather all, equally.³²¹

אך לייבניץ מתאמץ, באותה תקופת זמן, גם להבחין בין שיטתו לבין זו של שפינוזה, ולפיכך מתנער בהדרגה מזיהוי א-לוהים כנשמת העולם. בהערות למכתב 12 של שפינוזה טוען לייבניץ שא-לוהים חייב להיות מצוי מחוץ לסדרה האינסופית המהווה את העולם, ולפיכך הוא אינו יכול להיות נשמת העולם. בטיעון לייבניץ שולל את האפשרות שא-לוהים כסיבה הראשונה הינו הסדרה האינסופית עצמה:

It is easily demonstrated this sufficient reason cannot be in the series of causes. For we cannot discover where it might subsist in the individual causes, however far we regress; and if we understand the whole series taken back to infinity to be a sufficient reason for the existence of every single succeeding cause – which remains the one escape for those dissenting – it is easy to prove the contrary of this. For any single cause whatever could be rescinded from this series, seen as what remains must still be a reason for those following it. Hence it follows that in the end the whole series, i.e. the sum of all the rescindable causes, could be subtracted from itself, while leaving intact the reason for existence we assumed in it, which is absurd. Or rather, the contrary if what was supposed is proved *directly*: namely, that the reason for its existence lies outside the series.³²²

לטענת לייבניץ, אילו הסדרה האינסופית בכללותה (N) היתה בעצמה הסיבה הראשונה לכל אחד מאיבריה, ניתן לטעון שהחסרת איבר אחד מהסדרה האינסופית הזו (N-1) אינו פוגע במעמדה של הסדרה כסיבה לקיום כל האיברים הנותרים (ובלבד שהאיבר שנחסר ממוקם בקצה הסדרה). ניתן באופן זה לסלק את כל האיברים וכך מתקבל הפרדוקס שמעמדה של הסדרה כמקור לכל אחד מהאיברים נותר כמקודם על אף שכולה הוחסרה. לפיכך מסיק לייבניץ שמקור הסדרה חייב להיות מחוץ לה. זהו טיעון אלגנטי, אך אינו בטוח שהוא תקף. ניתן לומר שהשמטת כל הסדרה משמיטה יחד עימה גם את מקור הסדרה וכך פרדוקס לא מתקבל. לייבניץ באמת אינו חוזר על הטיעון הזה

1?-10 April 1676, *On Matter and Motion*; A 6.3 493, LLC 77. Also: "Certainly, when many things are³²¹ moved in succession, it is impossible for some place to be vacated and no new one to be acquired. And there are, in a word, many, a multiplicity of them, both whole and part, etc. Therefore either it must be denied that it is possible for an infinity to exist actually, or we must return to our previous conclusion, that the motion of the individual parts must be said to be impossible, even if there does not appear any absurdity in them considered in themselves – since in order for them to be considered perfectly, the mind which is in them must be considered, and relation must be made to the whole universe." (10 April 1676, *Infinite Numbers*; A 6.3 502, LLC 97)

2nd half of April 1676, *Annotated Excerpts from Spinoza*; A 6.3 282, LLC 117³²²

בוואריאציות אחרות של ההוכחה הקוסמולוגית, למשל בזו שהוא מציג כנגד תפיסת הא-ל של שפינוזה שנים רבות לאחר מכן:

An infinite extended thing is imaginary. An infinite thinking thing is God himself. Things that are necessary, and that follow from the infinite nature of God, are eternal truths. A particular creature is produce by another, and this, again, by another. Thus, one will not arrive at God by reasoning in this way, even if the regress were imagine to go to infinity. But yet, the last one, no less than the other prior creatures, depend on God.³²³

הטיעון שבו משתמש לייבניץ כאן הוא שא-לוהים אינו קרוב יותר או פחות לאיזו סיבה מאינסוף הסיבות המכוננות יחדיו את העולם. טיעון זה מופיע גם בחיבורים אחרים שאינם מתייחסים ישירות לשפינוזה, והוא ממוקד בנוכחות א-לוהית שיש לה מאפיינים מרחביים ופחות בא-לוהים כשלעצמו. "לא-ל בלבד ידיעה מובחנת של הכול, כי הוא מקורו. וצדקו האומרים שהא-ל הוא בבחינת מרכז בכל מקום, אלא שהיקפו אינו בשום מקום, כי הכל נוכח לו באופן בלתי אמצעי, בלא שום ריחוק ממרכז זה"³²⁴. ניתן לראות היטב שהטענה שא-לוהים קרוב באותה מידה לכולם יכולה להתפרש כאילו א-לוהים, או ליתר דיוק נוכחותו של א-לוהים, שקולה לסדרה אינסופית של גורמים וסיבות בעולם ולא בהכרח מצויה מעבר לה. לאור זאת, ניתן לומר שהניסיון הראשון לפתור את הבעיה לבש אופי של הוכחה אפריורית. לייבניץ ניסה להוכיח שא-לוהים אינו יכול להיות הסדרה האינסופית עצמה משיקולים מתמטיים. אך עצם הזיהוי שבין העולם לבין סדרה אינסופית הוא אפוסטריורי, ולכן מאמץ בסגנון הניסיון הראשון הוא מאמץ עקר. כעת הטיעון לובש צורה סופית של הוכחה אפוסטריורי. כתוצאה מכך, לייבניץ משנה אסטרטגיה: א-לוהים יכול להיות הסדרה עצמה, אבל הוא גם אינסוף סדרות נוספות. זאת אומרת, לייבניץ אינו מתנגד לחבר את הסדרה האינסופית בכללותה עם א-לוהים אך מתנגד לזהות ביניהם. א-לוהים קשור בסדרה אינסופית עצמה המייצגת עולם אפשרי מסוים, אך הוא גם קשור בסדרה אינסופית נוספת המייצגת עולם אפשרי אחר, וכן הלאה. שפינוזה מזהה את א-לוהים עם הסדרה האינסופית של התופעות בעולם. לטענתו ישנה נביעה הכרחית של העולם מהמהות הא-לוהית כפי שתכונות המשולש נגזרות דדוקטיבית ממהותו הגיאומטרית של המשולש. מנגד, לייבניץ מודה שמא-לוהים נגזרות האמיתות ההכרחיות שניגודן כולל סתירה פנימית, אך לעומת זאת הוא דוחה את הקשר ההכרחי שבין העולם האקטואלי לבין מהותו של א-לוהים. לטענת לייבניץ קיים אמנם קשר חזק בין א-לוהים לבין העולם אך לא ניתן להוכיח שזהו קשר הכרחי ולכן מדובר לכל היותר על קשר קונטינגנטי בלבד³²⁵.

Spinoza says, further (*Ethics* part 1 scholium to prop. 17): '[...] I think [...] that everything follows from God's supreme power with the same necessity, in the same way that it follows from the nature of the triangle that its three angles are

³²³ 1707?, *Coments on Spinoza's Philosophy*; AG 276

³²⁴ 1714, 'עקרונות הטבע והחסד', סעיף 13 עמ' 86.

³²⁵ לדעת לייבניץ קשר הכרחי מוגדר כקשר שניתן להוכיח כי אינו מכיל סתירה פנימית. לפיכך קשר קונטינגנטי וודאי יכול להיות קשר שלא ניתן להוכיח כי הוא אינו מכיל סתירה פנימית. הבחנה זו עומדת ביסוד פתרון מבוך החופש של לייבניץ. ראו על כך בחטיבה הבאה.

equal to two right angles'. [... But] one cannot prove by any argument that things follow from God as properties follow from the triangle, nor is there an analogy between essence and existing things.³²⁶

ניתן לומר שהאפשרויות הקונסיסטנטיות ניתנות לגזירה ממהותו של א-לוהים, כפי שאכן מראה הקומבינטוריקה של האפשרויות הנוצרות מתכונותיו הפשוטות של הא-ל. אך כל אינסוף האפשרויות הנוצרות בשכלו של הא-ל הינן שקולות במעמדן. ממהותו של א-לוהים לא ניתן לגזור את סדרת התופעות האינסופית המגדירה את העולם האקטואלי מכיוון שא-לוהים חופשי ואינו כבול לוגית או מתמטית להעדיף אפשרות אחת על פני אחרת בהכרעתו איזה אפשרות לממש. נוכל לחזור לדימוי המספרי של המהות הא-לוהית שהוזכר בתחילת חטיבה זו בכדי להמחיש זאת: אם הנוכחות הא-לוהית הקבועה מיוצגת על ידי מספר כלשהו (למשל 6) ניתן באמת לגזור ממנה אינסוף סדרות אפשרויות המבטאות אותה (ושהמספר 6 הוא סכומן), אך אף לא אחת מייצגת את הנוכחות הא-לוהית באופן הכרחי. כך יוצא שכל אחת מהסדרות אכן שקולה לא-לוהים או לנוכחותו אך ההיפך אינו נכון מאחר וא-לוהים מתבטא באופן בלתי נמנע באמצעות סדרה מסוימת אותה הוא ממשש אקטואלית. כפי שראינו עד כה, ניתן להתייחס לעולם כאל סדרה אינסופית מורכבת ומסועפת של קשרים ויחסים בין גורמים. סדרה זו עצמה יכולה להיחשב כשלמה, ומעבר לעובדה שהיא קיימת בצורות שונות בכל אחד מהעצמים המוציאים אותה לפועל, היא גם נתפסת באופן מושלם על ידי הא-ל כפי שמשמע מהדימוי של העולם כעיר שבו עסקנו לעיל. אך ישנו אלמנט נוסף בדימוי הזה. דימוי העולם כעיר מציג את העולם כמהות יציבה לאורך זמן. למרות קיומם של שינויים מזעריים אינסופיים, יציבות העולם לאורך זמן קשורה בכך שההרמוניה בין מרכיבי העולם אינה רק אידיאלית אלא מטאפיזית. יציבות זו נובעת מהיסוד המטאפיזי הטמון במרחב הפנומנלי, כלומר מהנוכחות המוחלטת של הא-ל.

תיאור מעניין של היחס בין הא-ל לעולם מופיע בחיבור משנת 1686, שבו מצביע לייבניץ על המרחק שבין א-לוהים לבין נשמות סופיות ברמות שונות. החיבור פותח בהצהרת כוונות ובהסבר ראשוני על יכולתה של הנפש לייצג עבר, הווה ועתיד, הגם אם באופן לא מובחן. יכולת זו נובעת מכך שהנפש מכילה מושגית את כל מאורעותיה בעולם, או ליתר דיוק, את כל מאורעות העולם מנקודת מבטה. זאת בשונה מהגוף המבטא אך ורק את מצבו בהווה.

There can be infinite degrees of souls, and it seems it can be illustrated by drawing from a rather sublime similarity with our geometry. The soul has the ability to connect together different states of the body, so that past and future exist together by its help [...]. In the body there is nothing but a present state, even if it is an effect relating a cause of the past, and likewise, a cause relating an effect of the future. But in the soul every state is represented per se, past as

1707?, *Coments on Spinoza's Philosophy*; AG 278³²⁶

past, future as future, present as present; each state not only is expressed as a consequence, but is also represented.³²⁷

לייבניץ מצהיר בתחילת החיבור על כך שניתן להצביע על אינסוף רמות של נשמות באמצעות המחשה גיאומטרית. ההמחשה הזו מבוססת על רצף שבין שני הניגודים שסומנו כעת: בקצה אחד של הסקאלה מצוי הגוף המבטא מצב אחד בלבד ולכן חסר כל יכולת לחבר בין ייצוגים של מצבים כפי שיכולות לעשות נשמות. בקצה השני של הסקאלה מצויה התודעה האנושית שבכוחה לייצג אינסוף מצבים על אף שהיא נחשבת תודעה סופית. אמנם כל מונדה – "יודעת את האינסוף, יודעת את הכל, אבל באופן מבלבל"³²⁸. מושגה השלם מכיל את התוכנית המרחבית של העולם כולו ולכן "תפיסות מבלבלות הן תוצאת הרשמים שכל היקום גורם ב[ה]"³²⁹. אך למונדה האנושית, הרציונאלית, יש את הפוטנציאל לדעת הכל על העולם, למרות שאין היא יכולה לממש פוטנציאל זה באופן מושלם. ידיעה מושלמת של העולם היא נחלתו הבלעדית של א-לוהים, ואליה נגיע מייד. על כל פנים, במהלך 1676 לייבניץ חווה חוויות מדיטטיביות שמתוכן הגיע להבנה כיצד ביכולתה של המונדה להתקרב למימוש פוטנציאל זה³³⁰. לדעתו, הדרך לעשות זאת היא להעמיק חקר פנימה אל מנגנוני הפעולה של התודעה, בדומה להליך דיפרנציאציה שבו מזוהים הפרשים מזעריים בתנועת העקומה והפרשים מזעריים בין ההפרשים וכן הלאה. הליך הדיפרנציאציה מניב את הסכום השלם ברמה הולכת וגוברת של דיוק מכיוון שהוא מספק עוד ועוד פרטים המרכיבים את התמונה הכוללת. באותו אופן, התודעה האנושית עשויה להתחקות אחר התמונה הכוללת של העולם באמצעות הליך דיפרנציאציה פנימי של תפיסותיה. הואיל והמונדה היא "בעלת שלמות כמידת תפיסותיה המובחנות"³³¹, הליך הדיפרנציאציה הפנימי הזה נועד ליצור הבחנה בין התפיסות. במצב רגיל, תפיסותיה של נשמת אינן מובחנות ולכן "בשעה שאני מטייל על שפת הים, ושומע את השאון הגדול שהוא מקים, שומע אני את הקולות הבודדים של כל גל וגל שמהן מורכב השאון הכללי אך בלי להבחין ביניהם"³³². כתוצאה מהליך דיפרנציאציה פנימי

³²⁷ Ca. 1686, *There Can Be Infinite Degrees of Souls*; A 6.4. 1524-1525, LLC 299

³²⁸ 1714, 'עקרונות הטבע והחסד', סעיף 13 עמ' 86.

³²⁹ שם.

³³⁰ "The following operation of the [human] mind seems to me to be most wonderful: namely that when I think that I am thinking, and in the middle of my thinking I note that I am thinking, and a little later I wonder at this tripling of reflection. Next I also notice that I am wondering and in some way I wonder at this wonder, and fixed in one contemplation I return more and more into myself, alternately as it were, and often elevate my mind through my thoughts." (2nd half? of April 1676, *On Reminiscence and on the Mind's Self-Reflection*; A 6.3 516, DSR 71-73); "I have noticed that this perception of perceptions also occurs without symbols.... I have not yet explained satisfactorily how there comes about these different beats of the mind, with that constantly reciprocated reflection, and, as it were, the intervals of these beats [...] They [the beats] seem to occur by the distinguishing awareness of the corporeal intention; but, if you observe carefully, the beat only brings it about that you remember that you had this – namely the reflection of a reflection- in the mind a little before, and you, as it were, observe this, and designate it by a distinct image which accompanies it. Therefore it already existed before, and so the perception of a perception to infinity is perpetually in the mind, and in that consists its existence *per se*, and the necessity of its continuation."

(*Ibid.*; A 6.3 517, DSR 73-75)

³³¹ 1714, 'עקרונות הטבע והחסד', סעיף 13 עמ' 86.

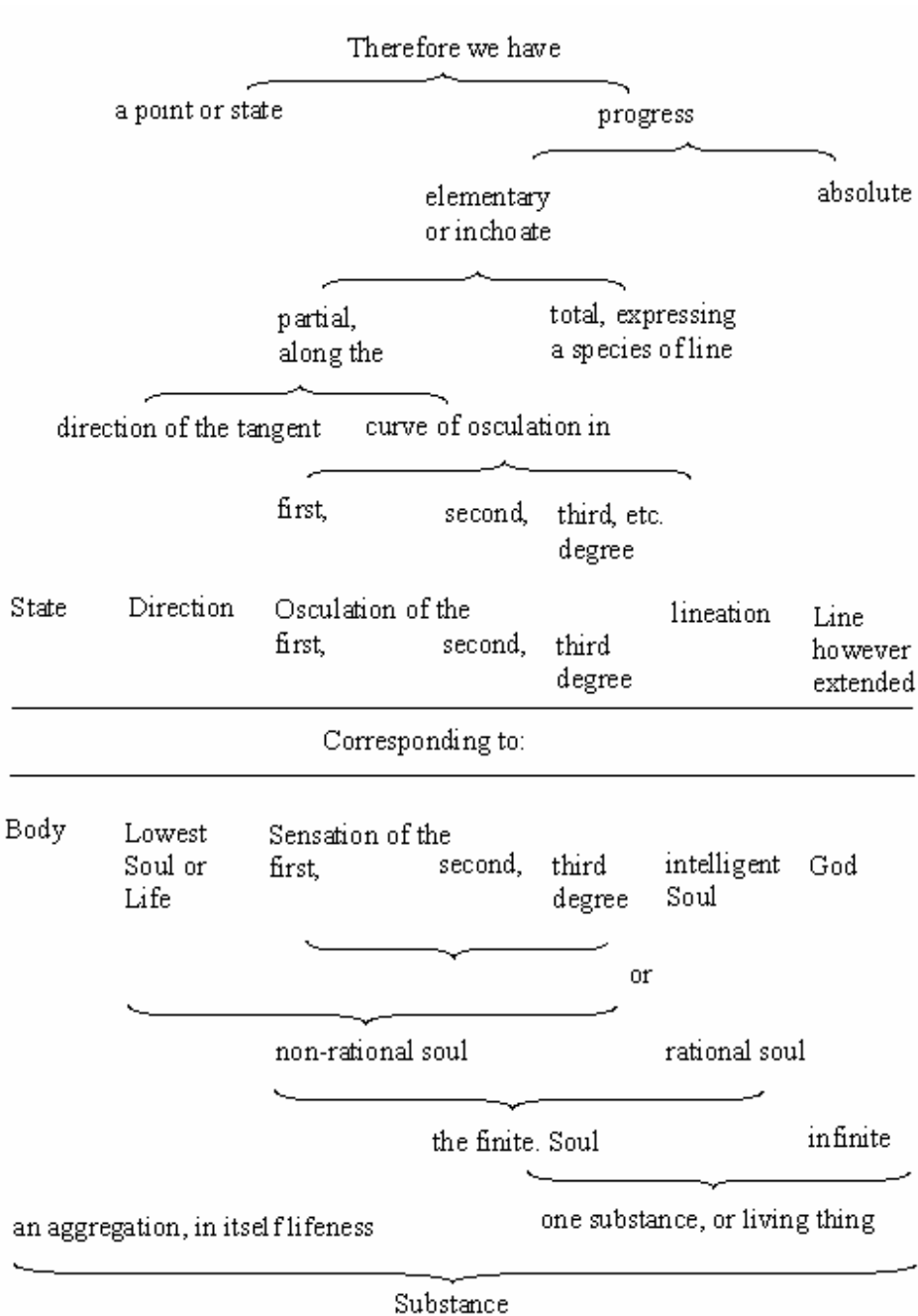
³³² שם.

הבחנה בין תפיסות חושפת תפיסות מזעריות נוספות שגם ביניהן יש להבחין הבחנה מסדר שני, וכן הלאה עד אינסוף.

כפי שראינו בפרקים הקודמים, התוכנית המרחבית הקונטינגנטית של הטוב בעולמות האפשריים בנויה על פי מאפייני המרחב האידיאלי והמוחלט הקיים בשכלו של א-לוהים. לפיכך, אין זה מפתיע שניתן להתייחס אל המרחקים הקונספטואליים שבין תפיסותיו של אינדיבידואל בעולם כאל מרחקים שניתן להפעיל עליהם הליך דיפרנציאציה גיאומטרי או אלגברי. מצוידים בהבנת האנלוגיה שבין הליך דיפרנציאציה גיאומטרי לבין הליך דיפרנציאציה נפשי, אנו יכולים כעת לעבור לטיעון של לייבניץ על קיומו של רצף נשמות אינסופי בתוך שבין הגוף לבין המונדה:

The mode of representing, however, is more or less clear and full in proportion to the perfection of the soul, just as transitions in lines have their degrees. Of course, in every curved line the transition is from point to point. But if now the line is conceived as a polygon of infinite sides, for the transition or progression in the line it is proper to consider many points. Now one point designates a particular present state, but not a change. If we connect only two points, the direction of motion or the tangent of the line will be expressed; if we connect three points, we have not only the direction but also the bending, or change of direction; and so we have the osculating circle. If we connect four points, we will have an osculation of the second degree; and so on. But these things do not yet express the full curvature, which involves all possible osculations at once; and expresses just which osculating line belongs to each degree. A body corresponds to the situation of a point or present state; but souls correspond to the degree of change in the motion of the point. and the soul of lowest degree corresponds to tendency in a given direction, a soul of second degree to the first osculation, a soul of the third degree to the second osculation; and so on. But mind corresponds to an osculation of infinitieth degree; and expresses the entire curvature of a line in a given point, in other words, whatever is not assignably missing from the given point. Whence it is clear that minds are to simple souls as the infinite is to the finite, or as the finite is to the infinitely small. But an infinite mind corresponds to the whole progression of motion through the line, to the transition from given point to any other point assignably distant from it, that is to say, a leap.³³³

Ca. 1686, *There Can Be Infinite Degrees of Souls*; A 6.4 1525, LLC 299-301 (the diagram from A 6.4 1527, LLC 301-303)³³³



בקטע מרתק זה משרטט לייבניץ לא רק את ההבדל שבין המונדה הרציונאלית לבין שאר המונדות הנחותות ממנה אלא גם את היחס שבין המונדה הרציונאלית והסופית לבין הא-ל הוא המונדה האינסופית. נתחיל בהבנת היחס הראשון המושתת על היחס שבין נקודה לעקומה. בהמשך לאסטרטגיה שהנחתה מתמטיקאים רבים בתקופתו ואף אותו בפיתוח התחשיב האינפיניטיסימאלי שלו, לייבניץ מפרק את המעגל למצולע אינסופי. זהות בין מעגל למצולע תיתכן רק כאשר המצולע יהיה מורכב מאינסוף נקודות, כלומר כאשר פאותיו תחדלנה להיות קוים ישרים ותהפוכנה לנקודות.

אך מכיוון שצמצום גודל הפאה הוא אינסופי, בדומה להליך הדיפרנציאציה עצמו, המצולע האינסופי לעולם אינו מתלכד ממש עם המעגל. לאור העובדה שמעבר מנקודה לנקודה הסמוכה לה על המעגל אמור לבטא את מהותו של המעגל, נשאלת השאלה כיצד לאפיין מעבר כזה באמצעים העומדים לראשותנו, כלומר באמצעים של מצולע אינסופי.

מצב סטטי מיוצג לדעת לייבניץ באמצעות גוף. ניתן להבין זאת במיוחד לאור התייחסויותיו של לייבניץ לגוף אל מייצג מטריאלי של נקודה בעלת סיטואציה במרחב. כזכור, לנקודה יש סיטואציה אך לא התפשטות. כאשר לייבניץ מדבר על הגוף בהקשר של סיטואציה סטטית הוא אינו מתמקד בעובדה שהוא מתפשט אלא בכך שהוא קשור בנקודה אחת במרחב. שתי נקודות במרחב כבר מספקות כיוון לתנועה ולא רק מצב סטטי. שתי נקודות מספקות כיוון להתפשטות אפשרית. חמוש באנלוגיה הגיאומטרית מהליך הדיפרנציאציה עובר לייבניץ לדבר על שלוש נקודות המספקות את שינוי בכיוון התנועה. שלוש נקודות מספקות שתי פאות או בקיצור זווית הנדרשת להליך הדיפרנציאציה. זהו השלב שבו בא לידי ביטוי המאמץ האינסופי להתקרב לעקימות המקורית של המעגל באמצעות דיפרנציאלים מסדרים הולכים וגדלים. מכאן מאילך מאפיין לייבניץ את דרגות הנשמות באמצעות רמה הולכת וגוברת של רגישות ביחס לעקימות המקורית. התודעה האנושית נחשבת כקצה הסקאלה הזו – לה בלבד יש מודעות רציונאלית שאין גבול לרגישותה. השכל האנושי מסוגל – על כל פנים ברמת הפוטנציאל שלו – לעמוד בדרגה 'אינסופית' של דיפרנציאציה. אין כוונת לייבניץ שדרגה כזו קיימת באופן קטגורמטי. מספר אינסופי אינו אפשרי ולכן יש להבין את לייבניץ כאן, שוב, באופן סינקטגורמטי. הליך הדיפרנציאציה הוא אינסופי ובכל זאת מבחינה מתמטית ניתן לסיימו לאור גודלם הזניח של האינפיניטסימאלים בחישוב. הזנחת גדלים אלו אין פירושה שלא ניתן עוד לצמצם לאינסוף אלא שאין בכך חשיבות לאור העובדה שהסדרה האינסופית מתכנסת. הזנחת האינפיניטסימאלים בחישוב נובעת מההבדל שבין מתמטיקה לפיסיקה: אינפיניטסימאלים 'אחרונים' הינם גדלים פיקטיביים; לחלוקתם לאינסוף אין עוד ערך חישובי ולכן ניתן לקחת אותם בחשבון 'ולסיים' את הליך הדיפרנציאציה, אך ברמה הפיסיקאלית הם אינם באמת קיימים ולכן החלוקה לאינסוף לאמיתו של דבר נמשכת. כאשר לייבניץ טוען שהשכל האנושי מסוגל לעמוד ברמה 'אינסופית' של דיפרנציאציה הוא משתמש היטב באנלוגיה שבין תפיסותיה של הנפש לבין הגיאומטריה. לטענת לייבניץ, ניתן לראות את הרציונאליות האנושית כבעלת יכולת אינסופית להבנת שינויים ביחס לנקודה נתונה. אם חושבים על התודעה האנושית כהליך דיפרנציאציה שיש להפעיל על זווית שמייצרות שלוש נקודות, כך שארבע נקודות מניבות דיפרנציאל מסדר שני וחמש נקודות מניבות דיפרנציאל מסדר שלישי וכן הלאה – הרי שבכוחה של התודעה האנושית לחשוף דיפרנציאלים מסדרים גבוהים ככל שנרצה, כלומר סדרים לאינסוף. אך אינסוף הסדרים הללו עדיין קשורים לרמת העקימות המלאה המסתתרת מאחורי הזווית שיצרו שלוש הנקודות הראשונות. מהטקסט הזה עולה שבכוחה של התודעה האנושית להתחקות אחר עקימות המלאה של המעגל (עקימות פיקטיבית ביחס למציאות הממשית) אך רק ביחס לנקודה מסויימת הממוקמת עליו ולא ביחס לכל הנקודות בו זמנית.

הגוף החומרי כשלעצמו אינו רק חסר תודעה אלא גם חסר חיים ולכן מייצג נקודה אחת בלבד. זהו חומר אינרטי חסר תנועה. ישים חיים אלמנטאריים העוברים ממצב למצב באורח אוטומטי ללא תודעה (חד תאיים?) מייצגים עבור לייבניץ תנועה ליניארית ללא שינויים המבוססת על קשר בין שתי

נקודות. קשר בין שלוש נקודות מיוצג אצל לייבניץ כשינוי ולכן כתחילתה של מודעות, והוא הבסיס לאינסוף רמות של מודעות המקבילות לאינסוף סדרים שמניב הליך הדיפרנציאציה. התודעה האנושית היא המודעות הגבוהה ביותר מכיוון שביחס לנקודה מסויימת יש לה גישה לרמת העקימות המלאה. פירוש הדבר שהתודעה האנושית, שתפיסותיה אמנם קשורות לכל היקום אך במבולבל, יכולה לעשות שימוש מדיטטיבי בתובנות גיאומטריות על מנת לזהות פנימה את המעבר החלק מתפיסה אחת לאחרת. אך היא יכולה לעשות זאת ביחס לתחושה מסויימת אחת שלה המעידה על קיומו של שינוי ולא ביחס לכל התחושות שלה בו זמנית. "נפשנו איננה מבצעת רפלקסיה אלא על תופעות יחידאיות יותר, הנבדלות מן האחרות; ואין היא חושבת באורח מובחן על דבר בשעה שהיא חושבת במידה שווה על הכל"³³⁴. זו הסיבה שהתודעה האנושית אינה תודעה אינסופית.

הא-ל, בקובעו את כלל הדברים, שעה לכל חלק וחלק ובייחוד לכל מונדה ומונדה, שמאחר שהיא בעלת טבע ייצוגי, אין שום דבר שעשוי להגביל אותה ולהציג רק חלק מן הדברים; אף על פי שאמת היא שביחס לפרוטרוט של היקום כולו ייצוג זה אינו אלא מבולבל, ואין הוא יכול להיות מובחן אלא בחלק קטן של הדברים, כלומר באותם הדברים שהם או הקרובים ביותר או הגדולים ביותר ביחס לכל מונדה. שאם לא כן, תהא כל מונדה בגדר א-לוהות.³³⁵

התודעה האינסופית היא תודעה בלעדית לא-ל. תודעה זו אינה תופסת את העקימות המלאה או את המעבר החלק והשלם ממצב אחד למשנהו באמצעות הליך דיפרנציאציה חודרני אלא באופן אחר לחלוטין. תודעה זו מסוגלת לתפוס את העקימות המושלמת – שעבורנו היא פיקטיבית לחלוטין – עבור כל השינויים בעולם בו זמנית. ייתכן שלכך התכוון לייבניץ כאשר כבר באפריל 1676 שההבדל בין א-לוהים לבין תודעתנו הסופית דומה להבדל שבין הנוכחות המוחלטת או המקסימום לבין המרחב או המקום:

Our mind differs from God as the absolute extended, which is a maximum and indivisible, differs from space or place; that is, as that which is extended in itself (*per se*) differs from place.³³⁶

תכליתה של האנלוגיה הזו להמחיש את היקף תודעתנו המוחלטת של הא-ל ביחס למקומיות ולסופיות של תודעתנו. לייבניץ מתאר תודעה מוחלטת זו של הא-ל כקפיצה, מכיוון שתודעה סופית בכל קנה מידה, אינה מסוגלת להבין זאת באופן אחר. במונחי הליך הדיפרנציאציה של לייבניץ קפיצה נחשבת לגנאי. קפיצה נחשבת כדילוג או כהחמצה של מצבים שהליך דיפרנציאציה גיאומטרי אינסופי היה יכול לאתר ולבטא. לדעת לייבניץ "לעולם אין הטבע קופץ קפיצות [...] עוברים תמיד מן הקטן אל הגדול וכן להיפך, דרך הבינוני, הן לגבי הדרגות הן לגבי החלקים; לעולם אין תנועה נולדת באורח בלתי אמצעי מן המנוחה, ואינה מצטמצמת כדי מנוחה אלא על ידי תנועה קטנה יותר"³³⁷, ולכן "חוק

³³⁴ 9 באוקטובר 1687, 'התכתבות עם ארנו', אגרת כ"ו, עמ' 245.

³³⁵ 1714, 'מונדולוגיה', סעיף ס', עמ' 66.

³³⁶ April 1676, *On the Origin of Things from Form*; A 6.3 519, LLC 119

³³⁷ 1709, 'מסות חדשות', פתח דבר, עמ' 11-12.

הרציפות פירושו שהטבע אינו מניח שום מקום ריק באותו סדר שעל פיו הוא מתנהל³³⁸. אך תיאור הרציפות של העולם מוגבל לאופן שבו מבינה אותו תודעה רציונאלית, הגם שפעולותיו של א-לוהים עומדות במבחן הרציונאליות דהיינו הן אינן כוללות סתירות פנימיות, א-לוהים בכל זאת אינו מצומצם בסד ההליך הרציונאלי ובמגבלותיו. כפי שנראה בפרוטרוט בחטיבה הבאה, לייבניץ ער לכך שאין בכוחו של ניתוח אינסופי רציונאלי להגיע לחקר האמת בכללותה ולפיכך ידיעת האמת על ידי הא-ל פירושה שהוא תופס אותה באורח על-רציונאלי. הוצאת הקפיצה אל מחוץ לדרך החשיבה הרציונאלית מביאה את לייבניץ להימנע מלאפיין כמה רמות של קפיצות כלומר כמה רמות של תודעה אינסופית א-לוהית³³⁹.

אם לחזור לדיון על שלילת נשמת העולם, ניתן אפוא לראות בבהירות שלייבניץ אינו מתנגד לחבר בין א-לוהים לבין הסדרה האינסופית בכללותה. נוכחותו המוחלטת של א-לוהים מיוצגת כעקימות מלאה בכל הנקודות בו זמנית, ולא כמהות שמעבר לעקומה. כאשר מדובר בתפיסת שינויים בעולם, אנו איננו יכולים לתפוס את הסדרה האינסופית המורכבת המסדירה את הופעתם אך א-לוהים תופס זאת באמצעות התודעות ישירה לכלל או לאלגוריתם היסודי של העולם. נוכחות א-לוהים בעולם מתוארת כקרובה לכל באותה מידה, מכיוון שא-לוהים תופס את העולם ישירות על ידי האלגוריתם שלו. א-לוהים אינו מצוי בתחילת 'הסדרה-של-העולם' אלא מזוהה עם כולה כך שגם האיברים המרוחקים לאינסוף אינם קרובים אליו פחות מהאיברים הראשוניים.

אף על פי כן, א-לוהים איננו זהה עם הסדרה האינסופית עצמה מכיוון שהסדרה היא רק סדרה אחת אפשרית מיני רבות ואילו א-לוהים הוא אחד בלבד והכרחי. "אף לו הכיר מישהו את סדרה היקום כולה, אפילו אז נבצר היה ממנו לתת לה טעם, אלא אם כן היה משווה אותה לכל שאר האפשרויות"³⁴⁰ – והשוואה כזו יכולה לבצע רק ישות המצויה מעבר לכל הסדרות האפשריות הללו ובוודאי לא ישות המזוהה איתן. הנוכחות הא-לוהית היא מקור היציבות של העולם ומקור הקביעות שלו, אך עולמות אפשריים אחרים יכולים היו לקבל את אותה היציבות אילו היו נבחרים להתממש. מה שחסר אם כך בהוכחה הקוסמולוגית הוא שהיא מציגה את העולם כסדרה אינסופית אך אינה מדגישה שניתן ליצור אינסוף עולמות אפשריים אחרים באמצעות אינסוף סדרות אחרות. כל אינסוף הסדרות הללו עדיין ניתנות לחשיבה בשכל אינסופי אחד הוא א-לוהים. כל אחת מהסדרות הללו היתה יכולה להיות נגישה במלואה לנוכחותו המוחלטת של הא-ל, אילו היתה מתממשת לכדי עולם אקטואלי. א-לוהים מהווה סיבה ראשונה לכל הסדרות האינסופיות האפשריות הללו, למרות שניתן לחשוב שא-לוהים זהה עם כל אחת מהסדרות הללו.

³³⁸ שם, ספר 3, פרק 6, סעיף 12.

³³⁹ "Now it might be thought possible here to make a further distinction among minds making a leap through different finite distances, which all infinitely exceed a mind lacking a leap, and yet are still infinitely inferior to a mind whose leap is to all distances; but to this it must be said that whenever it is a mere continuity, or only a difference through greater or less, it is not possible for different species of mind to be assigned. And so a mind that makes a leap makes it to however great a distance, since it is evident that osculations differ numerically, i.e. are discrete." (Ca. 1686, *There Can Be Infinite Degrees of Souls*; A 6.4. 1526, LLC 301)

³⁴⁰ 1686, 'אמיתות הכרחיות ואמיתות קונטינגנטיות'; C 19, עיון ל"ד עמ' 137.

מה שחסר בהוכחה הקוסמולוגית לקיום הא-ל מופיע בהוכחה אפוסטריורי אחרת לקיום הא-ל, היא ההוכחה הקשורה בהרמוניה-הקבועה-מראש. בהוכחה זו מודגשת ההתאמה בין כל רכיבי העולם כנובעת מכלל קונטינגנטי המעוגן ברצון הא-ל ולא בשכלו. התאמה כזו יכולה להתקיים בעולמות אפשריים אחרים על פי כללים ראשוניים אחרים המעוגנים גם הם ברצון הא-ל³⁴¹.

באגרת כ"ו לארנו, שהוזכרה כבר בפרק הקודם ושנחשבת "לאחד הניסוחים המלאים והמפורטים ביותר של תורת ההרמוניה של לייבניץ"³⁴², מצביע לייבניץ על הוכחה אפוסטריורי לקיום הא-ל מתוך קיומה של התאמה או קשר בין העצמים בעולם:

צריך שיהיו הרמוניה וקשר בין כל העצמים, וצריך שהם יבטאו כולם בתוכם אותנו היקום, ואת הסיבה הכללית שהיא רצונו של בוראם, ואת הצווים או החוקים שחוקק למען יסגלו עצמם זה לזה טוב ככל שניתן. וכן תואם ההדדי זה של עצמים שונים (שאינם יכולים לפעול זה על זה על פי החומרה המטאפיזית ובכל זאת הם מסכימים זה לזה כאילו פעלו זה על זה) **הינה אחת מן ההוכחות המוצקות ביותר לקיומו של א-לוהים** או של סיבה משותפת שכל מסובב צריך תמיד לבטאה בהתאם לנקודת המבט שלו ובהתאם ליכולתו. שאם לא כן, תופעותיהם של הכוחות השונים לא תתאמנה כלל וכלל, ומספר המערכות שתימצאנה יהיה כמספר העצמים או שיהיה זה רק באקראי אם תתאמנה ביניהן מפעם לפעם. מושג הזמן והחלל שבידנו מבוסס כולו על התאמה זו.³⁴³

לטענת לייבניץ, התאמה בין כל הגורמים בעולם נובעת מקיומה של "סיבה משותפת שכל מסובב צריך תמיד לבטאה בהתאם לנקודת המבט שלו ובהתאם ליכולתו". לייבניץ מזהה בין הסיבה הזו לבין א-לוהים אך סיבה זו יכולה בהחלט להיות הכלל או התוכנית המרחבית של העולם ולא דווקא א-לוהים. למעשה, ניתן לראות בנקל שבמשפט זה רומז לייבניץ לדימוי העולם כעיר שטופל בפרק הקודם. כאשר לייבניץ אומר שהעולם דומה לעיר שניתן לתופסה מאינסוף נקודות מבט אין כוונתו שהעולם הינו עצם אחד שכל נקודות המבט הן אופניו אלא רק שהעולם הוא אגרגט המורכב מנקודות מבט אלו ושישנה לעולם זה תוכנית מרחבית קונספטואלית שלמה המשתקפת בכל אחד מהמסובבים ואותה הוא מבטא "בהתאם לנקודת המבט שלו ובהתאם ליכולתו". אי לכך אמורה להיות בעיה לזהות את "הסיבה המשותפת" בטיעון כא-לוהים. יש לראות אותה כ"סיבה הכללית שהיא רצונו של [הבורא]" שהוזכרה משפט אחד קודם לכן. סיבה כללית זו המעוגנת ברצון הא-ל, היא סיבה קונטינגנטית, וכמוה יכולות להיות אינסוף סיבות אחרות המהוות כללים או תוכניות קונספטואליות לעולמות אפשריים אחרים. א-לוהים, בכל מקרה, אינו זהה עם אף לא אחת מסיבות כלליות אלו באשר כולן כלולות ברצונו.

ההוכחה הקשורה בהרמוניה-הקבועה-מראש ממוקדת במרחב הקונספטואלי המסדיר את כל מצבי העולם האקטואלי, ומדגישה את מעמדו הקונטינגנטי של מרחב זה. כמו כן, טיבה המטאפיזי של

³⁴¹ אני סבור שההוכחה הקשורה בהרמוניה היא וואריאציה מפורטת וטובה יותר של ההוכחה הקוסמולוגית (אם כי, כפי שאראה בהמשך, גם היא אינה מספקת). ראסל טען בצדק לדעתי שניתן לוותר על ההוכחה הקשורה בהרמוניה אם ההוכחה הקוסמולוגית תקפה (Russell 1900, 185). לאמיתו של דבר נראה לי שיש לוותר על ההוכחה הקוסמולוגית אם ההוכחה הקשורה בהרמוניה תקפה.

³⁴² יקירה 1988, עמ' 246 הערה 5.

³⁴³ 9 באוקטובר 1687, 'התכתבות עם ארנו', אגרת כ"ו, עמ' 245-246.

ההתאמה בין כל הגורמים נובע מנוכחותו המטאפיסית של א-לוהים בכל חלקי המציאות הממשית. אך האם ניתן להוכיח מקיומה של התאמה בעולם את קיומו של א-לוהים? האם בכוחה של ההוכחה הקשורה בהרמוניה-הקבועה-מראש לעבור מהתאמה קונטינגנטית לא-ל הכרחי? חוששני שלא. הגם שההוכחה הקשורה בהרמוניה מפורטת יותר ומדגישה את העובדה ש"מאחר שיש אינסוף עולמות אפשריים, יש גם אינסוף חוקים, אחדים מהם שייכים לעולם אחד, האחרים לאחר, וכל פרט אפשרי של עולם כלשהו אוצר במושגו את חוקיו של עולמו"³⁴⁴ – בכל זאת מעמדו של א-לוהים החושב את כל העולמות הללו עדיין יכול להיות קונטינגנטי בעצמו. במלים אחרות, העובדה שקיימת התאמה קונטינגנטית אינה מחייבת עצם הכרחי שיחשוב או ייצור התאמה כזו³⁴⁵. לפיכך, עצם הכרחי קיים אך ורק מפאת האמונה בקיומו של אינסוף מוחלט – במנותק מניתוח אפוסטריורי של הריבוי בעולם או מניתוח אפריורי של מושג הא-ל. הנה כי כן, על מנת לוודא הן את קיומו של הריבוי והן את קיומה של האחדות על לייבניץ לאחוז את המקל בשתי קצותיו: עליו לראות את העולם כמבוסס על תוכנית מרחבית המהווה מודוס אפשרי אחד בלבד של נוכחות הא-ל, וזאת מבלי להפוך את הריבוי בעולם לאשליה. התמקדות בצד אחד בלבד של השיטה הפילוסופית של לייבניץ עלולה לבטל את הצד השני, ולכן שיטתו של לייבניץ אינה יכולה להתבסס על נקודת מוצא אחת בלבד – ריבוי או אחדות – אלא מוכרחה לעגן את עצמה בשתייהן גם יחד.

ההוכחה האונטולוגית שבאמצעותה חשב לייבניץ להוכיח אפריורי את קיום הא-ל התבססה על כך שמושג הא-ל אפשרי מכיוון שהתאמה בין כל תכונות הא-ל אפשרית. אך כתוצאה ממהלך ההוכחה האונטולוגית מושג א-ל אפשרי הופך למושג הכרחי והתאמה אפשרית בין תכונות הא-ל הופכת להתאמה הכרחית. לטענת ראסל הוכחה זו באה בסתירה עם ההוכחות אפוסטריורי לקיום הא-ל, דהיינו עם ההוכחה הקוסמולוגית או עם ההוכחה הקשורה בהרמוניה. ההוכחות אפוסטריורי מבוססות על קיומו של כלל קונטינגנטי המארגן את כל הגורמים המכוננים את העולם האקטואלי ושוללות מכל וכל התאמה מוחלטת בין כל הגורמים האפשריים. התאמה הכרחית בין כל תכונות הא-ל אסורה על פי ההוכחות אפוסטריורי של לייבניץ. אני מסכים לחלוטין עם ראסל בעניין זה. אך ראסל מסיק מכך שאין ליישב יחדיו מונותאיזם וריבוי תופעות ממשיות מכיוון שיש להכיר או בתיאולוגיה פנתיאיסטית או בפלורליזם אתיאטי³⁴⁶. מסקנתי שלי שונה מזו של ראסל: לייבניץ אמנם ניסה להוכיח את קיום הא-ל אך קיומו של הא-ל בשיטתו אינו תלוי במידת התקפות של הוכחות אלו. סביר מאד להניח שלייבניץ הכיר גם במגבלותיהן של ההוכחות אפוסטריורי לקיום הא-ל. בסופו של דבר, הסיבה לכך שלייבניץ נמנע מלראות את א-לוהים כנשמת העולם או את העולם כעצם אחד שבו כלולים כל שאר העצמים כאופנים על פי הדגם השפינוציסטי נעוצה ברצונו ליצור מרחק בין הא-ל האחד לבין הריבוי הקיים בעולם ומרצונו להגן על קיומו של חופש א-לוהי. בניגוד לראסל אני

³⁴⁴ תחילת יולי 1686, 'התכתבות עם ארנו', אגרת ט' [טייטה של אגרת י'], עמ' 149-150.

³⁴⁵ אינני חושב שהוכחה זו טובה גם מנקודת מבטו של לייבניץ. אחרי הכל, כיצד ניתן להיווכח אם קיימת או לא קיימת התאמה בין גורמים בעולם או אם התאמה כזו מתרחשת באקראי או לא? לטענת לייבניץ, גם המצב הכאוטי ביותר ניתן לארגון באמצעות כלל ויהא כלל זה מסובך ככל שיהיה (1686, 'מאמר מטאפיסי' סעיף 6, עמ' 53-54). מידת היעילות או האופטימאליות של הכלל הנבחר על ידי הא-ל אינה ניתנת למדידה על ידנו, ולכן מארגון העולם באמצעות כלל לא ניתן לדעתי להוכיח דבר.

³⁴⁶ Russell 1900, 172, 185

סבור שמרחק כזה אינו מופרד. יחד עם זאת, מרחק בין א-לוהים לבין העולם אינו ניתן להוכחה לדעתי ולכן לשלילת נשמת העולם אין אצל לייבניץ טיעון מוצלח. אף על פי כן שלילה זו היא בכל זאת לב ליבה של הפילוסופיה שלו המתנגדת לזו של שפינוזה, והיא באה לידי ביטוי בעובדה שלייבניץ בוחר לעגן הן את הריבוי והן את האחדות בקיומם של עצמים אינדיבידואליים בלתי תלויים.

III. אינדיבידואלים

1. על טיבן האנליטי של אמיתות הכרחיות וקונטינגנטיות

כבר מראשית הקריירה שלו מתעניין לייבניץ בהסדרה של ידע. פרויקט השפה האוניברסאלית שלו קשור במאמציו לחתור אל האמת העובדתית ברמת הדייקנות שמספקות הלוגיקה והמתמטיקה. אך המבנים המופשטים של הלוגיקה והמתמטיקה לא בהכרח מניבים ידע על האמת הקונטינגנטית של העולם האקטואלי שנבחר להתממש. מצד אחד, כללי ההיסק של הדדוקציה הלוגית נובעים לדעת לייבניץ מעקרון הסתירה שהינו אמת מוחלטת. המידע המופשט שהם מספקים (למשל אם AB אז A) אמיתי בכל עולם אפשרי משום ששלילתו מכילה סתירה, ולכן הוא צר מלבטא אמת של עולם קונטינגנטי מסוים. מצד שני, הלוגיקה מאפשרת לנסח טענות על עצמים שאינם קיימים בעולם האקטואלי שלנו, מכיוון שמרחב האפשרויות שאינן מכילות סתירה מבחינה לוגית רחב הרבה יותר מזה המתאים לעולם קונטינגנטי מסוים. חקר האמיתות ההכרחיות כמו גם חקר האפשרויות הקונסיסטנטיות פשוט יותר מחקר האמיתות הקונטינגנטיות. שני הראשונים אינם לוקחים בחשבון את העולם האקטואלי המסוים שנבחר להתממש ועוסקים בתקפות ההליך הרציונאלי בלבד. לעומתם, חקר האמיתות הקונטינגנטיות אינו מרוכז בצורה אלא גם בתוכן ההליך הרציונאלי, מכיוון שהוא ממוקד בתוכנו המובחן והייחודי של העולם האקטואלי. לייבניץ ניסח זאת בקצרה: על האמיתות ההכרחיות ועל האפשרויות מפקח עקרון הסתירה בלבד. לעומת זאת, על האמיתות הקונטינגנטיות גם מפקח עקרון הטעם המספיק³⁴⁷.

אילו הידע על העולם היה כולל כל מה שהלוגיקה מאפשרת, הרי שהנחתו של הובס היתה מתאמתת, כלומר שלהגדיר משמעו היה לצרף בלי כללים כלשהם ולחבר ללא הגבלה מושגים שונים אלה לאלה. האמת מיוצגת באמצעות סימנים ואופרציות לוגיות אך לדעת הובס סימנים אלו נובעים מבחירה שרירותית של השפה, ומכיוון שכך המחשבה אינה יכולה להגיע לאמת אלא רק למוסכמה³⁴⁸. לייבניץ חולק על השקפתו של הובס וגורס שהגדרת האמת אינה שרירותית. ראשית, לייבניץ מדגיש כי שימוש בסימנים שרירתיים או בהגדרות ראשוניות שאינן ניתנות להנמקה אינו פסול כל זמן שמוכחת

³⁴⁷ "What is necessary is so by its essence because the opposite implies a contradiction; but the contingent which exists owes its existence to the principle of what is best, the sufficient reason for things" (12 Feb. 1716, *Leibniz to Clark*, 5th letter §9; G VII 390, L 697) (או הטוב) שהינו ואריאציה של עקרון הטעם המספיק (ראו למשל 'מאמר מטאפיסי' סעיף 13 (עמ' 69-70) וכן 'מונדולוגיה' סעיפים מ"ו וכן נ"ד-נ"ה, העוסקים בעקרון היאה המפקח על אמיתות מקריות, בניגוד ל'מונדולוגיה' סעיפים ל"א-ל"ו המדגישים שעקרון הטעם המספיק "צריך להימצא גם באמיתות הקונטינגנטיות או אמיתות העובדה"). הרעיון ש"מאומה אינו חסר טעם" (1686 'אמיתות ראשוניות' קשור באנליטיות של האמת – וככה הוא רלוונטי לאמיתות הכרחיות וקונטינגנטיות כאחד (1902, 3; Parkinson 1995, 207-208) (1902), 3; Couturat 1994). עם זאת, נראה לי שלייבניץ מוצא לנכון להדגיש ש"אין סיבה ללא תולדה" דווקא בהקשר של אמת קונטינגנטית, הגם שכאשר הוא עושה זאת הוא מדגיש את המשותף האנליטי של שני סוגי האמיתות (למשל 14/4 ביולי 1686, 'התכתבות עם ארנו', אגרת י', עמ' 168). אלמלא התחום הקונטינגנטי ספק אם לייבניץ היה טורח להזכיר את עקרון הטעם המספיק ביחס לאמיתות הכרחיות.

³⁴⁸ Hobbess, *De Corpore* (1966, vol. 1), Book I, ch. 3

אפשרותם והתאמתם ההדדית³⁴⁹. שנית, השימוש ההכרחי בסימנים שרירותיים אינו הופך את האמת עצמה לשרירותית מכיוון שקיימת לדעת לייבניץ איזו סדירות קבועה בין הסימנים השונים כפי שקיימת פרופורציה קבועה בין גדלים אינפניטיסימאליים ביסוד התחשיב המתמטי שלו.

נדמה לי שבמידה שאפשר להשתמש בתווים למחשבה ולטיעון, חייב להיות בהם סדר [situated] מורכבות המתאים לדברים [...] ולסדר הזה חייב להיות משהו מתאים, עם שינויים קלים, בכל השפות. עובדה זו נותנת לי תקווה לצאת מן הקשיים שנתקלנו בהם, כי אפילו התווים הם שרירותיים, בשימושם ובצירופם יש משהו אשר אינו שרירותי, כלומר, פרופורציה מסוימת בין תווים לדברים, ויחסים מסוימים בין תווים שונים שמבטאים אותם הדברים. והפרופורציה או היחס הזה הם היסוד של האמת. מכאן שאם נשתמש בתווים מסוימים או באחרים, תמיד תופיע אותה הפרופורציה, או פרופורציה תואמת או שקולה. וזאת גם אם נכון הוא שהכרחי להשתמש בתווים לכל מחשבה [...] אתה רואה שהתווים תמיד יהיו בהתאמה ביניהם, בתנאי שנשמר סדר מסוים ושיטתיות בשימושם, וזאת על אף היות בחירתם שרירותית ככל שתהא. לכן, אף שהאמיתות תמיד מניחות תווים כלשהם ושלעיתים הן אף על אודות התווים עצמם, אין הן נמצאות במה ששרירותי בתווים אלא ביסוד הקבוע שלהם, כלומר ביחסם אל הדברים. יהיה זה תמיד אמיתי, בלא כל בחירה [שרירותית] מצדנו, שאם נקבעים תווים מסוימים כך שהיסק מסוים נובע מהם, כי אז, אם נקבעים אחרים, שיחסם הידוע לדברים שונה, יתברר באמצעות הצבה והשוואה שהיחס הזה הוא תוצאה של היחס שבין התווים.³⁵⁰

על פי לייבניץ, למרות שרירותיות הסימנים, קיים דפוס קבוע ביניהם המציית לטיבם האמיתי של הדברים המסומנים³⁵¹. סדירות זו מאפיינת את האמת כאנליטית, כלומר ככזו המכילה בתוכה את האישור לתקפותה. בשונה מאפשרות גרידא, "כל קישור [predication] אמיתי יש לו יסוד בטבעם של הדברים"³⁵². סדירות או חוקיות פנימית זו מגבילה את הקומבינציות הלוגיות האפשריות מאחר והיא אינה מאפשרת לחבר בין מושגים ללא הבחנה, בין אם היא מפורשת במקרה של אמיתות הכרחיות ובין אם היא מרומזת במקרה של אמיתות קונטינגנטיות. ככלל, לייבניץ אינו אומר שביכולתו לעמוד

³⁴⁹ "מאחר והובס גורס בצדק שכל אמת הכרחית ניתנת להוכחה באמצעות ההגדרות, ומאחר שהוא גרס שההגדרות הן שמניות [נומינאליות] בלבד ושרירותיות, נראה היה לו אפוא שהאמיתות גם הן שרירותיות, שכן לא ראה שיצירת ההגדרות אינה תלויה בנו שכן יש להשתמש בה במושגים שהם אפשריים ומתיישבים זה עם זה, ולפיכך ניתן לראות בכל הגדרה ממשית משפט בר הוכחה או אווידנטי, הכולל את האפשרות של נושא" (אוקטובר 1682, לייבניץ ל-Jean Gallois; מתורגם ע"י יקירה 1998, עמ' 97 הערה 8).

³⁵⁰ אוגוסט 1677, 'דיאלוג', G VII 193, עיון ל"ד עמ' 124-125.

³⁵¹ "This is an *a priori* reason why possibility is a requisite in a real definition. A difficulty raised by Hobbes can also be answered on this basis. For Hobbes saw that all truths can be demonstrated from definitions but held the all definitions are arbitrary and nominal, since we impose arbitrary names upon things. He therefore concluded that truths also consists merely in names and are arbitrary. But we must recognize that if we are to have a real definition, we cannot combine notions arbitrary, but the concept we form out of them must be possible. Hence every real definition must contain at least the affirmation of some possibility. Furthermore, although names are arbitrary, once they are adopted, their consequences are necessary, and certain truths arise which are real even though they depend on the characters which have been imposed. For example, the rule of nines depends on characters imposed by the decimal system, yet it contains real truth" (1679?, *On Universal Synthesis and Analysis, or the Art of Discovery and Judgment*; G VII 294-295, L 231). לדיון בטיבן של הגדרות והוכחות ראו בפרק הבא.

³⁵² 1686, 'מאמר מטאפיזי' סעיף 8, עמ' 56.

על טיבה של הסדירות הזו, אך הוא קובע כי כל טענה אמיתית מבוססת על קשר "כלשהו" בין הנושא לנשוא:

תמיד, בכל טענה חיובית אמיתית, הכרחית או קונטינגנטית, כללית או יחידית, מושג הנשוא אצור באופן כלשהו במושג הנושא (*praedicatum inest subjecto*), או שאינני יודע מהי האמת. ואולם אינני דורש שיהא כאן קשר יותר מזה המצוי בין המונחים של טענה אמיתית [...] שכן מתחייב תמיד שיהא יסוד כלשהו לקשר שבין מונחיה של טענה – יסוד המצוי בהכרח במושגיהם [של המונחים].³⁵³

עקרון היכללות הנשוא בנושא מאפיין את הסדירות הפנימית של האמת והוא הסיבה לכך ש"פרופורציה מסוימת בין תווים לדברים" היא "היסוד של האמת" ושהאמיתות הקונטינגנטיות ולא רק ההכרחיות אינן "נמצאות במה ששרירותי בתווים אלא ביסוד הקבוע שלהם, כלומר ביחסם אל הדברים". היחס עליו מדבר לייבניץ בהבנת אמיתות אינו יחס אקסטנסיונלי שבאמצעותו ניתן למיין מושגים לקבוצות ולסוגים אלא יחס אינטנסיונלי שבאמצעותו ניתן להרכיב מושגים.

באומרי 'כל אדם הוא בעל-חיים', רצוני לומר שכל בני האדם כלולים בכל בעלי החיים; אבל יחד עם זאת כוונתי היא שהמושג של בעל חיים כלול במושג של אדם. 'בעל חיים' כולל יתר אינדיבידואלים מאשר 'אדם', אבל 'אדם' כולל יתר מושגים או יתר קביעות מהותיות; האחד יתר דוגמאות לו, האחר יתר דרגות ממשות לו; האחד יתר היקף (*d'extension*) לו, האחר יתר תוכן (*d'intension*) לו.³⁵⁴

גישה אקסטנסיונלית מגדירה מושג באמצעות כל הדוגמאות שבהם הוא בא לידי ביטוי. ככל שהמושג בסיסי יותר הוא כולל יותר דוגמאות שבהן הוא מופיע. כך למשל המושג 'זהב' הינו חלק מקבוצת המתכות, ולכן כלול במושג 'מתכת'. המושג 'מתכת' בסיסי יותר מהמושג 'זהב' ולכן הוא זה שמשמש כשם כללי (מושג אוניברסאלי) לכל סוגי המתכות ובתוכן זהב. מנגד, תפיסה אינטנסיונלית של יחס ההיכללות משמעה הגדרת מושג באמצעות הרכבתו ממושגים בסיסיים ממנו. ככל שהמושג בסיסי יותר כך הוא כולל פחות מאפיינים משום שרמת מורכבותו נמוכה. המושג 'מתכת' בסיסי יותר מהמושג 'זהב', ולכן אינו יכול לכלול אותו אלא דווקא להיות מוכל בו. המושג 'מתכת' הינו חלק מהמושג המורכב 'זהב' מכיוון שבאמצעותו ניתן ליצור את האחרון. לפיכך יחס ההיכללות על פי גישה אינטנסיונלית הוא יחס של נביעה פנימית ואינו יחס טכני של אוסף דוגמאות כפי שגורסת גישה אקסטנסיונלית ליחס זה.

על פי עדותו של לייבניץ, הוא העדיף את הגישה האינטנסיונלית משום שביקש לטפל במושגים במנותק מקיומם של דברים. דהיינו, ההתייחסות ל'זהב' ולימתכת' מנותקת מהשאלה כיצד מתבטא המושג בפועל ועד כמה גדולה קבוצת הדוגמאות שהוא כולל.³⁵⁵ גישה אינטנסיונלית המטפלת במושגים ללא קשר לכמות דוגמאות מעשית שלהם, מתיישבת עם דרישתו של לייבניץ שהוכחת

³⁵³ 14 ביולי 1686, 'התכתבות עם ארנו', אגרת י', עמ' 167; G II 56. בשל כך טענו בראשית המאה ברטרנד ראסל ולואיס קוטירה שאת מכלול שיטתו של לייבניץ יש לראות על בסיס הלוגיקה שלו, כלומר על טבעה הלוגי של טענה אמיתית (40-53; Russell 1900, 2-8; Couturat 1994 (1902), 2-8). כלפי טענתם הגורפת של ראסל וקוטירה כבר קמו מערערים רבים, אך אין חולק על כך שלייבניץ מעולם לא חזר בו מעקרון ההיכללות של הנשוא בנושא.

³⁵⁴ 1709, 'מסות חדשות' ספר רביעי פרק י"ז [על הכושר השכלי], עמ' 567; G V 469.

³⁵⁵ April 1679, *Elements of a Calculus*; C 53, PLP 20

אפשרות של מושג תשמש תנאי הכרחי (אך לא מספיק) להתממשותו בפועל, כלומר לקיומו. מנקודת מבט כוללת יותר ניתן לראות שהסיבה להעדפת נקודת המבט האינטנסיבית אצל לייבניץ קשורה ביסוד הלוגי של ההתאמה המטאפיסית בין אינסוף העצמים בעולם ועם תפיסתו את הרציונאליות כאנליטית לחלוטין.³⁵⁶

עקרון ההיכללות של הנשוא בנושא מנקודת מבט אינטנסיבית מתגבש באופן סופי באמצע שנות השמונים אך יסודותיו מופיעים כבר בדיסרטציה של לייבניץ 'על אמנות הצירופים' משנת 1666, בהקשר של פרויקט השפה האוניברסאלית שלו המבוסס על טיבם הקומבינטורי של המושגים. ב'אמנות הצירופים' טוען לייבניץ שכל מושג מורכב ניתן לניתוח לרכיבים פשוטים (בלתי ניתנים לניתוח נוסף) המוכלים בו, בדומה לפירוק מספר למרכיביו הראשוניים. האנלוגיה שבין ניתוח טענות לבין ניתוח מספרים מביאה את לייבניץ להביע אופטימיות באשר לאפשרות לארגן את הידע על העובדות בעולם באופן לוגי. במילון שהוא מעלה בדעתו מאורגנים הערכים על פי סדר ההרכבה הקומבינטורית של המושגים ולא על פי סדר האלף-בית.³⁵⁷ בהמשך הקריירה שלו, בסוף שנות השבעים, מנסח לייבניץ סוג של תחשיב לוגי להערכת טענות. סימון רכיב פשוט באמצעות מספר סימבולי מאפשר להמשיך ולסמן את המושגים המורכבים באמצעות קומבינציות של מספרים. כך ניתן להסדיר את היחסים הפנימיים בין מושגים ואף ליצור שפה אוניברסאלית המבוססת על רציונאליות מתמטית:

The one rule for discovering suitable symbolic numbers is this: that when the concept of a given term is composed directly of the concepts of two or more other terms, then the symbolic number of the given term should be produced by multiplying together the symbolic numbers of the terms which compose the concept of the given term. For example, since man is a rational animal, if the number of animal, a , is 2, and of rational, r , is 3, then the number of man, h , will be the same as ar : in this example, 2×3 , or 6.³⁵⁸

עד סוף שנות השבעים לייבניץ סבור שניתן לאמת כל טענה באמצעות פירוקה לכל התכונות הכלולות בה וכך לבחון האם היא קונסיסטנטית (כלומר האם קיימת סתירה בין התכונות הללו) בדומה לבחינה של מספר. למשל, המספרים הטבעיים אפשריים משום שהם מוגדרים כהצטברות של יחידות דומות; לעומת זאת 'מספר אינסופי' אינו אפשרי משום שתכונותיו סותרות. לפרויקט הלוגי של לייבניץ היבט תיאולוגי חשוב: הליך הקומבינציה המחולל את המושגים המורכבים קיים בשכלו של הא-ל והוא שנותן למושגים המורכבים את תוקפם כאפשרויות במנותק ממידת הרלוונטיות שלהם לעולם האקטואלי.³⁵⁹ למעשה, הרעיון שכל המושגים נוצרים באמצעות

³⁵⁶ יקירה 1988 עמ' 31.

³⁵⁷ 1666, *De Arte Combinatoria*; A 6.1 202, PLP 11

³⁵⁸ April 1679, *Elements of a Calculus*; A 6.4 195, C 49-50, PLP 17, L 235

³⁵⁹ "בדבר ממשותם של העצמים האפשריים ותו לא, זאת אומרת העצמים שא-לוהים לא יברא לעולם [...] אני מאמין שאין בהם ממשותם אחרת זולת זו שיש להם בשכל הא-לוהי וביכולת הפעילה של א-לוהים. ובכל זאת [...] אנו נאלצים להסתמך על הידיעה ועל היכולת הא-לוהית כדי להסבירם היטב" (1686, 'התכתבות עם ארנו' אגרת י', עמ' 166); "אמת היא שהא-ל אינו מקור [הדברים] הקיימים בלבד, אלא אף מקור המהויות כאשר הן ממשיות או מקור הממשי שיש באפשרות. שכן

קומבינציות של רכיבים פשוטים של התודעה מתאים למאמץ של לייבניץ להגדיר את מושג הא-ל כישות המושלמת ביותר באמצעות התאמה בין תכונותיה הפשוטות. כפי שטוען נחתומי, א-לוהים יוצר את האפשרויות בשכלו באמצעות חשיבה על עצמו או על קומבינציות של תכונותיו³⁶⁰. אמנם העובדה שמדובר בתכונות פשוטות לחלוטין מונעת כל אפשרות לעמוד על טיבן באמצעות אנליזה, כך שלא ניתן לקבוע האם תכונותיו הפשוטות של א-לוהים אכן משמשות כרכיבים הפשוטים ביותר המרכיבים מושגים. בהמשך לכך, בין השנים 1686-1679 מתייחס לייבניץ לאי הנגישות של המושגים הפשוטים לחלוטין באנליזה הלוגית, בקובעו ששיטת הניתוח הלוגי שלו אינה יכולה להנהיר את האופן שבו נוצרים מושגים מורכבים בשכלו של א-לוהים. קיימת מגבלה ברורה בפירוק מושג למרכיבי מאחר ואין ביכולתנו להגיע עד המושגים הפשוטים שאותם לא ניתן עוד לפרק:

we do not understand distinctly enough the way in which the nature of things flow from God, nor the ideas of things from the idea of God, in which ultimate analysis, i.e. the adequate knowledge of all things through their causes, would consist [...]. An analysis of concepts such that we can reach primitive concepts, i.e. those which are conceived in themselves, does not seem to be within human power.³⁶¹

הסתיונות זו שמציג לייבניץ בנוגע לאי הנגישות של המושגים הפשוטים אמנם מערערת מעט את ההקשר התיאולוגי של האנליזה הלוגית של מושגים מורכבים, אך אינה אמורה לפגום ביכולת הניתוח עצמה. הוכחת אמיתות של טענות דווקא מצויה בהישג ידו של האדם משום שעל מנת להוכיח טענה אין צורך לפרקה עד כדי מונחים בלתי ניתנים לניתוח נוסף; די להעמידה על טענת זהות. כך למשל, על מנת להוכיח שיכל אדם הוא רציונאלי, יש לפרק את המושג המורכב 'אדם' למרכיבים 'חיה' 'רציונאלי'. הטענה 'כל חיה רציונאלית היא רציונאלית' היא טענת זהות שאמיתותה מוכחת לוגית ללא צורך בפירוק נוסף של המונחים בטענה³⁶². לפיכך, טוען לייבניץ, טענה אמיתית ניתנת תמיד להוכחה באמצעות צמצומה לטענות זהות או לטענות שניתן להסיק מהן לוגית (באמצעות כללי היסק) שהטענה אמיתית. בקיצור, טענה אמיתית היא טענה שניתן להדגים בה כיצד הנשוא כלול בנושא³⁶³.

שכלו של הא-ל הוא מחוץ האמיתות הנצחיות או האידיאות שבהן הן תלויות, ובלעדיו לא היה שום דבר ממשי באפשרויות, ולא רק שום דבר קיים אלא אף שום דבר אפשרי" (1714, 'מונדולוגיה' סעיף מ"ג, עמ' 62).

³⁶⁰ "In attributing reflective thinking to God, Leibniz connects the traditional view that God thinks all intelligible things with his own interpretation of the intelligible objects of God's thought as logical possibilities. God's reflections may be seen as mental operations on his simple forms or attributes, so that he is thinking or conceiving all the permutations and combinations among them. In this way, God's thinking on himself constitutes the realm of all logical possibilities." (Nachatomy 2007a, 25)

³⁶¹ 1679-1686, *An Introduction to a Secret Encyclopaedia*; C 513-514, trans. by Parkinson 1966, xxvii-xxviii, cf. 1682-1684, *On the Elements of* ; הערה 4, בנוגע לשאלת תיארוך החיבור); MP 7-8 *Natural Science*; LH XXXVII, vi, 3, L 283; Nov. 1684, *Meditations on Knowledge, Truth, and Ideas*; G IV 425, AG 26

³⁶² 1679-1686, *An Introduction to a Secret Encyclopedia*; C 518 (Parkinson 1966, xxix)

³⁶³ "For every truth a reason can be provided, excepting those first truths in which the same thing is affirmed of the same thing itself or is denied of its opposite. *A is A. A in not not-A.* [...] That is to say, the connection of predicate and subject that is the foundation of truth is either immediate; or it is mediate, and is accordingly reducible to an immediate connection through resolution, which is *to prove a priori*, i.e. *to*

באופן זה משמר לייבניץ את היומרה לארגן את הידע על פי סדירות קומבינטורית ובאמצעות אלף-בית סימבולי, כאשר המרכיבים הראשוניים אינם בהכרח פשוטים לחלוטין אלא "ראשוניים עבורנו"³⁶⁴. אולם, אי הנגישות של המושגים הפשוטים איננה הבעיה היחידה של הפרויקט הלוגי היומרי של לייבניץ להסדרת הידע על העולם. במהלך שנות השמונים מתברר ללייבניץ שהגדרת האמת כאנליטית, דהיינו כמבוססת על היכללות הנשוא בנושא, הופכת כל טענה אמיתית לטענה הכרחית. זיהוי האמת כהכרחית אינו בעייתי כל זמן שניתוח המושגים מצומצם לתחום הלוגיקה ולחקר הידע האוניברסאלי. אולם כאשר רעיון ההיכללות של הנשוא בנושא עובר טרנספורמציה מלוגיקה למטאפיסיקה ומתורגם אצל לייבניץ להיכללות כל התכונות בסובייקט, מתקבלת תוצאה דטרמיניסטית. לייבניץ מגלה שהיכללותו הלוגית של הנשוא בנושא מונעת מהסובייקט את חופש הבחירה ומנתבת אותו לחיים קבועים מראש הכלולים במושגו:

[R]ecognizing the contingency of things, I further considered what a clear notion of truth might be, for I hoped, and not absurdly, for some light from that direction on how necessary and contingent truth could be distinguished. Now, I saw that it is common to every true affirmative proposition, universal and particular, necessary or contingent, that the predicate is in the subject. And this is the source of infallibility in every sort of truth for that being who knows everything *a priori*. But this seemed only to increase the difficulty, for if the notion of the predicate is in the notion of the subject at a given time, then how could the subject lack the predicate without contradiction and impossibility, and without changing that notion?³⁶⁵

ניתן לומר שהאמיתות הקונטינגנטיות נמצאות על המתח שבין הכרח דטרמיניסטי לבין שרירותיות חסרת משמעות. הגדרת האמת הקונטינגנטית באופן אנליטי מביא לזיהוי כהכרחית; הגדרתה באופן סינתטי הופך אותה לשרירותית (ומחייבת פתרון כדוגמת הסינתטי-אפריורי של קאנט). לייבניץ נחוש להגדיר גם את האמיתות הקונטינגנטיות כאנליטיות מכיוון שהגדרה כזו יוצרת יחס פנימי בין סימני השפה לבין הדברים עצמם והיא שומרת על לייבניץ מפני איום השרירותיות של הובס, אך בדרך זו מתגלגלת הבעיה לקוטב של ההכרח. על מנת לפתור את הבעיה, לייבניץ מחפש מוצא שבו מצד אחד הסובייקט פועל בכפוף לסדירות האנליטית הטבועה במושגו השלם, אך מצד שני בכל זאת יכול לבחור בחופשיות מבלי לסתור את התכונות והמקרים הכלולים כבר במושגו. לאחר שהוא מתחבט בעניין זמן רב, מוצא לייבניץ פתרון הטמון במאפייני הקונטינגנטיות עצמה או ליתר דיוק בהבחנה שבין הכרח מוחלט להכרח קונטינגנטי. למעשה, אין זו הפעם הראשונה שלייבניץ פונה לקונטינגנטיות בכדי לפתור

prove a reason." (Summer 1678 – Winter 1680-1681, *Metaphysical Definitions and Reflections*; A 6.4 1394-1395, LLC 239)

³⁶⁴ "So it is possible to establish a few integral terms – or at any rate certain definite terms, or terms progressing in a definite series – which can be considered as primitive in a direct analysis and from which the other more composite terms arise, like derivative numbers from prime numbers. In this way each concept, in so far as it is analyzed without obliquity, can have its own symbolic number assigned to it."

(1686, *General Inquiries about the Analysis of Concepts and Truths*; C 358, PLP 49)

1689? *On Freedom*; FC 179, AG 95 ³⁶⁵

את "מבוך החופש". כפי שראינו בחטיבה הקודמת שבחלק זה, לייבניץ מתאמץ לאפיין את העולם כקונטינגנטי החל משנת 1676 בכדי להגן על החופש הא-לוהי ובדרך זו להבחין את שיטתו מזו של שפינוזה. כעת, בין השנים 1679-1686, מחפש לייבניץ דרך לאפיין את האמת כקונטינגנטית בכדי להציל את החופש האנושי³⁶⁶. כפי שמנסח זאת לייבניץ במבט רטרוספקטיבי, הפתרון שנמצא מבוסס באופן מפתיע על האינסוף:

At last a certain new and unexpected light shined from where I least expected it, namely, from mathematical considerations on the nature of infinity.³⁶⁷

לייבניץ מצהיר שהופתע מכך ששיקולים מתמטיים בנוגע לטיבו של האינסוף פתרו את בעיית החופש שיצרה האנליטיות של האמת. בדבריו על ההיבטים המתמטיים של האינסוף מתכוון לייבניץ לתפיסה סינקטגורמטית של האינסוף שבה דובר בהרחבה בחלקים ב' ו-ג' של המחקר. על פי תפיסה זו כמות אינסופית אינה יכולה להניב שלם. הואיל והתחשיב האינפניטיסימאלי של לייבניץ מיוסד על קשר הפוך בין סכימה ודיפרנציאציה – קשר שמשמעו סכימה של אינסוף אינפניטיסימאלי – הרי שעל מנת להצדיק תחשיב כזה מבחינה מתמטית יש להזניח את הגדלים הקטנים לאינסוף בשל גודלם המזערי יחסית, כשלאמיתו של דבר גדלים אלו אינם מתאפסים ולפיכך המשוואות הדיפרנציאליות אינן מדויקות. הצדקת התחשיב טמונה בכך שהאינפניטיסימאל הוא פיקציה, כלומר הוא גודל שאינו יכול להיות ממשי מכיוון שהוא גודל בלתי מובחן³⁶⁸. למעשה, הרעיון שסדרה אינסופית של איברים אכן מתכנסת לגבול מסוים יכול להיות מוצדק רק אם הגדלים האינפניטיסימאליים מקבלים מעמד דמיוני-פיקטיבי כלומר מוגדרים כגדלים בלתי מובחנים. כאשר חושבים על סדרה אינסופית באופן דיסקרטי כלומר כסדרה של איברים מובחנים, ניתן לראות בבירור שהפער בין הסדרה לגבולה נותר תמיד מובחן ואינו הופך לפיקטיבי למרות שהוא מצטמצם והולך ללא סוף. לעומת הדימוי האריתמטי הזה, הטיפול הגיאומטרי בסדרה אינסופית אינו ממוקד בטיבו הספציפי של הדיפרנציאל אלא בתנועת ההתכנסות עצמה. המיקוד בגדלים רציפים מאפשר לטעון שגבול הסדרה מצוי כאילו בתוכה ולכן האינפניטיסימאל הוא גודל בלתי מובחן שמעמדו פיקטיבי. זהו גודל דמיוני חסר ביטוי ממשי שאינו משמש כחוליה דיסקרטית נוספת ליצירת שלם מאינסוף חלקים אלא גודל הקיים רק כנגזרת של השלם הקודם לו, כלומר גודל פוטנציאלי בלבד שניתן להתעלם מנוכחותו בחישוב.

³⁶⁶ ההבחנה בין הכרח לקונטינגנטיות העסיקה את לייבניץ כבר בתקופת שהותו בפריס, אם כי בעיקר בנוגע להכרעתו החופשית של א-לוהים ולא בנוגע להכרעותיו החופשיות של האדם. הוא קובע את ההבדל בין מהות אפשרית (possible essence) לבין קיום אפשרי (possible existence). הבדל זה מאפשר להגדיר את מה שלא התקיים, איננו קיים ואף לא יתקיים כאפשרות שאינה מכילה סתירה, כלומר כקונטינגנטית. אך הוא אינו מספיק בכדי להבחין בין אמיתות קונטינגנטיות שכבר נבחרו להתממש ומתארות את העולם לבין אפשרויות גרידא.

³⁶⁷ 1689? *On Freedom*; FC 179, AG 95. החל מהמחצית השנייה של שנות השמונים ועד סוף הקריירה שלו לייבניץ עקבי בשימוש באינסוף להגדרת אמיתות קונטינגנטיות, ראו למשל: 5 August 1715, *Leibniz to Bourguet*; G III 581, L: 664.

³⁶⁸ כפי שפורט בפרק 4 שבחלק ג', לצעד זה היתה השלכה מכרעת על תפיסת הרצף הפיסיקאלי, מכיוון שהוא יצר חיץ בין המתמטיקה האידיאלית לבין הפיסיקה האקטואלית: אינסוף איברים דיסקרטיים אינם מניבים שלם ושלם יכול להתחלק רק לאינסוף פוטנציאלי של איברים. התחשיב המתמטי של לייבניץ יכול להיות מוצדק אך הוא אינו מייצג עוד את המציאות הממשית המתחלקת לאינסוף. עם זאת, המתמטיקה יכולה לייצג את המציאות הממשית אם גם באחרונה ובאופן לידי ביטוי מאפיינים פיקטיביים (ראו שם פרק 5).

כאשר לייבניץ בוחן ניתוח של אמיתות נראה שהוא מעוניין להדגיש דווקא את הדימוי האריתמטי הבעייתי של הסדרה האינסופית, כלומר זה הממוקד באיברים המובחנים בסדרה ולפיכך מנוע מלראות את הגבול אליו הסדרה מתכנסת כאילו הוא כלול בתוכה. לדימוי זה יש פוטנציאל פורה במיוחד על ניתוח אמיתות ועל ההבחנה הנדרשת בין אמת הכרחית לקונטינגנטית:

The difference between necessary and contingent truths is indeed the same as that between commensurable and incommensurable numbers. For the reduction of commensurable numbers to a common measure is analogous to the demonstration of necessary truths, or their reduction to such as are identical. But as, in the case of surd ratios, the reduction involves an infinite process, and yet approaches a common measure, so that a definite but unending series is obtained, so also contingent truths require an infinite analysis which God alone can accomplish, so that he alone can know them *a priori* and with certainty.³⁶⁹

ניתוח מושגים מורכבים למושגים בסיסיים יותר (שכאמור אינם בהכרח פשוטים) אמור להסתיים בטענת זהות המדגימה את אמיתותם. רעיון בסיסי זה, הקשור בהיכללות אפריורי של הנשוא בנושא, אמור לבוא לידי ביטוי גם באמיתות קונטינגנטיות מורכבות, כלומר גם במושג של אדם קונקרטי (למשל 'אדם הראשון') ולא רק בניתוח המושג הכללי 'אדם' באמצעות המושגים 'חיה' ו-'רציונאלי'. לדעת לייבניץ ההבדל החשוב בין אמיתות הכרחיות לקונטינגנטיות הוא שאת האחרונות לא ניתן להדגים או להוכיח. כשם שיחס בין גדלים חסרי אמת מידה משותפת (אינקומנסורביליים) מתקרב באופן אינסופי לגודל נתון אך לעולם אינו יכול להגיע אליו, כך גם היכללות הנשוא בנושא קונטינגנטי מתקרבת באופן אינסופי לטענת הזהות המהווה גבול לניתוח, אך טענת זהות כזו נשארת תמיד מחוץ להישג היד.

A true contingent proposition cannot be reduced to identical propositions, but is proved by showing that if the analysis is continued further and further, it constantly approaches identical propositions, but never reaches them. Therefore, it is God alone, who grasp the entire infinite in his mind, who knows all contingent truths with certainty.³⁷⁰

אם לסכם את המאמץ של לייבניץ כאן הרי שבאמצעות ניתוח טענה לאינסוף הוא מצליח לפרק את הקשר המשולש שבין הכרחיות של טענה, היותה מכילה אפריורי את אמיתותה (כלומר היותה אנליטית), והעובדה שניתן להדגים את אמיתותה. על פי לייבניץ כל טענה הכרחית היא אנליטית ולכן כל טענה הכרחית גם ניתנת להדגמה. אבל ההיפך אינו נכון: לא כל טענה אנליטית היא טענה הכרחית, ומכאן שלא כל טענה אנליטית ניתנת להדגמה.³⁷¹ הואיל ולייבניץ נחוש להגדיר אמת קונטינגנטית

³⁶⁹ 1679-1686?, *A Specimen of the Universal Calculus*; A 6.4 280-289, G VII 200, W 98-99

³⁷⁰ 1686, *General Inquiries about the Analysis of Concepts and Truths*, art. 134; C 388, PLP 77

³⁷¹ בלומנפלד טוען שהניתוח האינסופי אינו פתרון סביר לבעיית הקונטינגנטיות. מתוך ההנחה שהאנליטי אינו בהכרח ניתן להדגמה, אפשר להסיק אחת משתיים: או שישנה אנליטיות קונטינגנטית (שאינה ניתנת להדגמה), או שפשוט ישנה אמת הכרחית שאינה ניתנת להדגמה. לייבניץ אינו מנמק מדוע הוא יוצא מנקודת הנחה שהכרחי הוא בוודאי ניתן להדגמה

באופן אנליטי ההבחנה בינה לבין אמת הכרחית נעוצה בהדגמת האנליטיות שלהן: טענה קונטינגנטית היא טענה אנליטית המכילה אפריורי את אמיתותה, מבלי שניתן להדגים הכלה כזו. בחינת פתרון זה תידון בפרק הבא.

אמת קונטינגנטית	אמת הכרחית	
✓	✓	אנליטית אפריורי
x	✓	ניתנות להוכחה

עד כמה שהדבר נוגע במאמציו של לייבניץ להסדיר את הידע הרי שבצד הרווח שבפתרון מבוך החופש באמצעות ההבחנה שבין אמיתות הכרחיות לחלוטין ובין אמיתות קונטינגנטיות וודאיות, יש כאן נסיגה נוספת מהיומרה הראשונית של לייבניץ בכל הקשור לניתוח אמיתות. עד 1679 לייבניץ תופס את האמיתות כגדלים בעלי אמת מידה משותפת (קומנסורביליים), כלומר כגדלים שמרכיביהם כלולים בהם ללא שארית ושעל כן ניתן להתחקות אחריהם במספר סופי של צעדים. כעת לייבניץ מרחיב את האנלוגיה בין לוגיקה למתמטיקה ומציג את האמיתות הקונטינגנטיות כגדלים חסרי אמת מידה משותפת (אינקומנסורביליים), כלומר כגדלים הכוללים את מרכיביהם באמצעות שארית שלעולם לא ניתן להיפתר ממנה.³⁷² אמנם לייבניץ ממשיך לטעון שהאמיתות הקונטינגנטיות מכילות אפריורי את אמיתותן, אך הויתור על הדגמת אמיתותן מצמצם משמעותית את היומרה הראשונית לארגן את הידע האוניברסאלי או ליצור שפה סימבולית כלל-עולמית.³⁷³ הסתייגותו של לייבניץ מהיומרה הפילוסופית שהובעה ב'אמנות הצירופים' מאז שנת 1666 בנוגע להסדרת הידע, נעוצה לא רק באי נגישותן של התכונות הפשוטות של א-לוהים אלא גם בהבחנה שבין הכרח לקונטינגנטיות בשיטתו. למרות שאי נגישות התכונות הפשוטות שקולה לכך שהניתוח האינסופי אינו יכול להסתיים, שתי הסיבות אינן שוות. ההבחנה בין הכרח לקונטינגנטיות לא נובעת מהעדר גישה לתכונות הפשוטות המצויות ביסוד הניתוח אלא מכך שניתוח אמיתות קונטינגנטיות אינו יכול להסתיים במרכיבים "פשוטים עבורנו". כפי שנראה מייד, אנלוגיה בין טיפול בגדלים אינקומנסורביליים באמצעות אינסוף סינקטורמטי לבין ניתוח אמיתות קונטינגנטיות משמעה שניתוח כזה אינו יכול להסתיים באופן עקרוני מכיוון שבאמת אין לו סוף.³⁷⁴

ולכן האנליטיות היא המקור לקונטינגנטי, במקום לטעון טענה סבירה יותר: שלא כל האמיתות ההכרחיות ניתנות להדגמה (Blumenfeld 1985, 499-500).

³⁷² "For demonstrating is nothing but displaying a certain quality or coincidence of the predicate with the subject (in the case of a reciprocal proposition) by [...] displaying the inclusion so that what lies hidden in the proposition and was contained in it virtually is made evident and explicit through demonstration [...] But in contingent truths, even though the predicate is in the subject, this can never be demonstrated, nor a proposition ever be reduced to an equality or to an identity, but the resolution proceed to infinity..." (1689? *On Freedom*; FC 181, AG 96; cf. 1686, *Necessary Truths and Contingent Truths*, C 17; 1686?, *On Contingency*; Grua 304, AG 29)

³⁷³ Hawthorne and Cover 2000, 160-161

³⁷⁴ כדאי לשים לב שלייבניץ מבסס את ההוכחה האפריורית לקיום הא-ל על כך שלא ניתן להוכיח שתכונות היסוד הפשוטות והחיוביות אינן מתאימות. אי היכולת להוכיח זאת מביאה לכך שההתאמה אפשרית בלבד ואינה הכרחית, אך התאמה

2. ניתוח אינסופי כפתרון מבוך החופש

א. אנלוגיה בין סדרות אינסופיות לבין אמיתות קונטינגנטיות: פתרון למראית-עין?

לאור האמור בפרק הקודם, אפשר אולי לומר שלייבניץ מנסה להגדיר את האמת הקונטינגנטית כמצב ביניים במתח שבין האנליטי-אפריורי-הכרחי לבין הסינתטי-אפוסטריורי-מקרי. לדעתו האמת הקונטינגנטית איננו שרירותית באשר היא אנליטית אפריורי אך היא גם אינה הכרחית באשר היא בלתי ניתנת להדגמה. בעקבות הפתרון מכריז לייבניץ על פתרון מבוך החופש:

הנשוא או הסיפא הינם תמיד בנושא או ברישא, ובכך טבע האמת בכלל, או טבע הקשר בין מונחי הטענה, כפי שראה גם אריסטו. בזהויות מפורש הקשר ומפורשת היכללות (comprehension) הנשוא בנושא ואילו בכל האמיתות האחרות קשר זה מובלע ויש להראותו על דרך ניתוח המושגים, דהיינו בהוכחה אפריורי. אך זו האמת במקרה של כל משפט חיובי אמיתי: כולל או פרטי, הכרחי או קונטינגנטי, הן במקרה של כינוי טבע הדבר והן במקרה של כינוי חיצוני בלבד. כאן טמון הסוד המופלא האוצר את טבע הקונטינגנטיות, או את ההבדל המהותי בין אמיתות הכרחיות לבין אמיתות קונטינגנטיות. מתוך כך מסולק הקושי בדבר הכרחיותם הגורלית אף של הדברים החופשיים.³⁷⁵

במטרה להסביר את ההבדל בין הכרח לקונטינגנטיות לייבניץ מזכיר את ההבדל שבין גדלים קומנסורביליים ואינקומנסורביליים, כלומר בין גדלים רציונאליים ואי-רציונאליים. אצל האחרונים אין אמת מידה משותפת ולכן לעולם גם לא יימצא חלק אחרון הואיל והדיפרנציאציה אינה יכולה להסתיים. באותו אופן, גם ניתוח האמיתות הקונטינגנטיות אינו יכול להסתיים בטענת זהות ולפיכך השאלה האם הנשוא אכן כלול בנושא נשאר פתוחה ומאפשרת חופש בחירה לסובייקט. לייבניץ מציג את האנלוגיה הזו כפתרון של מבוך החופש.

	גדלים קומנסורביליים	גדלים אינקומנסורביליים	אמת הכרחית	אמת קונטינגנטית
אנליטי אפריורי	✓	✓	✓	✓
ניתנות להוכחה	✓	✗	✓	✗

כפי שהודגש בפרק הקודם, די היה בהיבט האריתמטי של סדרה אינסופית בכדי להגיע לנקודה הזו, אך לייבניץ אינו מעוניין להפוך את הקונטינגנטיות לספקולציה בעלמא. כלומר, שאלת היכללות הנשוא בנושא אינה באמת פתוחה. על מנת להסביר כיצד בכל זאת אמת קונטינגנטיות מכילה אפריורי את ההצדקה לאמיתותה, לייבניץ עושה שימוש בהיבט הגיאומטרי של הרגרסיה לאינסוף. ההיבט הזה

אפשרית בין כל התכונות הפשוטות מלמדת שמושג הא-ל אפשרי ולכן – באמצעות ההוכחה האונטולוגית של אנסלם – א-לוהים קיים (1676, *That a Most Perfect Being Exists*; A 6.3 579, PDSR 103). לפיכך כבר בנובמבר 1676 לייבניץ מכיר בכך שהדגמה קשורה בהכרחיות והוא אכן משתמש בקשר זה בכדי להצביע על קונטינגנטיות. אך בשלב זה העדר הוכחה קשור באי נגישות לתכונות הפשוטות ולא בניתוח לאינסוף.
³⁷⁵ 1686, 'אמיתות ראשוניות'; C 518-519, עיון ל"ד, עמ' 128-129.

מאפשר לליבניץ לטעון שקיימת דרך לתפוס אמיתות קונטינגנטיות באופן מלא, אך דרך זו שמורה לא-ל בלבד. לדעת לייבניץ א-לוהים תופס את האמת הקונטינגנטית באותה רמת וודאות שהוא תופס את האמת ההכרחית. יחד עם זאת, גם א-לוהים אינו יכול להוכיח או להדגים את האמת הקונטינגנטית.

באשר לאמת קונטינגנטית, אף שלאמיתו של דבר הנשוא הינו בנושא, אין להגיע להוכחה או לזהות, אפילו יימשך ניתוח כל מונח בלא גבול. הא-ל לבדו, המשיג את האינסוף בבת אחת, הוא היחיד הרואה כיצד האחד הוא באחר ומבין אפריורי את הטעם המושלם לקונטינגנטיות, מה שניתן לברואים אפוסטריורי באמצעות הניסיון. וכך אמיתות קונטינגנטיות הן לגבי אמיתות הכרחיות, במידת מה כמו שיחסים אילמים, כלומר שבין מספרים חסרי מידה משותפת, הם לגבי יחסים בני ביטוי שבין מספרים בעלי מידה משותפת [...] וכך, דומני שפתרתי תעלומה שאני עצמי התחבטתי בה במשך זמן רב. לא הבנתי כיצד אפשר שיהיה הנשוא בנושא ובכל זאת לא יהא המשפט הכרחי. אך ידיעת הגיאומטריה וניתוח האינסוף האירו את דרכי והבינותי שגם מושגים ניתנים לניתוח לאינסוף³⁷⁶

בחיבור קצר 'על מקור האמיתות הקונטינגנטיות' מספק לייבניץ תיאור סכמטי של האנלוגיה בין מתמטיקה ולוגיקה בנוגע לניתוח אינסופי של גדלים אי רציונאליים³⁷⁷. האנלוגיה מפלסת את הדרך לפתרון מבוך החופש בכך שהיא מצביעה מצד אחד על אינסוף כמותי סינקטגורמטי המונע את סופו של ניתוח נושא קונטינגנטי. היבט זה של הליך הפירוק לאינסוף מודגש באמצעות האריתמטיקה של סדרה אינסופית. מצד שני האנלוגיה מדגישה את נקודת המבט הכוללנית על סדרה אינסופית המאפשרת מגע בלתי אמצעי עם השלם. היבט זה של הליך הפירוק לאינסוף מודגש בגיאומטריה של סדרה אינסופית, המאפשרת לקחת בחשבון גדלים שהינם למעלה מכוחה של האריתמטיקה, ושאותה לייבניץ מכנה בהקשר של ידיעת האמת הקונטינגנטית 'אינטואיציה':

The source of contingent truths in an infinite progression, on analogy with proportion between incommensurable quantities:

TRUTH		PROPORTION
	is containment	
of the predicate in the subject.		of a smaller quantity in a larger or of an equal in an equal.
	It is shown by	
giving a reason [for the truth]		displaying the relation [of the

³⁷⁶ 1686, 'אמיתות הכרחיות ואמיתות קונטינגנטיות'; C 17, עיון ל"ד, עמ' 135-136.
³⁷⁷ 1685-1689?, *The Source of Contingent Truths*; C 1-3, AG 98-100

	numbers]
through the analysis of both terms into common	
notions.	quantities.
[...] But if the analysis proceed to infinity and never attains completion then	
the truth is contingent, one which involve an infinite number of reasons,	the proportion is unexpressible, one which has an infinite number of quotients,
but in such a way that there is always something that remains,	
for which we must, again, give some reason.	a new remainder that furnishes a [new] quotient.
Moreover, the analysis continued yields an infinite series	
which, however, is known perfectly by God.	about which geometry knows many things.
And this is	
knowledge by intuition	The doctrine of irrational numbers, like what is contained in book X of the <i>Elements</i> [of Euclid],
which is distinct	
from knowledge of simple understanding.	from common arithmetic.
However, neither is experimental but both are <i>a priori</i> infallibles, and known each according to its kind	
through certain reasons evident to God, who alone comprehends the infinite. However, they are not necessary,	through necessary demonstrations known to geometry. However, they cannot be captured by expressible numbers,
for it is impossible	

to give demonstration of contingent truths.

for irrational proportions to be understood arithmetically, that is, they cannot be explained through the repetition of a measure.

הנקודה החשובה באנלוגיה אינה ההיבט האריתמטי של סדרות אינסופיות אלא דווקא ההיבט הגיאומטרי. הגיאומטריה מספקת נקודת מבט כוללת על החישוב ומאפשרת להתעלם מגדלים שהאריתמטיקה אינה יודעת כיצד לטפל בהם. לייבניץ מתייחס באופן מפורש ל'אלמנטים' של אוקלידס: המעבר של היוונים מאריתמטיקה לגיאומטריה איפשר להם לקחת בחשבון מספרים אי רציונאליים כמו $\sqrt{2}$ או π מבלי להתייחס לעובדה שהם חסרי מידה משותפת עם גדלים שלמים. עבור לייבניץ, א-לוהים תופס את האמת הקונטינגנטית בשלמות כפי שתרשים גיאומטרי איפשר ליוונים לקחת בחשבון גדלים אי רציונאליים.

במסגרת האנלוגיה האמורה, לייבניץ כורך יחד את ההיבט האריתמטי של הסדרה עם תפיסתו הפשוטה של הא-ל, ואת ההיבט הגיאומטרי שלה עם תפיסתו האינטואיטיבית³⁷⁸. במהלך הפרק נדון

³⁷⁸ ההבחנה בין תפיסתו 'הפשוטה' או 'הרגילה' של א-לוהים לבין תפיסה 'אינטואיטיבית' שלו איננה לקוחה מאוקלידס אלא היא פרי מחשבה סכולסטית מאמצע המאה ה-16. הפילוסופים הסכולסטיים התלבטו באשר לדרך שבה א-לוהים יודע את 'הקונטינגנטיים העתידיים'. על פי לואיס דה מולינה א-לוהים יודע את כל האפשרויות באמצעות ידיעה פשוטה (על אודות מהותו) ואת המציאות האקטואלית באמצעות אינטואיציה (הקשורה בחשיבה על רצונו ועל הכרעותיו). 'הקונטינגנטיים העתידיים' אינם אפשרויות גרידא מצד אחד אך גם אינם התרחשויות ממשיות מאידך, ולפיכך קבע מולינה שא-לוהים יודע אותם באמצעות סוג שלישי של ידיעה המוגדר בגבול שבין ידיעה פשוטה ואינטואיציה. לייבניץ מתייחס בהרחבה לטיעונו של מולינה, אך בשונה ממנו הוא סבור שהקונטינגנטיים העתידיים כבר כלולים מושגית בנושא קונטינגנטי (1709, *Theodicy* §§40-48; H 144-150). מפאת תפיסת הידע האנליטית שלו, מבטל לייבניץ את ידיעת הביניים של מולינה וכורך יחדיו את הקונטינגנטיים העתידיים עם הכרת המציאות האקטואלית באמצעות אינטואיציה. יחד עם זאת, לייבניץ ער לכך שעלולה להיווצר חפיפה בין שכלו של הא-ל לבין רצונו ביחס לקונטינגנטיים העתידיים ולכן הוא קובע שהא-ל תופס את הקונטינגנטיים העתידיים בשכלו כל זמן שהם נחשבים כאפשרויות בלבד, ורק מרגע שהוא מכריע לממש את הסדר המסוים של העולם הטוב בעולמות האפשריים הוא תופס אותם באמצעות רצונו. בכל מקרה, א-לוהים אינו תופס בשכלו את ההכרעה שלו כצפויה במסגרת תפיסת כל האפשרויות, מכיוון שאז מעמדה עדיין לא קונטינגנטי כפי שהוא לאחר הכרעה: "אני מסכים שכאשר הא-ל מחליט בקביעה מראש שהרוח תבחר בחירה מסוימת משום שצפה שכך תבחר אם יותר קיומה, הוא אף צופה את קביעתו מראש שלו עצמו ורואה את הכרעתו שלו בדבר הקביעה מראש, אבל כאפשרית בלבד. אין הוא מכריע משום שהכריע. כך, משום שהא-ל מעיין ברוח כאפשרית קודם שהוא מכריע שעליה להתקיים בפועל. שכן אפשרויות או מושגה של הרוח הנבראת אינם כוללים מציאות [...] אין ספק שהא-ל רואה שיכול הוא לברוא דברים באינסוף אופנים ושסדרים שונים של דברים יתקיימו אם יבחר בחוקים שונים לסדרים, דהיינו בהכרעות ראשוניות שונות. כך, בעינינו ברוח המסוימת, הקשורה כשלעצמה בסדר דברים מסוים, הוא מעיין גם בהכרעה אשר בה קשורים הרוח וסדר הדברים המסוים. אך הוא מעיין בכל אחד מהם בחינת אפשרי, שכן עדיין לא קבע הכרעתו [...] כאשר מכריע הא-ל לבחור בסדר זה, הרי בכך הוא אף מחליט אינסוף החלטות שעניינן כל הקשור בזה וכך הוא מחליט בדבר הכרעות אפשריות או חוקים שיש להוציאם מן הכוח אל הפועל. מכאן ברור שישנה החלטה אחת אשר הא-ל מתייחס אליה בהכרעתו, אבל הכרעה אחרת אשר בה הוא מכריע להוציא את החלטתו אל הפועל, דהיינו, זו שבה הוא בוחר שיתקיימו סדר דברים זה, רוח זו הכלולה בו, והחלטה זו שבו [...] אל לנו לתמוה על השתקפות החלטה אחת באחרת. שכן ניתן לטעון לגבי התבונה הא-לוהית, שהכרעותיו החופשיות של הרצון הא-לוהי מובנות לה עוד לפני שנעשו, שכן אין הא-ל עושה את שאין הוא יודע שהוא עושה" (1686, 'אמיתות הכרחיות ואמיתות קונטינגנטיות'; C 23-24, עיון ל"ד עמ' 141).

ניתן לראות קטע זה בבחינת הודאה של לייבניץ שהכרת האפשרויות בשכלו של הא-ל מכילה גם את המחשבה הרפלקטיבית של א-לוהים כתופס כל אחת מהאפשרויות. במילים אחרות, כאשר א-לוהים תופס אפשרות הוא גם תופס את עצמו תופס את האפשרות. ניתן להראות שהכלה של מחשבה רפלקטיבית אחת פותחת את הפתח לכניסה לרגרסיה אינסופית בלתי נמנעת אפילו כאשר מדובר במחשבה הכוללת אפשרות אחת בלבד. כתוצאה מכך, לא רק שלא ניתן לתפוס

בטיבה של אינטואיציה זו, אך בשלב זה ניתן לומר שעד כמה שהדבר נוגע לגיאומטריה זו אינה תפיסה מובחנת לחלוטין משום שמספר אי רציונאלי הינו גודל שלא ניתן לייצוג מדויק באמצעות מספרים שלמים ומובחנים. בסופה של האנלוגיה קובע לייבניץ שאמת קונטינגנטית אינה ניתנת להוכחה כפי שיחס אי רציונאלי לא ניתן לחישוב באמצעים אריתמטיים. לכן א-לוהים, התופס באופן 'גיאומטרי' את האמת הקונטינגנטית, אינו יכול לפרוט 'אריתמטית' את הניתוח הלוגי האינסופי לטענות מובחנות. במילים אחרות, תפיסה אינטואיטיבית מספקת וודאות אך לא הוכחה התלויה בקיומן של טענות מובחנות³⁷⁹. א-לוהים תופס את המכלול באופן אחוד ושלים ולכן גם הוא אינו יכול להשלים ניתוח אינסופי של אמיתות קונטינגנטיות³⁸⁰.

כדאי לשים לב לכך שבטיעון זה לייבניץ אינו עושה שימוש בתחשיב האינפיניטסימאלי שפיתח מספר שנים קודם לכן. הטיעון מבוסס אך ורק על גישתם של הגיאומטריקונים היוונים לחקר מספרים אי רציונאליים. פרשנים כדוגמת די בלה למשל אכן סבורים שפתרון מבוך החופש של לייבניץ אינו קשור בתחשיב האינפיניטסימאלי שלו אלא בטיבו הבלתי מוגדר של מספר אי רציונאלי בלבד³⁸¹. לדעתי אין זה סביר שלייבניץ מתייחס לטיבם האינסופי של מספרים אי רציונאליים ומתעלם מחידושו של בתחום. לאמיתו של דבר, חידושו של לייבניץ פשוט הופכים את התמונה על פיה ומפריכים את האנלוגיה שבין קונטינגנטיות בלתי ניתנת להדגמה ומספרים אי-רציונאליים:

לייבניץ מדבר על קונטינגנטיות כעל יחס אינקומנסורבילי שאינו ניתן לעולם למיצוי ולכן לעולם לא מסתכם בטענת זהות. אבל ברמה המתמטית לייבניץ בעצמו מראה כיצד ניתן לחשב גדלים אי רציונאליים באמצעות אינפיניטסימאליים. 'טור לייבניץ' למשל, הוא חישוב של המספר האי רציונאלי π באמצעות סדרה אינסופית של מספרים רציונאליים. לקראת סיום שהותו בפריס מקפיד לייבניץ להדגיש שחשיבות התחשיב החדש איננה בתוצאות שניתן לקבל ממנו אלא בשיטת החישוב המוצדקת מבחינה מתמטית³⁸². הצדקת התחשיב באמצעות המרה של פרופורציות על פי המתכון של הגיאומטריה האנליטית של דקארט ופרמה יוצרת מצב חדש שבו גדלים אי רציונאליים הופכים לנגישים. כפי שטוענת אישיגורו, לייבניץ הראה כיצד ניתן להוכיח במספר סופי של צעדים שטור

בו זמנית את כל המחשבות האפשריות, לא ניתן לתפוס בו זמנית את כל המחשבות הקשורות באפשרות אחת בלבד. כפי שהראה דדקינד, קבוצת כל המחשבות הרפלקטיביות אינה נחשבת קבוצה בעצמה (ראו הערה 84 בחלק זה). ניתן להימנע מהתנגשות עם כמות אינסופית שאפילו תורת הקבוצות של קנטור אינה יודעת כיצד לטפל בהם על ידי מעבר מיחס היכללות אקסטנסיביונלי ליחס היכללות אינטנסיביונלי, כלומר מהגדרת מושג קבוצה אינסופית להגדרת מושג כסדרה אינסופית כפי שמראה נחתומי (Nachatomy 2007a, 64). כפי שנראה להלן בסעיף ה' שבסוף פרק זה, לייבניץ ככל הנראה היה מודע לכך שהכרת הא-ל את כל האפשרויות אינה אפשרית אם על הא-ל להכיר את כל האפשרויות זו אחר זו ובאופן מובחן. לפיכך מדגיש לייבניץ שהכרת הא-ל אינה פועלת בצורה זו אלא היא כוללנית. הדרך היחידה העומדת לרשות הא-ל בהכרת האפשרויות היא הכרת האלגוריתם המחולל אותן. דרך זו מקיפה אינסוף סינקטגורמטי של אפשרויות מכוח טיבו האינסופי ההיפרקטגורמטי של הא-ל.

³⁷⁹ עניין זה יוסבר בהרחבה להלן בסעיף ד'.

³⁸⁰ זאת בניגוד לעמדתו של קוטירה למשל הסבור שא-לוהים מסוגל להשלים את הניתוח האינסופי (Couturat 1994) 3 (1902), אך מרבית הפרשנים חלוקים עליו. להלן בסעיפים ב' ו-ה' נתייחס לנושא זה באופן מפורט.

³⁸¹ "...every series, complex and irregular as it may be, and even including miracles, can be reduced to a unitary rule. To claim this, Leibniz plausibly had in mind his mathematical experience in the study of functions. In his texts on infinite analysis, however, the analogy is not usually drawn from some new discovery in infinitesimal calculus, but from the polarity between rational and irrational numbers, already known from antiquity." (Di Bella 2005, 356)

³⁸² Fall 1675-Summer 1676, *De Quadratura Arithmetica*, 133; trans. by Knobloch 2002, 67

אינסופי של מספרים רציונאליים אכן שווה למספר אי רציונאלי, למרות שהוכחה כזו אינה כוללת את המספר במדויק³⁸³. במילים אחרות, ההבחנה בין גדלים קומנסורביליים ואינקומנסורביליים אינה מועילה משום שהתחשיב האינפיניטסימאלי שפיתח לייבניץ מסוגל להתגבר על המגבלה האריתמטית לסיים את החישוב. ניתן להמחיש את הבעיה באמצעות הטבלה שהוצגה לעיל:

אמת קונטינגנטית	אמת הכרחית	גדלים אינקומנסורביליים	גדלים קומנסורביליים	
✓	✓	✓	✓	אנליטי אפריורי
✗	✓	☑	✓	ניתנות להוכחה

בתיאורים הרבים שבהם הוא מתייחס לפתרון מבוך החופש, לייבניץ אינו מסתפק בהשוואה בין אמיתות קונטינגנטיות לגדלים אינקומנסורביליים, ולפיכך יש מקום לתהות אם עמדתו ביחס לקשר שבין קונטינגנטיות ואינסוף אינה מורכבת יותר. השאלה היא האם העובדה **שלא ניתן להדגים** כיצד אמת קונטינגנטית מכילה אפריורי את כל נשואיה אינה מתנגשת עם העובדה **שניתן להדגים** כיצד מספר אי רציונאלי שווה לטור אינסופי של מספרים רציונאליים. ובאופן כללי יותר: האנלוגיה בין מתמטיקה של סדרות אינסופיות לבין לוגיקה של אמיתות קונטינגנטיות חזקה מדי. אחרי הכל, טיפול מתמטי בסדרות נעשה באמצעות אמיתות הכרחיות ולפיכך האנלוגיה עלולה לשמוט את הקרקע שביסוד ההבדל שבין הכרח לקונטינגנטיות. האם קיימת גם דיס-אנלוגיה שבאמצעותה ניתן יהיה לטעון שהדגמה אפשרית רק בניתוח מתמטי של סדרות אך לא בניתוח לוגי של אמיתות קונטינגנטיות? כיצד אפוא יש להבין את אי היכולת להדגים את היכולות הנשוא בנושא קונטינגנטיות? האם האנלוגיה שבין ניתוח אמיתות קונטינגנטיות לבין תחשיב של גדלים חסרי אמת מידה משותפת פירושה שיש לתפוס את טענת הזהות המדגימה את אמיתות הטענה כפי שאנו תופסים גבול של סדרה אינסופית? ברמה המתמטית הגבול אינו חלק מאיברי סדרה אינסופית, אך בשל התכנסות הסדרה לעברו אנו רואים את הגבול כאילו הוא בכל זאת כלול בה. ברמה הלוגית, ניתוח אינסופי של אמת קונטינגנטית הוא אינסופי ולכן הוא אינו כולל את טענת הזהות המהווה את גבולו. אך האם עלינו לראות את טענת הזהות כאילו היא בכל זאת כלולה בניתוח בשל רצוננו לראות את הניתוח כמתכנס לעבר טענה שכזו כך שניתן יהיה לומר שהאמת הקונטינגנטית היא אנליטית אפריורי? מתח בין ההיבט האריתמטי לבין ההיבט הגיאומטרי של הרגרסיה לאינסוף ניתן לפתור כאשר הגבול ידוע, אך כיצד יש להתייחס למתח כזה כאשר טענת הזהות המשמשת גבול לניתוח אמת קונטינגנטית איננה נגישה?

עמימות זו באשר למעמדה של טענת הזהות האחרונה הביאה מספר פרשנים לטעון שסיבת העדרה של טענת זהות בניתוח אמיתות קונטינגנטיות נעוצה במגבלה אפיסטמית בלבד. לטעמם ניסיונו של

³⁸³ "Leibniz thinks for example that we must understand clearly that we can rigorously prove that $1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots = 1$, although the number of terms of the series is not finite. But to give a proof of a truth involving infinitely many terms is surely not to give a proof which itself has 'infinitely' many steps." (Ishiguro 1990, 194)

לייבניץ לאפיין את ההבדל שבין אמת הכרחית לאמת קונטינגנטית כנעוץ בהבדל שבין מספר צעדים סופי ואינסופי להדגמת אמיתותה של טענה אינו מועיל משום שבסופו של דבר טענת הזהות אכן קיימת אי שם בסופו של הניתוח שאותו אנו איננו מצליחים להשלים. לדעתם הואיל וא-לוהים בסופו של דבר מכיר את האמת הקונטינגנטית כאנליטית אפריורי, הרי שהניתוח לאינסוף יוצר קונטינגנטיות למראית עין בלבד³⁸⁴. אולם, כפי שהראה אדמס, העובדה שאמיתות טענה אינה ניתנת להדגמה במספר סופי של צעדים משמעה שהיא **לעולם** אינה יכולה להיות מוגדרת באמצעות טענות זהות. רוצה לומר: אמת קונטינגנטית איננה אמת הכרחית משום שבשום שלב אין סתירה בין האמת הקונטינגנטית לבין שלילתה³⁸⁵. הצעה זו אכן מתאימה לאסטרטגיה שבוחר לייבניץ בהגדירו את האמת הקונטינגנטית ככזו שאינה מכילה סתירה פנימית ותו לא³⁸⁶. פעמים רבות לייבניץ קובע שאמת קונטינגנטית "מטה מבלי שהיא כופה"³⁸⁷. למעשה, יש שסברו בשל כך שהאמת על נושא קונטינגנטי אינה כוללת תכונות או עובדות אלא נטיות בלבד ולפיכך רק סך כולל של נטיות הכלולות בנושא הוא שמכריע אם תכונה או עובדה מסויימת תיחשב ככלולה בנושא, אך סך כזה לעולם אינו ניתן להשגה³⁸⁸.

³⁸⁴ Russell 1972 (1903), 378 n. 8; Lovejoy 1936, 174-175; Curley 1972, 80
³⁸⁵ Rescher 1967, 46; Adams 1982, 258. לדעת סליי ישנו הבדל בין ניתוח אינסופי לבין ניתוח שאין לו סוף (Sleigh)
 הבדל זה עשוי לדעתו להסביר כיצד אלוהים יודע את האמת הקונטינגנטית: אלוהים מסוגל לסיים ניתוח אינסופי. הבעיה היא שפרשנות זו אינה עולה בקנה אחד עם תפיסה סינקטגורמטית של האינסוף כשל לייבניץ.
³⁸⁶ "כדי להשיב באופן משביע רצון, הריני אומר שהקישור או ההשתלשלות [בין הנושא לנשוא] הם בני שני סוגים: האחד הוא הכרחי לחלוטין, ומניגודו נובעת סתירה, ודוקציה זו מצויה באמיתות הנצחיות כמו אמיתות הגיאומטריה; האחר אינו הכרחי אלא *ex hypothesi* וכמו במקרה, אבל הוא קונטינגנטי כשלעצמו, כאשר מניגודו אין נובעת סתירה" (1686, 'מאמר מטאפיזי' סעיף 13, עמ' 66).

³⁸⁷ "א-לוהים מטה את נפשנו מבלי שהוא כופה אותה" (1686, 'מאמר מטאפיזי' סעיף 30, עמ' 105); "There is a midpoint between what is necessary and what us by chance, namely, that which is free. The world us a voluntary effect of God, but a voluntary effect due to inclining or prevailing reasons." (1707?, *Comments on Spinoza's Philosophy*; AG 277)

³⁸⁸ האותיות וקובר עשו שימוש בטענה כזו בכדי לפתור בעיה שהעלה אדמס (Hawthorne and Cover 2000, 153-159). לדעת אדמס, יחס ההיכללות בין סובייקט לבין כל תכונותיו אמנם מתפרט לאינסוף, אך הניתוח אינו מוכרח להיות אינסופי אם יש מזל והתכונה נמצאת מהר מהצפוי (Adams 1994, 34). השלב הראשון בפתרון שמציעים האותיות וקובר הוא שעל מנת להוכיח שתכונה מסויימת נמצאת בנושא יש להוכיח שהנושא קונטיסטנטי ולשם כך יש להתייחס בכל זאת לכל אינסוף התכונות של הנושא ולקבוע שאין בנושא סתירה פנימית, ולכן מזל לא יכול למנוע ניתוח אינסופי של אמת קונטינגנטית. שלב זה של הפתרון אינו מספק משום שכל טענה קונטינגנטית הופכת לתלויה בניתוח אינסופי ואינה ניתנת להדגמה – אפילו טענת הזהות שנושא x הוא נושא x. לכן נדרש שלב נוסף בפתרון המוצע שלהם לבעיית המזל והוא שהרשימה האינסופית המרכיבה את הנושא אינה רשימה של תכונות אלא של נטיות או ראיות (inclinations) בלבד. זאת מתוך דברי לייבניץ שאמיתות קונטינגנטיות "מבוססות על ההכרעה החופשית של א-לוהים או של הנבראים, שבחירתם יש לה תמיד טעמים אשר מטים בלי שהם כופים" (1686, 'מאמר מטאפיזי', סעיף 13, עמ' 64). התכונה של מעבר הרוביקון אינה נמצאת ברשימת הנטיות של קיסר ולכן אי אפשר פשוט להיתקל בה באקראי במהלך סקירת הסדרה האינסופית של תכונותיו. ברשימת הנטיות של סובייקט יש נטיות-בעד ונטיות-נגד קיומה של תכונה מסוימת, ולדעתם ההכרעה אם תכונה מסויימת כלולה או לא בסובייקט תלויה בסיכום כל הנטיות הללו יחד. לפיכך, רק חישוב כל אינסוף הנטיות יחד הוא שמכריע – מתוך שיקול כולל של הבעד והנגד – אם התכונה קיימת בנושא או לא. חישוב כזה אינו אפשרי ולכן אין אפשרות להדגים את היכללות הנושא בנושא קונטינגנטי.

כאמור, האותיות וקובר מודים כי לא ניתן לקבוע אם נושא קונטינגנטי הינו קונטיסטנטי באופן וודאי משום שלשם כך יש צורך לקחת בחשבון את כל אינסוף הנטיות הכלולות בו, וזה בלתי אפשרי מעצם הגדרתו הסינקטגורמטית של האינסוף. עם זאת, כפי שנראה בהמשך, לייבניץ תופס את הנושא כאלגוריתם של סדרה אינסופית ולפיכך ניתן בכל זאת להתייחס אל נושא קונטינגנטי כאל מושג אפשרי (ואולי אף לקחת בחשבון את מכלול הנטיות הכלולות בו). מכיוון שכך השאלה הבסיסית במקומה עומדת: מדוע האנלוגיה בין מתמטיקה ללוגיקה בהקשר הזה אינה מובילה למסקנה שאמיתות קונטינגנטיות הן הכרחיות? ייתכן שהפתרון המבוסס על אופיים של האיברים בסדרה אינו מספיק ויש צורך לאפיין באופן

הגם שגישתו של אדמס נראית מתאימה להתבטאויותיו של לייבניץ היא אינה מספקת, מכיוון שהיא מותירה בעמימות את מעמדה של טענת הזהות האחרונה ולפיכך אין היא מסבירה מדוע בכל זאת ההכרעה העתידית כלולה אפריורי בנושא. ניתן לנסח את הבעיה שוב באמצעות גבול הניתוח. הימנעות משרירותיות מבוססת על הגדרת האמת כאנליטית ועל קיומה של סדירות או חוקיות פנימית המאפיינת את האמת. לשם כך טענת זהות המשמשת גבול לניתוח לוגי של מושגים מוכרחה להיות כלולה בניתוח של אמיתות קונטינגנטיות מורכבות. אך העובדה שאמת קונטינגנטית לעולם אינה סותרת את שלילתה פירושה שטענת הזהות מוכרחה להימצא מחוץ לניתוח. במילים אחרות, אפילו א-לוהים אינו יכול לצמצם טענה קונטינגנטית לטענות זהות³⁸⁹:

But in contingent truths [...] the resolution proceeds to infinity, God alone seeing, not the end of the resolution, of course, which does not exist, but the connection of the terms or the containment of the predicate in the subject, since he sees whatever is in the series.³⁹⁰

ניתן לראות שבעיית החופש הקשורה בקונטינגנטיות מגיעה לפתחה של ההכרה הא-לוהית עצמה. ההכרה הא-לוהית מייצגת בהקשר זה את העובדה שהאמת הקונטינגנטית אינה חדלה להיות אנליטית-אפריורי למרות אי נגישותה של טענת הזהות המוכיחה אותה. א-לוהים מסוגל לראות כל מה שמצוי בסדרה אינסופית הכלולה בנושא קונטינגנטי, אך אינו מסוגל לראות את סופו של הניתוח הואיל וסוף כזה אינו קיים. כיצד ניתן להבין זאת? אם א-לוהים תופס את האמת בכללותה – וזוהי אמת אנליטית המכילה אפריורי את טענת הזהות המוכיחה אותה – מדוע טענת הזהות נותרת חסומה גם עבורו?

בשל הבעיות הכרוכות בפתרון מבוך החופש באמצעות ניתוח אינסופי של אמיתות קונטינגנטיות יש מי שסבור שלייבניץ התיימש בסופו של דבר מפתרון זה, לאור העובדה שניתוח אינסופי של אמיתות קונטינגנטיות אינו מופיע עוד בכתביו של לייבניץ לאחר שלהי שנות השמונים. אך סלי טוען בספרו שפרשנות כזו אינה יותר ממשאלת לב³⁹¹. ניתוח אינסופי של אמיתות קונטינגנטיות דווקא ממשיך להופיע בכתבי לייבניץ גם בשנות חייו האחרונות, בספריו³⁹² ובמכתביו לעמיתיו³⁹³:

ייחודי את הנושא הקונטינגנטי עצמו שאינו אלגוריתם של סדרה אינסופית בעלת איברים מוגדרים אלא אלגוריתם המבטא מורכבות אינסופית. נקודה זו תורחב בהמשך.

³⁸⁹ "Moreover [...] whereas mathematical truths concerning infinite series can be demonstrated, in the case of contingent truths no demonstration at all can be given, *even by God himself*. He also does not know the endpoint of the analysis simply 'because there is no such point'." (Di Bella 2005, 356)

³⁹⁰ 1689, *On Freedom*; FC 181-182, AG 96

³⁹¹ Sleigh 1990, 88

³⁹² "Nevertheless, when in making the analysis of the truth submitted one sees it depending upon truths whose contrary implies contradiction, one may say that it is absolutely necessary. But when, while pressing the analysis to the furthest extent, one can never attain to such elements of the given truth, one must say that it is contingent, and that it originates from a prevailing reason which inclines without necessitating. Once that is granted, it is seen how we can say with sundry famous philosophers and theologians, that the thinking substance is prompted to its resolution by the prevailing representation of good or of evil, and this certainly and infallibly, but not necessarily, that is, by reasons which incline it without necessitating it. That is why contingent futurities, foreseen both in themselves and through their reasons, remain contingent. God was led infallibly by his wisdom and by his goodness to create the world through his power, and to give it the

The analysis of necessities, which is that of essences, proceeds *from the posterior by nature to the prior by nature*, and it is in this sense that numbers are analyzed into unities. But in contingents or existents, this analysis *from the posterior by nature to the prior by nature* proceeds to infinity without even being reduced to primitive elements.³⁹⁴

אם כן, לייבניץ רואה בניתוח לאינסוף כלי מרכזי בהבחנה שבין הכרח לקונטינגנטיות עד סוף ימיו, ולפיכך עלינו לראות אם ניתן להתגבר על הקשיים העומדים לפתחו של כלי זה. לשם כך עלינו להבין היטב במה כרוכה הדגמה או הוכחה של טענה ולכך נפנה בסעיף הבא. מתוך כך ננסה בהמשך לצייר את ההבדל שבין מתמטיקה של סדרות לבין לוגיקה של אמיתות.

ב. על רמות ההכרה ועל הדגמת אמיתות של טענה

הדגמת אמיתותה של טענה היא המבחינה בין אמיתות הכרחיות לקונטינגנטיות, ולפיכך עלינו לעמוד על טיבה של ההדגמה על פי לייבניץ. בראש ובראשונה לייבניץ ער לכך שאמיתות מכל סוג שהוא מבוססות על נקודת משען בלתי ניתנת לנימוק המוגדרת באמצעות עקרון הסתירה שלו:

כשם שהבונה על בית על חול חייב להעמיק ולחפור עד שיגיע לסלע קשה או לבסיס מוצק; והמתיר קשר חייב תחילה לבקש את קצה החוט; וארכימדס דרש אך נקודת משען יציבה כדי להניף משקולות כבדות ביותר, כן תבוקש נקודה קבועה עבור כינון יסודות הידיעה האנושית אשר עליה נוכל להישען וממנה נוכל לצאת לבטח. לדעתי יש לבקש עיקרון זה בטבען הכללי של האמיתות ובכך עלינו להתמיד ולהחזיק מעל הכל: **כל משפט הוא או אמיתי או שקרי**. משפט שקרי הוא זה הסותר משפט אמיתי. משפטים שאין ביניהם ההבדל חוץ מכך שהאחד חיובי והאחר שולל הם סותרים. וטיבם של העקרונות הללו, שלשווא תבוקש להם הוכחה. שכן מאחר שאי אפשר שיובאו כהוכחות אלא משפטים אחרים, לשווא יובאו, אם בעת ובעונה אחת יאושר ויישלל שהינם אמיתיים או שקריים וכל חקירה על אודות האמת תימנע מתחילתה.³⁹⁵

נקודת הארכימדס' של לייבניץ בניתוח אמיתות הכרחיות וקונטינגנטיות אינה ניתנת להוכחה. יחד עם זאת, מעמדה אינו שרירותי. כפי שראינו בפרק הראשון שבחטיבה זו, לייבניץ מגיע בתחילת שנות השמונים למסקנה כי הוכחות או ניתוחים אינם יכולים להגיע עד המושגים הראשוניים שמהם מורכבים המושגים. חזקה על ניתוח מוצלח שישאף למושגים ראשוניים 'עבורנו', דהיינו למושגים

best possible form; but he was not led thereto of necessity, and the whole took place without any diminution of his perfect and supreme wisdom. And I do not know if it would be easy, apart from the reflexions we have just entertained, to untie the Gordian knot of contingency and freedom." (1704, *Theodicy*, Appendix iv §14, G VI 414, H 419)

³⁹³ "The reasons for universal or eternal truths do not proceed to infinity, yet they do in the case of singular truths. Thus, singular truths cannot be perfectly explained or grasped by a created mind, for they involved infinity." (14 Feb. 1706, *Leibniz to Des Bosses*; G II 300, LR 21)

³⁹⁴ 5 August 1715, *Leibniz to Louis Bourguet*; G III 582, L 664

³⁹⁵ 1686, יטבע האמת'; C 401, עיון ל"ד עמ' 133.

ראשוניים המהווים נקודת מוצא לכל ניתוח גם אם אין בכוחנו להוכיחם. לפיכך, הקביעה שמשפט יכול להיות או אמיתי או שקרי, כרוכה בקביעה שקובע לייבניץ ש'האידיאות הפשוטות' שביסוד כל אמת הינן 'אמיתות ראשוניות'. אמיתות אלו הינן משפטי זהות: הן אינן יכולות להיות שקריות באשר ניגודן מכיל סתירה, ולכן, מתוקף הקביעה שמשפט יכול להיות או אמיתי או שקרי, הן מוכרחות להיות אמיתיות על אף שלא ניתן להוכיחן:

כשאמת היא הכרחית, אפשר למצוא את טעמה על ידי האנליזה כשמנתחים אותה לאידיאות ולאמיתות פשוטות יותר עד שמגיעים אל הראשוניות. אצל המתמטיקאים מועמדים בדרך זו, באמצעות האנליזה, המשפטים העיוניים לכללי השימוש, על הגדרות מושכלות ראשוניים ודרישות. ולסוף יש אידיאות פשוטות שאי אפשר לתת להן הגדרה; וכן יש מושכלות ראשוניים ודרישות, ובקיצור **עקרונות ראשוניים**, שאי אפשר להוכיחם ואף אינם טעונים הוכחה; ואלה הם **משפטי הזהות**, שניגודם מכיל בתוכו סתירה מפורשת.³⁹⁶

אם ניגודם של משפטי הזהות מכיל סתירה מפורשת מדוע הם אינם ניתנים להוכחה מעצם עובדה זו? התשובה היא שלמרות הצהרתו של לייבניץ, איננו באמת יודעים אם ניגודם מכיל סתירה. אנו יכולים לומר שא' הוא א' בוודאות, אך אין להסיק מכך שא' אינו ב'. אמנם נכון הוא שא' אינו ב' מעצם הגדרתם כשוניים, אך לכך כבר אין הוכחה. הקביעה שא' אינו ב' אינה שקולה עם הקביעה שא' הוא א' אלא אם הקביעה שא' הוא א' ורק א'. אם א' ו-ב' אינם נגישים לנו איננו יכולים לקבוע בוודאות כל מגבלה בהגדרתו של א' ולכן אין בסיס לקביעה שא' הוא רק א'.³⁹⁷ השונות או השלילה שבהגדרת המושגים הראשוניים חייבות להיחשב אקסיומות או אמיתות ראשוניות שאינן ניתנות להנמקה לוגית. לפיכך מעמדן של האמיתות הראשוניות בהכרתנו אינו יכול להיות מיוסד על הבנה.

³⁹⁶ 1714, 'מונדולוגיה' סעיפים ל"ג-לה, עמ' 60-61. משפטי הזהות נחשבים אצל לייבניץ ל'אמיתות ראשוניות', ואף מהווים את נקודת המוצא של התחשיב הלוגי שלו. לפיכך, הם אינם נובעים מעקרון הסתירה של לייבניץ. מדויק יותר לומר שמשפטי הזהות ועקרון הסתירה מייצגים את ההיבט החיובי והשלילי בהתאמה של אותה נקודת מוצא לוגית. כך אמנם מנסח זאת לייבניץ ב'מסות חדשות' שלו: "האמיתות העיון הראשוניות הן אלו שאני קורא להן בשם הכללי של אמיתות זהות, שכן נדמה שהן חוזרות על אותו הדבר, בלי ללמדנו ולא כלום, הן חיוביות או שליליות. החיוביות הן כגון אלו: "כל דבר הוא מה שהוא"; ובכל דוגמא ודוגמא שנרצה לבחור בה, א' הוא א', ב' הוא ב' [...] הריני בא כעת על המאמרים הזהים השליליים, שעניינם או עקרון הסתירה או אי-חפיפות. עקרון הסתירה הריהו בדרך כלל: "כל מאמר הוא או אמיתי או שקרי" [...] והנה כל זה נכון גם לגבי כל המאמרים שאפשר להעלותם על הדעת בפרט; למשל "מה שהוא א' אינו יכול להיות לא-א'" [...] אשר למאמרי אי-חפיפות (*disparates*), אלה הם המאמרים שהמושא של מושג אחד אינו דבר אחד עם הצבע"; וכן, "האדם ובעל חיים אין זה אותו דבר", אף על פי שכל אדם הוא בעל חיים. כל זה ניתן לקבוע בוודאות בלי להזדקק לכל בדיקה או להעמדה על הניגוד או על עקרון הסתירה – כשמושגים אלו מובנים דיים כדי שלא להצריך כאן ניתוח. אך אם אינם כך, אדם עלול להיכשל בטעות; שהרי אם יאמר "משולש [או שלוש-זוית] ושלוש-קו אינם אותו הדבר", יהא טועה, משום שאם מעיינים יפה, מוצאים ששלוש הצלעות ושלוש הזוויות מצויות תמיד ביחד [...] ברם, אפשר תמיד לומר במופשט ש"המשולש אינו שלש-קו", או ש"הטעמים הצורניים" – כלשון הפילוסופים – של המשולש ושל השלש-קו אינם אותם הטעמים עצמם. אלו הם יחסים שונים של אותו הדבר האחד" (1709, 'מסות חדשות' ספר רביעי פרק ב' [על דרגות ידיעתנו], עמ' 402-404). יש לציין, כפי שכבר הבהרתי בדיון על מקור השלילה בחטיבה הראשונה, שעקרון אי-החפיפות מתאר את השונות הבסיסית בין אידיאות פשוטות אך אינו יכול לנמק שונות זו. לפיכך קיים בהחלט קשר בין שונות לבין שלילה, אף כי קשר זה מעיד על קיומה של סיבה אחרת הנתועה מחוץ לתחום הלוגי של מושגים כפי שטוענים ראסל ופישנט.

³⁹⁷ יחד עם זאת, כאשר אנו קובעים שא' היא תכונה **פשוטה** וחיובית אנו מגדירים אותה כתכונה שאינה כוללת תכונות אחרות ולכן שהיא ירק א'. אולם זהו עניין שבהגדרה ולא בהוכחה.

לייבניץ רואה את האמיתות הראשוניות כקשורות באינטואיציה בלבד, ואינטואיציה זו היא הערובה היחידה לכך שהמושג המורכב מאמיתות אלו אפשרי:

ההגדרות הפשוטות ביותר של המספרים נוצרות באורח זה: "שתיים" הוא אחת ואחת, "ארבע" הוא שלוש ואחת, וכו'. אמנם יש בכך היגד חבוי, שכבר העירוני עליו, לאמור, שמושגים אלו הם בגדר האפשר; ודבר זה נודע כאן מכוח ההסתכלות (*intuitive*), באופן שאפשר לומר שידעיה-בהסתכלות כלולה בהגדרות כל אימת שאפשרותן נגלית מבראשונה. באורח זה כל ההגדרות המכוונות כוללות אמיתות ראשיות שבעיון השכלי, ועל כן – ידיעות-שבהסתכלות.³⁹⁸

למרות שלייבניץ אינו מתיימר לטעון שברשותנו הגדרות מלאות לכל הישים הגיאומטריים האפשריים ולכל הידע המתמטי, הוא בכל זאת טוען שהסיכויים להגיע להבנה מלאה של המתמטיקה והגיאומטריה ("האופנים המושכלים") גדולים מכל תחום ידע אחר.³⁹⁹ הבנה מלאה אינה יכולת זיהוי של דבר מה או הבחנתו מדברים אחרים. הבנה מלאה כוללת הכרה של המבנה הפנימי של הדבר הנחקר עד למרכיביו הראשוניים. אם בכוחה של התבונה להגיע להבנה מלאה שכזו, הרי שהגדרת המספרים היא הקרובה ביותר לכך. כפי שניתן לראות אפילו הגדרת המספרים השלמים כוללת מרכיב אינטואיטיבי.

לייבניץ מתייחס להגדרת המספרים השלמים כהגדרה 'מכוונת' (*adequate*). במדרג רמות ההכרה של לייבניץ הכרה זו גבוהה מהכרה 'עמומה' המאפיינת זיכרון חזותי ושאינן בכוחה להבחין הבחנה של ממש בין דברים. הכרה 'מכוונת' אף גבוהה מהכרה 'ברורה' או 'בהירה' המאפיינת ידע חושי ומאפשרת להבחין בין טעמים, ריחות ומראות "הקרובים זה לזה במידה כזו שלא נוכל להבחין ביניהם על פי הזיכרון, ובכל זאת לפעמים אנו מבחינים ביניהם כשהם נתונים זה ליד זה"⁴⁰⁰. לבסוף, הכרה 'מכוונת' גבוהה אף יותר מהכרה 'מובחנת' המאפיינת ידע מדעי ושכוחה להבחין "בין הזהב האמיתי למזויף באמצעות מבחנים מסוימים או סימני היכר המהווים את הגדרת הזהב"⁴⁰¹. 'הגדרת הזהב' מתקבלת אפוא לראשונה רק לאחר שההכרה הינה מובחנת מכיוון שידע חושי 'ברור' עודנו מטושטש ומבלבל וההבחנה שהוא מאפשר כרוכה בדוגמאות בלבד. לעומת זאת, ידע מדעי שמניבה הכרה 'מובחנת' מבוסס על זיהוי הסימנים המובהקים שעל פיהם הזהב ניתן להבחנה.⁴⁰² עם זאת, ההגדרה

³⁹⁸ 1709, 'מסות חדשות' ספר רביעי פרק ב' [על דרגות ידיעתנו], עמ' 408. וכן: "From this it already follows that we don't perceive ideas of even those things we know distinctly, unless we make use of intuitive thinking." (Nov. 1684, *Meditation on Knowledge, Truth and Ideas*; G IV 24, AG 25)

³⁹⁹ 1709, 'מסות חדשות' ספר רביעי פרק ב' [על דרגות ידיעתנו], עמ' 410-411.
⁴⁰⁰ 1709, 'מסות חדשות' ספר שני פרק כ"ט [על המושגים הברורים והעמומים, המובחנים והמטושטשים], עמ' 261; "זוהי הדרך שבה אנו מכירים לעתים בבהירות, בלתי שנטיל ספק בשום אופן, אם ישר או תמונה עשויים היטב אם לאו מפני שיש משהו שאינני יודע מהו, שגורם לנו סיפוק או דוחה אותנו" (1686, 'מאמר מטאפיזי' סעיף 25 עמ' 96).

⁴⁰¹ 1686, 'מאמר מטאפיזי' סעיף 25 עמ' 96.
⁴⁰² "נוהג אני לדבר כאן בלשונו של דקארט, שלדידו יכול להיות מושג ברור ומטושטש בעת ובעונה אחת. וכך המושגים של האיכותיות המוחשות הנתונות לכלי החושים, כגון מושג הצבע או מושג החום, הם ברורים שכן אנו מכירים אותם ומבדילים בנקל בין אחד מהם למשנהו; אך אינם מובחנים, כי אין אנו מבחינים את מה שכוללים הם. אי אפשר אפוא לתת להם הגדרה. אפשר למסור ידיעה עליהם רק בעזרת דוגמאות; ומחוץ לכך יש לומר שזהו משהו חומק, כל עוד לא פענחנו את מבנהו הפנימי. וכך, אף על פי שגם לדעתנו המושגים המובחנים מבדילים בין מושא למושא, אף על פי כן, מאחר שהמושגים שהם ברורים אך מטושטשים מצד עצמם מבדילים ביניהם אף הם, הרינו קוראים בשם מובחנים לא לכל אותם המושגים שיש בהם כדי להבדיל יפה בין המושאים או שמבדילים ביניהם, אלא לאותם בלבד שהם מתבחנים יפה, כלומר,

שמספקת הכרה 'מובחנת' היא הגדרה נומינאלית בלבד שבה "ניתן עוד להטיל ספק אם המושג המוגדר אפשרי", ולכן, "לא נוכל להיות בטוחים במסקנות שניסיק ממנה, שכן אם היתה מצפינה איזו סתירה או אי-אפשרות, אפשר היה להסיק ממנה מסקנות מנוגדות"⁴⁰³. הסיבה לכך היא שהכרה 'מובחנת' אמנם חושפת את כל סימני הזיהוי המגדירים את המושג אך אין היא מסוגלת לתפוס כל אחד מהם באופן מובחן וכך להבטיח שהמושג המורכב אינו מבוסס על סתירה פנימית⁴⁰⁴. וכך הגענו סוף סוף להכרה 'מכוונת' שבה "כל מה שמצוי בהגדרה או בהכרה מובחנת מוכר אף הוא במובחן, עד למושגיו הראשוניים"⁴⁰⁵. הכרה 'מכוונת' מספקת ידע ברמת דייקנות מתמטית או לוגית והיא זו המניבה הוכחות או הדגמות לאמיתות הכרחיות. על מנת לרדת עד לשורשי היסודיים והפשוטים של המושג, הכרה 'מכוונת' עושה שימוש במילים, בסמלים או בסימנים שנועדו להקל על הלך המחשבה, ולכן לייבניץ מכנה אותה 'סימבולית'.

When everything that enters into a distinct notion is, again, distinctly known, or when analysis has been carried to completion, then knowledge is *adequate* (I don't know whether human can provide a perfect example of this, although the knowledge of numbers certainly approaches it). However, we don't usually grasp the entire nature of a thing all at once, especially in a more lengthy analysis, but in place of the things themselves we make use of signs, whose explicit explanation we usually omit for the sake of brevity, knowing or believing that we have the ability to produce it at will. [...] I usually call such a thinking, which is found both in algebra and in arithmetic and, indeed, almost everywhere, *blind or symbolic*.⁴⁰⁶

הכרה 'מכוונת-סימבולית' אינה מאפשרת לתפוס את כל מהותו של מושא המחשבה בבת אחת. זאת מאפשרת רק הכרה 'אינטואיטיבית' או 'הסתכלותית' שבה "הרוח תופסת בבת אחת ובמובחן את כל המרכיבים הראשוניים של מושג"⁴⁰⁷. רק הכרה זו מספקת הגדרה 'מושלמת' או 'מהותית' של המושג – הגדרה ה"משלימה את הניתוח עד למושגים הראשוניים, בלי להניח שצריך להוכיח אפריורי את אפשרותו"⁴⁰⁸. אולם הגדרה מהותית של מושגים, כמו גם הכרה אינטואיטיבית שלהם, נדירות ביותר ולרוב זמינות לא-לוהים בלבד⁴⁰⁹. הגם שהכרה 'מכוונת-סימבולית' תופסת את כל סימני הזיהוי

למושגים שהם מובחנים מצד עצמם ומבחינים בתוך המושא את הסימנים שעל פיהם הוא נודע, והוא מה שנותן לנו את הניתוח (האנליזה) או ההגדרה שלו; ואם לאו, אנו קוראים להם מטושטשים" (1709, 'מסות חדשות' ספר שני פרק כ"ט [על המושגים הברורים והעמומים, המובחנים והמטושטשים], עמ' 262).

⁴⁰³ 1686, 'מאמר מטאפיסי' סעיף 24, עמ' 97.

⁴⁰⁴ כאשר ההגדרה מראה את אפשרותו של המוגדר היא נחשבת ממשית. הגדרה נומינאלית יכולה להתגלות כממשית כשאפשרותו של מושג מוכחת אפוסטריורי, כלומר כאשר הניסיון מראה שהמושג מצוי בפועל ולכן אפשרי.

⁴⁰⁵ 1686, 'מאמר מטאפיסי' סעיף 24, עמ' 96.

⁴⁰⁶ Nov. 1684, *Meditation on Knowledge, Truth and Ideas*; G IV 24, AG 25

⁴⁰⁷ 1686, 'מאמר מטאפיסי' סעיף 24, עמ' 96.

⁴⁰⁸ 1686, 'מאמר מטאפיסי' סעיף 24, עמ' 98.

⁴⁰⁹ מעניין לציין שליבניץ מתאר את היחס שבין מהות לבין הגדרה של מושג באמצעות דימוי העיר (שבו לייבניץ משתמש רבות להמחשת היחס שבין המונדות לעולם). "אפשר להטיל ספק אם הגדרה [שמנית] זו מביעה משהו ממש, כלומר משהו אפשרי, עד שבה הניסיון לעזרתנו וגורם לנו להכיר ממשות זו אפוסטריורי, כשהדבר מצוי בפועל בעולם – מה שמספיק תמורת טעם שכלי, שהיה גורם להכיר את הממשות אפריורי על ידי שהיה מבאר את סיבתו של דבר המוגדר או את

של המושג באופן מובחן, אין היא עושה זאת בו זמנית ולפיכך אין היא יכולה להבטיח שכל סימני הזיהוי מתאימים-יחד כך שהמושג המורכב אכן אפשרי⁴¹⁰. תפיסה בו זמנית של כל סימני הזיהוי של מושג קיימת בהכרה 'אינטואיטיבית' בלבד ומכיוון שכך, "רק בשעה שאנו מכירים הכרה 'בהירה' את המושגים המבולבלים או בשעה שאנו מכירים הכרה 'הסתכלותית' את המובחנים, רואים אנו בהם את האידיאה כולה"⁴¹¹.

לייבניץ מאפיין את דרגת ההכרה הגבוהה ביותר – הדרגה ההסתכלותית או האינטואיטיבית – כדרגה נדירה וחריגה המתאימה לשכל א-לוהי הרבה יותר מאשר לשכלנו. הסיבה לכך היא שרק א-לוהים מסוגל לתפוס בו זמנית ובמובחן את כל המרכיבים של מושג. למעשה, רק א-לוהים יכול לא רק לתפוס אינטואיטיבית את האמיתות הראשוניות שביסוד הניתוח אלא גם לראות באופן אינטואיטיבי את המושג בכללותו. בהמשך נוכל לראות שזיהוי נקודת המבט הא-לוהית עם ההכרה האינטואיטיבית הינו עקבי אצל לייבניץ ועשוי לקדם את הבנתנו בנוגע לניתוח אינסופי של אמיתות קונטינגנטיות. עם זאת חשוב לציין שעל אף שההכרה האינטואיטיבית מתאימה לא-לוהים לייבניץ אינו רואה בה סוג

התהוותו האפשרית. [...] כדי להבחין בין המהות לבין ההגדרה, יש לשים לב שאין לדבר מהות אלא אחת, אבל יש כמה הגדרות המביעות אותה המהות עצמה, כדרך שאותו המבנה או אותה העיר יכולים להיות מתוארים על ידי ציורי פרספקטיבה שונים על פי הצדדים השונים שמשם משקיפים עליהם" (1709, 'מסות חדשות' ספק שלישי פרק ג' [על השמות הכלליים], עמ' 310). באנלוגיה ליחס שבין המונדות לבין העולם, ניתן לומר שההגדרות השונות מבטאות רבדים שונים ובלתי תלויים של המהות, אך לאמיתו של דבר כלולות כולן בהגדרה המהותית הכוללת את כל רכיבי המושג באופן מובחן. 'הגדרה נומינלית' למשל אינה מספיקה לחקר מושג, אך בסופו של דבר גם היא כלולה בהגדרה ממשית של מושג זה: "Nominal definitions are insufficient for perfect knowledge except when one establishes in another way that the thing defined is possible" (Nov. 1684, *Meditation on Knowledge, Truth and Ideas*; G IV 24, AG 25). באותו אופן, 'הגדרה סיבתית' מכילה רק את אופן היווצרותו האפשרית של המושג ואין בה ניתוח של המושג עצמו. למושגים הראשוניים המרכיבים אותו. פירוט כזה קיים ב'הגדרה מהותית' של המושג ולפיכך רק הגדרה כזו נחשבת אצל לייבניץ למושגת. לפיכך, על פי לייבניץ, ניתן לגבש מגוון הגדרות למהות אחת אך הגדרות אלו כלולות כולן בהגדרה הנטועה במהות הפנימית של המושג: "Moreover, to set up a hypothesis or to explain a method of production is merely to demonstrate the possibility of a thing, and this is useful even though the thing in question often has not been generated in that way. Thus the same ellipse can be thought of either as described in a plane with the aid of two loci and the motion of a thread about them or as a conic or as a cylindrical section. once the hypothesis or a manner of generation is found, one has a real definition from which others can also be derived, and from them those can be selected which best satisfy the other conditions, when a method of actually producing the thing is sought. Those real definitions are most perfect, furthermore, which are common to all the hypotheses or methods of generation and which involve the proximate cause of a thing, and from which the possibility of the thing is immediately apparent without presupposing any experiment or the demonstration of any further possibilities" (1679?, *On Universal Synthesis and Analysis, or the Art of Discovery and Judgment*; G VII 294-295, L 231)

בלבד, שהיחס בינה לבין ריבוי ההגדרות הוא כיחס שבין עיר לריבוי הפרספקטיבות עליה.⁴¹⁰ "כאשר אני חושב על אלף או על מצולע בן אלף צלעות, אני עושה זאת לעתים תכופות בלי שאני מתבונן באידיאה (כמו בשעה שאני אומר שאלף הוא עשר פעמים מאה), בלי שאני טורח לחשוב מה הם עשר ומאה, מכיוון שאני מניח שאני יודע זאת ושאלף לי צורך ברגע זה להתעכב כדי לתפוס זאת. וכך אמנם עשוי לקרות, כפי שקורה לעתים קרובות למדי, שאני טועה בעניין מושג שאני מניח או מאמין שאני מבין אותו, אף שבאמת הוא בלתי אפשרי או למצער בלתי מתיישב עם אחרים שאני מצרף אותו אליהם" (1686, 'מאמר מטאפיזי' סעיף 25, עמ' 98-99). לייבניץ מביא כדוגמה לכך את הטיפול במושג הא-ל כפי שהוא מנוסח בהוכחה האונטולוגית, כלומר 'הישות המושלמת ביותר'. אנו מסוגלים לתפוס את כל הרכיבים היסודיים של מושג הא-ל באופן מובחן ולכן לתפוס אותו באמצעות הכרה 'מכוונת-סימבולית'. עם זאת, הכרה זו אינה מספיקה ודמיון בין מושג הא-ל לבין מושגים בלתי אפשריים כימהירות גבוהה יותר. מעורר את החשד שהמושג דווקא אינו אפשרי. בסופו של דבר, רק הכרה 'אינטואיטיבית' התופסת בו-זמנית את כל רכיבי המושג בכוחה לפגוג חשד זה, אך הכרה כזו היא למעלה מכוחנו (Nov. 1684, *Meditation on Knowledge, Truth and Ideas*; G IV 25, AG 25).

⁴¹¹ 'מאמר מטאפיזי' סעיף 25, עמ' 99.

שונה של הכרה מזו המתאימה לבני אדם; הוא מתייחס אליה כדרגה גבוהה בסקאלה המשותפת לשכל סופי ולשכל אינסופי מכיוון שלדעתו השכל הא-לוהי מביא את הרציונאליות המוכרת לבני אדם לרמה אופטימאלית⁴¹². כפי שראינו לעיל, אנו מסוגלים להכרה 'מכוונת' שבה כלולות 'ידיעות-שבהסתכלות' כל אימת שההגדרות המכוונות כוללות אמיתות ראשוניות, כמו למשל בהגדרה של מספרים שלמים. אך ההכרה שבאה לידי ביטוי בהדגמה של אמיתות הכרחיות היא הכרה 'מכוונת-סימבולית', כפי שנראה מייד.

ההדגמה שלייבניץ מזכיר פעמים רבות היא ההוכחה שהשלם גדול מחלקו. הדגמה זו חשובה ללייבניץ במיוחד מכיוון שבאמצעותה הופכת האקסיומה האוקלידית הזו לאמת הכרחית נצחית שאינה תקפה רק עבור גדלים סופיים אלא גם עבור גדלים אינסופיים. לפיכך באמצעות ההדגמה טען לייבניץ שעלה בידו להוכיח שמספר אינסופי אינו אפשרי⁴¹³. לייבניץ סיפק לראשונה את ההדגמה בתחילת 1672 קודם הגיעו לפריס⁴¹⁴ אולם הוא מזכיר אותה עד סוף ימיו⁴¹⁵. לעניינו, לייבניץ מביא את ההדגמה לכך שהשלם גדול מחלקו גם בהקשר של ההבחנה בין אמיתות הכרחיות לקונטינגנטיות:

אמיתות ראשוניות הן אלו הטוענות דבר כלשהו על אודות עצמן או השוללות ניגוד מניגודו. לדוגמא 'א הוא א' או 'א הוא אינו לא א' [...] טענות מסוג זו [...] נכללות כולן בשם האחד של זהויות. שאר האמיתות מועמדות על אמיתות ראשוניות בעזרת הגדרות, קרי, על ידי ניתוח מושגים שהוא עניינה של הוכחה אפריורי שאיננה תלויה בניסיון. אתן כדוגמא משפט זה המקובל כאקסיומה על המתמטיקאים ועל כל האחרים: 'השלם גדול מחלקו או 'החלק קטן מן השלם'. בקלות יתרה ניתן להוכיחה מתוך הגדרת 'הקטן מ-' או 'הגדול מ-' ביחד עם אקסיומת הזהות הבסיסית [א הוא א]: 'הקטן מ-' הוא זה השווה לחלקו של דבר מה אחר (הגדול ממנו). הגדרה זו קלה מאד להבנה ומתאימה לנוהג בני האדם להשוות בין דברים כשהם מוצאים את העודף על ידי שהם מפרישים את מה ששווה לקטן יותר מן הגדול יותר. השיקול הוא: החלק שווה חלק מן השלם (דהיינו לעצמו, שכן על פי אקסיומת הזהות כל דבר שווה לעצמו); השווה לחלק מן השלם קטן מן השלם (מתוך הגדרת 'הקטן מ-'); מכאן שהחלק קטן מן השלם.⁴¹⁶

⁴¹² כפי שראינו בפרק האחרון שבחטיבה הקודמת, לייבניץ מתאר את היחס שבין הגוף לבין הרוח התבונית באמצעות רמות שונות של הליך דיפרנציאציה: הגוף הוא כנקודה סטטית על העקומה; הרוח האנושית מסוגלת בעיקרון להתחקות אחר דיפרנציאציה אינסופית ביחס לשתי נקודות סמוכות שעל העקומה כך שביחס אליהן היא יכולה לקבוע את מידת העקמומיות המלאה של העקומה. אך גם הרוח האנושית אינה יכולה לעמוד בדיפרנציאציה אינסופית ביחס לכל אינסוף הנקודות שעל העקומה. לכך נדרשת תודעה א-לוהית אינסופית שלייבניץ מאפיין אותה כ'קפיצה' ביחס ליכולות של התודעה האנושית הסופית. הכרתו האינטואיטיבית של הא-ל מקיפה את כל הנקודות שעל העקומה בו-זמנית, ואילו בכוחה של התודעה האנושית לתפוס 'אינטואיטיבית' רק נקודה מסוימת ברצף בכל פעם. זו הסיבה ש"לא ניתן להצביע על שום טעם כולל או חוק טבע שממנו יכול נברא כלשהו, ותהא ידיעתו את מצב הרוח המסוימת מושלמת ככל שתהיה, להסיק בוודאות מהו שתבחר בו הרוח בדרך הטבע, אלא אם היתה בו השתתפות יוצאת מן הכלל של הא-ל" (1686), 'אמיתות הכרחיות ואמיתות קונטינגנטיות'; C 20-21, עיון ל"ד עמ' 139, הדגשה שלי).

⁴¹³ "Indeed many years ago I demonstrated that the number or multitude of all numbers implies a contradiction, if taken as one whole." (August? 1698, *Leibniz to Bernoulli*; GM III 535, trans. by Brown 2005, 479)

⁴¹⁴ Fall 1671-1672, *Demonstratio Propositionum Primarum*; A 6.2 482-483

⁴¹⁵ 1714, *Historia et Origo Calculi Differentialis*; GM V 393, Child 30; cf. 1714, *The Metaphysical Foundations of Mathematics*; GM VII 20, L 668

⁴¹⁶ 1686, 'אמיתות ראשוניות'; C 518, עיון ל"ד, עמ' 128.

הדגמה זו, שלייבניץ תופס כפרדיגמטית, בנויה על אקסיומת זהות ועל הגדרת היחס 'קטן מ-'. לייבניץ מודע לכך שהגדרת המושג 'קטן מ-' מתאימה "לנוהג בני אדם" בלבד, ובכל זאת הוא מעריך את ההדגמה כמוצלחת. הסיבה טמונה אולי בכך שהמושג 'קטן מ-' הוא יחס בסיסי מאד לדעת לייבניץ, כלומר יחס שאינו ניתן לפירוק נוסף⁴¹⁷. ייתכן שההוכחה בנוגע לשלם הגדול מחלקו נחשבת כמוצלחת משום שהיא מביאה להכרה 'מכוונת'. מכל מקום, ברור שהיא אינה הסתכלותית-אינטואיטיבית. לדעת לייבניץ ההכרה העילאית ביותר היא הכרה מובחנת של כל המרכיבים הראשוניים בו זמנית. הגם שהאמת הנצחית בנוגע לשלם הגדול מחלקו ניתנת להכרה אפריורי מתוך ברור מושגי של המונחים הכלולים בטענה, היא אינה ניתנת להכרה בו זמנית של כל חלקי הניתוח. לפיכך, הדגמה או הוכחה משמען אצל לייבניץ פירוט של ניתוח הטענה עד למרכיביה הראשוניים שלב אחר שלב⁴¹⁸.

אם נתבונן שוב בהדגמת האקסיומה 'השלם גדול מחלקו' נוכל לראות שהליך ההוכחה מבוסס לא רק על הגדרות בסיסיות ועל אקסיומת הזהות אלא גם על כללי הסק לוגיים. הכלל החשוב ביותר הוא כלל ההמרה, שעליו מבוססת הגיאומטריה האנליטית של דקארט ופרמה ובו עשה לייבניץ שימוש בפיתוח התחשיב האינפיניטסימאלי שלו.

לאחר שהבנו שכל משפט הוא או אמיתי או שקרי ושכל משפט שאינו אמיתי מאליו או בלתי אמצעי ניתן להוכיחו אפריורי, נמשיך ונדבר על דרך ההוכחה. זו, יותר מכל, כלולה באקסיומה: ניתן להמיר בלא שינוי ערך האמת את הנושא של משפט חיובי כולל בנושא או את הרישא של משפט חיובי בסיפא, בתוך משפט אחר שנושא הוא הנושא של המשפט הקודם או שהסיפא שלו הוא הרישא של המשפט הקודם [...] הבה ונניח שניתן משפט כולל חיובי לפיו 'כל B הוא C' ומשפט אחר 'כל A הוא B'. אני אומר שבאחרון ניתן להמיר B ב-C, שכן מאחר ש-A מכיל את B ו-B מכיל את C (על פי האקסיומה הקודמת), A אף הוא מכיל את C ודי בכך (על פי אותה אקסיומה) כדי שנאמר ש-A הינו C. אינני רוצה להמשיך ולדון במשפטים השונים ולקבוע כללים לוגיים שכן די בהוראת הבסיס להמרה.⁴¹⁹

⁴¹⁷ פרשנים אחדים חלקו על קביעתו של לייבניץ שבשל הוכחת האקסיומה 'השלם גדול מחלקו' מספר אינסופי אינו אפשרי, לאור העובדה שקיימות כמה משמעויות ליחס 'קטן מ-'. אך כפי שטענתי בחלק ב' (פרק 3 סעיף ה), גם פרשנות מודרנית ליחס 'קטן מ-' שמאפשרת השוואה של קבוצה ותת קבוצה בעלות עוצמה דומה, חייבת להכיר במובן האינטואיטיבי שעליו מדבר לייבניץ בנוגע ליחס 'קטן מ-'. הטענה שעוצמתה של קבוצת המספרים הטבעיים קטנה מעוצמתה של קבוצת המספרים הממשיים מבוססת על מובן אינטואיטיבי כזה.

⁴¹⁸ "פילאלתס: הידיעה-שבהוכחה אינה אלא שלשלת של ידיעות-שבהסתכלות לגבי כל הקישורים של המושגים המתמצעים. כי לעיתים קרובות אין רוחנו יכולה לחבר, להשוות או להגיש באורח בלתי אמצעי את המושגים זה אל זה, ובשל כך אנוסה היא להיעזר במושגים אחרים, במושגים אמצעיים (אחד או אחדים) כדי לגלות את ההתאמה או את אי-ההתאמה המבוקשת; וזה מה שקוראים עיון שכלי. למשל, כשמוכיחים ששלוש זוויותיו של משולש שוות לשתי זוויות ישראל, מוצאים מקצת זוויות אחרות, אשר רואים שהן שוות גם לשלוש זוויותיו של משולש וגם לשתי ישראל. מושגים אלו, שמעלים אותם לשם מיצוע, קרויים ראיות וסגולתה של הרוח למצוא אותם, זו חריפות. ואף כשמוצאים אותם, לא ניתן לקנות ידיעה זו בלי עמל ובלו שימת-לב, או בסקירה אחת חולפת; כי יש להתקדם ממושג אל מושג, צעד צעד ושלבם שלבים. [...] תיאופילוס: מלבד החריפות הטבעית או הנקנית על ידי התאמנות, קיימת אמנות למצוא את המושגים האמצעיים, ואמנות זו היא האנליזה" (1709, 'מסות חדשות' ספר רביעי פרק ב' [על דרגות ידיעתנו], עמ' 410-411).

⁴¹⁹ 1686, 'טבע האמת'; C, 402-403, עיון ל"ד עמ' 134.

כלל ההמרה (המכונה היום H.S. – Hypothetical Syllogism) הוא כלל יסודי בהדגמת אמיתות עבור לייבניץ מכיוון שהדגמה פירושה צמצום הטענה הנדונה לטענת זהות. בדומה לגיאומטריה האנליטית הממירה פרופורציות בין גדלים גיאומטריים למשוואות אלגבריות, ניתוח לוגי של טענות מבוסס על זיהוי יחסים בין טענות והמרה ביניהן עד לקבלת טענת הזהות המציינת את סופו המוצלח של הניתוח⁴²⁰. כלל ההמרה מופיע בכל הדוגמאות שמספק לייבניץ להדגמה הנדרשת לשם הבחנה בין אמיתות הכרחיות לקונטינגנטיות:

משפט הכרחי לחלוטין הוא משפט שניתן לנתחו לזהויות, או כזה שמניגודו נובעת סתירה. אתן דוגמא מספרית: לכל מספר מתחלק במדויק לשניים אקרא 'זוגי' ולכל מספר המתחלק במדויק לשלוש ולארבע אקרא 'שלישוני' ו'רביעוני' בהתאמה, וכך הלאה. עוד, נבין שכל מספר מתפרק לאותם מספרים שמחלקים אותו במדויק. אני אומר אפוא שהמשפט 'התריסריון הוא רביעון' הוא הכרחי לחלוטין שכן ניתן לנתחו למשפטי זהות בדרך זו: תריסריון הוא זוג שלישוני (בהגדרה); שלישוני הוא זוג שלישוני (בהגדרה). מכאן התריסריון הוא זוג של זוג שלישוני. ועוד: זוג של זוגיים הוא רביעון (בהגדרה). מכאן התריסריון הוא רביעון של שלישוני. מכאן התריסריון הוא רביעון. מ.ש.ל. אך אפילו היו ניתנו הגדרות אחרות, תמיד ניתן להראות שהדבר מסתכם בכך. אני מכנה הכרחיות ממין זה 'מטאפיסית' או 'גיאומטרית'. להעדר הכרחיות כזו אני קורא 'קונטינגנטיות'⁴²¹.

אינני יודע אם ניתן לקבל את ההדגמה הזו מכיוון שהיא מבוססת על הגדרות בעייתיות⁴²². על כל פנים, בדוגמא קובע לייבניץ שהואיל ו'תריסריון' הוא 'זוגי' של 'זוגי' של 'שלישוני' יש להמיר את 'זוגי' של 'זוגי' במושג 'רביעון' וכך לקבל שהתריסריון הוא רביעון. זוהי הדגמה מוצלחת משום שהיא מצביעה על כך שהטענה 'התריסריון הוא רביעון' ניתן לניתוח עד למשפטי זהות. ההדגמה מוצלחת משום שהיא מסוגלת להצביע על כך במספר סופי של צעדים, וזאת למרות שההגדרות של 'תריסריון' או של 'רביעון' עשויות לכלול מגוון תכונות הקשורות לקומבינציות השונות המניבות אותם. 'זוגי' למשל אינו רק מספר המתחלק במדויק לשניים אלא גם העוקב המידי של 'אי זוגי' (שאיננו מתחלק במדויק לשניים), וכן הלאה. הנקודה בהדגמה של אמיתות הכרחיות היא שלמרות שהמושגים המעורבים כוללים תכונות רבות אין צורך להתמקד בכלן. כפי שנראה מייד במקרה של אמיתות קונטינגנטיות המצב שונה בדיוק בנקודה זו.

⁴²⁰ השימוש בכלל ההמרה לשם הדגמה של אמיתות הכרחיות שבהן יש רגרסיה אינסופית שונה במקצת, והוא מצריך סיבה מיוחדת לעצור את הרגרסיה ולהגיע לטענת הזהות. בסעיף ד' של פרק זה אתייחס להוכחת עקרון היסוד של התחשיב האינפיניטסימאלי של לייבניץ שבו גדלים אינפיניטסימאליים 'אחרונים' נחשבים כפיקטיביים.

⁴²¹ 1686, 'אמיתות הכרחיות ואמיתות קונטינגנטיות'; C 17, עיון ל"ד עמ' 135.
⁴²² ההדגמה עושה שימוש במושג 'מתחלק במדויק' ולכן מתבססת על כך שמערכת המספרים הטבעיים מוגדרת כשלעצמה. מערכת זו, המכונה 'אריתמטית', מוגדרת מאז 1899 באמצעות המושגים 'אפס', 'מספר' ו'עוקב ממשי שלי'. לא ברור אם הגדרה של מערכת מספרים טבעיים מספיקה בכדי להגדיר מכפלות שלמות, שעליהן מתבססת ההדגמה של לייבניץ כאן.

ג. האינסוף כמפתח לפתרון מבוך החופש ומבוך הרצף

נוכל כעת להבין מדוע הדגמה של אמיתות קונטינגנטיות אינה אפשרית. ראשית כל, גם אמיתות קונטינגנטיות מבוססות על 'אמיתות ראשוניות' שהודאות באשר לאפשרותן כרוכה באינטואיציה בלבד.

האמיתות הראשיות, שידועים אנו מכוח ההסתכלות [...] נמנות או עם האמיתות שבעיון השכלי או עם האמיתות שבעובדה. [...] אפשר לומר בדרך כלל שכל אמיתות העיון הראשיות הן בלתי אמצעיות, ואי-אמצעיות זו היא אי-אמצעיות של מושגים. אשר לאמיתות הראשיות שבעובדה, אלה הם ניסיונות פנימיים בלתי אמצעיים, ואי-אמצעיות זו היא אי-אמצעיות של הרגשה. לכאן שייכת האמת הראשונה של הקרטזיאניים או של אוגוסטינוס: "אני חושב ובכך אני הוה".⁴²³

אך ממעבר לדמיון שבנקודת המוצא ההכרתית, אמיתות הכרחיות וקונטינגנטיות מבוססות על מושגים שונים בתכלית. כל טענה קונטינגנטית כוללת בתוכה אינסוף תכונות שלא ניתן להתעלם מהן כאשר חותרים לצמצמה למשפט זהות. הסיבה לכך נעוצה בטבעה המורכב של האמת הקונטינגנטית. בשונה מאמת הכרחית, האמת הקונטינגנטית חייבת להתאים לכל אינסוף האמיתות הקונטינגנטיות המתארות את העולם האקטואלי. מושג שלם של אינדיבידואל כולל בתוכו באופן עקיף את כל המושגים השלמים של האינדיבידואלים האחרים בעולמו.⁴²⁴ כפי שראינו בחטיבה הקודמת שבחלק זה, מושג שלם של אינדיבידואל מכיל בתוכו – מנקודת מבט ייחודית – את אותו מרחב קונספטואלי המהווה ארגון של כל הסיטואציות בעולם. מכיוון שאינדיבידואלים מכילים בתוכם מבחינה מושגית את מכלול היחסים בעולם מנקודת מבט ייחודית הם נחשבים בעיני לייבניץ כ"עולמות שונים, שאינם אלא הפרספקטיבות של עולם אחד על פי נקודות המבט השונות [שלהם]"⁴²⁵. למעשה, הקשר המושגי שבין הגדרתו העצמית של כל אינדיבידואל לבין המרחב הקונספטואלי של העולם האקטואלי עלול היה להפוך את העולם לעצם ואת האינדיבידואל למודוס שלו. כפי שראינו בחלק ג', אלמלא הכוח שביסוד הגוף החומרי המשמש כתובת ברורה וקונקרטי לנקודת המבט הייחודית של העצם, סביר להניח שלייבניץ לא היה מפתח את המטאפיסיקה של העצם האינדיבידואלי שלו והיה ממשיך לראות את העולם כמכלול כפי שעשה במהלך 1676. במילים אחרות,

⁴²³ 1709, 'מסות חדשות' ספר רביעי פרק ב' [על דרגות ידיעתנו], עמ' 408.

⁴²⁴ חשוב לציין שיחס התלות הקיים בין כל המושגים המתייחסים לעולם אקטואלי איננו מותנה בכך שהמושגים יהיו שלמים דווקא והוא קיים גם בין מושגים בלתי-שלמים אלא שאז אנו מנועים מלהכיר זאת מתוך ניתוחו של המושג. זאת מכיוון שכאשר אנו מדברים על ניתוח של אמת קונטינגנטית בכוונתנו לצמצמה לטענת זהות ולכן אנו מדברים על מושג שלם דווקא שהינו "מובחן כל כך שכל הרכיבים שלו מובחנים, וכך הוא בערך המושג של איזה מספר" (1709, 'מסות חדשות' ספר שני, פרק ל"א [על המושגים המלאים והחסרים], עמ' 276). לעומת זאת, מושג בלתי-שלם (incomplete) יכול להיות "מובחן וכולל בתוכו את ההגדרה או את הסימנים ההכרחיים והמספיקים של המושא [...] אך סימנים אלו או רכיבים אלו אין כולם ידועים במובחן" (שם). כפי שראינו בסעיף הקודם, מאמצים להוכחת אמיתות של טענות מבוססות על מושגים 'מכוונים' ונראה שמושג בלתי שלם יכול אמנם להיות 'מובחן' אך אינו מושג מכוון. בהמשך לכך, מושג בלתי שלם אינו מבוסס על הגדרה מושלמת (או לכל הפחות סיבתית) ולכן אינו חושף אותנו אפריורי לקשר שבין ההגדרות השונות שניתן לגבש לו או לקשר שניתן למצוא דרכו בין כל האמיתות הקונטינגנטיות. אך אין פירוש הדבר שקשר כזה אינו קיים. אנו פשוט נחשפים לקשר זה באמצעות הניסיון כלומר באופן אפוסטריורי: "כשאין לנו מושג בלתי-מושלם, עשוי אותו הנושא האחד לקבל כמה הגדרות בלתי-תלויות זו בזו, באופן שלא תמיד ניתן לגזור אחת מהן מחברתה או לחזות מראש שאכן שייכות הן לאותו הנושא האחד, ואז הניסיון לבדו מורה אותנו שכולן שייכות לו בעת ובעונה אחת" (שם, עמ' 277).

⁴²⁵ 1714, 'מונדולוגיה' סעיף נ"ז, עמ' 65.

ישנו קשר בין הפיסיקה של הגופים לבין המטאפיסיקה של הרוחות העומד ביסוד "האיחוד שבין הגוף והנפש" אצל לייבניץ. זהו קשר בין פיסיקה המבוססת על קיומו של כוח 'אינסופי' המוציא לפועל באופן רצוף ואוטומטי את אינסוף הפרטים בתוכנית המרחבית הפנימית של העצם האינדיבידואלי ובהתאמה מלאה עם פעילות מקבילה של כוחות של אינדיבידואלים אחרים, לבין מטאפיסיקה המבוססת על עצמים אינדיבידואליים מורכבים לאינסוף הכפופים כולם לאותו מרחב קונספטואלי של העולם.

כל עצם פשוט או מונדה מובחנת, המהווה את מרכזו של עצם מורכב (כגון של בעל חיים) ואת העיקרון של **יחידותו** (unicité), מוקפת מסה מורכבת מאינסוף מונדות אחרות, המהוות את הגוף המיוחד של מונדה מרכזית זו, של פי הפעלותיו היא מייצגת כמבין מרכז את הדברים שמחוץ לה. וגוף זה הוא אורגני, כשהוא מהווה מין אוטומט או מכונה של הטבע, שהיא מכונה לא רק בכללותה, אלא אף בחלקים הקטנים ביותר שאפשר להבחין בה. ומאחר שמלאותו של העולם גורמת שהכל קשור וכל גוף וגוף פועל על כל גוף אחר, יותר או פחות, לפי המרחק, ונפעל על ידיו באמצעות תגובה, על כן יוצא שכל מונדה ומונדה היא אספקלריה חיה או מחוננת בפעולה פנימית, מייצגת את היקום על פי נקודת מבטה, וכפופה לכלל (*règle*) במידה שווה ליקום עצמו. והתפיסות שבמונדה נולדות זו מתוך זו על פי חוקי ההשתוקקות או ה**סיבות התכליתיות** [...] כשם שהשינויים בגופים ובתופעות שמחוץ, נולדים זה מתוך זה על פי חוק ה**סיבות הפועלות** כלומר של התנועות. וכך יש ה**רמוניה** מושלמת בין תפיסותיה של המונדה ובין תנועותיהם של הגופים, קבועה מראש ומבראשית בין מערכת הסיבות הפועלות ובין מערכת הסיבות התכליתיות. וזוהי מהותם של ההתאמה והאיחוד הפיסי בין הנפש והגוף, מבלי שהאחד יכול לשנות את חוקיו של חברו.⁴²⁶

כפי ראינו בחטיבה הקודמת בדיון על טיבו ה'מלא' של העולם האקטואלי, רעיון ההרמוניה מאפשר ללייבניץ לצדד בתיאורית המערבולות של דקארט מבלי להכיר בכמות אינסופית קטגורמטית של גורמים אקטואליים בעולם. רעיון ההתאמה-הקבועה-מראש הוא דואלי: הוא מבוסס על קיומו של מרחב קונספטואלי המשתקף מבחינה מושגית בכל אחת מהמונדות ועל קיומו של מרחב פנומנלי הנוצר מקיומם הבו-זמני של כל הגופים. שני המרחבים הללו חופפים, וכפי שקיימות אינסוף סינקטגורמטי של נקודות מבט על המרחב הקונספטואלי קיימים גם אינסוף סינקטגורמטי של גופים במרחב הפנומנלי. שני המרחבים הללו הינם ייצוג של העולם, כאשר הראשון מציג את העולם כתוכנית מרחבית שלמה ואידיאלית ואילו השני מציג את העולם כאגרנט. החפיפה בין המרחבים הללו נובעת מאיחוד הגוף והנפש אצל לייבניץ. כעת נוכל לראות שהחפיפה הזו קשורה גם פתרון מבוך החופש והרצף באמצעות האינסוף.

כפי שראינו בחלק ג' של המחקר, ישנו קשר בין תפיסת העולם כמלא לבין תפיסת חומר באמצעות מודל הקפלים של לייבניץ. על פי מודל זה חלוקת החומר לאינסוף חומרי-משנה ותנועות פנימיות לעולם אינה מגיעה לנקודות בלתי מתחלקות הואיל והיא מיוסדת על תפיסת אינסוף סינקטגורמטית. מודל זה גובש על ידי לייבניץ קודם חשיפת הכוח ולכן למרות שבסופו של דבר מודל הקפלים מאפיין

⁴²⁶ 1714, 'עקרונות הטבע והחסד', סעיף ג', עמ' 78.

כל עצם גופני בעל כוח פנימי אינדיבידואלי הוא יכול גם להתאים לגישה שאינה מבחינה בין חלקי חומר שונים ותופסת את העולם כולו כנשוא התנועה. במקביל, ישנו קשר בין תפיסת העולם כמרחב קונספטואלי המסדיר יחד את כל המונדות לבין תפיסת המונדה באמצעות מודל הקפלים. במקביל להגדרת הגוף באמצעות קפלים, גם את המונדה מגדיר לייבניץ מושגית כמקופלת לאינסוף באופן שמתאים לתוכנית הכללית של העולם (כתוצאה מכך נגזר גם קשר בין הכוח האינסופי שביסוד הגוף המקופל לבין ידיעתה האינסופית של המונדה המקופלת):

הכל מוסדר בדברים אחת ולתמיד במלוא המידה האפשרית של סדר והתאמה, כי אין החוכמה העליונה והטוב העליון יכולים לפעול אלא בהרמוניה מושלמת. ההווה הרה את העתיד; את העתיד אפשר היה לקרוא בתוך העבר; את הרחוק מביע הקרוב. אפשר היה להכיר את יפי העולם בכל נפש ונפש, אילו אך אפשר היה לפרוש את כל קפליה שאינם מתפתחים במידה מוחשת אלא במרוצת הזמן. אולם מאחר שכל תפיסה מובחנת של הנפש מכילה אינסוף תפיסות מבלבלות האוצרות את כל היקום, והנפש עצמה אינה מכירה את הדברים שיש לה מהם תפיסה, אלא במידה שיש לה מהם תפיסות מובחנות ובולטות והריהי בעלת שלמות כמידת תפיסותיה המובחנות – כל נפש יודעת את האינסוף, יודעת את הכל, אבל באופן מבלבל.⁴²⁷

הרעיון שהנפש "יודעת את האינסוף, אך באופן מבלבל" בשל העובדה ש"כל תפיסה מובחנת של הנפש מכילה אינסוף תפיסות מבלבלות האוצרות את כל היקום" נועד לכרוך יחד את מודל הקפלים עם פתרון מבוך החופש. נושא קונטינגנטי כולל אפריורי את כל נשואיו ולכן מבחינה מושגית כל קורותיה של המונדה בעולם אמורים להיות כבר רשומים בתוכה. יחד עם זאת, המונדה בכל זאת חופשית. הסיבה לכך אינה נעוצה רק במגבלה אפיסטמית אלא גם במגבלה מהותית של ניתוח אמיתות קונטינגנטיות. במילים אחרות, גם אילו היתה למונדה גישה ישירה לאלגוריתם המסובך או לתוכנית המרחבית המסדירה את מכלול האירועים בעולם ובכך "לפרוס את כל קפליה" של המונדה, אי אפשר היה לדעת אם אירוע מסויים כלול בה מושגית או לא. בדיוק כפי שלא ניתן לדעת אם תנועה אינפיניטסימאלית מסוימת קיימת או לא במסגרת חלוקת חומר לאינסוף בשל מורכבות אינסופית של חלוקה כזו, כך מורכבות אינסופית של האמת הקונטינגנטית אינה מאפשרת לברר אם אירוע או תכונה מסוימים כלולים בה או לא.⁴²⁸

⁴²⁷ 1714, 'עקרונות הטבע והחסד' סעיף 13, עמ' 85; 1714, 'מונדולוגיה' סעיף ס', עמ' 66.

⁴²⁸ מבחינה טקסטואלית, נראה שהטעון של לייבניץ מסתיים כאן. יחד עם זאת, החיבור שבין מבוך הרצף ומבוך החופש מזמין אותנו לנסות ולפתור את מבוך החופש באותה דרך שבה פתר לייבניץ את מבוך הרצף, דהיינו באמצעות העדר אינפיניטסימאל פיקטיבי. לייבניץ פותר את מבוך הרצף באופן מתמטי באמצעות הזנחת האינפיניטסימאלים האחרונים בנייתו בשל מעמד הפיקטיבי ועל ידי כך הוא מצדיק סכימה של אינסוף דיפרנציאלים. עם זאת, רצף אקטואלי מתחלק לאינסוף ולעולם לא מסתיים בנקודות או באינפיניטסימאל פיקטיבי שניתן להזניחו. מכיוון שהפתרון המתמטי אינו זמין עבור מבוך הרצף הפיקטיבי מגיע לייבניץ למסקנה שתנועה, גודל וצורה אקטואליים אינם מובחנים ולכן חלוקה או שינוי הם אכן אינסופיים ברמה האקטואלית ולעולם לא מסתיימים. מהלך כזה עשוי לפתור גם את מבוך החופש לאור העובדה שחלוקה או שינוי אינסופיים הם בדיוק התוצאה הרצויה עבור פתרון מבוך החופש. על מנת להגיע למסקנה שניתוח אינסופי של אמיתות קונטינגנטיות אכן אינו יכול להסתיים על לייבניץ לטעון שלא ניתן להזניח את האינפיניטסימאל או במילים אחרות שמעמדו ברמה הלוגית – בדומה למעמדו ברמה הפיסיקאלית – אינו יכול להיות פיקטיבי. לדעתי מהלך

לפיכך, ניתוח של אמת קונטינגנטית מחויב לקחת בחשבון את אינסוף היחסים והגורמים בעולם מבחינה קונספטואלית⁴²⁹. יש לקחת זאת בחשבון מכיוון שכאשר מדובר בנושא קונטינגנטי הוא מקפל בתוכו את כל הנושאים האחרים החולקים איתו את המרחב הקונספטואלי של העולם.

ככל שתימה גדול הוא לכאורה, הנה נבצר מאיתנו לקנות לנו ידיעה של האינדיבידואלים ולמצוא את הדרך לקבוע בדיוק את האינדיבידואליות של דבר מן הדברים, זולת אם אחיזה לנו בו בעצמו [...] העיקר נעוץ כאן בכך שהאינדיבידואליות מקפלת בתוכה את האינסוף, ורק מי שמסוגל להבינו יוכל לעמוד על עקרון האינדיבידואציה של דבר זה או זה – וזוהי תוצאה של ההשפעה (אם נבין אותה כמשמעה הנכון) שכל הדברים שביקום משפיעים זה על זה. אמת, לא כך היה אילו קיימים היו אטומים בנוסח דמוקריטוס; אבל אז לא היה גם קיים הבדל בין שני אינדיבידואלים שונים בעלי אותה התבנית ואותו הגודל.⁴³⁰

כאשר לייבניץ מצהיר שהאינסוף הוא המקור לפתרון מבוך החופש, הוא מצביע על כך שלמעשה האינסוף משמש גם כמפתח לפתרון מבוך הרצף ושדובר למעשה באותו פתרון⁴³¹. מכיוון שביסוד הפתרון מונח מודל הקפלים של לייבניץ, הצהרה זו מלווה בפירוט התנגדותו של לייבניץ לעמדתו של דקארט כלפי האינסוף:

At last a certain new and unexpected light shined from where I least expected it, namely, from mathematical considerations on the nature of infinity. For there are two labyrinths of the human mind, one concerning the composition of the continuum, and the other concerning the nature of freedom, and they arise from the same source, infinity. That same distinguished philosopher I cited a short while ago preferred to slash through both of these knots with a sword since he either could not solve the problems, or did not want to reveal his view. For in his *Principles of Philosophy* I, art. 40-41, he says that he can easily become entangled in enormous difficulties if we try to reconcile God's preordination with freedom of the will; but, he says, we must refrain from discussing these matters, since we cannot comprehend God's nature. And also, in *Principles of Philosophy* II, art. 35, he says that we should not doubt the infinite divisibility of matter even if we cannot grasp it. But this is not satisfactory, for it is one thing for us not to comprehend something, and quite something else for us to comprehend that it is contradictory.⁴³²

זוה עקבי עם עמדותיו של לייבניץ ואף משלים את הטעונו שטוען לייבניץ כאן, אך למיטב ידיעתי, הטעונו איננו מופיע בכתביו. הסעיף הבא יוקדש להצגת מהלך זה של הטעונו.

⁴²⁹ Carriero 1993, 21-24

⁴³⁰ 1709, 'מסות חדשות' ספר שלישי, פרק ג' [על השמות הכלליים], עמ' 304.

⁴³¹ "There are two famous labyrinths where our reason very often goes astray: one concerns the great question of the Free and the Necessary, above all in the production and the origin of Evil; the other consists in the discussion of continuity and of the indivisibles which appear to be the elements thereof, and where the consideration of the infinite must enter in." (1704, *Theodicy*, preface; G VI 29, H 53)

⁴³² 1689?, *On Freedom*; FC 180-181, AG 95

לייבניץ מציין כאן את סירובו העקבי של דקארט להבין או לעשות שימוש באינסוף, הן בנוגע לעצם המחשבה והן בנוגע לעצם ההתפשטות. הימנעותו של דקארט מלטפל באינסוף אינה מקובלת על לייבניץ מכיוון שבשני המקרים דקארט מגיע לאבסורד: הימנעותו של דקארט מלאפיין את עצם המחשבה כאינסופי מביאה אותו לייחד את התואר 'אינסופי' לא-לוהים בלבד. אך דווקא בשל ההחלטה להימנע מלטפל באינסוף הופך רצונו החופשי של א-לוהים לרצון חלול חסר אמת מידה. אי היכולת לאפיין את טיב ההכרעה הא-לוהית הופך אותה לבלתי רציונאלית, כלומר לכזו המכריעה בין אפשרויות זהות לגמרי⁴³³. גם עצם ההתפשטות אינו מוגדר כאינסופי אצל דקארט אלא רק כ'בלתי מוגדר', אך באופן פרדוקסאלי הימנעות זו מניבה בסופו של דבר לא פחות מהוכחה לקיומו של מספר אינסופי. התנועה החיונית להבנת אופני עצם ההתפשטות מוסברת על ידי דקארט באמצעות מכאניקה של מערבולת כך שבהכרח מספר אינסופי של חלקים מעורב בה. לפיכך, תגובתו של לייבניץ ממצה את טענתו היסודית כלפי גישתו של דקארט לאינסוף, תגובה שניתן למוצאה כבר בדיאלוג 'פסידיוס' מנובמבר 1676: לא להבין דבר-מה אין פירושו לתמוך בסתירות אודותיו⁴³⁴. ואמנם, בדיוק כפי שהציע את מודל הקפלים שלו בנובמבר 1676 כהצעה אלטרנטיבית להימנעותו של דקארט מלפתור את מבוכ הרצף, מציע לייבניץ כעת את נקודת מבטו לפתרון מבוכ החופש. כפי שניתן לראות מייד, פתרון זה מבוסס גם הוא על מודל הקפלים:

Therefore, we must realize that all creatures have impressed upon them a certain mark of divine infinity, and that this is the source of many wonderful things which amaze human mind. Indeed, there is no portion of matter so tiny that it does not contain a sort of world of creatures infinite in number, and there is no individual created substance so imperfect so it does not act on all others and is not acted upon by all others, no substance so imperfect that it does not contain the entire universe, and whatever it is, was, or will be, in its complete notion (as it exists in the divine mind), nor is there any truth of fact or any truth concerning individual things that does not depend upon the infinite series of reason; whatever is in this series can be seen by God alone. This is also the reason why God alone knows contingent truths *a priori* and sees their infallibility in a way other than through experience.⁴³⁵

⁴³³ "[I]f the affirmations of necessary truths were actions of the will of the most perfect mind, these actions would be anything but free, for there is nothing to choose. It seems that M. Descartes did not declare himself sufficiently on the nature of freedom, and that his conception of it was somewhat unusual: for he extended it so far that he even held the affirmations of necessary truths to be free in God. That was preserving only the name of freedom." (1704, *Theodicy* §186, H 245)

⁴³⁴ "[H]aving contended himself with saying that matter is actually divided into parts smaller than all those we can possibly conceive, [Descartes] warns that the things he thinks he has demonstrated ought not to be denied to exist, even if our finite mind cannot grasp how they occur. But it is one thing to explain how something occurs, and another to satisfy the objection and avoid absurdity." (29 Oct. – 10 Nov. 1676, *Pacidius to Philalethes*; A 553-554, LLC 183-185) 1689?, *On Freedom*; FC 181, AG 95⁴³⁵

לייבניץ מערבב בצורה מכוונת בין מבוך הרצף לבין מבוך החופש בהצעתו האלטרנטיבית לגישת דקארט. כשם שניתן לחלק גוש חומר לאינסוף באופן שכל חלק ממנו מכיל בעצמו אינסוף חלקים, כך ניתן למצוא בעולם יצורים זעירים לאינסוף הפועלים ונפעלים ובכל זאת מבטאים את כל העולם מנקודת מבטם הייחודית. יצורים זעירים לאינסוף קיימים בעולם הן מחמת חלוקת החומר לאינסוף והן מחמת אינסוף נקודות מבט אפשריות על התוכנית המרחבית של העולם. לכן "כל חלק מחלקי החומר לא רק שהוא חלק עד לאינסוף, כמו שהכירו בכך הקדמונים, אלא אף מחולק הוא בפועל משנה חלוקה לאינסוף, כל חלק וחלק לחלקיו, שכל אחד מהם יש לו תנועה מובהקת משלו; שאם לא כן, מן הנמנע היה שכל חלק מחלקי החומר יהא יכול לבטא את היקום כולו".⁴³⁶

חלוקה לאינסוף של רצף דומה לחלוקה לאינסוף של אמת קונטינגנטית – היא אינה מסתיימת ולכן לא ניתן להדגים תקפות של אמת כזו. מצד שני, לייבניץ מדגיש שבכוחו של א-לוהים לתפוס הן את רצף בכללותו והן את האמיתות הקונטינגנטיות כולן. הדגשה זו מיועדת להציג את הרצף כשלם ואת האמיתות הקונטינגנטיות כמכילות אפרירי את כל נשואיהן. לא נכנס בשלב זה לאופן שבו תופס א-לוהים את האמיתות הקונטינגנטיות (לכך יוקדש הסעיף האחרון בפרק זה) אלא נציין שלדעת לייבניץ א-לוהים תופס אותן אפרירי. ברור שעל מנת לתפוס את האמת הקונטינגנטית המורכבת לאינסוף יש צורך להכיר את ההגדרה המהותית שלה, כלומר להכיר באופן מובחן את כל מרכיבי המושגים שהיא מכילה ואף את מרכיבי המרכיבים עד לאמיתות הראשוניות. הגדרה כזו אכן מאפשרת לתפוס אפרירי את האמת אך היא גם מאפשרת להדגים אותה. בהמשך נראה שלדעת לייבניץ גם א-לוהים אינו יכול להדגים את תקפותה של האמת הקונטינגנטית, ופירוש הדבר שלהכרה אפרירי של מושגים בשכל א-לוהי יש גם מובן אחר.⁴³⁷

כך מסכם לייבניץ את פתרון מבוך החופש בחיבור שהוקדש להבחנה בין אמיתות הכרחיות וקונטינגנטיות:

משפטים קיומיים או קונטינגנטיים שונים [ממשפטים הכרחיים] מכל וכל. אמיתותם מובנת אפרירי רק לרוח האינסופית לבדה ואיננה ניתנת להוכחה בכל ניתוח שהוא. כאלה הם המשפטים שהינם אמיתיים בזמן מסוים ואינם מבטאים רק את השייך לאפשרויות הדברים אלא אף את הקיים בפועל או את שיתקיים באופן קונטינגנטי בתנאים מסוימים. לדוגמא: שאני חי עתה ושהשמש זורחת. שהרי אפילו אומר אני שהשמש זורחת בשעה זו במחצית כדור הארץ שלנו, משום שכך וכך היתה תנועתה הקודמת שבהנחת המשכיותה יבוא לבטח אירוע זה בעקבותיה, בכל זאת (בלי להתייחס לכך שאין המשך תנועתה בא הכרח) העובדה שכזו אכן היתה תנועתה הקודמת הינה אף היא אמת קונטינגנטית אשר עברה שוב יש לבקש טעם. אך הטעם אי אפשר שינתן במלואו אלא מהכרה מושלמת של כל חלקי היקום אשר עולה מעל ומעבר ליכולת הברואים. שכן, אין חלק של חומר שאיננו מחולק בפועל מחלקים אחרים, ולכן חלקיו של כל גוף הינם אינסופיים בפועל ומכאן שאי אפשר לנבא להכיר באופן מושלם לא את

⁴³⁶ 1714, 'מונדלוגיה' סעיף ס"ה, עמ' 68.

⁴³⁷ א-לוהים אינו תופס את הרצף מתוכו על ידי זיהוי כל שלבי חלוקתו לאינסוף ואף אינו תופס את האמת הקונטינגנטית באמצעות התחקות אחר כל שלבי ניתוחה האינסופי. א-לוהים תופס את ישירות ובאורח אינטואיטיבי בלתי-אמצעי את הסובייקט הקונטינגנטי עצמו, וכך מתגבר על מורכבותו לאינסוף של האלגוריתם המגדיר אותו מושגית ועל השתנותו האינסופית של גופו החומרי מבחינה פיסיקאלית. ראו על כך בסעיף ה'.

השמש ואף לא שום גוף אחר. עוד פחות אפשר שנגיע לתום חקירתנו אם מבקשים אחר מניעיו של כל גוף נע, ושוב אחר מניעו של זה, שכן תמיד נגיע לגופים קטנים יותר ללא קץ. לעומת זאת, הא-ל איננו זקוק למעבר הזה מדבר קונטינגנטי אחד לאחר הקודם לו או פשוט הימנו, מעבר שאין לו סוף (יתר על כן, מה שהינו קונטינגנטי איננו, לאמיתו של דבר, סיבה לדבר מה קונטינגנטי אחר, אף שכך נראה לנו). הא-ל, להבדיל, תופס בכל עצם פרטי, ממושגו בלבד, את האמת של כל מקריו בלי שיידרש לדבר מה חיצוני, שכן כל אחד טומן בחובו בדרכו שלו את כל האחרים ואת היקום כולו. ובכן, כל המשפטים שכוללים בתוכם קיום וזמן, כוללים מתוך כך, בחינת מרכיב, את סדרת הדברים כולה, ואף אי אפשר שיעתה ו-'כאן' יובנו ללא יחס לאחרים. מכאן, משפטים כאלה אינם ניתנים להוכחה, דהיינו, לניתוח שניתן להגיע לקיצו ושבעזרתו תתגלה אמיתותם. הוא המצב ביחס לכל המקרים של עצמים פרטיים נבראים. אכן, לו אף הכיר מישוהו את סדרת היקום כולה, אפילו אז נבצר היה ממנו לתת לה טעם, אלא אם כן היה משווה אותה לכל שאר האפשרויות. מכאן ברור מדוע אי אפשר שתימצא הוכחה לשום משפט קונטינגנטי, יימשך ניתוח המושגים ככל שיימשך.⁴³⁸

האמנם "ברור מדוע אי אפשר שתימצא הוכחה לשום משפט קונטינגנטי"? קיימת אמנם התאמה מלאה בין חלוקת רצף חומרי לאינסוף לבין חלוקת נושא קונטינגנטי לאינסוף נושאי משנה המייצגים כולם נקודות מבט מטאפיסיות על העולם הממשי. אך האם העובדה שטענה קונטינגנטית מכילה עוד ועוד טענות משנה פירושה שלא ניתן לעולם להגיע לטענת הזהות המדגימה אותה? האם לא ניתן לנסח אלגוריתם למורכבות אינסופית מסוג כזה? יכול להיות שלא⁴³⁹, אך עושה רושם שלייבניץ בעצמו העריך שניתן לנסח כלל עבור כל מורכבות מכל סדר גודל שהוא⁴⁴⁰. האנלוגיה בין גדלים

⁴³⁸ 1686, 'אמיתות הכרחיות ואמיתות קונטינגנטיות'; C 18-19, עיון ל"ד, עמ' 136-137.

⁴³⁹ במאמרו, קריירו מראה שלא ניתן לנסח אלגוריתם עבור מורכבות אינסופית (Carriero 1993, 24-25). אך אינני בטוח שטענה כזו מתאימה עם הפילוסופיה של לייבניץ. אני סבור שלייבניץ דווקא האמין שביסוד כל אינדיבידואל מורכב לאינסוף ישנו אלגוריתם המארגן את מכלול התכונות והיחסים של אינדיבידואל זה. כפי שראינו בחטיבה השנייה שבחלק זה, קיימת התאמה בין הגדרת האינדיבידואל למרחב הקונספטואלי של העולם ולכן סביר להניח שגם התוכנית המרחבית של העולם ניתנת לניסוח באמצעות אלגוריתם: "נניח למשל שמישהו משרבט כמות של נקודות על פיסת נייר באופן מקרי לגמרי [...] אני אומר שניתן למצוא קו גיאומטרי שמושגו יהיה קבוע ואחיד על פי כלל מסוים, כך שקו זה יעבור דרך כל הנקודות ובסדר שבו שרבטה אותן היד. ואם מישהו ישרטט קו באופן רצוף, כך שיהיה ישר, לעיתים עגול ולעיתים בעל טבע אחר, אפשר למצוא מושג או כלל או משוואה משותפת לכל הנקודות על הקו הזה, של פיהם צריכים להתרחש כל השינויים האלה. וכן אין בנמצא למשל אף לא דיוקן פנים אחד שמייתארו אינו חלק מקו גיאומטרי ושאי אפשר לשרטט אותו במשיכת קולמוס אחת על ידי תנועה מוסדרת" (1686, 'מאמר מטאפיסי', סעיף 6, עמ' 53; 1686?, *A Specimen of Discoveries*; A 6.4 1619, LLC 309-311). השאלה אם ניתן להדגים אלגוריתם כזה היא כבר שאלה אחרת הקשורה בטבעה של הדגמה אצל לייבניץ, ואני סבור שבה טמונה החוליה החסרה בפתרון מבוך החופש (ראו בסעיף הבא).

⁴⁴⁰ "It should be no cause for astonishment that I endeavour to elucidate these things by comparisons taken from pure mathematics, where everything proceeds in order, and where it is possible to fathom them by a close contemplation which grants us an enjoyment, so to speak, of the vision of the ideas of God. One may propose a succession or series of numbers perfectly irregular to all appearance, where the numbers increase and diminish variably without the emergence of any order; and yet he who knows the key to the formula, and who understands the origin and the structure of this succession of numbers, will be able to give a rule which, being properly understood, will show that the series is perfectly regular, and that it even has excellent properties. One may make this still more evident in lines. A line may have twists and turns, ups and downs, points of reflexion and points of inflexion, interruptions and other variations, so that one sees neither rhyme nor reason therein, especially when taking into account only a portion of the line; and yet it may be that one can give its equation and construction, wherein a geometrician would find the reason and

אינקומנסורביליים לבין אמיתות קונטינגנטיות שנועדה להצביע על רגרסיה אינסופית שאינה יכולה להסתיים עלולה להיות בעייתית אם ניתן לנסח אלגוריתם ליחסים בין גדלים כאלו. נראה שלדעת לייבניץ הדבר ניתן, ולכן עולה שוב השאלה האם ניתן לפתור את מבוך החופש באמצעות מורכבות אינסופית של אמיתות קונטינגנטיות. כפי שטענתי בשלב הצגת הבעיה בתחילת הפרק, עלינו לראות אם קיימת דרך להחליש מעט את האנלוגיה שבין מתמטיקה של סדרות לבין לוגיקה של אמיתות, מכיוון שבאמצעות התחשיב האינפיניטסימאלי עלולה האנלוגיה הזו להשיג את ההיפך ולהעניק מעמד של הוכחה מתמטית לניתוח אמיתות קונטינגנטיות. לייבניץ מצהיר שהופתע מכך שפתרון מבוך החופש נעוץ ב"שיקולים מתמטיים הקשורים בטבעו של האינסוף". לדבריו, האינסוף היה הדבר האחרון שבאמצעותו ציפה למצוא פתרון לבעיית ההיכללות של הנשוא בנושא קונטינגנטי⁴⁴¹. ניתן רק לשער מדוע. סביר להניח שההישגים המתמטיים שהביאו לפיתוח התחשיב האינפיניטסימאלי הובילו את לייבניץ להאמין שכל האמיתות ניתנות להוכחה גם אם מהלך ההוכחה מבוסס על רגרסיה אינסופית. "שיקולים מתמטיים הקשורים בטבעו של האינסוף" היו ככל הנראה הסיבה שבגינה לקח ללייבניץ זמן כה למצוא פתרון למבוך החופש. למרות שפתרון מבוך הרצף הושג על ידו לאחר גיבוש עקרונות היסוד של התחשיב האינפיניטסימאלי באביב 1676 והושלם סופית לאחר גילוי הכוח בחורף 1678, לייבניץ פותר את מבוך החופש רק בשנת 1686 או מעט קודם לכן. אפשר אולי לומר שפתרון למבוך החופש נמצא בסופו של דבר **למרות** קיומם של "שיקולים מתמטיים הקשורים בטבעו של האינסוף" עם כל חשיבותם. הגם שפתרון מבוך החופש מבוסס על אנלוגיה בין מתמטיקה ללוגיקה, הוא חייב להיות מבוסס בו זמנית גם על דיס-אנלוגיה ביניהן.

החיבור בין המבוכים שתואר בסעיף זה מעורר את השאלה האם ניתן לפתור את מבוך החופש באותו אופן שבו פתר לייבניץ את מבוך הרצף, כלומר באמצעות הקביעה שבמציאות אין אינפיניטסימאליים פיקטיביים ולכן חלוקה או שינוי אינסופיים לעולם אינם מסתיימים בהגעה ליעד. זו בדיוק התוצאה הרצויה לפתרון מבוך החופש. אמנם נכון שמבוך הרצף יכול היה להיפתר באופן מלא רק בשעה שנחשף הכוח האחראי ליצירת שינוי תמידי ובלתי פוסק שכזה במציאות. אך לשם פתרון מבוך החופש אין צורך בתוספת כזו. על כן, מעבר לעובדה שאמת קונטינגנטית מורכבת לאינסוף בהשוואה לאמת הכרחית, קיימת לדעתי סיבה נוספת לכך שניתוח לוגי של אמיתות קונטינגנטיות אינו מסתיים בטענת זהות. סיבה זו אינה נעוצה במורכבותה של האמת הקונטינגנטית לאינסוף אלא בהבדל שבין חישוב מתמטי של סדרות לבין ניתוח לוגי של אמיתות. הבדל זה מצביע על דיס-אנלוגיה חשובה בין מתמטיקה ללוגיקה. אפשר שאין זו סיבה נוספת אלא רק השלמתו המתבקשת של הפתרון שגיבש לייבניץ למבוך החופש, לאור העובדה שגם סיבה נוספת זו נובעת מחיבור שני המבוכים. כך או כך, אף על פי שסיבה זו מאששת את קביעתו של לייבניץ שאמיתות קונטינגנטיות אינן ניתנות

the fittingness of all these so-called irregularities. That is how we must look upon the irregularities constituted by monstrosities and other so-called defects in the universe." (1704, *Theodicy* §242; H 277)

"At last a certain new and unexpected light shined from where I least expected it, namely, from ⁴⁴¹ mathematical considerations on the nature of infinity." (1689?, *On Freedom*; FC 180-181, AG 95)

להדגמה, היא אינה מופיעה מפורשות – עד כמה שידעתי משגת – בכתבי לייבניץ⁴⁴². לפירוט סיבה נוספת זו נפנה כעת.

ד. דיס-אנלוגיה בין מתמטיקה של סדרה אינסופית ללוגיקה של אמת קונטינגנטית

פתרון מבודד החופש של לייבניץ מבוסס על כך שלא ניתן להוכיח כיצד אמיתות קונטינגנטיות מתכנסות למשפטי זהות המהווים אמיתות ראשוניות. כתוצאה מכך טוען לייבניץ שהשאלה אם נושא קונטינגנטי מכיל או לא מכיל תכונה מסוימת חייבת להישאר פתוחה. היא אינה פתוחה לגמרי משום שלייבניץ מחזיק בגישה שכל הנשואים כלולים בנושא באופן אנליטי אפריורי. זאת אומרת שפתרון מבודד החופש של לייבניץ מבוסס על הסדק הצר שבין וודאות להכרחיות. אם רק אמיתות הכרחיות ניתנות להוכחה הרי שהתכונה המסוימת בוודאי כלולות בנושא אך לא באופן הכרחי. על מנת להמחיש זאת יוצר לייבניץ אנלוגיה בין חישוב אינסופי של גדלים אינקומנסורביליים (חסרי אמת מידה משותפת) לבין ניתוח אינסופי של אמיתות קונטינגנטיות:

So the distinction between necessary and contingent truths is the same as that between lines which meet and asymptotes, or between commensurable and incommensurable numbers. But a difficulty stands before us. we can prove that some line – namely, an asymptote, constantly approaches another, and (also in the case of asymptotes) we can prove that two quantities are equal, by showing what will be the case if the progression is continued as far as one pleases; so human beings also will be able to comprehend contingent truths with certainty. But it must be replied that there is indeed a likeness here, but there is not a complete agreement. Further, there can be relations which, however far an analysis is continued, will never reveal themselves sufficiently

⁴⁴² בכתביו לייבניץ בכל זאת מצביע על דיס-אנלוגיה בין מתמטיקה לבין לוגיקה של אמיתות קונטינגנטיות, הנוגעת למידת הנגישות שלנו להגדרה ממשית של דברים. בניגוד להכרת ישים גיאומטריים אנו מתקשים להבין לעומקם דברים מוחשיים כמו עצמים או אגרגטים (1709, 'מסות חדשות' ספר שלישי, פרק י' [על השימוש המסולף במילים], עמ' 383). כאשר אנו מטפלים במושג של דבר-מה מוחשי הניסיון מספק לנו אישור אפוסטריורי לכך שהמושג אפשרי, אך במהלך ניתוח המושג למרכיביו אנו מאבדים קשר עם האישור הזה וההוכחה נכשלת. על פי הסבר זה, אי הנגישות שלנו להגדרות ממשיות של דברים מוחשיים נעוצה בכשל אפיסטמי בלבד, כך שפתרון מבודד החופש נותר למראית-עין בלבד: "פילאלתס: דעה מקובלת היא שרק המדעים המתמטיים מסוגלים לוודאות-שבהוכחה. אבל מאחר שההתאמה ואי-ההתאמה, שאפשר להכירה על ידי ההסתכלות, אינה זכות-יתר הנתונה אך ורק למושגים של מספרים ושל תבניות, אפשר שחוסר השקידה מצדנו הוא שגרם שהמתמטיקה בלבד זכתה להוכחות [...] תיאופילוס: יש דוגמאות בולטות למדי להוכחות מחוץ למתמטיקה [...] יש להודות שהיוונים בנו היסקים בתחום המתמטיקה במלוא הדייקנות האפשרית, והניחו למין האדם דוגמא ומופת לאומנות ההוכחה [...] אבל פליאה היא שיוונים אלו עצמם, אך התרחקו קצת מן המספרים ומן היצירים הגיאומטריים כדי לעבור אל הפילוסופיה, ומייד ירדו מאד מאותה דרגה רמה. כי מוזר הדבר שאין רואים אפילו צל של הוכחה בכתבי אפלטון ובכתבי אריסטו (חוץ מ"ניתוחים מוקדמים" שלו) וכן אצל שאר הפילוסופים העתיקים. פרוקלוס גיאומטריקון טוב היה; אבל כשמדבר הוא על פילוסופיה נדמה שאדם אחר לפנינו. הסיבה שקל יותר לבנות היסקים בדרך ההוכחה בתחום המתמטיקה נעוצה במידה רבה בכך שכאן יכול הניסיון לערוב להיסק בכל רגע, כמו שכך הדבר לגבי תמונות ההיקשים. אבל בתחום המטאפיזיקה והמוסר אין מוצאים עוד הקבל זה של טעמים שכלים ושל ניסיונות; ובתחום הפיזיקה דורשים הניסויים עמל והוצאות כספיות. והנה, משניטל מבני האדם מורה דרך נאמן זה ששמו ניסיון שעזר להם ותמך בהם בהילוכם (כמו שעושה זאת אותה מכונה מתגלגלת קטנה שמונעת את התינוקות מלנפול בזמן ההליכה), מיד נתרופף הקשב שלהם ומתוך כך תעו מן הדרך" (1709, 'מסות חדשות' ספר רביעי פרק ב' [על דרגות ידיעתנו], עמ' 413-415).

for certainty, and are seen perfectly only by him whose intellect is infinite. It is true that, as with asymptote and incommensurables, so with contingent things we can see many things with certainty, from the very principle that every truth must be capable of proof. Consequently, if all things are alike on each side in our hypotheses, there can be no difference in the conclusions – and other things of this sort, which are true both in the case of necessary and of contingent propositions, since there are reflexive. But we can no more give the full reason for contingent things than we can constantly follow asymptotes and run through infinite progressions of numbers.⁴⁴³

כפי שניתן לראות, לייבניץ מודע לחלוטין לכך שהאנלוגיה בין מתמטיקה של גדלים אינקומנסורביליים לבין לוגיקה של אמיתות קונטינגנטיות עלולה להיות חזקה מדי. אם אנו מסוגלים לעמוד על טיבה של אסימפטוטה למרות שלשם כך עלינו להתמודד עם רגרסיה לאינסוף, כיצד נסביר את אי היכולת שלנו לעמוד על טיבה של אמת קונטינגנטית? אם ההבדל נעוץ במגבלתנו האפיסטמולוגית הרי שפתרון מבוך החופש באמצעות האינסוף אינו אלא פתרון למראית עין. בקטע המצוטט דומה שלייבניץ מנסה להצביע על הבדל אונטולוגי שבכל זאת קיים בין התחומים אך הוא אינו מפרט מה הוא.

נתמקד כעת בניתוח של גדלים אינקומנסורביליים, שנועד לייצג ניתוח אינסופי של אמיתות קונטינגנטיות אך בכל זאת ניתן להוכחה על פי התחשיב האינפיניטיסימאלי. המקרה של גדלים אינקומנסורביליים מעניין מכיוון שהוא מאתגר את כללי ההדגמה של לייבניץ. כאשר לייבניץ טוען שהתחשיב האינפיניטיסימאלי שלו מוכח הוא מתבסס על הליך ההמרה הגיאומטרי שלו (*Transmutation Theorem*) שבאמצעותו מומרים חלקי עקומה מזעריים בגדלים ליניאריים מזעריים.⁴⁴⁴ קיימים אינסוף חלקיקי עקומה ולכן הליך ההמרה יכול שלא להסתיים. הליך ההמרה בכל זאת מסתיים מכיוון שהגדלים האינפיניטיסימאליים ניתנים להזנחה. הוכחת אמיתותו של התחשיב נעוצה בעובדה שגדלים אינפיניטיסימאליים הם גדלים פיקטיביים בלתי-מובחנים, מכיוון שכתוצאה מכך שהפרשים 'מתאפסים' הליך ההמרה מסתיים בטענת זהות.

For my part I confess that there is no way that I know up till now by which even a single quadrature can be perfectly demonstrated without an inference ad absurdum. Indeed I have reasons for doubting that this would be possible

1686, *General Inquiries about the Analysis of Concepts and Truths* §§135-136; C 388-389, PLP 77-78.⁴⁴³
 Also: "Just as in every proportion a smaller number is in a larger one or on equal is in an equal, so in every truth the predicate is in the subject [...]. But in proportions, while the analysis sometimes comes to an end, and arrives at a common measure, namely, one that measures out each term of the proportion through exact repetitions of itself, in other cases the analysis can be continued to infinity, as happens in the comparison between a rational number and an irrational number, such as the comparison of the side and the diagonal of a square. So, similarly, truths are sometimes provable, that is, necessary, and sometimes they are free or contingent, and so cannot be reduced by any analysis to an identity, to a common measure, as it were. And this is an essential distinction, both for proportions and for truths." (1689? *On Freedom*; FC 182, AG 97)
 21 Nov. 1675, *Pro Methodo Tangentium Inverse*; Child 104⁴⁴⁴

through natural means without assuming fictitious quantities, namely infinite and infinitely small ones.⁴⁴⁵

נמחיש זאת על ידי סדרות של מספרים שלמים (המייצגות יחס בין גדלים קומנסורביליים)⁴⁴⁶: לייבניץ מזהה שתהליך הסכימה של הסדרה ותהליך הדיפרנציאציה שלה הם תהליכים הפוכים, כך שהפעלת תהליכי החישוב הללו בזה אחר זה על הרצף המקורי יותירו אותו ללא שינוי:

נתונה למשל סדרת המספרים המתקבלת מהפונקציה $y=x^3$:

216 125 64 27 8 1 0

ההפרשים שבין איברי הסדרה מניבים את סדרת ההפרשים הראשונה:

91 61 37 19 7 1

ההפרשים שבין איברי סדרת ההפרשים הראשונה מניבים את סדרת ההפרשים השנייה:

30 24 18 12 6

ההפרשים שבין איברי סדרת ההפרשים השנייה מניבים את סדרת ההפרשים השלישית:

6 6 6 6

לבסוף, ההפרשים בין האיברים בסדרת ההפרשים השלישית מתאפסים:

0 0 0

טיפול בסדרות מספרים, בסכומן ובהפרשים בין איבריהן מאפשר לראות בקלות יחסית את הקשר ההפוך שבין סכימה לדיפרנציאציה, כפי שמעיד לייבניץ בעצמו⁴⁴⁷. מכיוון שרצף ההפרשים נבנה על בסיס ההפרש בין איבר לאיבר הבא אחריו (בסדרה נתונה), סכום כל האיברים בסדרת ההפרשים יספק את האיבר האחרון ברצף המקורי ובלבד שהרצף המקורי נפתח באפס, ולא יותר האיבר הראשון של הרצף מחוץ לסכימה (כלומר הוא יופחת מהאיבר האחרון). למשל, סכום ההפרשים בסדרת ההפרשים השלישית שווה לאיבר האחרון בסדרת ההפרשים השנייה פחות האיבר הראשון באותה סדרה. היחס בין הסכימה לדיפרנציאציה נותר קבוע בכל רמה של בדיקת הפרשים. כל איבר ברצף נתון אינו אלא סכום סדרת ההפרשים שהתגבשה עד אליו, ולהיפך – כל איבר ברצף נתון אינו אלא ההפרש בסדרת הסכומים בין סכום הרצף הנתון הכולל גם אותו ולבין הסכום עד אליו. התוצאה היא שסכום ההפרשים והפרש הסכומים של רצף נתון מותיר באופן דומה את הרצף על כנו⁴⁴⁸.

Fall 1675-Summer 1676, *De Quadratura Arithmetica*, 35; trans. by Arthur 2008, 25 n16. Also: "Moreover,⁴⁴⁵ if indeed it is possible to produce direct demonstrations of these things, I do not hesitate to assert that they cannot be given except by admitting these fictitious quantities, infinitely small or infinitely large." (*Ibid*, 69; trans. by Arthur 2008, 27 n24)

Leshem 2003, 55⁴⁴⁶

"The consideration of differences and sums in number sequences has given me my first insight, when I⁴⁴⁷ realized that differences correspond to tangents and sums to quadratures." (28 May 1697, *Leibniz to Wallis*; GM IV 25, trans. by Bos 1974, 13)

"differences and sums are the inverse to one another, that is to say, the sum of differences of a series⁴⁴⁸ [sequence] is a term of the sequence, and the difference of sums of a sequence is itself a term of the

הרעיון שכל איבר יכול להיות סכום סדרת הפרשים 'נמוכה' יותר או הפרש בסדרת סכומים 'גבוהה' יותר, מערער את מעמדו של האיבר כגודל ממשי. כתוצאה מכך לא ניתן עוד לטעון שאיברים מסוימים מרכיבים באופן ממשי רצף מספרי או שיש איזו משמעות לשאלה מהו הרצף ה'מקורי' הואיל וניתן לבנות רצף כזה באמצעות כל רמה שהיא של הפרשים כך שהבחירה ברמה מסוימת של הפרשים היא שרירותית. פירוש הדבר שההפרשים המהווים גדלים בסדרות שלעיל אינם מובחנים ומעמדם פיקטיבי.

בדוגמא כאן ההפרשים בסופו של דבר מתאפסים לחלוטין והליך הדיפרנציאציה מגיע לטענת הזהות המציינת את סופו. פירוש הדבר הוא שעקרון היסוד בדבר קיומו של יחס הפוך בין סכימה לדיפרנציאציה יכול להיחשב כמוכח במספר סופי של צעדים. אך אילו הסדרות היו אינסופיות ומתכנסות ההפרשים בין איבריהן היו שואפים לאפס ומתכווצים לאינסוף ככל שנמשך תהליך הדיפרנציאציה, אך לעולם לא היו נעלמים לגמרי. למעשה, 'התאפסות' הדיפרנציאלים הורסת את מערך היחסים שבין דיפרנציאלים מסדרים שונים, מערך שעליו מבוסס התחשיב האינפיניטסימאלי עצמו. לפיכך ברור שעל מנת לשמר את היחס ההפוך שבין סכימה ודיפרנציאציה הדיפרנציאל **מנוע** מלהתאפס. אבל אם כך מהלך הוכחת אמיתות התחשיב אינו יכול להסתיים בטענת זהות. הפתרון של לייבניץ הוא שניתן להתייחס אל הדיפרנציאל **כאילו** הוא מתאפס בכדי להוכיח את העיקרון בדבר היחס ההפוך שבין סכימה ודיפרנציאציה גם בסדרות אינסופיות מתכנסות.

מסקנה זו נובעת מההיבט הגיאומטרי של התחשיב האינפיניטסימאלי. מנקודת מבט אריתמטית צמצום מרכיב הטעות לאינסוף לעולם אינו מבטל אותה, זניחה ככל שתהיה, ולפיכך הגבול לעולם אינו כלול בסדרה אינסופית מתכנסת. אך נקודת מבט גיאומטרית מאפשרת לראות את הטעות או את ההפרש האינפיניטסימאלי בין הסדרה לבין גבולה כגודל בלתי מובחן, פיקטיבי, שאין ולא יכול להיות לו ביטוי ממשי. מכיוון שנקודת מבט גיאומטרית מתמקדת ברצף ולא במאפייני החלקים, היא מאפשרת לראות את הגבול **כאילו** הוא כלול בסדרה וכך להצדיק סכימה של אינסוף איברים⁴⁴⁹. כעת, נותר לנו לבדוק אם הדגמה כזו ישימה גם עבור אמיתות קונטינגנטיות. עלינו לשוב ולבחון את האנלוגיה שיוצר לייבניץ בין חישוב גדלים אינקומנסורביליים לבין ניתוח אמיתות קונטינגנטיות, ושבעקבותיה הוא מצהיר על פתרון מבוך החופש. הנה ניסוח נוסף שלה:

There is an essential distinction between necessary or eternal truths, and truths of fact or contingent truths, and they differ from one another in much the same way as do rational numbers and surds. For necessary truths can be resolved into identical truths, as commensurable quantities can be resolved into a common measure, but in contingent truths, as in irrational numbers, the

sequence; and I enunciate the former thus, $\int dx = x$, and the latter $d\int x = x$." (Ca 1680, *Elementa Calculi Novi pro Differentiis et Summis*; Child 142)

⁴⁴⁹ אלמלא נקודת המבט הגיאומטרית לא ניתן היה להצדיק הזנחה של גדלים אינפיניטסימאליים כך שהוכחת הקשר ההפוך שבין סכימה ודיפרנציאציה שביסוד התחשיב החדש של לייבניץ היתה מבוססת על רק על אינדוקציה: אין דרך להמיר את כל חלקיקי העקומה לגדלים ליניאריים ולכן ניתן **להניח** שכשם שמספר גדלים שהומרו באופן מובחן הינם אפשריים כן יהיה הדין לגבי **כל** האחרים, ובכללם גדלים הקטנים לאינסוף. אינדוקציה כזו אינה יכולה להסתיים בטענת זהות וזו הסיבה "שהאינדוקציה מעלה לפנינו אמיתות בתחום המספרים ובתחום היצירים הגיאומטריים, והטעם הכללי של אמיתות אלו עדיין לא נתגלה" (1709, 'מסות חדשות' ספר רביעי פרק ב' [על דרגות ידיעתנו], עמ' 411).

resolution proceeds to infinity, and never comes to an end. And so the certainty of and perfect reason for contingent truths is known only to God, who grasps the infinite in one intuition. And once this secret is known, the difficulty about the absolute necessity of all things is eliminated, and it is clear what the difference is between the infallible and the necessary.⁴⁵⁰

עלינו לשים לב שלייבניץ אינו טוען שניתוח אמיתות קונטינגנטיות דומה לחישוב גדלים אינקומנסורביליים, אלא שניתוח אמיתות קונטינגנטיות שונה מניתוח אמיתות הכרחיות כפי שחישוב גדלים אינקומנסורביליים שונה מחישוב גדלים קומנסורביליים. האפשרות הראשונה אינה מתקבלת על הדעת לאור העובדה שגדלים אי רציונאליים ניתנים לחישוב באמצעות אינפניטיסימאלים בתחשיב החדש של לייבניץ ואילו מטרת האנלוגיה היא שאמיתות קונטינגנטיות אינן ניתנות לניתוח. לעומת זאת האפשרות השנייה יכולה להיחשב סבירה: האנלוגיה שיוצר לייבניץ היא בין ההבדלים בלבד. ההבדל שבין אמיתות הכרחיות וקונטינגנטיות דומה להבדל שבין חישוב גדלים קומנסורביליים ואינקומנסורביליים. כפי שראינו, ההבדל שבין הצדקת חישוב גדלים קומנסורביליים ואינקומנסורביליים קשור במעמדו הפיקטיבי של האינפניטיסימאל. בשני המקרים אנו יכולים להוכיח את אמיתות החישוב אבל רק במקרה של גדלים אינקומנסורביליים המחוללים רגרסיה אינסופית עלינו להתייחס לאינפניטיסימאל כאל גודל בלתי-מובחן כתנאי להוכחה. כעת השאלה היא כיצד מעמדו של האינפניטיסימאל עשוי לסייע בהבחנה בין אמיתות הכרחיות שאותן ניתן להדגים לבין אמיתות קונטינגנטיות שאותן לא ניתן להדגים.

אני סבור שבמקרה של ניתוח לוגי של אמיתות, כאשר מתחוללת רגרסיה לאינסוף כבר לא עומדת לרשותנו האפשרות לתפוס באופן פיקטיבי את האינפניטיסימאל. אמיתות קונטינגנטיות מתפרטות לאינסוף בשל מורכבותן, אך בניגוד למתמטיקה של סדרות הן אינן ניתנות להוכחה הואיל ולא ניתן להזניח את השלב האינפניטיסימאלי בניתוח שבאמצעותו ניתן להגיע לטענת הזהות.

זוהי בדיוק הנקודה שבה מסתיימת האנלוגיה שבין מתמטיקה ולוגיקה. ישנם גדלים מתמטיים שלא ניתן לתפוס באופן מובחן, למשל שורשים של מספרים שליליים, אך ההליך המתמטי מחייב את קיומם. הישים המתמטיים יכולים להיחשב דמיוניים או פיקטיביים במובן זה שהם שייכים לתחום האידיאלי של המתמטיקה: הם אינם כוללים סתירה אך גם אינם מועמדים להתממש בפועל במציאות. לעומת זאת טענות לוגיות אינן יכולות להיות "בלתי מובחנות", ואין הליך לוגי – לכל הפחות עבור לייבניץ – שבכוחו להכשיר טענות לוגיות 'דמיוניות' שאינן כוללות סתירה אך גם אינן מתארות מציאות ממשית. בניגוד לתחום המתמטי, הלוגיקה אינה מייחדת מעמד מיוחד למושגים 'דמיוניים' שבאמצעותם ניתוח אינסופי עשוי להגיע לטענת הזהות המסמנת את גבולו. זיהוי מושג כדמיוני קשור בספקולציה לא מבוססת מכיוון שאנו

לא נוכל לקבוע אם איזה מושג הוא דמיוני או לאו, כי מה שאפשרי הוא, אף אם אינו מצוי במקום או בזמן שאנו הננו שם, יכול שהיה נמצא לפנינו או אולי יימצא ביום מן הימים, או אפילו אפשר שכבר מצוי הוא בשעה זו בעולם אחר או אפילו בעולמנו שלנו בלי

⁴⁵⁰ 1686?, *A Specimen of Discoveries*; A 6.4 1616, LLC 305

שנדע על כך, דוגמת המושג שהיה לו לדמוקריתוס על שביל החלב ושנתאמת לאחר מכן בעזרת הטלסקופים.⁴⁵¹

לטענת לייבניץ, על מנת שמושגים יוכלו להתממש עליהם להיות מתאימים, דהיינו "שיהא ניתן להשיגם במובחן, ולשם כך צריך שהרכיבים שלהם יהיו אפשריים-יחדיו, כלומר שיוכלו להיות קיימים ביחד"⁴⁵². אך אין פירוש הדבר שתפיסה בלתי מובחנת של מושגים הופכת אותם לדמיוניים. תפיסה בלתי מובחנת של מושגים מעמידה ספק על עצם קיומם כאפשרויות. לדעת לייבניץ, מושג יכול להיות דמיוני רק כאשר הוא אפשרי אך בכל זאת אינו מתאים למרחב הקונספטואלי של העולם האקטואלי. הווי אומר "כשקושרים [במושגים האפשריים] בלי יסוד את המושג של מציאות בפועל, כמו שנוהגים אלה שמקווים למצוא את 'אבן הפילוסופים', או כמו שהיה נוהג מי שהיה מאמין בקיומו של עם של קנטאורים"⁴⁵³. אך מצב כזה אינו יכול לקחת חלק במהלך ניתוח אינסופי של אמיתות קונטינגנטיות, כלומר במהלך ניתוח של מושגים ממשיים. ניתוח מושגים הקשורים בעולם אפשרי אחד אינו יכול לערב מושגים הקשורים בעולם אפשרי אחר. לכן ניתוח אמיתות קונטינגנטיות על העולם אינו יכול להכיל שלב 'אינפיניטיסימאלי-פיקטיבי' שמעצם הגדרתו כפיקטיבי אינו כלול באמיתות אלו.

ניתוח אמיתות קונטינגנטיות שונה מניתוח אמיתות הכרחיות באותו אופן שחישוב גדלים אינקומנסורביליים שונה מחישוב גדלים קומנסורביליים. ההבדל בין שני תחומי הידע קשור באינפיניטיסימאל בשל הצורך להתמודד עם רגרסיה אינסופית. אך בשונה ממעמדו הפיקטיבי של האינפיניטיסימאל בחישוב טורים אינסופיים, העדר מושגים 'דמיוניים' או 'פיקטיביים' בניתוח אמיתות קונטינגנטיות מביא לכך שניתוח אינסופי של מושגים קונטינגנטיים אינו יכול (כאילו) להסתיים בטענת זהות המשמשת גבול עבורו. שוני זה מסביר מדוע לא ניתן להדגים אמיתות קונטינגנטיות והוא מספק לליבניץ את המרווח הדרוש בכדי להבחין בין הכרח מתמטי-גיאומטרי לבין וודאות קונטינגנטית⁴⁵⁴.

⁴⁵¹ 1709, 'מסות חדשות' ספר שני פרק ל' [על מושגים הממשיים והדמיוניים], עמ' 275.

⁴⁵² שם, עמ' 274.

⁴⁵³ שם, עמ' 275.

⁴⁵⁴ מעניין לציין כאן חיבור אחד מתחילת שנות השמונים שבו לכאורה לייבניץ מתייחס לפתרון המתואר כאן:

"A possible thing is something with some essence or reality, that is, something that can distinctly be understood. For example, a pentagon would remain possible even if we were to imagine that no exact pentagon ever was or would be on nature. However, one should give some reason for why no [exact] pentagon ever existed or would exist. The reason for this state of affairs is nothing but the fact that the pentagon is incompatible with other things that include more perfection, that is, with other things that include more reality, which, to be sure, exist ahead of that pentagon. But, you infer: therefore it is necessary that it does not exist [...]. But the claim is false if it is understood in the sense that the proposition, "no [exact] pentagon exists" (abstracted from time) is necessary, because I deny that this proposition can be demonstrated. For the [exact] pentagon is not absolutely impossible, nor does it imply a contradiction, even if it follows from the harmony of things that a pentagon can find no place among real things. This can be best illustrated by analogy with imaginary roots in algebra. For the square root of -1 involves some notion, though it cannot be pictured, and if anyone wanted to pictured it by a circle, he would find that the straight line required for this [way of picturing roots] does not intersect the circle. But there is a great difference between problems that are insoluble on account of imaginary roots and those that are insoluble because of their absurdity, as for example, if someone were to look for a number which multiplied by itself is 9 and also added to 5 makes 9 [i.e.: a solution for the equations $x^2=9$ and $x+5=9$]. Such a number implies a

לצורך העניין, גם אם נניח שנביא מסוגל לדעת בוודאות שאירוע עתידי כבר כלול במושגו של סובייקט מסוים (כלומר יש לו גישה ל'קונטינגנטיים העתידיים'), הוא בכל זאת אינו מסוגל להדגים היכללות כזו באמצעות ניתוח. בניגוד להכרת חוקי הטבע, "הניסים וההשתתפויות הבלתי רגילות של א-לוהים אופייני להם שאין הם עשויים להיות נחזים מראש על ידי שיקול תבוני של כל רוח נברא שהוא, ויהא נבון ככל שיהא, שכן ההבנה המובחנת של הסדר הכללי היא מעבר ליכולתם שלהם כולם"⁴⁵⁵. אי היכולת כאן אינה נובעת מכשל אפיסטמי אלא מכך שעל מנת להשלים ניתוח של אמת קונטינגנטית על הנביא או על המדען-הגאון לתפוס באופן ברור ומובחן הליך לוגי בלתי מובחן. עליו להימצא במצב מנטאלי בלתי אפשרי שבו הוא יודע באופן מובחן ידיעה בלתי מובחנת.

לפיכך, אילו א-לוהים היה תופס את הנושא באמצעות התוודעות לשרשרת נשואיו בזה אחר זה הכרת הנושא באופן אנליטי אפרירי היתה נמנעת ממנו, מאחר וטענת הזהות האחרונה אמורה להתקבל באופן מובחן ובאמצעות טענה לוגית מוגדרת. האפשרות היחידה לסיים ניתוח של אמת קונטינגנטית הוא באמצעות זיהוי הניתוח כמתכנס לטענת זהות תוך הזנחת האופן שבו מגיע הניתוח לטענת הזהות האחרונה. מהלך כזה אפשרי מתמטית אבל אינו אפשרי לוגית כאשר מדובר בניתוח טענות קונטינגנטיות על עולם אקטואלי. לפיכך, א-לוהים בהכרח מכיר את האמת הקונטינגנטית באופן אחר, כפי שנראה מייד בסעיף הבא.

בהקשר זה, כדאי לחשוב שוב על הזיקה בין מבוך הרצף למבוך החופש שתוארה בסעיף הקודם. פתרון מבוך הרצף מושתת על הפרדה בין התחום האידיאלי של המתמטיקה לבין התחום האקטואלי של הפיסיקה. כאשר לייבניץ מכיר בכך שהשלם האידיאלי תמיד משולל חלקים ואילו החלקים האקטואליים לעולם אינם מניבים שלם, הוא מבין שפתרון מתמטי של מבוך הרצף מותנה בזיהוי האינפיניטימאל כפיקציה. פתרון כזה אינו מתאים להבנת הרצף הפיסיקאלי ולכן בסופו של דבר לייבניץ מגיע למסקנה שהרצף הפיסיקאלי אינו יכול שלם אלא משתנה ללא הרף. אמנם ביסוד הרצף הפיסיקאלי קיים יסוד מטאפיסי בלתי מתחלק או בקיצור כוח המפקח על ההשתנות הזו ומארגן אותה כסדרה אינסופית מתכנסת של מצבים באמצעות אלגוריתם שלם. אך סדרת השינויים האינסופית הזו לעולם אינה מסתיימת, ולפיכך אין צורה מוגדרת אלא רק השתנות אינפיניטימאלית; אין מנוחה מוחלטת אלא רק תנועה אינפיניטימאלית. תנועה, צורה או גודל

contradiction, for it must, at the same time, be both 3 and 4, that is 3 and 4 must be equal, a part equal to the whole. But if anyone were to look for a number such that its square added to nine equals that number times three [i.e.: a solution for the equation $x^2+9=3x$], he could certainly never show, by admitting such a number that the whole is equal to its part, but nevertheless, he could show that such a number cannot be designated [because both roots of the equation are imaginary: $\frac{3}{2}(1\pm\sqrt{-3})$]." (1680-1682?, *On Freedom and Possibility*;

Grua 291, AG 22).

בחיבור מופיעה הקביעה שאמיתות קונטינגנטיות אינן ניתנות להדגמה, למרות שאין בו אזכור של פתרון מבוך החופש באמצעות האינסוף (הפתרון מתגבש אצל לייבניץ ככל הנראה במהלך שנת 1686 או קצת קודם). על מנת להמחיש שאמיתות קונטינגנטיות אינן ניתנות להדגמה לייבניץ משתמש בחיבור בפתרון דמיוני של משוואה ריבועית. לייבניץ אמנם טוען מפורשות שבשונה מחישוב מתמטי, ניתוח של אמת קונטינגנטית אינו יכול להסתיים בפתרון 'דמיוני'. אך מצד שני, לייבניץ גם לא טוען שיש פתרון דמיוני לניתוח של אמת קונטינגנטית. תחת זאת הוא מתמקד בשלילת הפתרון במקום בפתרון עצמו. רוצה לומר: לייבניץ מצביע על הבדל שבין פתרון בלתי אפשרי ששלילתו הכרחית לבין פתרון דמיוני ששלילתו אפשרית ולכן חופשית. כתוצאה מכך, אמיתות קונטינגנטיות יכולות להיות בלתי ניתנות להוכחה מבלי להפוך על ידי כך לבלתי אפשריות. החיבור מתמקד בשאלת החופש הא-לוהי ואינו מתייחס למובן האנושי של מבוך החופש.

⁴⁵⁵ 1686, מאמר מטאפיסי סעיף 16, עמ' 76-77.

אינם יכולים להיות מדויקים ומובחנים ולכן לייבניץ מתייחס אליהם כאל תכונות פיקטיביות של החומר, אך זו גם בדיוק הסיבה שכוח פסיקאלי לעולם לא יצליח ליצור אותן – הוא גורם לתנועה שממשיכה להתחלק לאינסוף על ידי אינסוף תנועות מזעריות נוספות. אינפניטיסימאלים בתיאוריה הפיסיקאלית של לייבניץ אינם יכולים להיות פיקטיביים.

ביסודו של דבר זהו גם הפתרון של מבוך החופש. לייבניץ מנתק בין אנליטיות של אמת והיותה מכילה אפרירי את כל תכונותיה לבין היותה ניתנת להוכחה. ניתנות להוכחה קשורה בזיהוי טענת הזהות שאליה מתכנס הניתוח האינסופי ולכן ניתנות להוכחה קשורה במעמדו של גבול סדרה אינסופית מתכנסת. בניגוד להוכחה מתמטית העוסקת מראש בגדלים לא מובחנים בשל העובדה שהשלם קודם לחלקים, הדגמה לוגית מותנית בתפיסה מובחנת של כל חלקי הטענה. לכן לוגיקה של ניתוח אמיתות קונטינגנטיות שונה ממתמטיקה של טורים אינסופיים, אך דומה לפסיקה של השתנות אינסופית. כשם שהשתנות פסיקאלית אינה מסתיימת הגם שהיא מוגדרת באמצעות סדרה אינסופית מתכנסת, כך גם ניתוח אינסופית של אמת קונטינגנטית אינו כוללת אפרירי את מרכיביה. פתרון שני המבוכים הוא אחד: בשונה ממתמטיקה, בפסיקה ובלוגיקה לא ניתן להתייחס באופן מובחן לגדלים לא-מובחנים או לטענות לא-מובחנות. ניתוח אינסופי של אמת קונטינגנטית אינו יכול להסתיים כשם ששינויים פסיקאליים לעולם אינם מסתיימים⁴⁵⁶. לכן פתרון שני המבוכים אכן מבוסס על "שיקולים מתמטיים הקשורים בטבעו של האינסוף", אך באופן מפתיע במקצת דווקא אי התאמה של מכלול השיקולים המתמטיים הוא שמאפשר את פתרון שני המבוכים באמצעות האינסוף.

ה. קונטינגנטיות. א-לוהים. אינטואיציה

זהו השלב שבו עלינו לעסוק באופן שבו תופס א-לוהים את האמיתות הקונטינגנטיות. זהו שלב קריטי בפתרון מבוך החופש מכיוון שתפיסתו המלאה של א-לוהים את האמיתות היא שמבטיחה שהן כוללות אפרירי את כל נשואיהן. כאמור, פתרון אמיתי של מבוך החופש מותנה בכך שההבדל בין יכולתו של א-לוהים להכיר את האמיתות הקונטינגנטיות לבין אי יכולתנו לעשות זאת איננו אפיסטמולוגי אלא אונטולוגי, שאם לא כן זהו פתרון למראית עין בלבד. כפי שנראה מייד, הפתרון משלב היבט אפיסטמולוגי יחד עם היבט אונטולוגי. רוצה לומר: גישתו של א-לוהים לאמיתות הקונטינגנטיות אכן חסומה בפנינו בשל מגבלה אפיסטמית, אך גם אילו היה ניתן להסיר מגבלה זו לא היה עולה בידנו להוכיח את תוקפה של האמת הקונטינגנטית. והא ראייה: גם א-לוהים אינו מסוגל לספק הוכחה כזו.

⁴⁵⁶ "For demonstrating is nothing but displaying a certain quality or coincidence of the predicate with the subject (in the case of a reciprocal proposition) by [...] displaying the inclusion so that what lies hidden in the proposition and was contained in it virtually is made evident and explicit through demonstration [...] But in contingent truths, even though the predicate is in the subject, this can never be demonstrated, nor a proposition ever be reduced to an equality or to an identity, but the resolution proceed to infinity..." (1689? *On Freedom*; FC 181, AG 96)

לייבניץ אינו מתכחש לכך שקיים יסוד אפיסטמולוגי בפתרון מבוך החופש. לאחר שהוא מצביע על האנלוגיה בין מתמטיקה של סדרות לבין לוגיקה של אמיתות הוא טוען שהסיבה שבגינה אנו בכל זאת לא מסוגלים לספק הוכחות מתמטיות לניתוח לוגי של אמיתות נעוצה בתבונתנו הסופית.

אמיתות קונטינגנטיות הן לגבי אמיתות הכרחיות, במידת מה כמו שיחסים אילמים, כלומר אלה שבין מספרים חסרי מידה משותפת [אינקומנסורביליים], הם לגבי יחסים בני ביטוי שבין מספרים בעלי מידה משותפת. שכן כשם שניתן להראות שמספר קטן יותר הינו באחר גדול ממנו על ידי פירוק כל אחד מהם עד למידה המשותפת הגדולה ביותר, כך יוכחו גם משפטים מהותיים או אמיתות על ידי ניתוח מרכיביהם עד שנגיע למונחים המשותפים לכל אחד מהם, כפי שקובעות הגדרותיהם. אך כשם שמספר גדול יותר כולל מספר אחר שאיננו בעל מידה משותפת עמו, באופן שלעולם לא נגיע למידה משותפת אפילו יימשך הניתוח לאינסוף, כך גם לעולם לא נגיע להוכחה במקרה של אמת קונטינגנטית, יימשך ניתוח המושגים ככל שיימשך. ההבדל היחיד הוא בכך שביחסים אילמים יכולים אנו, על אף הכל, להעמיד הוכחות בהראותנו שהטעות היא זעירה מכל טעות שניתן לקבוע מראש, ואילו באמיתות קונטינגנטיות אפילו דבר זה נמנע מתבונתם של הברואים.⁴⁵⁷

מהי הסיבה שאנו איננו יכולים להראות ביחס לאמיתות קונטינגנטיות "שהטעות היא זעירה מכל טעות שניתן לקבוע מראש", כפי שאנו יכולים להראות זאת ביחס לגדלים חסרי אמת מידה משותפת? נראה שאנו איננו מסוגלים לזהות את טענת הזהות המהווה גבול לניתוח. לכאורה, אילו ניתן היה לזהות גבול כזה, יכול להיות ש"קל היה להיות נביא בה במידה שנקל להיות גיאומטריקון"⁴⁵⁸. סכומים מקורבים של טורים אינסופיים מתכנסים אכן נגישים לנו ואילו אמיתות קונטינגנטיות לא. אנו יכולים לבצע ניתוח אינסופי של גדלים אינקומנסורביליים בשל זיהוי הגבול אליו הסדרה מתכנסת ופיתוח האלגוריתם המפיק את הסדרה האינסופית, אך חקירה מלאה של אמת קונטינגנטית נשגבת מבינתנו בשל אי נגישות לטענת הזהות שלעברה הניתוח הלוגי מתכנס.

אילו היתה זו הסיבה האמיתית, ההבדל בין אמיתות קונטינגנטיות והכרחיות היה מבוסס על מגבלתנו ונותר אפיסטמי בלבד. בכדי ליצור הבחנה מהותית בין קונטינגנטיות להכרחיות עלינו לומר שגם אילו היינו יודעים מהי טענת הזהות הספציפית המהווה גבול לניתוח של נושא קונטינגנטי מסוים, לא ניתן היה באמצעותה להדגים את היכולות הנשוא בו. במילים אחרות, חוסר היכולת להעמיד הוכחות ביחס לאמיתות קונטינגנטיות אכן קשור במגבלתנו ההכרתית, אך אינו נובע ממנה אלא ממגבלה אונטולוגית. כפי שנראה מייד גם א-לוהים אינו מסוגל להתגבר עליה.

כיצד תופס א-לוהים את האמת הקונטינגנטית? כאמור, אמת קונטינגנטית, בשונה מאמת הכרחית, אינה ניתנת להדגמה. לטענת לייבניץ, אמת קונטינגנטית המתארת עובדה בעולם מכילה שרשרת אינסופית של סיבות שאף לא אחת מהן היא הסיבה הראשונה. מכיוון שכך, א-לוהים אינו תופס את האמת הקונטינגנטית מתוך שרשרת הסיבות האינסופית אלא ישירות ובאבחה אחת:

⁴⁵⁷ 1686, 'אמיתות הכרחיות ואמיתות קונטינגנטיות'; C 18, עיון ל"ד, עמ' 136.
⁴⁵⁸ 4/14 ביולי 1686, 'התכתבות עם ארנו', אגרת י', עמ' 163-164; G II 53.

But in contingent propositions one continues the analysis to infinity through reasons for reasons, so that one never has a complete demonstration, though there is always, underneath, a reason for the truth, but the reason is understood completely only by God, who alone traverses the infinite series in one stroke of mind.⁴⁵⁹

[C]ontingent truths require an infinite analysis which God alone can accomplish, so that he alone can know them *a priori* and with certainty.⁴⁶⁰

האמת הקונטינגנטית אינה הכרחית ולכן מניגודה לא נובעת סתירה⁴⁶¹. כלומר זוהי אמת שלעולם לא ניתן להדגים שהיא מכילה טענה הסותרת אותה. אבל באותה מידה לא ניתן להדגים שהיא אינה מכילה טענה כזו. לפיכך, ניתוח אמיתות קונטינגנטיות אינו יכול לערוב לכך שהן אפשריות. הוא מושתת על הגדרה נומינאלית של מושא החקירה ואנו נזקקים לאישור אפוסטריורי לכך שעובדה מסויימת אכן אפשרית. אילו היה ביכולתנו לתפוס את האמת הקונטינגנטית באופן אפריורי כפי שתופס הא-ל, היה עלינו לעמוד על טיבה של האמת מעבר לסך אינסוף הסיבות הכלולות בה. במילים אחרות, וודאות באשר לתקפותה של אמת קונטינגנטית אינה בגלל הידיעה שהאמת אינה כוללת טענה הסותרת אותה אלא למרות אי הידיעה אם האמת כוללת טענה הסותרת אותה⁴⁶². רעיון זה ממשיך להופיע גם בשלהי הקריירה של לייבניץ:

The distinction which is generally drawn between that which is *above* reason and that which is *against* reason is tolerably in accord with the distinction which has just been made between the two kinds of necessity. For what is contrary to reason is contrary to the absolutely certain and inevitable truths; and what is above reason is in opposition only to what one is wont to experience or to understand. [...] The distinction is assuredly very well founded. A truth is above reason when our mind (or even every created mind) cannot comprehend it. Such is, as it seems to me, the Holy Trinity; such are the miracles reserved for God alone, as for instance Creation; such is the choice of the order of the universe, which depends upon universal harmony, and upon the clear knowledge of an infinity of things at once.⁴⁶³

לדעת לייבניץ, אמת וודאית שאינה הכרחית, כלומר אמת קונטינגנטית, מוגדרת כאמת שאינה מנוגדת להיגיון מכיוון שהיא ממוקמת מעליו. כפי שנראה מייד, הסיבה לכך היא שאמת כזו קשורה

⁴⁵⁹ 1686?, *On Contingency*; Grua 303, AG 28

⁴⁶⁰ 1679-1686?, *A Specimen of the Universal Calculus*; A 6.4 280-289, G VII 200, W 98-99

⁴⁶¹ 1686, 'מאמר מטאפיסי' סעיף 13, עמ' 65-66.

⁴⁶² כזכור, מהלך כזה עמד ביסוד ההוכחה האונטולוגית של לייבניץ או ליתר דיוק ביסוד ההוכחה הצורנית שלו שמושג הא-ל

אפשרי. אך כפי שנראה מייד, וודאות המבוססת על כך שאין לדעת אם המושג אפשרי או לא היא וודאות אינטואיטיבית בלבד. א-לוהים אמנם מסוגל לתפוס אינטואיטיבית גם מושגים מורכבים לאינסוף, אך עברנו נגישים אינטואיטיבית רק מושגים פשוטים. בהתאם לנאמר בחטיבה הראשונה לעיל, מושג הא-ל המבוסס על מהלך של וודאות אינטואיטיבית אינו יכול להיות מורכב אלא פשוט בלבד ולכן מכשיל את ההוכחה אפריורי לקיום הא-ל.

⁴⁶³ 1704, *Theodicy* §23; H 88

ברצון הא-ל ולא בשכלו. בקטע מ'תיאודיציאה', במסגרת הדוגמאות המובהקות לאמיתות קונטינגנטיות המצויות מעבר להיגיון, לייבניץ כורך יחד את השילוש הקדוש לנצרות, את הנס, את הבחירה הא-לוהית בסדר או בהרמוניה של העולם האקטואלי ולבסוף את ההכרה הברורה של אינסוף גורמים בו זמנית. אלו דוגמאות מעניינות מאד מכיוון שהן כרוכות זו בזו⁴⁶⁴. כבר ב'מאמר מטאפיזי' שלו⁴⁶⁵ קובע לייבניץ "שהניסים מתרחשים בהתאם לסדר הכללי". הניסים אינם באמת חריגים ביחס למרחב הקונספטואלי של העולם או ביחס להרמוניה-הקבועה-מראש בעולם, "שכן החוק הא-לוהי הכללי ביותר המסדיר את השתלשלות היקום הוא ללא יוצאים מן הכלל". מעמדם כחריגים נעוץ בהגדרת הטבע באמצעות חוקי טבע או "כללים משניים", שאינם אלא "הרגל של א-לוהים, שממנו הוא יכול להשתחרר בשל טעם חזק יותר מזה שהניע אותו להשתמש בכללים אלו". לייבניץ מדגיש כי "א-לוהים עושה הכל על פי רצונו הכללי ביותר, התואם את הסדר המושלם ביותר שבו בחר", אך חוקי הטבע – מעצם העובדה שהם נגישים לנו – אינם מבטאים את הסדר המושלם הזה באופן מלא. הניסים חורגים מחוקי הטבע אך אינם חורגים מהסדר המושלם שבו בחר הא-ל, ולכן ניתן לאפיין אותם כ"רציות מיוחדות" של הא-ל החורגות מבחירתו הרצונית בכללים המשניים בלבד.

הנס קשור אפוא בסדר המושלם ביותר שבו בחר הא-ל על פי רצונו הכללי ושניהם קשורים בהכרה בו-זמנית באינסוף גורמים. הכרה של אינסוף גורמים בו-זמנית נעשית באמצעות הכרת הסדר המכונן אותם, כלומר באמצעות התוודעות ישירה לאלגוריתם של הסדרה האינסופית.

אינסוף המונדות המשתתפות בעולם ומכוננות אותו, יכולות לנסות ולתפוס את הסדר הכללי של העולם באחת משתי דרכים:

(1) הסדר הכללי של העולם בא לידי ביטוי במרחב קונספטואלי של העולם הכולל את מערך היחסים המושגי שבין כל המונדות המשתתפות בו. מרחב זה כלול בהגדרתה העצמית של כל מונדה בכפוף לנקודת מבטה הייחודית, ולכן ניתן להתחקות אחריו באופן לוגי אמצעות ניתוח המונדה לכל נשואיה. המקבילה הנפשית לניתוח לוגי היא אינטרוספקציה שעשוי להוביל את הנפש לנבכי המרחב הפנימי שלה החופף למרחב הקונספטואלי של העולם. לייבניץ מתאר תהליך זה כהליך דיפרנציאציה מנטאלי שבו מזוהות מחשבות המצויות בהפרש שבין המחשבות, וכן הלאה. חשיפת סדרים גבוהים יותר של מחשבות 'דיפרנציאליות' מקרבת את התודעה לחשיפת היסוד הנפשי הקבוע העומד ביסוד סדרת המחשבות האינסופית. יסוד נפשי זה הוא הכוח המנטאלי המחולל את סדרת המחשבות האינסופית על פי אלגוריתם פנימי המסדיר אותן. אלגוריתם זה אינו כולל רק את המחשבות הדיפרנציאליות שאנו חושפים במהלך מדיטציה; הוא מסדיר את כל התכונות, האירועים והמצבים הנפשיים שבהם הסובייקט היה נתון ועוד יהיה נתון במהלך חייו. אך מכיוון שמדובר בסדרה אינסופית, אין באפשרותנו לסיים אותה. הסדרה האינסופית מהווה עבורנו אינדיקציה לקיומו של אלגוריתם פנימי אך אנו נידונים להכירו אך ורק באמצעות חשיפת עוד ועוד חלקים מהשרשרת האינסופית שהוא מחולל.

(2) במקביל, הסדר הכללי של העולם גם בא לידי ביטוי במרחב פנומנלי הכולל את מצרף ההשפעות והיחסים הפיסיים שבין כל התופעות בעולם. כל מונדה ממוקמת במרחב הפנומנלי באמצעות גוף

⁴⁶⁴ אני מתעלם כאן מהשילוש הקדוש לנצרות על פי לייבניץ.

⁴⁶⁵ 1686, 'מאמר מטאפיזי' סעיף 7, עמ' 54-55.

מאורגן ששלמותו "מקבילה לשלמותו של השכל (או של הנשמה) השוכן באותו גוף מכוח ההרמוניה הקבועה מראש"⁴⁶⁶. אמנם, עוצמת ההשפעה הפיסית בין גופים פוחתת ביחס ישר למרחק ההשפעה ולכן המונדה רגישה במיוחד למתרחש בגופה שלה. אך מכיוון שכל גוף מושפע פיסית מכל הגופים בעולם (כפי שמדגימה תיאורית המערבולת הקרטזיאנית), באפשרות המונדה להתוודע למכלול ההשפעות בעולם כולו באמצעות גופה. אולם גם בדרך זו, אין למונדה גישה ישירה לכוח הפעיל שביסוד הגוף החומרי המחולל את סדרת הפעולות האינסופיות של הגוף והמסדיר את כל קורות הגוף מרגע יצירתו ועד כיליונו. גם במקרה זה אנוסה המונדה להתוודע לסדירות הפנומנלית בעולם באמצעות חוקי טבע שאינם אלא "כללים משניים" או על ידי חקירת השפעות 'דיפרנציאליות' בזו אחר זו במאמץ להתחקות אחר "עקרון הרצף" בעולם.

הנה כי כן, למרות שהמרחב הקונספטואלי והמרחב הפנומנלי מתאימים ומוסדרים כתוכנית מרחבית או חוק כללי של העולם, המונדות מנועות מלתפוס כלל זה ישירות. עליהן לתפוס את האלגוריתם הכללי של העולם מנקודת מבטן האישי דווקא, כלומר מתוך המקום הייחודי שהן תופסות במרחב השלם של העולם. מעבר לעובדה שזוהי הכרה אפוסטריורי של ארגון הגורמים בעולם, זוהי גם הכרה שלעולם אינה מגיעה לכדי שלמות. א-לוהים לעומת זאת, תופס את הסדירות המרחבית של העולם באופן מושלם. "הא-ל לבדו, המשיג את האינסוף בבת אחת, הוא היחיד הרואה כיצד האחד הינו באחר ומבין אפריורי את הטעם המושלם לקונטינגנטיות, מה שניתן לברואים אפוסטריורי באמצעות הניסיון"⁴⁶⁷. זאת מכיוון שא-לוהים תופס ישירות את האלגוריתם של הסדר הכללי של העולם⁴⁶⁸.

כפי שכבר ראינו בחטיבה הקודמת בדיון על קיומה של תוכנית מרחבית לעולם, א-לוהים אינו תופס תוכנית זו כמשתתף אלא מתוך צפיית הסדירות הפנימית של התוכנית באופן גיאומטרי.

Supplementary study: If bodies are phenomena, and are judged by our appearances, they will not be real, since they will appear differently to others. Thus, the reality of bodies, space, motion and time seems to consist in this: that they are the phenomena of God, that is, the object of his knowledge of vision (*scientia visionis*). And the difference between the appearance of bodies with respect to us and their appearance with respect to God is in some way like the difference between a drawing in perspective and a ground plan. For whereas drawings in perspective differ according to the position of the viewer, a ground plan or geometrical representation is unique. God certainly sees things exactly such as they are according to geometrical truth, although likewise he also knows how each thing appears to every other, and thus he contains in himself eminently all the other appearances.⁴⁶⁹

⁴⁶⁶ 1709, 'מסות חדשות' ספר שלישי, פרק ו' [על שמות העצמים], עמ' 328.

⁴⁶⁷ 1686, 'אמיתות הכרחיות ואמיתות קונטינגנטיות'; C 17, עיון ל"ד עמ' 134-135.

⁴⁶⁸ Ishiguro 1990, 196

⁴⁶⁹ 15 Feb. 1712, *Leibniz to Des Bosses*; G II 438, LR 232-233, AG 199

נראה שהשימוש בגיאומטריה כאן אינו מקרי. כפי שניתן לראות במהלך עבודתו המתמטית, לייבניץ תופס את גיאומטריה ואת האלגברה ככלים שונים לייצוג המכלול. בעוד שהאריתמטיקה מספקת כלים להערכת כל גורם באופן מובחן (ולכן משמשת כאמת מידה להוכחה לוגית), הגיאומטריה והאלגברה מספקות כלים לתפיסת מערך יחסים כולל: בדומה לטבלאות מסוג המשולש ההרמוני של לייבניץ, תרשימים גיאומטריים מאפשרים לקלוט באבחה אחת את מכלול הקשרים בין כל הנקודות בסיטואציה. אלגוריתמים אינם יכולים לספק זאת משום שהם מציגים באופן סימבולי את מכלול הקשרים הללו. לחלופין, אלגוריתמים מכילים מערך יחסים שלם במשפט אחד ולכן על אף שהם אינם מאפשרים זיהוי ויזואלי של מערך זה, אך אינם מוגבלים להצגה מסוימת שלו. טבלאות ותרשימים גיאומטריים מוגבלים להצגה מסוימת של מערך היחסים הכולל, ואינם מאפשרים זיהוי עמוק יותר של מערך זה. המשולש האריתמטי של פסקל למשל מציג באבחה אחת מערך שלם של יחסים בין איברים מסדרות מספרים המתחילות כולן במספר 1. ניתן להציב בקודקוד המשולש של פסקל מספר שונה מ-1 ולקבל באחת הדגמה של אותו מערך יחסים באמצעות סדרות חדשות. אך כל הדגמה זוקקת תרשים או טבלה חדשים, כך שלא ניתן לאחד יחדיו את כל המצבים המרחביים האפשריים. לכך בדיוק מתכוון לייבניץ כאשר הוא אומר "שאלפיסה ואף פרבולה או היפרבולה דומות באופן-מה למעגל, שהן ההיטל שלו במישור, הואיל ויש יחס מסוים, מדויק וטבעי, בין מה שמוטל ובין ההיטל הנוצר, באופן שכל נקודה של האחד תואמת, על פי יחס מסוים, כל נקודה של האחר"⁴⁷⁰. הרעיון המטאפיזי שבו כל אינדיבידואל בעולם מביע את אותה סדירות מרחבית מתוך נקודת מבט הייחודית, פירושו מבחינה גיאומטרית שבהגדרתו העצמית של כל אינדיבידואל קיים ייצוג מרחבי שונה לאותו מערך יחסים בין כל הנקודות הגיאומטריות. חייבים להיות ייצוגים מרחביים שונים מכיוון שהגיאומטריה אינה מאפשרת לאחד את כל הייצוגים. אך כאשר מתאר לייבניץ את הדרך שבה א-לוהים תופס את הסדירות המרחבית של העולם, הוא קובע כי היא מכילה את כל נקודות המבט. דהיינו א-לוהים תופס את מערך היחסים הגיאומטרי באמצעות כל הייצוגים המרחביים המובחנים שמייצגות נקודות המבט השונות של המונדות. למעשה, זוהי הכרה של האלגוריתם המציג את מערך היחסים באופן סימבולי. הארגון הפנימי של כל האינדיבידואלים בעולם מבוסס על אותו אלגוריתם המכונן את התוכנית המרחבית של העולם. על מנת להמחיש את ההבדל שבהגדרת האינדיבידואלים השונים מבחינה אלגברית ניתן לומר שהוא נעוץ בערכים שונים המוצבים בפרמטרים המרכיבים את האלגוריתם. אולם א-לוהים תופס את האלגוריתם עצמו ללא תלות בערכים מסוימים כלשהם. א-לוהים תופס את מערך היחסים העקרוני המאפיין את העולם.

אפשר לסכם זאת באופן פיוטי במקצת באמצעות המטאפורה הבאה: התוכנית המרחבית של העולם היא מנגינה, או ליתר דיוק היא המערך המוסדר של יחסים ופרופורציות בין תווים העומד ביסוד המנגינה. המבנה הפנימי של המנגינה אינו תלוי בתווים מסוימים אלא בפרופורציות וביחסים מסוימים, כך שניתן לראותו כאלגוריתם של המנגינה. על מנת לנגן את המנגינה של העולם יש צורך לתפוס את המנגינה מנקודת מבט מסוימת, כלומר יש לבחור בצליל מסוים שיקבע כיצד יופעל האלגוריתם כולו. לאור זאת, קיימות דרכים רבות לנגן את אותה מנגינה, ואילו היו קיימים אינסוף

⁴⁷⁰ 1709, 'מסות חדשות' ספר שני פרק ח' [שיקולים אחרים על המושגים הפשוטים], עמ' 104-105.

צלילים (כלומר אילו לא היתה מגבלה סנסורית בקליטתם) ניתן היה להפיק מאלגוריתם של מנגינה אחת אינסוף וואריאציות⁴⁷¹. הריבוי הקיים בעולם משול לאינסוף הוואריאציות שאכן מנוגנות. אך א-לוהים אינו תופס את האלגוריתם של המנגינה באמצעות וואריאציה מסוימת שלה; הוא תופס את האלגוריתם עצמו ובאמצעותו ביכולתו לשמוע את כל הוואריאציות בו זמנית⁴⁷².

הטענה שא-לוהים תופס את האמת באופן ישיר כך שכל אינסוף המאפיינים הפנימיים שלה נתפסים על ידו בו זמנית, משמעה שא-לוהים תופס את האמת באמצעות אותה "פרופורציה או יחס" המהווים את "היסוד של האמת"⁴⁷³, כלומר על ידי האלגוריתם הפנימי שלה. אפשר לומר שאם א-לוהים אכן תופס באופן ישיר אמת קונטינגנטית כלשהי פירוש הדבר שמוכרח להיות לאמת כזו עקרון מארגן או יחס פנימי בין כל מושאיה⁴⁷⁴. במילים אחרות, ללא עיקרון מארגן או אלגוריתם פנימי גם א-לוהים אינו יכול לתפוס אמת קונטינגנטית. קיומו של עקרון פנימי כזה הוא שערב לכך שהאמת הקונטינגנטית הינה אנליטית ומכילה אפריורי את אמיתותה. א-לוהים חשוף לסדירות הפנימית של נושא קונטינגנטי ומתוכה הוא יודע שטענת הזהות המייצגת את גבול הניתוח האינסופי אינה כלולה בו, כפי שהגבול אינו כלול בסדרה אינסופית מתכנסת. מנגד, א-לוהים יודע מהכרת האלגוריתם המגדיר את האמת הקונטינגנטית שניתוח אינסופי של הנושא בכל זאת מתכנס לטענת זהות זו, ולכן היכללות הנושא בנושא קונטינגנטי היא אפריורי. אולם אפילו א-לוהים אינו יכול לשחזר את הדרך שבה מגיע ניתוח אינסופי של הנושא לכדי טענת הזהות הזו.

בתחילת הפרק ראינו שליבניץ יוצר אנלוגיה בין תפיסתו הרגילה או הפשוטה של א-לוהים לבין האריתמטיקה; ובין האינטואיציה הא-לוהית לבין הגיאומטריה⁴⁷⁵. הרעיון שביסוד האנלוגיה הזו הוא שא-לוהים יכול לתפוס את האמת רק מכיוון שהוא תופס אותה כמכלול. אילו היה על א-לוהים לתפוס את האמת מתוך מרכיביה היא היתה חסומה גם מפניו. השטח המתקבל מסכימת אינסוף שטחים אינפניטיסימאליים ניתן לזיהוי למרות שעקרונית ההליך המתמטי הוא אינסופי מכיוון שהשלם קודם לחלקיו הבלתי מובחנים. הכרה 'גיאומטרית' של האמת מבוססת על כך שמרכיביה המתחלקים לאינסוף אינם מובחנים, ולכן הכרה כזו אינה מסוגלת להכיר אותם בזה אחר זה 'אריתמטית'. גם א-לוהים אינו מסוגל לתפוס באופן מובחן טענות בלתי מובחנות, ואין בכוחו לאפיין אריתמטית גדלים שניתן להכירם אך ורק גיאומטרית. אם ניתוח מלא של אמיתות קונטינגנטיות אינו אפשרי מעצם הגדרתו, גם א-לוהים אינו מסוגל לעקוב טענה אחר טענה במהלך ניתוח עד להגעה

⁴⁷¹ המטאפורה של העולם כמנגינה אינה מושלמת. ראשית, יש צורך בגורם פעיל שיוציא לפועל את המנגינה באמצעות כלי נגינה. כך יוצא שהצלילים המכוונים את היצירה המנוגנת חסרים את הכוח המגדיר את האינדיבידואלים המכוונים את העולם כאגרגט. שנית, היצירה המנוגנת היא אמנם אגרגט של צלילים, אך יצירה זו אינה מקבילה לעולם הפנומנלי אלא לנקודת המבט של האינדיבידואל על העולם הפנומנלי. לפיכך אין במטאפורה הזו ייצוג לעולם כאגרגט המשותף לכל הגופים.

⁴⁷² רעיון זה התגבש בעקבות שיחה עם פורת בתי.

⁴⁷³ אוגוסט 1677, 'דיאלוג'; G VII 193, עיון ל"ד עמ' 125.

⁴⁷⁴ כפי שטוען נחתומי, הגדרת מושגו השלם של נושא קונטינגנטי המורכב מאינסוף מושגים של נושאו על ידי אלגוריתם מאפשרת לליבניץ להימנע מלעורר את הפרדוקס הקשור במספר אינסופי. בשל נקודת מבט אינטנסיבולית על עיקרון ההיכללות הלוגי שלו יכול לייבניץ לטעון שהמושג השלם של נושא קונטינגנטי אינו מכיל מספר אינסופי של תכונות אלא מבטא חוקיות או סדירות המחוללת כמות אינסופית סינקטוגורמטית של תכונות ויחסים (Nachatomy 2007a, 63-67). עניין זה יפורט בפרק הבא.

⁴⁷⁵ 1685-1689?, *The Source of Contingent Truths*; C 1-3, AG 98-100

לטענת הזהות האחרונה. זו הסיבה שליבניץ מדגיש שא-לוהים אינו תופס את האמת באמצעות התחקות אחר כל נשואיה אלא על ידי אינטואיציה:

For necessary truths can be resolved into such as are identical, as commensurable quantities can be brought to a common measure; but in contingent truth, as in surd numbers, the resolution proceed to infinity without ever terminating. And so the certainty of and perfect reason for contingent truths is known only to God, who grasps the infinite in one intuition.⁴⁷⁶

Contingent or infinite truths are subordinate to God's knowledge, and are known by him not, indeed, through demonstration (which would imply contradiction) but through his infallible intuition (*visio*).⁴⁷⁷

כאשר טוען לייבניץ שא-לוהים תופס את האמת באמצעות אינטואיציה הוא למעשה טוען שא-לוהים מנוע מלהוכיח את שתפס. כפי שראינו במהלך הפרק, לייבניץ רואה באמיתות הראשוניות, המהוות תשתית הן לאמיתות הכרחיות והן לאמיתות קונטינגנטיות, נקודות מוצא פשוטות שאין אפשרות להוכיח אותן ולכן גם אין צורך בכך. אי לכך, הדגמה מוצלחת חייבת בכל מקרה להסתיים בטענות זהות שאין דרך להוכיח את אמיתותן. יחד עם זאת, אין זה אומר שאנו פטורים מלצפות כיצד הניתוח מגיע עד לאמיתות הראשוניות. "רק בשעה שאנו מכירים הכרה הסתכלותית את המובחנים, רואים אנו בהם את האידיאה כולה"⁴⁷⁸, משום שבהכרה הסתכלותית או אינטואיטיבית אנו רואים באופן בלתי אמצעי וללא צורך בנימוקים את תוקפן של האמיתות הראשוניות. הכרה אינטואיטיבית של כל שלבי הניתוח אפשרית אולי כאשר אנו מוכיחים משפטים הנחשבים לאקסיומות, כמו למשל הטענה שהשלם גדול מחלקו. אך לייבניץ בעצמו מודה "שלא יקל להוכיח את כל האקסיומות ולהעמיד לחלוטין את ההוכחות על ידיעות-שבהסתכלות. אילו רצינו לחכות לכך, אפשר שעדיין לא היה מדע הגיאומטריה מצוי בידנו"⁴⁷⁹. יתרה מכך, הוכחות מתמטיות של משפטים כדוגמת עקרון היסוד של התחשיב האינפיניטסימאלי כבר רחוקות מלהיות מבוססות על אינטואיציה. הגם שהיא מתמטית, הוכחת התחשיב המתבססת על כלל ההמרה היא בכל זאת רק 'מכוונת-סימבולית' ולכן אינה חסינה בפני אפשרות שהיא מכילה טעות. לאמיתו של דבר, לא יכולה להיות הכרה אינטואיטיבית להוכחת התחשיב בגלל טיבם הבלתי-מובחן של האינפיניטסימאליים. לחלופין, כאשר לא ניתן להוכיח אמת קונטינגנטית בשל טיבם המובחן של המרכיבים האינפיניטסימאליים, הופכת ההכרה האינטואיטיבית של האמת לאפשרות היחידה.

הכרה אינטואיטיבית דווקא מתאימה לאמיתות קונטינגנטיות שאינן מכילות מרכיבים בלתי-מובחנים. כזכור, כאשר אין מרכיב פיקטיבי לא ניתן לסיים את הניתוח האינסופי ולכן ההכרה האינטואיטיבית של הא-ל את האמיתות הקונטינגנטיות איננה באמצעות ניתוח אלא באמצעות תפיסה בלתי אמצעית של האלגוריתם הפנימי או של המרחב הקונספטואלי של העולם האקטואלי

⁴⁷⁶ Circa 1686-1688, *A Specimen of Discoveries*; A 6.4 1615, G VII 309, R 221-222, LLC 305

⁴⁷⁷ 1689, *On Freedom*; FC 184, AG 97

⁴⁷⁸ 1686, 'מאמר מטאפיזי' סעיף 24, עמ' 99.

⁴⁷⁹ 1709, 'מסות חדשות' ספר רביעי פרק ב' [על דרגות ידיעתנו], עמ' 412.

כולו. תפיסה בלתי אמצעית זו של האמת הקונטינגנטית בכללותה דומה לתפיסה בלתי אמצעית של טענת הזהות המהווה את גבול הניתוח. אפשר אולי לומר שא-לוהים תופס אינטואיטיבית את האלגוריתם שביסוד כל האמיתות הקונטינגנטיות כפי שאנו תופסים אינטואיטיבית את האמיתות הראשוניות. כאשר אנו מביטים במשפט זהות אנו מכירים מייד שהוא תקף הגם שאין אנו מסוגלים להוכיח אותו. אבל לא רק אמיתות ראשוניות אפריוריות כמו השקילות של "א' הוא א'" הן בלתי אמצעיות עבורנו; גם אמיתות ראשוניות אפוסטריוריות כמו טענת הקוגיטו של דקארט, העומדות ביסוד האמיתות הקונטינגנטיות, מוכרות על ידנו באורח בלתי אמצעי. אלו אמיתות "בלתי אמצעיות של הרגשה", וגם אותן אנו מכירים במבט אחד, באבחה אחת. א-לוהים תופס כך לא רק מושגים פשוטים או יחסי שקילות מובנים מאליהם אלא גם מושגים מורכבים לאינסוף. הוא תופס בבת אחת, במבט אחד, את אינסוף הסיטואציות המוסדרות באלגוריתם של העולם.

בנקודה זו טמון בדיוק פתרון מבוך החופש של לייבניץ: א-לוהים תופס את הסדירות המלאה של העולם באמצעות אינטואיציה או צפייה בלתי אמצעית באלגוריתם המסדיר אותה. אך א-לוהים אינו מסוגל להוכיח שהאלגוריתם הזה אפשרי. אמת קונטינגנטית אינה הכרח המוגדר על ידי הוכחה ששלילתו אינה אפשרית, אך אמת קונטינגנטית גם איננה אפשרות גרידא. הוודאות באשר לאמת קשורה בהכרעה רצונית של הא-ל לממש עולם אפשרי מסוים ובהכרה אינטואיטיבית שלו שלא ניתן להוכיחה. בכדי להשיג וודאות שאינה הכרחית לייבניץ זקוק לאלגוריתם. רק באמצעות אלגוריתם יכול לייבניץ לערוב להיכללות אנליטית אפריורית של הנשוא בנושא. זו גם הסיבה שלשם הבחנה בין אמיתות הכרחיות וקונטינגנטיות לייבניץ בוודאי עושה שימוש בפיתוחים המתמטיים החדשים שלו ואינו נשען רק על האופן שבו טיפולו היוונים במספרים אי-רציונאליים, כפי שטוען די בלה⁴⁸⁰. הרעיון שניתן לגבש אלגוריתם של סדרה אינסופית מותנה באפשרות לסכום אינסוף דיפרנציאלים ובהכרת היחס ההפוך שבין סכימה ודיפרנציאציה. אלמלא התחשיב היה לייבניץ משיג קונטינגנטיות שאיננה אנליטית באנלוגיה למספרים אי-רציונאליים שבאמת אין לדעת אם הם ניתנים לחשיבה רציונאלית או לא. התחשיב האינפניטיסימאלי מספק עבור לייבניץ את הרעיון שמערך יחסים מורכב לאינסוף ניתן לקידוד באמצעות אלגוריתם שלם, וכך רעיון היכללות הנשוא בנושא יכול להיחשב אפשרי. עם זאת, ההוכחה שהרעיון אפשרי היא מתמטית, כלומר היא מבוססת על קיומם של גדלים אינפניטיסימאליים פיקטיביים שניתן להזניחם על מנת לסיים את הליך ההמרה האינסופי. הוכחה כזו אינה זמינה בניתוח אינסופי של אמיתות קונטינגנטיות. לייבניץ מתחבט זמן רב עד שהוא מבחין שביכולתו לנצל את נקודת החולשה של ההוכחה המתמטית לצורך פתרון מבוך החופש. העובדה שא-לוהים יכול לתפוס רק באופן אינטואיטיבי את האלגוריתם שביסוד האמת הקונטינגנטית מבטיחה וודאות שאינה מוכחת, כלומר וודאות קונטינגנטית שאינה הכרחית.

הנושא הקונטינגנטי אכן מכיל אנליטית במושגו את כל נשואיו, והכלה זו הינה אפריורית כפי שאכן עולה מדרך הכרתו האינטואיטיבית של א-לוהים את האלגוריתם הפנימי שביסוד האמת הקונטינגנטית. ייתכן אף שהכרה של האלגוריתם חושפת את טענת הזהות שאליה ניתוח אינסופי של אמת קונטינגנטית עשוי היה להתכנס. אך בלתי אפשרי לצמצם אלגוריתם כזה לטענת זהות או

להדגים כיצד ניתוח האלגוריתם אכן מתכנס לטענת הזהות הזו. אי אפשרות זו איננה אפיסטמית אלא אונטולוגית. אמנם האלגוריתם נגיש לא-לוהים בלבד ואילו אנו, בשל מגבלתנו ההכרתית, איננו יכולים לפרוש את כל קפלי התודעה שלנו בבת אחת וכך לתפוס את האינסוף באופן לא מבולבל. אך מגבלה אפיסטמית זו אינה יכולה לבטל את המגבלה האונטולוגית היסודית שבגינה ההבחנה בין הכרח לוודאות קונטינגנטית מניבה חופש אמיתי ולא חופש למראית עין בלבד.

3. מושג שלם של אינדיבידואל

הקשר שבין המושג השלם של האינדיבידואל לבין האינסוף מתגבש באופן סופי בכתבי לייבניץ בסמוך להעלאת פתרון מבוך החופש באמצעות האינסוף, כלומר לקראת מחצית שנות השמונים. אך לשילובו של האינסוף בהגדרת העצם האינדיבידואלי קדמה התפתחות בהבנת עקרון האינדיבידואציה אצל לייבניץ.

בתחילת הקריירה שלו מביע לייבניץ עניין בעמדות סכולסטיות מסורתיות בנוגע להגדרת האינדיבידואל, ומאמץ עמדה דומה לזו של פרנציסקו סוארז הטוען שהגדרת האינדיבידואל היא פנימית ולא חיצונית⁴⁸¹. בחיבורו 'ויכוח מטאפיסי על עקרון האינדיבידואציה' משנת 1663, טוען לייבניץ שהגדרת האינדיבידואל טמונה בטוטאליות של הווייתו הממשית עצמה ואינה תלויה בהכרה של תודעה חיצונית לו, מאחר והאינדיבידואל קודם לכללי החשיבה האוניברסאליים המופשטים⁴⁸². יחד עם זאת, לייבניץ גורס שהאינדיבידואל השלם מורכב מחלקים בניגוד למסורת הפילוסופית מימי הביניים⁴⁸³.

עשור שנים לאחר מכן, בדיאלוג 'וידויו של פילוסוף' משנת 1673, ממשיך לייבניץ לטעון שהאינדיבידואל הינו סך כל התכונות שלו, אך כעת תכונות אלו אינן פנימיות אלא נטועות בהקשר המרחב-זמני שבו נתון האינדיבידואל. פירוש הדבר הוא שלייבניץ עובר להגדרה חיצונית של האינדיבידואל. על פי לייבניץ שתי ביצים זהות לחלוטין נחשבות לשונות מעצם העובדה שהן מצויות במקומות שונים במרחב. לפיכך, העובדה שניתן למספר אותן כשונות מספיקה בכדי לייחס להן ייחודיות⁴⁸⁴. השונות המספרית של הביצים, בדומה לשונות של שני מלבנים זהים הקיימים זה לצד זה בתרשים, מבוססת על כך שאינדיבידואל הינו סך כל היחסים המרחביים החיצוניים שלו⁴⁸⁵.

Cover & O'Leary-Howthorne 1999, 28-29; Mugnai 2001, 37⁴⁸¹

1663, *Metaphysical Disputation about Individuation's Principle*; A 6.1 11⁴⁸²

בשלהי שנות השישים תופס לייבניץ את האינסוף באופן קטגורמטי ועל כן אינו רואה קושי בקביעה ששלם מורכב מאינסוף חלקים (ראו בחלק ג' של המחקר, פרק 1).⁴⁸³

עקרון האינדיבידואציה מבוסס על האפשרות להצביע על האינדיבידואל, ולשם כך לייבניץ עושה שימוש במונח הלטיני *haecceitas* (1673, *Confessio Philosophi*; A 6.3 147, S 103).⁴⁸⁴

"[S]oul, or as I prefer to call them, minds, are also individuated, or, as it were, become *these*, by place and time. This being posited, the entire question vanished. For to ask why this soul rather than another is subjected from the beginning to these circumstances of time and place (from which the entire series of life, death, salvation, or damnation arises), and why, consequently, it passes from one set of circumstances to others – the series of things external to itself bringing things forth in this manner – is to ask why this soul is this soul. Imagine that another soul began to exist in *this* same body (that is, a body located at the same

במהלך 1676 לייבניץ חושב מחדש על הקשר שבין שלם לחלקים כתוצאה משינויים בתפיסת האינסוף שלו. מאחר והוא תופס את האינסוף באופן סינקטגורמטי, הוא רואה את השלם כמהות אידיאלית וחסרת חלקים. בשל כך מתמקד לייבניץ בסדרה אינסופית ובכלל ההפקה שלה על מנת לאפיין עצם אינדיבידואלי. אולם, כפי שהודגש בחלק ג' לעיל, קודם חשיפת עקרון שימור הכוח לייבניץ חסר את האמצעים לאפיין את האינדיבידואל כישות אחת. בשל כך, באפריל 1676 לייבניץ עדיין אוהז בעמדה ששונות מספרית יכולה לאפיין ייחודיות של עצם, וכך נוצר מצב שבו ישם גיאומטריים זהים לחלוטין נחשבים כשונים בשל דרך ההפקה הייחודית שלהם⁴⁸⁶. בדצמבר אותה שנה לייבניץ ממשיך לחדד את הקשר שבין מושג האינדיבידואל לבין הכלל המפיק אותו. כעת הוא טוען שדבר מה יכול להיחשב אינדיבידואל אך ורק אם קיימת דרך אחת בלבד להפיק אותו. כתוצאה מכך הוא מגיע למסקנה שישם גיאומטריים, שאותם ניתן להפיק בדרכים שונות⁴⁸⁷, אינם יכולים להיחשב מהויות אינדיבידואליות⁴⁸⁸. עמדה זו הולמת את גישתו הנומינליסטית של לייבניץ, בדבר ההבחנה בין מושג בלתי-שלם המאפיין מהויות כלליות וחסר כלל-הפקה ייחודי לבין מושג שלם המאפיין ישם ספציפיים⁴⁸⁹. רק בתחילת 1678, עם גילוי הכוח הפיסיקאלי ביסוד החומר, ניתן למצוא התייחסויות מפורשות של לייבניץ בנוגע לאינדיבידואל כישות אינסופית באחדותה המכילה אינסוף סינקטגורמטי של יחסים ותכונות⁴⁹⁰. הכלה זו מבוססת על קיומו של כלל הפקה פנימי. יחד עם זאת לייבניץ מותיר

time and place) at the same time and place as that in which this one had begun; then this very soul that you call another will not be another but will be *this one*." (1673, *Confessio Philosophi*; A 6.3 148, S 105)

"We say that the effect involves its cause [...]. But [...] different causes can produce an effect that is perfectly the same. For example, whether two parallelograms or two triangles are put together in the appropriate way the same square will, as is clear, always be produced [...] so given a square of this kind, it will be the power of no one – not even the wisest being – to discover its cause, since the problem is not determinate. The effect, therefore, seems not to involve its cause. So if we are certain, from some other sources, that the effect does involve the cause, then it is necessary that the method of production must always be discernible in the squares that have been produced. And so it is impossible that two squares of this kind should be perfectly similar" (1 April 1676, *Mediation on the Principle of the Individual*; A 6.3 490, PDSR 51)

דרך הפקה אינה בהכרח זהה עם הגדרה מהותית של מושג. ישם גיאומטריים ניתנים להפקה במגוון דרכים אך בכל זאת אמורה להיות להן הגדרה מהותית אחת בלבד (1709, 'מסות חדשות' ספר שלישי, פרק י' [על השימוש המסולף במלים] עמ' 381-383).

"In my view a substance, or, a complete being, is that which by itself involves all things, or, for the perfect understanding of which the understanding of nothing else is required. A shape is not of this kind [...]. Each complete being can be produced in only one way; the fact that figures can be produced in various ways is a sufficient indication that they are not complete beings." (Dec. 1676, Note on Metaphysics; A 6.3 400, PDSR 115)

ראו למשל 'התכתבות עם ארנו', אגרת ט' [טיוטה של אגרת י'], בעניין ההבדל בין 'כדור גיאומטרי' לבין 'כדור שביקש ארכימדס להניח על קברו' (עמ' 147).

"Substantial form, or soul, is the principle of unity and of duration, matter is that of multiplicity and change. [...] If there were only matter in body, there would be no reality or perfection in it. But if there were only form in body, there would be nothing changeable and imperfect in it. [...] The power of every body is infinite. Now I call a body one if every action of its parts is an action of that one body and if the parts of this body are infinite. [...] The parts of any body constitute one continuum. For a unity always lasts as long as it can without destroying multiplicity, and this happens if bodies are understood to be folded rather than divided. As, for example, a chord is one vibration, even though there is no part of it that does not have its own particular motion." (Summer 1678 – Winter 1680-1681, *Metaphysical Definitions and Reflections*; A 6.4 1399-1401, LLC 245-251)

על כנה את השונות המספרית, כלומר את השונות הנובעת ממיקומם היחסי השונה של אינדיבידואלים במרחב⁴⁹¹. לאור העובדה שאנו איננו יכולים לתפוס, אפריורי, את כלל הפקה הפנימי המגדיר את האינדיבידואל, אנו יכולים לזהות אינדיבידואל, אפוסטריורי, מעצם קיומה של שונות חיצונית-יחסית. במילים אחרות, כעת שונות זו אינה סיבה אלא רק סימן לקיומה של שונות פנימית. לייבניץ ממשיך להחזיק בעמדה שמושגו של עצם אינדיבידואלי מוגדר באמצעות הכלה של כל תכונותיו לאורך כל הקריירה שלו מכאן ואילך. בהתכתבות עם ארנו מדגיש לייבניץ שיש לראות את מושגו השלם של האינדיבידואל כפי שיש לראות את האמת⁴⁹². האמת כוללת את כל הנשואים הקשורים בה ובשל כך רק באמצעותם ניתן לאשר אותה. באותו אופן, מושגו השלם של האינדיבידואל כולל את כל תכונותיו:

תמיד, בכל טענה חיובית אמיתית, הכרחית או קונטינגנטית, כללית או יחידית, מושג הנשוא אצור באופן כלשהו במושג הנושא (*praedicatum inest subjecto*), או שאינני יודע מהי האמת. ואולם אינני דורש שיהא כאן קשר יותר מזה המצוי בין המונחים של טענה אמיתית, ורק במובן זה אומר אני שהמושג על דבר העצם הפרטי אוצר בתוכו את מאורעותיו ואת כל כינויו, אפילו אותם שחושבים באופן הרגיל לחיצוניים (זאת אומרת שאינם שייכים לו אלא מכוח הקשר הכללי שבין הדברים ומהיותו מבטא את כל היקום על פי דרכו), שכן מתחייב תמיד שיהא יסוד כלשהו לקשר שבין מונחיה של טענה – יסוד המצוי בהכרח במושגיהם [של המונחים].⁴⁹³

האנלוגיה בין עקרון האינדיבידואליה לבין עקרון ההיכללות של הנשוא בנושא מלמדת שאין אפשרות אמיתית להבחין בין הגדרה פנימית וחיצונית של אינדיבידואל. לייבניץ אף מדגיש שלדעתו "אין כינויים חיצוניים שאינם תלויים בכינויים פנימיים"⁴⁹⁴. לכן הבחנה יחסית 'מספרית' בין דברים בשל קיומם של הבדלים חיצוניים ביניהם יכולה להוות אינדיקציה לקיומה של שונות פנימית וכתוצאה מכך להגדרת הדברים השונים כאינדיבידואלים. לחלופין, דברים זהים אפשריים רק כמהויות מופשטות בלבד שמושגן בלתי-שלם. זהו הקשר שבין עקרון האינדיבידואליה של לייבניץ

⁴⁹¹ "Now with the aid of time and place we can also distinguish *individuals*, and decide which are the same and which are different; for example, if I have two eggs in front of me that are similar and equal throughout, and I want to distinguish them, we must either make some mark on them by which they will be rendered dissimilar [...]; or finally, if they are to be left free, or even motion is allowed them, for example, if they floating in water, then this one thing suffice that their motions be followed by the eyes. By this means it may appear, that it is to say, how they change situation by a succession of time, for the same body is not found in different places at the same time, nor can it pass from one place to another except through intermediary ones." (summer 1678 – winter 1680-81, *Metaphysical Definitions and Reflections*; A 6.4 1397, LLC 243)

⁴⁹² "באומרי שמושגו הפרטי של אדם הראשון אוצר בתוכו כל מה שיארע לו אי-פעם, אינני רוצה לומר אלא את שכל הפילוסופים מכוונים אליו כשהם אומרים שבטענה אמיתית מצוי הנשוא בתוך הנושא" (תחילת יולי 1686, 'התכתבות עם ארנו', אגרת ט' [טיוטה של אגרת י'], עמ' 153).

⁴⁹³ 14/4 ביולי 1686, 'התכתבות עם ארנו', אגרת י', עמ' 167-168; G II 56.

⁴⁹⁴ "There are no extrinsic denominations, and no one becomes a widower in India by the death of his wife in Europe unless a real change occurs in him. For every predicate is in fact contained in the nature of the subject." (1690?, *On the method of distinguishing real from imaginary phenomena*; G VII 321, L 365)

לבין עיקרון זהותי-בלתי-ניתנים-להבחנה שלו⁴⁹⁵. אבל האנלוגיה בין מושג השלם של האינדיבידואל לבין האמת מלמדת דבר חשוב יותר והוא שהאינדיבידואל מוגדר באמצעות אלגוריתם. יש שנטו להמעיט בערכה של תובנה זו. עיקרון היכללות הנושא בנושא מנוסח אצל לייבניץ כיחס אינטנסיוני (כלומר כנביעה פנימית), דהיינו שהשגת הנושא גוררת מאליה השגה של כל נשואיו. למרות זאת, פרשנים רבים סבורים שאת יחס ההיכללות של תכונות בסובייקט יש לראות כמעין הכלה של איברים או אובייקטים בתוך קבוצה⁴⁹⁶. על פניו, מודל כזה של הכלה אינו מאפשר להשיג את כל התכונות באמצעות השגה של הקבוצה משום שהקבוצה כוללת את כל האיברים באופן אקסטרנסיוני בלבד (כלומר כאוסף טכני-חיצוני). זהו קשר צורני בלבד שאינו מאפשר להכיר את כל התכונות באמצעות הכרת הסובייקט. לכאורה, הכרת הסובייקט תיעשה בדיוק להיפך, כלומר באמצעות הכרת כל התכונות, הואיל והסובייקט אינו אלא ככלי לאכסון התכונות בלבד⁴⁹⁷. אך כאן עולה ביחס לפרשנות כזו שאלת היחס שבין השלם לבין אינסוף המרכיבים. השלם הוא אידיאלי ורצוף ואינו קשור באינסוף המרכיבים שניתן לחלץ ממנו. לכן הכרת המרכיבים לא תביא לעולם להכרת השלם והעובדה שישנם אינסוף חלקים רק מחדדת זאת. אין זה מפתיע לגלות שתפיסת היחס בין הסובייקט לתכונותיו מעוררת קשיים הקשורים בהתפתחות הסובייקט⁴⁹⁸. כפי שראינו בחלק ג', לייבניץ בעצמו זיהה בעיה זו באפריל 1676, ושחרר עצמו מהמגבלות של היחס שלם-חלק באמצעות כלל הפקה של סדרה אינסופית.

⁴⁹⁵ "מכאן נובע גם שאין בטבע שני דברים פרטיים הנבדלים במספר בלבד: שכן מן הראוי שינתן טעם, שיבוקש בהבדל שביניהם, להיותם שונים. בהתאם לכך, צריך להחיל את טענתו של תומס הקדוש, בדבר אי-היותם לש השכלים הנפרדים נבדלים במספר בלבד, אף לגבי דברים אחרים; לעולם לא ימצאו שתי ביצים דומות לחלוטין, או שני עלים או גבעולי עשב בגן דומים לחלוטין. אם כן, דמיון מוחלט אינו תופס אלא במקרה של מושגים חלקיים מופשטים, שעה שאין הדברים נבדקים מכל בחינה אלא מועמדים לעיון מבחינה אחת בלבד, בשעה שאנו מעיינים בצורות (figura) בלבד ומזניחים את החומר בעל הצורה. כך, בגיאומטריה, שני משולשים אכן נחשבים דומים אף שלעולם לא ימצאו משולשים גשמיים דומים לחלוטין [...] נובע גם שאין כינויים חיצוניים שאין להם שום אחיזה מהותית בדבר המכונה. שכן מושג הנושא שאותו מכנים צריך להכיל את מושג הנושא ובהתאם לכך כל אימת שמשנתנה הכינוי הניתן לדבר נעשה שינוי כלשהו בדבר עצמו" (1686, 'אמיתות ראשוניות'; C 519-520, עיון ל"ד עמ' 129-130).

⁴⁹⁶ לפי מייטס, מושג שלם של אינדיבידואל הוא אוסף קונסיסטנטי של כל תכונותיו. עם זאת, מייטס מעיר כי התכונות משובצות במושג השלם של הסובייקט באופן דינמי ובכפוף לזמנים שונים, משום שהסובייקט עצמו אינו סטטי. הוא מציע פתרונות שונים בעניין זה (Mates 1972, 108-110; 1986, 88). גם אדמס משוכנע שיש לראות את הקשר שבין סובייקט לתכונותיו כקשר שבין קבוצה לאיבריה, ולפיכך מדגיש את חשיבות ההתאמה בין התכונות כקריטריון להגדרת מושג האינדיבידואל ואף מדגיש שמושג שלם של אינדיבידואל הוא מושג "שלא ניתן להוסיף עליו תכונה אחת נוספת" (Adams 1994, 72-73). אך גם אדמס מודע לבעייתיות שבהתפתחות הסובייקט. מוגניי, במאמרו על ההיסטוריה של עקרון האינדיבידואליזם, מתמקד בעיקר בשאלה האם לייבניץ תופס את הגדרת האינדיבידואל כפנימית או כחיצונית. אף שהוא מתייחס לכך שלייבניץ עובר להגדיר את אינדיבידואל על ידי כלל-ההפקה מאפריל 1676 (Mugnai 2003, 41-42), פרט זה לא בא לידי ביטוי משמעותי בהבנתו של מוגניי את מושג האינדיבידואל.

⁴⁹⁷ זוהי הכרה אפוסטריורי של מושג העצם האינדיבידואלי. לעומת זאת הכרה אפריורי אינה אפשרית על פי גישה אקסטרנסיבית לעיקרון ההיכללות כאשר מעורבת תפיסת אינסוף סינקטגורמטית (היא אפשרית כאשר מעורבת תפיסת אינסוף קטגורמטית). כפי שנראה בסוף הפרק, הכרה אפריורי (כמו זו א-לוהים את העצם האינדיבידואלי) מחויבת להיות הכרה ישירה של האלגוריתם המסדיר את כל התכונות יחד כבסדרה אינסופית.

⁴⁹⁸ לפי מוגויר למשל, אינדיבידואל אינו יכול לבוא לידי ביטוי בזמן (ולהביא לידי ביטוי את עצמו באופן הדרגתי ממצב למצב) משום שהזמן הוא אידיאלי בעל חלקים לא מובחנים ופוטנציאליים בלבד. המונדה היא אקטואלית ולכן המעבר ממצב למצב אצלה אינו יכול להיות מוגדר כזמן, והיא חייבת להתקיים רגע של "זמן" אקטואלי אחד בלבד ללא שינוי (McGuire 1976, 313-318).

בשל הקשיים הללו יש הטוענים שיש לראות את עיקרון ההיכלות באמצעות כלל הפקה של סדרה אינסופית⁴⁹⁹. נחתומי למשל סבור שיחס ההיכלות חייב להתבטא באופן שבו מאורגנות התכונות בסובייקט⁵⁰⁰. לטענתו הדרך היחידה לארגן תכונות באופן ייחודי היא באמצעות כלל הפקה המביא בחשבון את הסדר הפנימי של התכונות בתוך הסובייקט⁵⁰¹. בדרך זו ניתן להביא בחשבון גם את התפתחותו של הסובייקט לאורך זמן⁵⁰². עם זאת, נחתומי מדגיש שכלל ההפקה אינו מכיל תכונות יחסיות אלא רק את תכונותיו הפשוטות והמוחלטות של האינדיבידואל. התכונות היחסיות כלולות במושגו השלם של האינדיבידואל רק כתוצאה ממיקומו היחסי על המרחב הלוגי הנחשב בשכלו של אלוהים. לפיכך סבור נחתומי שכלל הפקה הינו מרכיב הכרחי אך לא מספיק בהגדרת מושגו השלם של האינדיבידואל. קובר והאות'ורן מחזיקים בדעה דומה לזו של נחתומי וסוברים גם הם שמושג האינדיבידואל מבוסס על כלל-הפקה של תכונות פשוטות בלבד. אך בשונה מנחתומי, הם אינם כוללים בהגדרת מושגו השלם של האינדיבידואל גם תכונות יחסיות. מכיוון שלדעת קובר והאות'ורן מושגו השלם של אינדיבידואל אינו כולל בתוכו את כל המרחב הלוגי שבו הוא ממוקם, הרי שניתן למקם מושג שלם של אינדיבידואל מסויים ביותר ממרחב לוגי אחד. במילים אחרות, קובר והאות'ורן גורסים שאינדיבידואל יכול להתקיים ביותר מעולם אפשרי אחד⁵⁰³.

הצעתי מצויה בתווך שבין שתי הפרשנויות הללו, המכירות בחשיבותו של כלל הפקה בהגדרת האינדיבידואל. מחד, אני מאמין שנחתומי צודק לחלוטין כאשר הוא כולל במושגו השלם של האינדיבידואל גם תכונות יחסיות וכך יוצר קשר הדוק בין אינדיבידואל לעולם אפשרי אחד בלבד. מנגד, צודקים לדעתי קובר והאות'ורן כאשר הם טוענים שדי בכלל הפקה בכדי להגדיר את מושגו השלם של האינדיבידואל. לפיכך טענתי היא שכלל ההפקה כולל גם תכונות יחסיות. מאחר וכל הסובייקטים מבטאים את אותו יקום, מה שמייחד כל סובייקט הוא נקודת המבט המסוימת שלו על

⁴⁹⁹ מרסר וסליי טענו לראשונה שלייבניץ תפס את מושג העצם האינדיבידואלי באמצעות כלל פעולה החל מ-1676 (Mercer and Sleight 1995, 95-102). אולם, כפי שהערתי לעיל, בדיון על המרחב כמודוס של נוכחות א-לוהית (פרק 2 בחטיבה הקודמת), מרסר וסליי מזהים כלל-הפקה בחיבורים המתמטיים במעורב לעולם ולאיינדיבידואל ובשל כך מסיקים מסקנות על האינדיבידואל הקשורות דווקא לעולם. כך או כך, בספרה, מרסר אף מקדימה את המועד שבו החל לייבניץ להגדיר את מושג האינדיבידואל ככלל-הפקה. לטענתה, לייבניץ גיבש הבנה בנוגע לכלל הפקה המאפיין את הצורה של העצם והמכיל את כל פעולותיה וקורותיה במפגשה עם החומר הפסיבי המשמש לה מצע (Mercer 2001, 321-328). לדבריה, לייבניץ מגבש עמדה כזו כבר בסתיו 1671 (בחיבור *On Endeavor and Motion, Perceiving and Thinking*; A (6.2 282). על כך יש לומר שלייבניץ עובר תמורות משמעותיות בתפיסת האינסוף והאינפיניטימאל בין השנים 1670-1676 (המתוארות בחלק ג', פרקים 4-1), כך שלא ברור אם ניתן לראות בעמדות מוקדמות שלו ביטוי לעמדתו הסופית.

⁵⁰⁰ Nachtomy 2007a, 64-65, 69-71

⁵⁰¹ על מנת להמחיש את חשיבות הסדר הפנימי להגדרת ייחודיות האינדיבידואל מביא נחתומי את אופני הסידור הייחודי של חלבוני ה-DNA, המבוססים על ארבעה חומצות יסוד בלבד (Nachtomy 2007a, 80 n70).

⁵⁰² "Thus a basic individual concept should not be seen as a mere set or conjunction of predicates; rather, it should be seen as an ensemble of predicates which is unified and structured in a unique way according to a unique rule, i.e., its method of production. I have suggested that the internal ordering of individual concepts results from the rules that generate them. These rules of God's thinking incorporate predicates into consistent, ordered and unique conceptual wholes. Such concepts are saturated in the sense that no predicate needs to be added in order to make them unique. The production rule gives such a concept its unity and individuality. In this sense, the production rule may be seen as the logical subject of a possible individual and its source of individuation. The logical subject of a possible individual includes all its predicates and thus provides the basis for Leibniz's view of the complete concept." (Nachtomy 2007a, 72)

⁵⁰³ Cover & O'Leary-Howthorne 1999, 133-137

המכלול. על כן ייתכן שכל התכונות הקשורות ביחסים הדדיים בין הסובייקטים אמורות להיות מאורגנות באופן ייחודי ובלעדי בכל סובייקט. כלומר, תכונות יחסיות לא מתווספות למושג השלם של אינדיבידואל מעצם העובדה שהוא נחשב יחד עם כל שאר האינדיבידואלים. אמנם, זהו אכן תיאור הולם לאופן שבו א-לוהים תופס את מושגו השלם של האינדיבידואל, כפי שנראה בהמשך. אך לדעתי גם התכונות היחסיות, ולא רק הפשוטות, מופיעות בסדירות הפנימית של מושג האינדיבידואל⁵⁰⁴. האלגוריתם הפנימי המגדיר את האינדיבידואל ושעל פיו נקבעת פעילותו אינו אלא השתקפות של האלגוריתם המגדיר את העולם. אך אין לקבוע קדימות של העולם על פני האינדיבידואל מכיוון שהאלגוריתם המגדיר אינדיבידואל גם משתקף בכל שאר האינדיבידואלים המכוננים יחד את העולם.

For me nothing is permanent in things except the law itself which involves a continuous succession and which corresponds, in individual things, to that law which determines the whole world.⁵⁰⁵

השונות בין האינדיבידואלים נובעת מביטויים שונים של אותה חוקיות. אך עולמות בכל זאת אינם בנויים על פי עיקרון היכללות זהה לזה של אינדיבידואלים, מכיוון שהסדירות או החוקיות המגדירה אותם היא מופשטת מדי. לשם המחשה, ניתן להראות שאליפסה, פרבולה והיפרבולה בנויות כולן על פי אותה חוקיות קבועה בין הנקודות המכוננות אותן. הגם שיש להן מושגים בלתי-שלמים, כל אחת מהן מבטאת סדירות זו באופן מעט שונה. לו הן היו עצמים פרטיים, האליפסה, הפרבולה וההיפרבולה היו משמשות כנושא לעיקרון ההיכללות. אך הסדירות המופשטת עצמה, זו שמתבטאת בכל אחת מהן, אינה יכולה לשמש נושא לעיקרון היכללות. לשם כך יש לבטא אותה באופן מסויים ובאמצעות כוח פנימי כפי שעושים אינדיבידואלים. יחד עם זאת, אין בכך כדי לטעון שלעולם אין מושג, אלא רק שמושג זה אינו שלם. לדעת לייבניץ רק לעצמים פרטיים יש מושגים שלמים, ולכן העולם, שאמנם הוא פרטי אך בכל זאת אינו עצם, הוא בעל מושג לא-שלם בלבד⁵⁰⁶. אבל אין זה מפתיע. בדומה לסדירות

⁵⁰⁴ כפי שהוסבר בסעיף האחרון של הפרק הקודם, א-לוהים תופס "באבחה אחת" את האמיתות הקונטינגנטיות בעולם מכיוון שיש לו גישה לסדירות הפנימית שלהן, דהיינו לאלגוריתם המכונן אותן. לעומתו, כל אחד מהאינדיבידואלים בעולם מייצג באופן שונה את אותה הסדירות – כפי שהצבת ערכים שונים במשתנים המופיעים באלגוריתם מניבה ייצוג מתמטי שונה לאותה סדירות אלגברית. הסיבה להבדל הזה נעוצה במגבלות המטאפיזיות והפיסיקאליות של האינדיבידואל. על מנת להוציא לפועל את התוכנית המרחבית של העולם, יש צורך בכוח פנימי (מטאפיזי ופיסיקאלי – לדעת לייבניץ אלו הם שני צדדים של אותה המטבע) המחולל אותה מנקודת ראות מטאפיזית מסויימת ומנקודת מוצא פיסיקאלית מסויימת המאפיינת ייחודיות של אינדיבידואל מסוים. א-לוהים לעומת זאת, תופס את התוכנית המרחבית של העולם באופן סימבולי-אלגברי, מבלי שעליו "להציב" בתוכנית ערכים של נקודת מבט מסויימת.

⁵⁰⁵ 21 Jan. 1704, *Letter to de Volder*; G II 262, L 534

⁵⁰⁶ "ניתן לומר כדברים האלה על הניסים או על הפעולות היוצאות מגדר הרגיל של א-לוהים, אשר אינם חדלים מלהיות בתוך הסדר הכללי, שמסתבר שהם עולים בקנה אחד עם כוונותיו העיקריות של א-לוהים, ושליכך הם אצורים במושגו של יקום זה, שהוא תוצאה של כוונתו אלה, כפי שהאידיאה של בניין היא תוצאה של התכליות או הכוונות של מי שמבקש לבנותו, והאידיאה או המושג של עולם זה הוא תוצאה של כוונת אלה של א-לוהים הנבחנות מצד היותן אפשריות. שכן הכל צריך להיות מוסבר באמצעות סיבתו, וסיבתו של היקום הרי היא תכליותו של א-לוהים. והנה כל עצם פרטי אליבא דידי, מבטא את כל היקום על פי מבט מסוים, ולפיכך מבטא גם הוא את הניסים האמורים. כל הדברים האלה יש להבינם באשר לסדר הכללי, באשר לכוונותיו של א-לוהים, באשר להשתלשלותו של היקום הזה, באשר לעצם הפרטי ולניסים, בין שחושבים אותם במצב הנוכחי (actuel) ובין שחושבים אותם sub ratione possibilitatis [כמצב אפשרי]. שכן עולם אפשרי אחר יהיו לו כל הדברים האלה על פי דרכו, אף שהועדפו הכוונות של עולמנו שלנו" (תחילת יולי 1686, 'התכתבות עם ארנו' אגרת ט' [נטיטה של אגרת י'], עמ' 150). לדעת מונדדורי, כלל ההפקה של אינדיבידואל אינו חופף לסדירות הכללית של העולם אלא רק לחוקי הטבע (Mondadori 1975, 37-38). אך כפי שניתן לראות, הניסים כלולים לדעת לייבניץ במושג

גיאומטרית המתבטאת בדרכים שונות, ניתן לבטא את הסדירות המרחבית של העולם מאינסוף נקודות מבט ולפיכך סדירות זו אינה נחשבת ככלל הפקה של מושג של אינדיבידואל. מעבר לכך, ישנו הבדל מכריע בין אינדיבידואלים לבין עולמות הקשור בקיומו של כוח.

הגדרת האינדיבידואל באמצעות כוח חורגת מהגדרתו המושגית. נחתומי קובע כי הגדרת האינדיבידואל מבוססת גם על כוח ופעילות ולא רק על כלל-הפקה, כלומר שכלל ההפקה הוא מושגי בלבד ואינו מכיל כוח פנימי⁵⁰⁷. לעומתו, קובר והאותוירן אינם תופסים את כלל הפקה באופן מתמטי-אידיאלי אלא באופן מטאפיזי ולכן גורסים שכוח פעיל או השתוקקות הם חלק מהגדרה העצמית שמספק כלל-הפקה לאינדיבידואלים⁵⁰⁸. הפרשנות המוצעת כאן אינה יכולה לעלות בקנה אחד עם זו של קובר והאותוירן אלא רק עם זו של נחתומי מכיוון שהסדירות המרחבית היסודית המתבטאת באינסוף האינדיבידואלים קיימת בהגדרת העולם מבלי שהיא כוללת כוח או פעילות כלשהן. לעניין זה נשוב בפרק הבא המסכם חטיבה זו.

הדים ראשונים להגדרת מושג האינדיבידואל באמצעות כלל הפקה מופיעים אצל לייבניץ במהלך 1676⁵⁰⁹, אך המהלך צובר תאוצה משמעותית רק לאחר שלייבניץ נוכח לראות שהניתוח לאינסוף מביא להבחנה בין ההכרחי לקונטינגנטי. דהיינו, לאחר שמתברר הקשר בין פתרון מבוך הרצף לפתרון מבוך החופש. ביולי 1686 כותב לייבניץ לארנו:

כל עצם פרטי מבטא את היקום כולו, על פי דרכו, ותחת יחס מסוים או, אם ניתן לומר כך, בהתאם לנקודת מבט ממנה הוא מתבונן בו; ושמצבו הבא הוא תוצאה (אם כי חופשית או קונטינגנטית) ממצבו הקודם, כאילו לא היו אלא א-לוהים והוא בעולם. וכך, כל עצם פרטי או יש שלם הוא כמו עולם בפני עצמו, שאינו תלוי בכל דבר אחר זולת א-לוהים. אין דבר שעשוי להוכיח טוב יותר לא בלבד את היות נפשנו בלתי ניתנת להכחדה, אלא גם את היותה שומרת תמיד בטבעה את עקבות כל מצביה הקודמים והיותה בעלת יכולת של זיכרון שאינו תלוי בגוף ושאפשר תמיד לעוררו, שכן היא בעלת תודעה או היא מכירה בתוך עצמה את מה שהכל מכנים 'אני'⁵¹⁰.

לייבניץ רואה בנפש בעלת תודעה יסוד קבוע המצוי מעבר לסך האירועים והתכונות הקשורות בסובייקט. יסוד קבוע זה מאפשר לסובייקט לא רק לעבור ממצב למצב באופן סדיר אלא גם לשחזר

האינדיבידואל. כמו כן נראה שההבחנה שעושה לייבניץ בין טבע ועל-טבע איננה הבחנה מהותית להגדרה ממשית של אינדיבידואל והיא בעיקרה אפיסטמולוגית. דבר מה נחשב טבעי אם ניתן להבין באמצעותו את ההתרחשויות הפיזיקאליות; לחלופין, דבר מה נחשב על-טבעי אם אין הוא תורם להבנה כזו (ולכן הוא כלול במהותנו ולא בטבענו). פירושו של דבר שההבחנה מתבססת על קיומו של הבנה סבירה של רצף ההשתלשלות הגם שרצף זה אינו זהה עם הסדירות המלאה של העולם. כפי שנראה בפרק הבא, החוקיות הטבעית הניתנת להכרה מדעית נחשבת לדעת לייבניץ מעין חיקוי אנושי בזעיר אנפין של החוקיות הא-לוהית.

⁵⁰⁷ נחתומי 1999, עמ' 194.

⁵⁰⁸ (Cover & O'Leary-Howthorne 1999, 219-223). טענתם מודגמת בקשר שבין כלל ההפקה של סדרת המצבים 21 Jan. 1704, *Leibniz to De*) וולדר (Volder; GM II 262-264, L 533-535).

⁵⁰⁹ "The essence of substance consists in... the law of the sequence of changes, as in the nature of the series of numbers" (Spring 1676, *Zu Simon Foucher Response*; A 6.3 326, trans. by Cover & O'Leary-Howthorne 1999, 220. Cf. Dec. 1676, *Note on Metaphysics*; A 6.3 400, DSR 115)

⁵¹⁰ 4/14 ביולי 1686, 'התכתבות עם ארנו', אגרת י', עמ' 169-170.

מעבר סדיר זה בדיוקנות שאינה תלויה במצבה הגופני. דברים מפורשים יותר בנוגע להגדרת העצם האינדיבידואלי באמצעות כלל הפקה מופיעים, כעבור ארבע שנים, בסופה של התכתובת:

כל העצמים האלה היו תמיד ויהיו תמיד מאוחדים עם גופים אורגאניים העשויים לשנות את צורתם באופנים שונים. כל אחד מן העצמים האלה מכיל בטבעו את חוק הפעולה של הסדרה האינסופית שלו ואת כל מה שקרה לו ויקרה לו. כל פעולותיו נובעות מיסודו שלו, זולת התלות בא-לוהים.⁵¹¹

כלל-הפקה ממשיך להופיע בעקביות בהגדרת מושג האינדיבידואל של לייבניץ מעתה ואילך.⁵¹² נתמקד לרגע בסדירות הפנימית של האמת או באלגוריתם של נושא קונטינגנטי המפקח על עקרון ההיכללות של נשואיו בו. כאשר מדובר בסדירות הפנימית של האמת זהו אלגוריתם המספק את אינסוף הנשואים הכלולים בנושא כפונקציה של מספרם הסידורי של שלבי הניתוח האינסופי. במונחים של עצם אינדיבידואלי מספק האלגוריתם אינסוף תכונות ואירועים הכלולים בסובייקט כפונקציה של זמן. כאמור, אלגוריתם כזה נחשב אצל לייבניץ למושג שלם:

אם מושג הוא שלם, דהיינו שממנו ניתן לתת טעם לכל נשואי הנושא אשר עליו יכול המושג לחול, הרי שהמושג הוא מושגו של עצם פרטי, ולהיפך.⁵¹³

אנו איננו מכירים אפריורי את המושג השלם של האינדיבידואל, אפילו לא כאשר האינדיבידואל הנדון הוא אנחנו בעצמנו. הכרה אפריורי אינה אפשרית מבחינתנו, כפי שראינו בפרק הקודם, מכיוון שניתוח מושג זה לאינסוף אינו יכול להוביל אותנו לתפיסה מובחנת של כל מרכיביו. לפיכך אנו יודעים שמושג שלם של אינדיבידואל הינו אפשרי אך ורק מכוח העובדה שאנו תופסים אפוסטריורי שהאינדיבידואל קיים בפועל.

ודאי, מאחר שא-לוהים יכול ליצור, ואכן יוצר, מושג שלם זה, שבאמצעותו ניתן להסביר את כל התופעות הקורות לי, הרי שהוא אפשרי, וזהו המושג השלם האמיתי של מה שאני קורא **אני**, אשר מכוחו כל הנשואים קורים לי כלנושאם.⁵¹⁴

הכרה אפוסטריורי אינה שלמה ולכן גם בדרך זו לעולם לא נוכל להכיר את מושגו השלם של האינדיבידואל באורח מלא. א-לוהים לעומת זאת תופס באופן מלא את מושגו השלם של האינדיבידואל. הוא תופס אותו בבת אחת ובאופן אינטואיטיבי כפי שהוא תופס אמת קונטינגנטית בעולם. בדומה לאמיתות קונטינגנטיות, הכרתו של א-לוהים את מושגו השלם של האינדיבידואל היא שמגדירה אותו כאנליטי וכמכיל אפריורי את כל נשואיו. הכרתו של א-לוהים היא שמספקת אישור אפריורי לכך שהמושג אפשרי. כפי שראינו בפרק הקודם, א-לוהים תופס את מושגו השלם של

⁵¹¹ 23 במרץ 1690, 'התכתבות עם ארנו', אגרת כח, עמ' 268.

⁵¹² "[E]very simple substance has perception, and that its individuality consists in the perpetual law which brings about the sequence of perceptions that are assigned to it, springing naturally from one another, to represent the body that is allotted to it, and through its instrumentality the entire universe, in accordance with the point of view proper to this simple substance and without its needing to receive any physical influence from the body" (1704, *Theodicy* §291; H 304; 21 Jan. 1704, *Leibniz to De Volder*; GM II 262-264, L 533-535)

⁵¹³ 1686, 'טבע האמת'; C 403, עיון ל"ד עמ' 134.

⁵¹⁴ 14/4 ביולי 1686, 'התכתבות עם ארנו', אגרת י', עמ' 164.

האינדיבידואל באמצעות מגע בלתי אמצעי עם האלגוריתם הפנימי שלו. הגדרת מושג האינדיבידואל באמצעות אלגוריתם היא הדרך היחידה שבה ניתן לערוב לכך שמושג שלם של אינדיבידואל הוא אפשרי, כפי שמראה נחתומי, אך כאמור ערובה זו היא בגדר וודאות קונטינגנטית בלבד ואינה הוכחה. נחתומי טוען בצדק שעיקרון היכללות אינו יכול להתפרש באמצעות מודל של הכלת איברים בתוך קבוצה. הכלה כזו יוצרת קבוצה אינסופית, כלומר קבוצה המוגדרת כמכנסת תחת מכנה משותף אינסוף גורמים. לייבניץ מנוע מלראות קבוצה כזו כשלמה מאחר ועל מנת כן עליו לתפוס את האינסוף באופן קטגורמטי. לעומת זאת, הגדרת מושג של אינדיבידואל באמצעות כלל הפקה יוצרת סדרה אינסופית שמתאימה היטב עם תפיסה סינקטגורמטית של האינסוף כשל לייבניץ. כמו כן, סדרה אינסופית המאורגנת על ידי כלל המפיק אותה יכולה בנקל להיחשב אפשרית מאחר והכלל מסדיר את ההתאמה בין כל האיברים⁵¹⁵.

יחד עם זאת, אינני בטוח שניתן ליצור מושג זה באופן קומבינטורי כפי שטוען נחתומי. דווקא הסיבה שבגינה מושגו השלם של האינדיבידואל הוא אפשרי היא גם הסיבה לכך שיצירתו צריכה להיות באבחה אחת באמצעות גישה ישירה לאלגוריתם שלו. הווי אומר, הסיבה לכך שוב נעוצה בגישה אינטנסיבולית ליחס ההיכללות. לייבניץ מעריך שמושג שלם של אינדיבידואל הוא מושג אפשרי למרות שהוא כולל אינסוף מושגים פנימיים. אילו היכללות הנשוא בנושא היתה אקסטנסיבולית, כל מושג יכול היה להיחשב מושג שלם (ולא רק המושג המורכב המייצג אינדיבידואל אפשרי) מכיוון שהיכללות אקסטנסיבולית של הנשואים בנושא מניבה דוגמאות ולא הרכבה של מושגים. מאחר ואין קשר בין שלמות הנשוא לכמות הנשואים הכלולים בו, כמות הנשואים המגדירה את הנשוא יכולה להיות אינסופית (סינקטגורמטית). תורת הקבוצות המודרנית מיסודו של גאורג קנטור רואה בכל מספר טבעי קבוצה אינסופית של דוגמאות שבהן המספר בא לידי ביטוי. לפיכך המספר הטבעי 2 (או המושג '2') למשל, הינו למעשה קבוצת כל (אינסוף) הקבוצות בהן קיים זוג. קבוצה אינסופית נתפסת כשלמה מנקודת מבטו של קנטור בדיוק מכיוון שהיא מבוססת על הגדרת מושג אוניברסאלי מופשט ובסיסי כ-'2' באופן אקסטנסיבולי. המושג '2' אינו מורכב מכל אינסוף הדוגמאות אלא מנותק מהן, ולכן ניתן לראותו כשלם ביחס לכל הדוגמאות⁵¹⁶. לייבניץ, לעומת זאת, תופס יחסים בין מושגים באופן אינטנסיבולי, דהיינו שמושג מוגדר באמצעות מושגים המרכיבים אותו. מאחר ולייבניץ שולל אפשרות של מספר אינסופי, הרי שהרכבה אינסופית אינה יכולה ליצור מושג שלם אלא לכל היותר יכולה להימשך ללא סוף. בנייה קומבינטורית של מושג של אינדיבידואל יכולה שלא להסתיים לעולם מכיוון שתמיד ניתן להוסיף עוד איבר שאת היכללותו לא ניתן היה לצפות לאור הסדירות שהתפתחה עד אליו וכך להפוך את האלגוריתם למורכב יותר ויותר עד אינסוף. על מנת לסיים את יצירת המושג

⁵¹⁵ Nachatomy 2007a, 64-67

⁵¹⁶ למעשה, כך אמנם מתאר לייבניץ את האופן שבו תופסים הסכולסטיים את המושגים האוניברסאליים: "The scholastics speak differently; for they consider, not concepts, but instances which are brought under universal concepts. So they say that metal is wider than gold, since it contains more species than gold, and if we wish to enumerate the individuals made of gold on the one hand and those made of metal on the other, the latter will be more than the former, which will therefore be contained in the latter as a part in the whole." (April 1679, *Elements of a Calculus*; C 53, PLP 20)

השלם של אינדיבידואל יש צורך לתפוס אותו מלמעלה ולא מלמטה, כלומר באופן כוללני-אינטואיטיבי כפי שאכן תופס אותו הא-ל. לייבניץ בונה את התחשיב הלוגי שלו על יחס היכללות אינטנסיונלי, למרות שאילו היה בוחר ביחס היכללות אקסטנסיונלי אולי היה הופך להיות אבי תורת הלוגיקה המודרנית או אבי תורת הקבוצות מאתיים שנה קודם זמנה. לטענת יקירה, בבחירתו לייבניץ לא היה מודע לחלוטין למכלול ההיבטים הלוגיים של שתי הגישות האמורות⁵¹⁷. אף על פי כן, לדעתו לייבניץ בחר בכל זאת לאפיין את עיקרון ההיכללות באמצעות יחס אינטנסיונלי מחמת ההתאמה המטאפיסית בין כל הסובייקטים המרכיבים את העולם. במילים אחרות, הסיבה לכך שלייבניץ לא הפך בסופו של דבר למייסדה של הלוגיקה המתמטית המודרנית (המבוססת על יחס איברים-קבוצה ולא על יחס תכונות-סובייקט) אינה נעוצה בלוגיקה שלו אלא דווקא במטאפיסיקה שלו.

4. אינסוף מטאפיסי ביסוד האינדיבידואל - האינסוף הסופי

בפרק זה, החותם את החטיבה השלישית של החלק הפילוסופי של המחקר, ולמעשה חותם את המחקר כולו, נתייחס בקצרה להיבטים המטאפיסיים של האינסוף בהגדרת האינדיבידואל. היבטים אלו הוזכרו במהלך החלק כולו ועל כן כל שנדרש כעת הוא לאגוד יחדיו את התובנות בעניין זה לכדי תמונה קוהרנטית אחת.

עצם אינדיבידואלי אינו מוגדר רק באמצעות כלל הפקה או עקרון אינדיבידואציה שעל פיהם נקבעת מראש התפתחותו כבסדרה אינסופית. כפי שטוען נחתומי, עצם אינדיבידואלי מכיל בהגדרתו גם כוח⁵¹⁸. אלמלא קיומו של כוח ביסוד האינדיבידואל היה על א-לוהים לשוב ולהתערב באופן פעיל בעולם בכדי ליצור שינויים רצויים, וכך הגדרת עצמים על ידי כללי ההפקה היתה הופכת לחסרת חשיבות מטאפיסית⁵¹⁹.

And so, it is not sufficient to say that God, creating things in the beginning, willed that they follow a certain law in their change [*progressus*] if we imagine his will to have been so ineffective that things were not affected by it and no lasting effect was produced in them. [...] But if, indeed, the law God laid down left some trace of itself impressed on things, if by his command things were formed in such a way that they were rendered appropriate for fulfilling the will of the command then already we must admit that a certain efficacy has been placed in things, a form or a force, something like what we

⁵¹⁷ "ההבחנה בין יחס אקסטנסיונלי לאינטנסיונלי היא אמנם הבחנה לוגית שיש לה היבטים טכניים ידועים. [אך] קרוב לוודאי שלייבניץ לא עמד על כל משמעותם של ההבדלים בין השניים מבחינת התיאוריה הלוגית" (יקירה 1988, עמ' 31).

⁵¹⁸ "כלל פעולה וכוח פעולה שייכים להגדרת העצם הממשי בדיוק משום שהם מכוננים את זהותו ואחדותו של העצם לאורך זמן. כלל פעולה הוא מעין מרשם או תכנית פעולה המורה על המצבים והשינויים העתידיים של העצם. כלל הפעולה הוא אשר מתמיד תחת שינוי התכונות שחלות בעצם [...] כלל פעולה אחד ובלתי משתנה, כמו גם מידה קבועה של כוח פעולה, מכוננים את ממשותו של עצם אינדיבידואלי לאורך זמן. מה ששוב מראה שתיאורו של לייבניץ את התשתית של גופים מתפשטים [...] נדרש למושגים של כוח ופעילות החורגים ממסגרת הפילוסופיה המכאניסטית" (נחתומי 1999, עמ' 194).

⁵¹⁹ הגדרת אינדיבידואלים באמצעות כללי הפקה בלבד הינה בכל זאת בעלת ערך לוגי מכיוון שהיא משמרת את עקרון ההיכללות של נשוא בנושא, אך כאמור ללא קיומו של כוח חשיבותה מושגית בלבד.

usually call by the name 'nature', something from which the series of phenomena follows in accordance with the prescript of the first command.⁵²⁰

בניגוד לקרטזיאניים, לייבניץ נמנע מלערב בהסבריו את א-לוהים. לטעמו, "כדי לפתור שאלות, לא די להשתמש בסיבה הכללית ולקרוא לעזרת מה שקוראים 'א-ל מתוך מכונה' (*Dues ex machina*). כי בשעה שעושים זאת, בלא לתת הסבר אחר שאפשר לשאוב אותו מסדר הסיבות המשניות, הרי זה בעצם כאילו ביקשו מפלט במעשה נסים. בפילוסופיה צריך להשתדל להסביר על ידי שמראים את האופן שבו יוצאים הדברים לפועל על ידי החוכמה הא-לוהית – בהתאם למושג של הנושא שבו מדובר"⁵²¹. לדעת לייבניץ, הכוח הוא שהופך את היצירה הא-לוהית למושגת מכיוון שהוא הופך אותה לבעלת הנעה פנימית, כלומר לאוטומטון-רוחני⁵²². הכוח מוציא לפועל את התוכנית הפנימית של העצם, את כלל ההפקה שלו, ועל ידי כך הופך גוש חומר טבעי לימכונה א-לוהית. לייבניץ מציין שימכונה א-לוהית נבדלת ממכונה מלאכותית מעשה ידי אדם בכך שהיא נשאת מכונה בכל אחד ואחד מחלקיה. כפי שהוסבר בחלק ג', ניתן להבין זאת מבחינה פסיקאלית לאור העובדה שמלבד הכוח המטאפיזי שביסוד החומר, אין צורה מדויקת או גודל מובחן הנשמר לכל אורך משך פעילותו של הגוף. כל אחד מחלקי הגוף הטבעי, או מחלקי 'המכונה הא-לוהית', נחשב כמכונה בעצמו מכיוון שגם הוא נתון לפעילותו הסדורה של אותו כוח⁵²³. מודל הקפלים, המופיע בכתבי לייבניץ החל מנובמבר 1676, מבוסס על השתנות בלתי פוסקת ועל חלוקה מתמדת של גוף לאינסוף חלקים מבלי לפורר אותו לאינסוף נקודות, אך בהעדר יסוד מטאפיזי בלתי מתחלק נאלץ לייבניץ לכרוך את מודל הקפלים עם העולם כמכלול. רק חשיפת שימור הכוח בחורף 1678 מסייעת בידי לייבניץ להפוך את מודל הקפלים לעקרון האינדיבידואלי של העצם האינדיבידואלי

יש אפוא לדעת שמכונותיו של הטבע יש להן מספר של איברים שהוא אינסופי באמת, והן מצוידות באופן טוב כל כך וכנגד כל המבחנים, עד שאי אפשר לכלותן. מכונה טבעית נשאת מכונה גם בחלקיה הזעירים ביותר, ולא עוד אלא שהיא נשאת תמיד אותה המכונה עצמה שהיתה קודם לכן, שאינה משתנית אלא בשינוי צורתה על ידי הקפלים השונים שהיא מקבלת, ופעם מתפשטת, ופעם מתכווצת וכאילו מתכנסת, בשעה שחושבים שהיא כלה.⁵²⁴

אולם, ישנה גם סיבה מטאפיזית לכך שמכונה טבעית היא מכונה "גם בחלקיה הזעירים ביותר" כך שראוי לכנותה 'מכונה א-לוהית' – הלוא היא ההרמוניה הקבועה מראש. לדעת לייבניץ כל חלק מחלקיו של גוף מוכרח לבטא את העולם כולו מכיוון שהתוכנית המרחבית הכללית של העולם כוללת

⁵²⁰ 1698, *On Nature Itself* §6; G IV 7, AG 158-159

⁵²¹ 1695, 'שיטה חדשה' סעיף יב, עמ' 32.

⁵²² "השערה זו היא אפשרית מאד. כי מדוע לא יכול היה הא-ל להעניק מלכתחילה לעצם טבע או כוח פנימי, שיכול ליצור בו על פי סדר (כאילו באוטומט רוחני או צורני, אך חופשי, כשהוא עצם שהשכל מנת חלקו) כל מה שיארע לו [...] וכל זה בלא סיועו של שום יצור נברא?" (1695, 'שיטה חדשה' סעיף טו, עמ' 34).

⁵²³ מכיוון שלייבניץ נמנע מלהגדיר מערכת ייחוס שבאמצעותה ניתן יהיה לקבוע האם כוח הופעל ועל מי מהגופים, לייבניץ מנוע מלקבוע עד היכן השפעתו של כוח אחד ומהיכן השפעתו של כוח אחר. למעשה, בשל רעיון ההרמוניה הקבועה מראש, כל גוף חש את השפעתם של כל הגופים בעולם. ראו על כך עוד בדיון על תפיסת הכוח של לייבניץ וניוטון, חלק ג', פרק 5 סעיף ד'.

⁵²⁴ 1695, 'שיטה חדשה', סעיף י, עמ' 30.

גם אותו. אמנם גם מכונות מלאכותיות כוללות מרכיבים המבטאים מנקודת מבט ייחודית את העולם כולו, אך המרכיבים הללו אינם דומים בהרכבם הפנימי למכונות המלאכותיות המורכבות מהם. המכונות המלאכותיות עצמן אינן מבטאות את העולם מנקודת מבט ייחודית כיצורים אורגניים אלא מהוות אגרגט בלבד. לעומתן, הגופים הטבעיים משמרים בכל שלב של חלוקתם את אותה סדירות פנימית הנובעת מהשתקפות התוכנית המרחבית של העולם בהם.

וכך, כל גוף אורגני של חי הוא מין מכונה א-לוהית או, מין אוטומט טבעי, העולה לעין ערוך על כל האוטומטים המלאכותיים. כי מכונה שהיא מלאכת האדם אינה מכונה בכל אחד ואחד מחלקיה [...] אבל מכונות הטבע, כלומר הגופים החיים, הן מכונות אפילו בחלקיהן הזעירים ביותר עד לאינסוף [...] מפני שכל חלק מחלקי החומר לא רק שהוא חלק עד לאינסוף, כמו שהכירו הקדמונים, אלא אף מחולק הוא בפועל משנה חלוקה לאינסוף, כל חלק מחלקיו, שכל אחד מהם יש לו תנועה מובהקת שלו; שאם לא כן, מן הנמנע היה שכל חלק מחלקי החומר יהא יכול לבטא את היקום כולו.⁵²⁵

מעניין שעל פי עדותו של לייבניץ, לא היה ברור לו בתחילה כיצד לחבר בין המכאניזם הפיסיקאלי של המכונה הטבעית המבוסס על כוח לבין הרעיון שביסוד כל עצם אינדיבידואלי גופני קיימת נקודה מטאפיסית המייצגת את נקודת המבט הייחודית שלו על העולם. אי בהירות זו קשורה אולי לשאלה מדוע חולף זמן כה רב בין גילוי הכוח בתחילת 1678 לגילוי רעיון ההתאמה בין הסיבות הפועלות לבין הסיבות התכליתיות בשנת 1686 – רעיון המאפשר את איחוד הגוף והנפש? במילים אחרות, מדוע פתרון מבוך הרצף באמצעות קיומו של כוח לא מביא ישירות לפתרון מבוך החופש באמצעות התאמה מתבקשת בין הכוח הפיסיקאלי לנקודה המטאפיסית שביסוד האינדיבידואל? העיקרון הלוגי של היכללות הנשוא בנושא מופיע בכתביו של לייבניץ כבר בשלהי שנות השבעים, ומקבל ביטוי מטאפיסי בעקרון היכללות של התכונות בסובייקט בתחילת שנות השמונים. באמצעות עיקרון ההיכללות בוואריאציה המטאפיסית שלו ניתן לראות כל עצם אינדיבידואלי כ"אספקלריה של העולם על פי דרכו"⁵²⁶. אם כך, מה מעכב את לייבניץ מלהציג את גישתו ביחס לעצם האינדיבידואלי הרבה לפני שעשה זאת בפועל?

משקבעתי את הדברים הללו [אודות קיומן של נקודות מטאפיסיות שבלעדיהן לא היה שום דבר ממש] סבור הייתי שהגעתי אל חוף מבטחים; אך כשהתחלתי להגות באיחוד הנפש עם הגוף, כאילו הושלכתי בחזרה ללב ים. כי לא מצאתי שום דרך להסביר כיצד

⁵²⁵ 1714, 'מונדולוגיה', סעיפים סד-סה, עמ' 68. אישיגורו מודה שאורגניזם הינו באמת מכונה המורכבת ממכונות המורכבות גם הן ממכונות, אך היא מתקשה לקבל את טענת לייבניץ ש"מכונות הטבע, כלומר הגופים החיים, הן מכונות אפילו בחלקיהן הזעירים ביותר עד לאינסוף". השאלה היא כיצד ניתן להגן על טענת לייבניץ לקיומם של אינסוף (סינקטגורמטי) של סדרים של מכונות בתוך האורגניזם, בעוד אנו מסוגלים לאשש אמפירית רק מספר שלבים סופי של היכללות כזו של מכונות טבעיות. אישיגורו טוענת כי הגוף האורגני בכללותו, האיברים השונים הפועלים בגוף, כלי הדם הפועלים באיברים, התאים המרכיבים את כלי הדם, המולקולות המרכיבות את התאים הם אמנם כולם מכונות טבעיות, אך כל אחת מהמכונות הללו פועלת באופן אחר ואין בהכרח קשר בין המכאניזם הפנימי של כל אחת מהן. אי לכך, טענתו של לייבניץ שקיימות מכונות בכל אחד מאינסוף רמות-החלוקה של הגוף האורגני נותרת לא מבוססת (Ishiguro 1998, 546). לעומתה, כפי שכבר הוזכר בפרק הקודם, נחתומי מציע לראות את הקוד הגנטי (DNA) המוצפן בכל חלבוני האורגניזם ככלל הפקה המסדיר את כל רמות המכונות הטבעיות הפועלות בגוף האורגני (Nachtomy 2007, 80 n70; Nachtomy 2010b). בדרך זו ניתן לקבל פילוסופית, גם אם לא להוכיח מבחינה ביולוגית, שמכונות טבעיות מורכבות ממכונות עד לאינסוף.

⁵²⁶ 1714, 'מונדולוגיה', סעיף סג, עמ' 68.

הגוף מעביר דבר מה לנפש, או להיפך; ולא כיצד יכול עצם אחד לבוא בקשר עם עצם נברא אחר [...] מאחר שנאלצתי אפוא להסכים [עם הקרטזיאניים] שמן הנמנע הוא שהנפש או איזה עצם אמיתי אחר עשויים לקבל משהו מן החוץ, אלא רק על ידי כל-יכולתו של הא-ל, באתי מבלי משים לידי דעה שהפתיעתני, אלא שדומה שאין להימנע ממנה, והיא באמת בעלת יתרונות גדולים מאד ויופי רב. דעה זו אומרת אפוא שהא-ל ברא מתחילה את הנפש, או כל יחידה ממשית אחרת, באופן שהכל נולד בה מתוך מעמקה שלה, **בספונטאניות** מושלמת ביחס לעצמה, ועם זה **בהתאמה** גמורה לדברים שבחוץ [...] יחס הדדי זה, המוסדר מראש בכל עצם שבעולם [...] הוא בלבד עושה את איחוד הנפש והגוף; ומכאן אפשר להבין כיצד יש לה לנפש מושב בתוך הגוף, באמצעות נוכחות בלתי אמצעית, שלא עשויה להיות גדולה יותר, שכן הנפש היא בגוף כמו שהיחידה היא בסכום היחידות שהוא הריבוי.⁵²⁷

לייבניץ מודה בכנות שפתרון פיסיקאלי למבוך הרצף לא סלל עבורו אוטומטית מוצא לבעיית איחוד הגוף והנפש. פתרון לבעיית גוף-נפש נעוץ בהתאמה מושלמת ביניהם ללא השפעה מבחוץ, אך על פניו, תיאור זה של הפתרון אינו מסביר מדוע חשיפת הכוח הפיסיקאלי מחד ופיתוח עקרון ההיכללות מאידך לא הספיקו ללייבניץ בכדי לגבש את הפתרון לשאלת היחס שבין גוף ונפש. למעשה, לייבניץ מציין כי הוא הופתע מפתרון הבעיה. במהלך חטיבה זו, התייחסנו לכך שגם פתרון מבוך החופש הפתיע את לייבניץ, הואיל ו"שיקולים מתמטיים הקשורים בטבעו של האינסוף" היו על פי עדותו המקום האחרון שבו ציפה למצוא את הפתרון. כפי שטענתי לעיל, אני סבור שייכתן שלייבניץ מגיע למסקנה שקיימת התאמה ספונטאנית בין גוף לנפש רק לאחר שהוא משנה את עיקרון ההיכללות שלו ומכניס בו שיקולים הקשורים ברגרסיה אינסופית. דהיינו, רק לאחר שעיקרון ההיכללות של נשוא בנושא הופך להיות ניתוח אינסופי של אמיתות קונטינגנטיות, מזהה לייבניץ את ההתאמה שבין פיסיקה של גופים לבין מטאפיסיקה של עצמים. כפי שתנועת גוף או חלוקתו מתקיימת בחסות קיומו של כוח פנימי אך לעולם אינה מסתיימת, כך גם התוכנית הקונספטואלית של העולם משתקפת בנקודת המבט המטאפיסית של העצם אך לעולם אינה ניתנת למיצוי במספר סופי של צעדים. הנה כי כן, התאמה בין גוף לנפש אינה תוצאה ישירה של גילוי הכוח הפיסיקאלי ואף אינה נובעת ישירות מקיומו של עקרון היכללות. כזכור, בכדי להגיע לפתרון של התאמה מלאה בין גוף לנפש על לייבניץ לנתק בין אנליטיות של אמת לבין הדגמתה במספר סופי של צעדים, ניתוק הקשור בטבעו הפיקטיבי של האינפיניטיסימאל. לייבניץ הופתע מכיוון שהוא לא שיער שלמתמטיקה של האינסוף תהיה חשיבות כה רבה בפתרון בעיות מטאפיסיות שאינן מתמטיות מטבען כדוגמת שאלת איחוד גוף ונפש או בעיית מבוך החופש.

כך או כך, לייבניץ מגיע בסופו של דבר למסקנה שקיימת מקבילה מטאפיסית לכוח הפיסיקאלי המשמר את קיומו של הגוף לאורך זמן. העצם האינדיבידואלי מאורגן פנימית על ידי נפש מטאפיסית שכלליה אינם מכאניים אלא רוחניים.⁵²⁸ בדומה להשפעת הכוח על כל אחד מחלקי הגוף הוא 'המכונה

⁵²⁷ 1695, 'שיטה חדשה' סעיף יד, עמ' 32-33.

⁵²⁸ יש להדגיש שלייבניץ מכיר בקיומה של נפש מטאפיסית כיסוד המאחד את החי (לכל הפחות ביחס לבני אדם ולמלאכים) כבר בשנת 1668, וכמובן שאין הדבר חידוש של לייבניץ. כוונתי כאן להכרה בקיומה של נפש שאינה רק מהווה את אחדותו של האורגניזם באשר הוא אלא גם משמשת כיסוד המארגן של אינסוף ההיבטים החומריים שלו. לשם כך מודגשת

הטבעית, גם לנפש המבטאת את נקודת מבטה הייחודית על העולם כולו השפעה על כל תכונה מתכונותיו של האינדיבידואל. לטענת נחתומי, 'המכונה הטבעית' של לייבניץ מבוססת על כמות אינסופית אקטואלית (סינקטגורמטית) של חלקים מצד אחד, ועל אחדות אינסופית מטאפיסית מצד שני⁵²⁹. על ידי כך באים לידי ביטוי בהגדרת העצם הגופני, או 'המכונה הטבעית' שני המובנים של האינסוף בשיטתו הפילוסופית של לייבניץ.

It is enough to say that the plant has a variety in unity and therefore has a perception; and it is enough to say that it has a tendency towards new perceptions and therefore appetite, in the general sense in which I use these terms.⁵³⁰

חיבור האחדות עם הריבוי בעצם הגופני אכן משלב יחדיו את שני המובנים הסותרים של האינסוף – מובנים השוכנים יחד רק מכוח קיומו של עקרון רצף מטאפיסי. עקרון הרצף מאפשר שינויים אינפיניטסימאליים הדרגתיים ללא קפיצות בשל קיומו של כוח יסודי אחד המוציא לפועל כלל הפקה מתמטי. העולם לעומת זאת, מוגדר באמצעות תוכנית או כלל מרחבי אך חסר את הכוח המאפשר לו לממש את עצמו. כפי שראינו בחטיבה השנייה, גם בעולם באים לידי ביטוי אחדות אינסופית בדמות הנוכחות המוחלטת של הא-ל וכמות אינסופית בדמות ריבוי האינדיבידואלים המרכיבים את העולם. אולם, בהעדר כוח יסודי, או נשמה לעולם, לא ניתן למזג יחד את האחדות עם הריבוי כפי שניתן לעשות זאת בעצם הגופני. בהעדר עקרון רצף מטאפיסי, נותר העולם דואלי במהותו, כששני פניו – אגרס אקטואלי ושלם אידיאלי – אינם מתלכדים יחד לכדי מהות קוהרנטית אחת. אף על פי כן, לייבניץ אינו מהסס לראות את האינדיבידואל כעולם קטן:

מאחר שכל רוח היא כעין עולם בפני עצמו – מספיק לעצמו, בלתי תלוי בכל יצור אחר, כולל את האינסוף ומבטא את היקום – הריהי מתמדת, בת קיימא ומוחלטת במידה שווה לעולם היצורים עצמו⁵³¹.

הסיבה לאנלוגיה הזו קשורה ברצונו של לייבניץ לייחד את הרוח ואת הנפש התבונית משאר הנפשות של בעלי החיים. "אלה היודעים את האמיתות ההכרחיות הללו הם הקרויים על פי הדיוק בעלי חיים תבוניים ונפשותיהם קרויות רוחות. נפשות אלו מסוגלות לבצע פעולות רפלקסיביות ולחשוב על מה שנקרא אני, עצם, מונדה, נפש, רוח; בקיצור, על הדברים והאמיתות הבלתי חומריים. וזה מה שמכשיר אותנו לרכוש לנו מדעים או הכרות מופתיות"⁵³². "הנפש התבונית [...] מסוגלת למחשבה-על-עצמה (reflexion) ומחקה בקנה-מידה קטן את הטבע הא-לוהי"⁵³³.

סברתי שאין לערבב בלא הבחנה עם הצורות או הנפשות האחרות את הרוחות או את הנפש התבונית, שהן בנות מעלה גבוהה יותר ושיש להן שלמות רבה לאין ערוך משיש

האנלוגיה בין תפקיד הכוח בפיסיקה של לייבניץ לבין תפקיד הרוח או הנפש במטאפיסיקה שלו. בשני המקרים מדובר ביסוד אחדותי המחולל ריבוי אינסופי של אירועים ותכונות.

Nachtomy 2010a⁵²⁹

5 August 1715, *Leibniz to Louis Bourguet*; G III 581, L 664⁵³⁰

1695, 'שיטה חדשה' סעיף טו, עמ' 35.⁵³¹

1714, 'עקרונות הטבע והחסד' סעיפים ה-ו, עמ' 80-81.⁵³²

28 בנובמבר / 8 בדצמבר 1686, 'התכתבות עם ארנו' אגרת י"ז, עמ' 197.⁵³³

לצורות אלו השקועות בחומר, והנמצאות בכול לדעתי; כי ביחס להללו הריהן כעין א-לים קטנים שנעשו בצלמו של הא-ל, ויש בהן איזה ניצוץ מזיו הא-לוהות. ומפני כך מושל הא-ל על הרוחות כמו שמושל נסיך על נתיניו, או אפילו כמו שדואג אב לבניו; בעוד שהוא נוהג בשאר העצמים כמו שמהנדס מטפל במכונותיו"⁵³⁴.

בפרק על שלילת נשמת העולם שבסוף החטיבה השנייה דנו ביחס שבין א-לוהים לבין סדרה אינסופית של יצורים המכוננת את העולם. סדרה אינסופית זו כוללת מדרג שלם של יצורים החל מגופים חומריים שאינם יכולים לנוע מנקודה נתונה במרחב לנקודה סמוכה לה (כשהם נחשבים כשלעצמם במנותק מכוח או מנפש המחיה אותם) ועד לא-לוהים המזהה בו זמנית את היחסים בין כל הנקודות במרחב. לייבניץ עושה שימוש בתובנות מהתחשיב האינפיניטיסימאלי שלו על מנת להצביע על ההבדל שבין הרוח התבונית לבין יצורים הנחותים ממנה מחד ועל ההבדל שבין הרוח התבונית לבין א-לוהים הנעלה ממנה מאידך. הרוח התבונית מסוגלת לפעולה רפלקטיבית המקנה לה יכולת לזהות את החוקיות הפנימית שלה באמצעות מדיטציה הדומה להליך דיפרנציאציה מתמטי. בשונה מכל שאר היצורים, לאדם תבוני יכולת עקרונית לזהות אינסוף רמות תודעה ביחס למצב מנטאלי נתון, כפי שביכולתו לזהות אינסוף רמות של דיפרנציאליים ביחס להפרש נתון בין שתי נקודות על עקומה⁵³⁵. אך אין בכוחה של התבונה האנושית לזהות בו זמנית את כל הדיפרנציאליים עבור כל ההפרשים על העקומה. רק א-לוהים יכול לתפוס את העקימות המלאה בו זמנית באמצעות התודעות סימולטאנית לכל רמות ההפרשים. הנמשל המטאפיזי של המטאפורה המתמטית הזו הוא שרק א-לוהים יכול לתפוס את הסדירות המלאה של העולם, וכן של כל אחד מהאינדיבידואלים, מכיוון שרק הוא יכול לתפוס את הסדירות באבחה אחת, באמצעות הסתכלות אינטואיטיבית. הרוח התבונית, לעומת זאת, ניחנה במודעות וביכולת רפלקטיבית אך היא מחויבת לתפיסות מובחנות שתבואנה בזו אחר זו.

אם כך, מלבד הכוח שביסוד התיאוריה הפיסיקאלית של לייבניץ, המובן האיכותי או המטאפיזי של האינסוף בא לידי ביטוי בעצם הגופני בכך ש"כל נפש יודעת את האינסוף, יודעת את הכל, אבל באופן מבלבל"⁵³⁶. לייבניץ מזהה כאן במפורש בין 'האינסוף' לבין 'הכל'. זיהוי זה נועד להוציא מכלל אפשרות שמדובר במובן כמותי סינקטגורמטי של האינסוף. קודם לכן קובע לייבניץ כי "אפשר היה להכיר את יפי העולם בכל נפש ונפש, אילו אך אפשר היה לפרוש את כל קפליה שאינם מתפתחים במידה מוחשת אלא במרוצת הזמן". הנפש מכילה בתוכה את הידיעה או היכולת לדעת את הכל באופן מלא, לנוכח העובדה שתוכניתו הנפלאה של העולם צפונה בקפליה שלה, אך בסופו של דבר היא מוגבלת להכרת המלאות צעד אחר צעד. זהו בדיוק המתח שבין הגדרת האינדיבידואל באמצעות אינסוף מטאפיזי כלשהו המאפשר לתבונה לדעת "הכל" לבין העובדה שעל ידיעת אמיתות קונטינגנטיות קיימות מגבלה הלקוחה "משיקולים מתמטיים הקשורים בטבעו של האינסוף". לפיכך

⁵³⁴ 1695, 'שיטה חדשה', סעיף ה', עמ' 26.

⁵³⁵ "Bodies are multitudes and souls are unities, but they are unities which express or represent within themselves the multitude. Every soul is a mirror of the entire world according to its point of view. But minds are souls of the first order or the highest genus, which represent not only the world but also God in the world. So they are not only immortal but conserve for always their moral qualities as citizens of the republic of the universe, which lack nothing because it is God who rules it." (1696-1697, *Leibniz to Des Billetes*, G VII 452, L 473)

⁵³⁶ 1714, 'עקרונות הטבע והחסד' סעיף יג, עמ' 85.

טענתו של לייבניץ שהנפש יודעת הכל אך במבולבל בלבד פירושה שמודעות לקיומה של אחדות אינסופית תלויה בחשיפה הדרגתית של המונדה לריבוי המתהווה שבתוכה. אך כפי שראינו לייבניץ בכל זאת מכנה את הרוח התבונית, 'א-לוהות קטנה'. הסיבה לכך היא שמציאת החוקיות הפנימית של הנפש עשויה להביא להכרת החוקיות בעולם. זאת מכיוון שהתוכנית המרחבית של העולם המהווה מודוס של נוכחות א-לוהית היא בזעיר אנפין גם התוכנית המרחבית של כל מונדה. לדעת לייבניץ הפעילות המדעית החותרת לאתר את חוקי הטבע מתבססת על יכולת רפלקטיבית מכיוון שהחוקיות הטבעית נמצאת בתוך נפשו של המדען המאורגנת באופן ייחודי "כהיטל של התבנית המישורית" היא התוכנית המרחבית של העולם. הכרת חוקי הטבע נחשבת לדעת לייבניץ לפעולה דתית; היא מביאה לידי ביטוי את צלם א-לוהים של האדם מכיוון שהיא כרוכה בזיהוי חוקיות ובהסדרה של דברים המאפיינים את היצירה הא-לוהית עצמה.

אשר לנפש התבונית, או הרוח, הנה יש בה משהו יותר מאשר במונדות, או אפילו בנשמות הפשוטות. היא אינה רק אספקלריה של עולם הנבראים, אלא גם צלם של הא-לוהות. לרוח יש לא רק תפיסה מיצירותיו של הא-ל, אלא בכוחה גם ליצור משהו הדומה להן, אם גם בזעיר אנפין [...] נפשנו היא ארכיטקטונית גם בפעולותיה הרצוניות, וכשהיא מגלה את המדעים שעל פיהם הסדיר הא-ל את הדברים (במשקל, במידה, במספר וכו') הריהי מחקה במחווה ובעולמה הקטן, ששם ניתנה לה הרשות לפעול, מה שעושה הא-ל בעולם הגדול. ומשום כך כל הרוחות, הן של בני אדם הן של המלאכים, שבזכות התבונה והאמיתות הנצחיות באות הן במעין חברה עם הא-ל, הן אזרחיה של קריית הא-ל, כלומר של המדינה המושלמת ביותר שייסד אותה ומושל בה הגדול והטוב במלכים.⁵³⁷

אולם חוקי הטבע מהווים רק חלק מהכלל של העולם, ולכן התוודעות לחוקי הטבע איננה התוודעות לסדירות המלאה של החיים. חוקי בטבע הם רק הממד שבו "ניתנה [לנו] הרשות לפעול" אך הם אינם כוללים נסים הכלולים בסדירות המלאה של העולם. לפיכך ניתן לראות בהכרת חוקי הטבע ביטוי סמלי ליכולתה האינסופית-המוגבלת של התודעה האנושית. זוהי יכולת המוגדרת כאינסופית מצד אחד אך גם כסופית מצד שני.

For every created thing contains both the limited and the unlimited: the limited in respect of distinct cognition, and of irresistible power, and the unlimited in respect of confused cognition and of diffused action. For every soul, or rather every corporeal substance, is confusedly omniscient and diffusedly omnipotent. For nothing happens in the whole world which it does not perceive, and it has no endeavour that does not extend to infinity.⁵³⁸

⁵³⁷ 1714, 'עקרונות הטבע והחסד' סעיף יד-טו, עמ' 86-87.

⁵³⁸ 29 March 1683, *Wonders Concerning the Nature of Corporeal Substance*; A 6.4 1465-1466, LLC 265; "It seems so me that every mind is omniscient, confusedly; and that any mind perceives simultaneously whatever happens in the whole world; and that these perceptions, of infinite varieties fused together at the same time, give rise to those sensations we have of colors, tastes, touches. For such perceptions do not consist in one act of the intellect, but in an aggregate of infinitely many act [...]. But the perception of existence, or thought itself, and of other things of that kind, occurs in a moment. Moreover, it is no wonder that a mind perceives what is going on in the whole world, since there is no body so minute that it will not,

בשל ההתאמה בין גוף ונפש יש לומר שהיסוד המטאפיזי שבעצם האינדיבידואלי מכיל גם תודעה אינסופית מבולבלת בשל מורכבות קונטינגנטית אינסופית וגם כוח אינסופי מוגבל המאפשר קיומו של רצף אקטואלי שלעולם אינו יכול מסתיים. העצם האינדיבידואלי אמנם חשוף לכל השינויים המתרחשים בעולם, אך הוא אינו יכול לחוש אלא "באותם הדברים שהם או הקרובים ביותר או הגדולים ביותר" ביחס אליו, "שאם לא כן, [נ]הא [...] בגדר א-לוהות"⁵³⁹. למרות שלייבניץ מאפיין את האינדיבידואל כאינסופיות מוגבלת או מבולבלת, אין הוא מתכוון בכך לזהות בינו לבין המקסימום המטאפיזי שהוזכר בתחילת החטיבה השנייה. כזכור, המקסימום הוא היבט מסוים, מצומצם, של האינסוף המוחלט. חכמה, יכולת, רצייה או נוכחות א-לוהיות הן כולן תכונות מוחלטות של הא-ל, שמתוקף היותן תכונות בלבד הן מוגבלות בהיקפן. לעומת זאת האינדיבידואל אינו מוגבל בהיקפו והוא כולל את כל התכונות הא-לוהיות הללו. חכמתו, יכולתו ואף נוכחותו של האינדיבידואל ייתכן שתהינה בלתי מוגבלות (ביחס לאפשרי שנבחר להתממש בעולם) עד כמה שהדבר תלוי בהגדרתו העצמית כקשור לעולם כולו. מוגבלותו טמונה באיכות התכונות הללו ובעוצמתן המעשית. האינדיבידואל אינו דומה רק לתכונה א-לוהית מוחלטת אך מוגבלת; הוא משול לא-לוהים מוחלט אך קטן-כוח.

באופן טיפוסי, מדגיש לייבניץ את היבט החיובי של הנחיתות האנושית ביחס לא-ל. לדעתו, חוסר היכולת לראות מייד ובבת אחת את השלמות מאפשר לנו להיחשף בהדרגה ליופי העולם. מאמץ להכיר את החוקיות הפנימית של העולם ושל הנפש אינו אלא קריאה בספרו של א-לוהים. מכאן שהכרת השלמות המלאה משולה אצל לייבניץ להצצה בעמודו האחרון של הספר ולהחמצת העלילה.

We may say it is the same in the government of intelligent substances under the kingship of God, in which everything seems confused to our eyes. Nevertheless, it must be the most beautiful and most marvelous arrangement of the world, since it comes from an Author who is the source of all perfection. But it is too great and too beautiful for spirits with our present range to be able to perceive it so soon. To try to see it here is like wishing to take a novel by the tail and to claim to have deciphered the plot from the first book; the beauty of a novel, instead, is great in the degree that order emerges from the very great apparent confusion. The composition would thus contain a fault if the reader could divine the entire issue at once. But what is only suspense and beauty in novels, which imitate creation, so to speak, is also

given the plenitude of the world, sense all others." (March 1676, *On the Plenitude of the World*; A 6.3 524, LLC 59-61, PDSR 85); "Each substance has something of the infinite insofar as it involves its cause, God: namely some vestige of omniscience and omnipotence. For in the perfect notion of each individual substance are contained all its predicates, necessary as well as contingent, past, present and future; indeed, each substance expresses the whole universe according to its own situation and point of view, inasmuch as everything else is related to it. Hence it is necessary that some of our perceptions, even though clear, are nonetheless confused, since they involve infinitely many things —for instance, our perceptions of color, heat and the like." (1686?, *A Specimen of Discoveries*; A 6.4 1618, LLC 309)

⁵³⁹ מונדולוגיה, סעיף סי', עמ' 66.

utility and wisdom in this great and true poem, this word-by-word creation,
the universe.⁵⁴⁰

אחרית דבר

מטרתו של מחקר זה היתה לשרטט את מערך היחסים שבין המובן האיכותי של מושג האינסוף ובין המובן הכמותי של האינסוף במכלול שיטתו הפילוסופית של לייבניץ. התמונה הכללית שעולה ממחקר זה היא שפרט לתחום המתמטי, לייבניץ התאמץ לשלב את שני המובנים של מושג האינסוף כמעט בכל התחומים שבהם עסק על מנת ליצור שילוב של אחדות וריבוי. התחום המתמטי אינו כה חריג כפי שניתן להתרשם ממבט ראשון; אמנם פיתוח התחשיב האינפיניטסימאלי נועד לשמש כלי מתמטי בלבד ולייבניץ אף הסיק ממנו על קיומו של נתק בין התחום האידיאלי של המתמטיקה לבין התחום האקטואלי של הממשות. אך כאשר בוחנים את הסיבה שבגינה החל לייבניץ להשתלם בלימודיו המתמטיים ניתן לראות שאת לייבניץ העסיקו כבר מלכתחילה מחשבות על הסדירות הכללית ביקום שאותה חשב שיוכל להכיר טוב יותר אם יוסיף דעת בתחום המתמטי. לפיכך כבר מלכתחילה נועד המובן הכמותי של האינסוף לקחת חלק בשיטה פילוסופית כוללת המיוסדת על ארגון ריבוי אינסופי במערכת שלמה אחת.

ארגון הריבוי שבאחדות מתבטא אצל לייבניץ במודל הקפלים. לייבניץ עשה שימוש תדיר במודל קפלים שעל פיו חלוקת חומר לאינסוף לעולם אינה מניבה נקודות או חלקים בלתי מתחלקים, "מפני שכל חלק מחלקי החומר לא רק שהוא חליק עד לאינסוף אלא אף מחולק הוא בפועל משנה חלוקה לאינסוף, כל חלק וחלק לחלקיו"¹. כפי שצוין בחלק ג', מודל הקפלים של לייבניץ דומה, בשינויים מתבקשים, למודל פרקטלים מודרני. למעשה, ניתן אולי לומר שהגותו הכוללת של לייבניץ בעצמה פועלת על פי מודל קפלים מכיוון שבכל קנה מידה שלה היא שבה ומציגה את אותם המאפיינים כאילו ביקשה להציג בצורתה את אמיתות תכניה. מודל הקפלים עצמו הינו המחשה פיסיקאלית של הליך דיפרנציאציה מתמטי העומד בתשתית התחשיב האינפיניטסימאלי של לייבניץ. מעבר לפיסיקה ולמתמטיקה, גם המטאפיסיקה של העצם קשורה במודל קפלים. כל עצם יודע את הכל אך במבולבל, ועל כן עליו לפתוח את קפלי תודעתו בהדרגה באמצעות הליך דיפרנציאציה מנטאלי. מודל קפלים גם קיים בהכלה של אינסוף עצמים בתוך כל עצם, וכך "כל חלק מחלקי החומר אפשר לציירו כגן מלא צמחים, וכברכה מלאה דגים. אולם כל ענף של הצמח, כל איבר של החיה, כל טיפה של ליחותיה, אף הוא גן כזה או ברכה כזו"². האמת ניתנת להיאמר, גם העולם אמור לפעול על פי מודל קפלים לנוכח העובדה שהתוכנית המרחבית המקופלת בכל אחד מהעצמים מגדירה גם את העולם בכללותו, על אף שאיננו עצם. בהעדר נקודת מבט מיוחסת, הרעיון שכל דיפרנציאל מזוהה כהפרש הסכומים או כסכום ההפרשים יכול היה לבוא לידי ביטוי בטשטוש ההבדלים שבין עצם אינדיבידואלי לעולם. "כל עצם פרטי או יש שלם הוא כמו עולם בפני עצמו [...] כל העצמים הנבראים הינם הפקה רצופה שמפיק יש עליון אחד על פי אותן כוונות, והם מבטאים אותו יקום או אותן תופעות"³. אך לייבניץ בכל זאת בחר

¹ 1714, 'מונדולוגיה' סעיף סה, עמ' 68.

² 1714, 'מונדולוגיה' סעיף סז, עמ' 69.

³ 14/4 ביולי 1686, 'התכתבות עם ארנו', אגרת י', עמ' 169-170.

להימנע מלזהות את העולם כעצם (ואת א-לוהים כנשמת העולם) משיקולים תיאולוגיים. כתוצאה מכך השיטה הלייבניציאנית אמנם פחות אלגנטית אך גם איננה שפינוציסטית-הכרחית. אולי ראוי לסיים מחקר זה בכמה מילים על האופטימיות של לייבניץ, אופטימיות הקשורה ישירות בהבחנת האפשרות מן ההכרח. מודל הקפלים טומן בחובו פוטנציאל בלתי נדלה של התפתחות. תמיד ניתן להמשיך ולפרוס את הקפלים, וגם אם לא, תמיד יהיו עוד אינסוף קפלים שטרם נפרשו במלואם. אם ניקח בחשבון את פתרון מבוך החופש של לייבניץ ניווכח שההתקדמות והשיפור עשויים להיות מפתיעים ובלתי צפויים על אף שהם כבר מקודדים ורשומים בקפלי העולם כולו. אין טוב מלייבניץ עצמו מלבטא אופטימיות מלבבת זו ולכן לו שמורה המילה אחרונה – אם יכולה בכלל להיות מילה 'אחרונה' במחקר על האינסוף אצל לייבניץ:

However, because of the infinite divisibility of the continuum, there are always parts asleep in the abyss of things, yet to be roused and yet to be advanced to greater and better things, advanced, in a word, to greater cultivation. Thus, progress never comes to an end.⁴

23 Nov. 1697, *On the Ultimate Origination of Things*; G VII 308, AG 155 ⁴

ביבליוגרפיה

כתבי לייבניץ:

ראו רשימת קיצורים בתחילת המחקר

כתבים אחרים

- דקארט רנה. 'הגיונות על הפילוסופיה הראשונית', תרגם יוסף אור, ערך ח"י רות, ירושלים, מאגנס והאוניברסיטה העברית, 1969.
- דקארט רנה. 'עקרונות הפילוסופיה' (חלק ראשון). תרגמה שרה ירצקי, ערכו שרה ירצקי ומרסלו דסקל, תל אביב, מפעלים אוניברסיטאיים, 1979.
- היררה, רבי אברהם כהן. 'בית א-לוהים ושער השמים', ערך ותרגם יושע נסים, ירושלים, יד בן צבי תשס"ב.
- ויטאל, הרב חיים. 'עץ חיים', ירושלים תר"ע.
- לוינס, עמנואל. 'כוליות ואינסוף: מסה על החיצוניות', תרגמה רמה איילון, ערכה ז'ואל הנסל, ירושלים, מאגנס והאוניברסיטה העברית, 2010.
- קאנט עמנואל. 'ביקורת התבונה הטהורה'. ירושלים, מוסד ביאליק, 1954.
- שפינוזה ברוך. 'אגרות'. ירושלים, ביאליק, 1963.
- שפינוזה ברוך. 'תורת המידות' [אתיקה]. רמת גן, מסדה, 1967.

Aquinas, Thomas. *De Aeternitate Mundi* [On the Eternity of the World]. Trans. by C. Vollert, L. H. Kendzierski, and P. M. Byrne. Milwaukee: Marquette University Press, 1964.

Aquinas, Thomas. *Libros Physicorum Aristoteli Exposition* [Commentary on Aristotle's Physics]. Trans. by P. H. Conway. Ohio: Colege of St. Mary of the Springs, Columbus, 1958-1962.

Aquinas, Thomas. *Quaestiones Disputatae de potentia Dei* [On the Power of God]. 3 vols. Trans. by English Dominican Fathers. London: Burns, Oates & Washbourne, 1932.

Aquinas, Thomas. *Summa Theologicae*. Ed., trans. and with an introduction by A. C. Pegis. New York: Random House, 1944.

Aristotle. *The Complete Works of Aristotle: The Revised Oxford*. 2 vols. Ed. and trans. by J. Barnes. Princeton: Princeton University Press, 1984.

- Bolzano, Bernard. *Paradoxes of the Infinite*. London: Routledge, 1950.
- Cantor, Georg. *Contributions to the Founding of the Theory of Transfinite Numbers*. New York: Dover, 1915.
- Dedekind, J. W. Richard. *Essays on the Theory of Numbers*. New York: Dover, 1963.
- Descartes, René. *Oeuvres de Descartes*. 12 vols. Ed. by C. Adam and P. Tannery. Paris: Vrin, 1969.
- Descartes, René. *The Philosophical Writings of Descartes*. 3 vols. Ed. and trans. by J. Cottingham, R. Stoothoff, and D. Murdoch. Cambridge: Cambridge University Press, 1985.
- Galileo, Galilei. *Dialogues Concerning Two New Sciences*. Trans. by H. Crew and A. de Salvio, with an introduction by A. Favaro. New York: Dover, 1914.
- Galileo, Galilei. *Discoveries and Opinions of Galileo*. Trans. and with introduction by D. Stillman. Garden City: NY, Doubleday, 1957.
- Galileo, Galilei. *Opera*, Edizione Nazionale. Ed. by Antonio Favaro. Florence, 1898.
- Gassendi, Pierre. *Animadversions in decimum librum Diogenis Laertii* [Observation on Book X of Diogenes Laertius]. 3 vols. Lyons, 1649. Reprinted New York and London: Garland, 1987.
- Gassendi, Pierre. *Opera Omnia*. 6 vols. Lyons, 1658. Facsimile reprint, Stuttgart-Bad Canstatt: Friedrich Frommann Verlag, 1964.
- Gregory St. Vincent. *Opus Geometricum* (Book II: *Geometricae Progressiones*).1647. Trans. by I. Bruce in <http://www.17centurymaths.com>.
- Hilbert, David. *Foundation of Geometry*. Illinois: Open Court 1902. Reprinted 1950.
- Hilbert, David. "On the Infinite", in P. Benacerraf and H. Putnam (eds.), *Philosophy of Mathematics: Selected Readings*, pp. 183-201. Cambridge: Cambridge University Press, 1983
- Hobbes, Thomas. *The English works of Thomas Hobbes of Malmesbury*. 11 vols. Ed. by Sir W. Molesworth. London: Bohn, 1839-1845. Reprinted 1966.
- Newton, Isaac. *Isaac Newton's Papers and Letters on Natural Philosophy and Related Documents*. Ed. by I. B. Cohen, and R. E. Schofield. Cambridge: Harvard University Press, 1958.
- Newton, Isaac. *Opticks: or, A Treatise of the Reflections, Refractions and Inflections and Colour of Light*. Preface by I. B. Cohen based on the 4th addition. London, 1730. Reprinted New York: Dover, 1952.

- Newton, Isaac. *Sir Isaac Newton's Mathematical Principles of Natural Philosophy and His System of the World*. Ed. and trans. by F. Cajori. California: University of California, 1934.
- Pascal, Blaise. *Oeuvres*. 14 vols. Vaduz: Kraus, 1965.
- Petri, Hispani. *Syncategoreumata*. First critical edition with an introduction and Indexes by L. M. de Rijk, with an English Translation by Joke Spruyt. Leiden/Köln/New York: Brill, 1992.
- Petri, Hispani. *The Summulae Logicales of Peter of Spain*. Ed. and trans. by J. P. Mullaly. Notre Dame: University of Notre Dame, 1945.
- Plotinus. *The Enneads*. Abridged and edited by J. Dillon. Trans. by S. MacKenna. London: Penguin Books, 1991.
- William of Ockham. *Exposition Physicorum*, I-IV, in *Opera Philosophica* IV-V. New York: St. Bonaventure, 1974-1988.
- William of Ockham. *Philosophical Writings: A Selection*. Trans. by P. Boehner. Indianapolis: Hackett, 1990.
- William of Ockham. *Quodlibetal Questions*. 2 vols. Trans. by A. J. Freddoso & F. E. Kelley. New Haven and London: Yale University Press, 1991.
- William of Ockham. *The De Sacramento Altaris of Ockham*. Ed. and trans. by T. Bruce. Burlington: The Lutheran Literary Board, 1930.
- William of Ockham. *The Tractatus de Successivis Attributed to William Ockham*. Ed. by P. Boehner. St. Bonaventure, N.Y.: Franciscan Institute, 1944.

מחקרים

- אונגורו, שבתאי. 1989א. 'מבוא לתולדות המתמטיקה. חלק א': הזמן העתיק וימי הביניים'. תל אביב, משרד הביטחון.
- אונגורו, שבתאי. 1989ב. 'מבוא לתולדות המתמטיקה. חלק ב': הרנסנס והזמן החדש'. תל אביב, משרד הביטחון.
- בכלר, זאב. 1999. 'שלוש מהפכות קופרניקניות'. תל אביב, הוצאת אוניברסיטת חיפה וזמורה-ביתן.
- בן שלמה, יוסף. 1983. 'פרקים בתורתו של ברוך שפינוזה'. תל אביב, משרד הביטחון.
- בראון, אברהם צבי. 1984. 'סוגיית היש – פרקים בניתוח אונטולוגי'. ירושלים, מאגנס-האוניברסיטה העברית.

- בראון, אברהם צבי. 1995. (עורך), 'מבחר טכסטים פילוסופיים מפרמנידס עד הוגי ימינו - מקראה באונטולוגיה'. ירושלים, מאגנס-האוניברסיטה העברית.
- ברגמן, שמואל הוגו. 1970. 'תולדות הפילוסופיה החדשה: מניקולאוס קוזאנוס ועד תקופת השכלה'. ירושלים, מוסד ביאליק.
- ברנדס, יהודה. תשס"ז. "התודעה האליפטית של הציונות הדתית", בתוך: 'מאה שנות חינוך ציוני דתי'. ערך שמחה רוז, עמ' 391-412. ירושלים, המחלקה לחינוך, הסתדרות המזרחי - הפועל המזרחי, המרכז העולמי.
- האזרחי, פפיטה. 1964. 'על היש המושלם'. ירושלים, האוניברסיטה העברית.
- זייף, צ'ארלס. 2003. 'ביוגרפיה מסוכנת של האפס'. רעננה, מי אן.
- יושע, נסים. תשנ"ד. 'מיתוס ומטאפורה: הפרשנות הפילוסופית של רבי אברהם כהן היררה לקבלת האר"י'. ירושלים, יד בן צבי.
- יקירה, אלחנן. 1988. 'מאמר מטאפיסי והתכתבות עם ארנו' (מבוא תרגום והערות). תל אביב, מפעלים אוניברסיטאיים.
- ליסון, אלעד. תשס"ה. 'המרחב הלייבניציאני: היבטים פילוסופיים, מתמטיים ותיאולוגיים על רקע הויכוח מול ניוטון'. עבודה לשם קבלת תואר מוסמך בפילוסופיה. רמת גן, אוניברסיטת בר-אילן.
- לשם-רמתי, עיבל. תשמ"ט. 'מושג החלל של לייבניץ לאור כתביו הגיאומטריים'. עבודה לשם קבלת תואר מוסמך בפילוסופיה. תל אביב, אוניברסיטת תל אביב.
- נדלר, סטיבן. 2007. 'שפינוזה – ביוגרפיה'. תל אביב, רסלינג.
- נחתומי, אוהד. 1999. 'על תפיסת החומר של לייבניץ', עיון מ"ח, עמ' 187-208.
- סמבורסקי, שמואל. 1972. (עורך) 'המחשבה הפיסיקאלית בהתהוותה: מן הפילוסופיה הקדם-סוקרטית עד הפיסיקה של הקוונטים' (אנתולוגיה). ירושלים, מוסד ביאליק.
- שלום, גרשם. תש"ח. 'ראשית הקבלה (1150-1250)'. ירושלים ותל אביב, שוקן.
- שלום, גרשם. תשל"ח. 'אברהם כהן היררה בעל 'שער השמים': חייו, יצירתו והשפעתו'. ירושלים, מוסד ביאליק.

Adams, R. M. 1982. "Leibniz's Theories of Contingency" in M. Hooker (ed.), *Leibniz: Critical and interpretive Essays*, pp. 243-283. Minneapolis.

Adams, R. M. 1994. *Leibniz: Determinist, Theist, Idealist*. New York: Oxford University Press.

Anderson, W. E. 1976. "Cartesian Motion" in P. K. Machamer & R. G. Turntail (eds.), *Motion and Time, Space and Matter*, pp. 200-223. Columbus: Ohio State University Press.

Antognazza, M. R. 2009. *Leibniz: An Intellectual Biography*. Cambridge: Cambridge University Press.

- Ariew, R. 1990. "The Infinite in Spinoza's Philosophy" in E. Curley & P. F. Moreau (eds.), *Spinoza: Issues and Directions. The Proceedings of the Chicago Spinoza Conference* [September 1986], pp. 16-31. Leiden, New York: Brill's Studies in Intellectual History, vol. 14.
- Arthur, R. T. W. 1989. "Russell's Conundrum: On the Relation of Leibniz's Monads to the Continuum" in J.R. Brown & J. Mittelstrass (eds.), *An Intimate Relation: Studies in the History and Philosophy of Science*, pp. 171-201. Boston-Dordrecht-London: Reidel.
- Arthur, R. T. W. 1997. "Review of Philip Beeley's *Kontinuität und Mechanismus*", *Leibniz Society Review* 7, 25-42.
- Arthur, R. T. W. 1998. "Infinite Aggregates and Phenomenal Wholes: Leibniz's Theory of Substance as a Solution to the Continuum Problem", *The Leibniz Review* 8, 25-45.
- Arthur, R. T. W. 1999. "Infinite Numbers and the World Soul: In Defense of Carlin and Leibniz", *The Leibniz Review* 9, 105-116.
- Arthur, R. T. W. 2001a. (Ed., trans. and with an introduction), *The Labyrinth of the Continuum: Writings on the Continuum Problem, 1672-1686*. New Haven: Yale University Press.
- Arthur, R. T. W. 2001b. "Leibniz on Infinite Number, Infinite Whole, and the Whole World: A Reply to Gregory Brown", *The Leibniz Review* 11, 103-116.
- Arthur, R. T. W. 2003. "The Enigma of Leibniz's Atomism" in D. Garber and S. Nadler (eds.), *Oxford Studies in Early Modern Philosophy*, pp. 183-227.
- Arthur, R. T. W. 2008. "Leery Bedfellows: Newton and Leibniz on the Status of Infinitesimals" in U. Goldenbaum and D. Jesseph (eds.), *Infinitesimal Differences: Controversies between Leibniz and his Contemporaries*, pp. 7-30. Berlin and New York: Walter de Gruyter.
- Arthur, R. T. W. 2010a. "Actual Infinitesimals in Leibniz's Early Thought", *Studia Leibnitiana* (forthcoming).
- Arthur, R. T. W. 2010b. "'A Complete Denial of the Continuous'? Leibniz's Law of Continuity", *Synthese* (forthcoming).
- Barbone, S. 1995. "Infinity in Descartes", *Philosophical Inquiry* 17, 23-38.
- Baron, M. E. 1969. *The Origins of the Infinitesimal Calculus*. Oxford: Pergamon Press.
- Bassler O. B. 1998a. "The Leibnizian Continuum in 1671", *Studia Leibnitiana* 30, 1-23.
- Bassler O. B. 1998b. "Leibniz on the Indefinite as Infinite", *The Review of Metaphysics* 51, 849-874.

- Bassler O. B. 1999. "Towards Paris: The Growth of Leibniz's Paris Mathematics Out of the Pre-Paris Metaphysics", *Studia Leibnitiana* 31, 160-180.
- Bassler, O. B. 2008. "An Enticing (Im)Possibility: Infinitesimals, Differentials and the Leibnizian Calculus" in U. Goldenbaum and D. Jesseph (eds.), *Infinitesimal Differences: Controversies between Leibniz and his Contemporaries*, pp. 136-152. Berlin and New York: Walter de Gruyter.
- Beeley, P. 1996a. *Kontinuität und Mechanismus: zur Philosophie des jungen Leibniz in ihrem ideengeschichtlichen Kontext*. Studia Leibnitiana Supplementa 30, Stuttgart: Franz Steiner Verlag.
- Beeley, P. 1996b. "Points, Extension, and the Mind-Body Problem: Remarks on the Development of Leibniz's Thought from the *Hypothesis Phisica Nova* to the *Systeme Nouveau*", in R. S. Woolhouse (ed.), *Leibniz's 'New System' (1695)*. Florence.
- Beeley, P. 1997. "Response to Arthur, Mercer, Smith and Wilson", *Leibniz Society Review* 7, 65-82.
- Beeley, P. 2008. "Infinity, Infinitesimals, and the Reform of Cavalieri: John Wallis and his Critics" in U. Goldenbaum and D. Jesseph (eds.), *Infinitesimal Differences: Controversies between Leibniz and his Contemporaries*, pp. 31-52. Berlin and New York: Walter de Gruyter.
- Benardete, J. A. 1964. *Infinity: An Essay in Metaphysics*. Oxford: Oxford University Press.
- Bertoloni-Meli, D. 1993. *Equivalence and Priority: Newton versus Leibniz*. Oxford: Clarendon Press.
- Blumenfeld, D. 1985. "Leibniz on Contingency and Infinite Analysis", *Philosophy and Phenomenological Research* 45, 483-514.
- Blumenfeld, D. 1995. "Leibniz's Ontological and Cosmological Arguments" in N. Jolley (ed.), *The Cambridge Companion to Leibniz*, pp. 353-381. Cambridge: Cambridge University Press.
- Bos, H. J. M. 1974. "Differentials, Higher-Order Differentials and the Derivative in the Leibnizian Calculus", *Archive for History of Exact Sciences* 14, 1-90.
- Bos, H. J. M. 1980. "Newton, Leibniz and the Leibnizian Tradition", in I. Grattan-Guinness (ed.), *From the Calculus to Set Theory 1630-1910*, pp. 49-93. London: Duckworth.
- Bos, H. J. M. 1986. "Fundamental Concepts of the Leibnizian Calculus", *Studia Leibnitiana Sonderheft* 14, 103-118. Reprinted in *Lectures in the History of Mathematics*, pp. 83-100. London: London Mathematical Society, 1997.

- Bowin, J. 2007. "Aristotelian Infinity" in D. Sedley, (ed.), *Oxford Studies in Ancient Philosophy* XXXII, pp. 233-250. Oxford: Oxford University Press.
- Boyer, C. B. 1949. *The History of the Calculus and its Conceptual Development*. Dover.
- Boyer, C. B. 1968. *A History of Mathematics*. Princeton: Princeton University Press.
- Brouwer, L. E. J. 1983. "Intuitionism and Formalism", in P. Benacerraf and H. Putnam (eds.), *Philosophy of Mathematics: Selected Readings*, pp. 77-89. Cambridge: Cambridge University Press.
- Brown G. 1987. "Compossibility, Harmony, and Perfection in Leibniz", *The Philosophical Review* 96, 173-203.
- Brown, G. 1998. "Who's Afraid of Infinite Numbers? Leibniz and the World Soul", *The Leibniz Review* 8, 113-125.
- Brown, G. 2000. "Leibniz on Wholes, Unities, and Infinite Number", *The Leibniz Review* 10, 21-51.
- Brown, G. 2005. "Leibniz's Mathematical Argument against a Soul of the World", *British Journal for History of Philosophy* 13: 449-488.
- Brown, G. 2006. "Does the Best of All Possible Worlds Contains the (Absolute) Most?", in H. Breger et al, (eds.), *Einheit in der Vielheit: VIII. Internationaler Leibniz-Kongreß*, pp. 106-110. Hanover.
- Brown, S. and Fox, N. J. 2006. *Historical Dictionary of Leibniz's Philosophy*. Lanham, Md.: Scarecrow Press.
- Burbage, F. and Chouchan, N. 1993. *Leibniz et l'infini*. Paris: Presses Universitaires de France.
- Bussanich, J. 1996. "Plotinus's Metaphysics of the One" in L. P. Gerson (ed.), *The Cambridge Companion to Plotinus*, pp. 38-65. Cambridge: Cambridge University Press.
- Carlin, L. 1997. "Infinite Accumulations and Pantheistic Implications: Leibniz and the *Anima Mundi*", *The Leibniz Review* 7, 1-24.
- Carriero, J. 1993. "Leibniz on Infinite Resolution and Intra-Mundane Contingency. Part I: Infinite Resolution", *Studia Leibnitiana* 25, 1-26.
- Child, J. M. 1920. (Ed. and trans.), *The Early Mathematical Manuscripts of Leibniz*. Chicago: Open Court 1920. Reprinted New York: Dover 2005.
- Coudert, A. 1995. *Leibniz and the Kabbalah*. Dordrecht: Kluwer.
- Coudert, A. 1999. *The Impact of the Kabbalah in the Seventeenth Century: The Life and Thought of Francis Mercury van Helmont (1614-1698)*. Leiden: Brill.

- Couturat, L. 1901. *La Logique de Leibniz*. Paris: Felix Alcan; reprinted Hildesheim: Olms, 1961.
- Couturat, L. 1902. "Sur la Metaphysique de Leibniz", *Revue de Metaphysique et de Morale* 10, 1-25. Translated in H.G. Frankfurt (ed.), *Leibniz: A Collection of Critical Essays*, pp. 20-45. New York: Doubleday Anchor 1972. Reprinted in R. S. Woolhouse (ed.), *G. W. Leibniz: Critical Assessments*, vol. 1, pp. 1-19. London and New York: Routledge 1994.
- Cover, J. A. and Hawthorne, J. 1990. "Leibniz on Superessentialism and World-Bound Individuals", *Studia Leibnitiana* 22, 175-183.
- Cover, J. A. and O'Leary-Hawthorne, J. 1999. *Substance and Individuation in Leibniz*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Crockett, T. 1999. "Continuity in Leibniz's Mature Metaphysics", *Philosophical Studies* 94, 119-138.
- Curley, E. M. 1972. "The Root of Contingency" in H. G. Frankfurt (ed.), *Leibniz: A Collection of Critical Essays*, pp. 67-97. New York: Doubleday Anchor.
- D'Agostino, F. 1976. "Leibniz on Compossibility and Relational Predicate", *Philosophical Quarterly* 26, 125-138. Reprinted in R. S. Woolhouse (ed.), *Leibniz: Metaphysics and Philosophy of Science*, pp. 89-103. Oxford: Oxford University Press, 1981,
- Dascal M. 1987. *Leibniz: Language, Signs and Thought*. Amsterdam and Philadelphia: John Benjamins.
- Dauben, J. W. 1979. *Georg Cantor: His Mathematics and Philosophy of the Infinite*. Princeton: Princeton University Press.
- Davies, P. 1981. *The Edge of Infinity: Naked Singularities and the Destruction of Spacetime*. Oxford: Oxford University Press.
- De Risi, V. 2007. *Geometry and Monadology: Leibniz's Analysis and Philosophy of Space*. Basel: Birkhauser.
- Di Bella, S. 2005. *The Science of the Individual: Leibniz's Ontology of Individual Substance*. Dordrecht/New York: Springer.
- Drozdek, A. 1995. "Beyond Infinity: Augustine and Cantor", *Laval Théologique et Philosophique* 51, 127-140.
- Duhem, P. 1985. *Medieval Cosmology: Theories of Infinity, Place, Time, Void and the Plurality of Worlds*. Ed., trans. and with preface by R. Ariew. Chicago and London: Chicago University Press.
- Dummett, M. 1983. "The Philosophical Basis of Intuitionistic Logic" in P. Benacerraf and H. Putnam (eds.), *Philosophy of Mathematics: Selected Readings*, pp. 97-129. Cambridge: Cambridge University Press.

- Dummett, M. 1993. *The Seas of Language*. Oxford: Oxford University Press.
- Earman, J. 1975. "Infinities, Infinitesimals, and Indivisibles: The Leibnizian Labyrinth", *Studia Leibnitiana* 7, 236-251.
- Edwards, C. H. 1979. *The Historical Development of the Calculus*. New York: Springer-Verlag.
- Evans, G. R. 1984. *The Language and Logic of the Bible: The Earlier Middle Age*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Ferraro, G. 2000. "True and Fictitious Quantities in Leibniz's Theory of Series", *Studia Leibnitiana* 32, 43-67.
- Fichant M. 1971. "L'origine de la négation", *Les Etudes Philosophiques*, 29-55. Reprinted in M. Fichant, (ed.), *Science et Métaphysique dans Descartes et Leibniz*, pp. 85-119. Presses Universitaires de France.
- Fisher, S. 2005. *Pierre Gassendi's Philosophy and Science*. Leiden and Boston: Brill.
- Futch, M. J. 2002. "Leibniz on Plenitude, Infinity and the Eternity of the World", *British Journal of the History of Philosophy* 10, 541-560.
- Futch, M. J. 2004. "Time Unbounded: Leibniz on Infinite Temporal Regresses", *International Philosophical Quarterly* 44, 321-334.
- Garber, D. 1982. "Motion and Metaphysics in the Young Leibniz" in M. Hooker (ed.), *Leibniz: Critical and Interpretive Essays*, pp. 160-184. Minneapolis: University of Minnesota Press.
- Garber, D. 1985. "Leibniz and the Foundations of Physics: The Middle Years", in K. Okruhlik, & J. R. Brown (eds.), *The Natural Philosophy of Leibniz*, pp. 27-130. Dordrecht: Reidel.
- Garber, D. 1987. "How God Causes Motion: Descartes, Divine Substance, and Occasionalism", *The Journal of Philosophy* 84, 567-580.
- Garber, D. 1992. "Descartes' Physics" in J. Cottingham (ed.), *The Cambridge Companion to Descartes*, pp. 286-334. Cambridge: Cambridge University Press.
- Garber, D. 1995. "Leibniz: Physics and Philosophy" in N. Jolley (ed.), *The Cambridge Companion to Leibniz*, pp. 270-352. Cambridge: Cambridge University Press.
- Gerhardt, C. I. 1891. "Leibniz and Pascal", *The Sitzungsberichte der Koniglich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, pp. 1053-1068. Translated in Child 1920, pp. 196-227.
- Goddu, A. 1984. *The Physics of William of Ockham*. Leiden: Brill.
- Goddu, A. 1999. "Ockham's Philosophy of Nature", in P. V. Spade, (ed.), *The Cambridge Companion to Ockham*, pp. 143-167. Cambridge: Cambridge University Press.

- Grosholz, E. R. 2007. *Representation and Productive Ambiguity in Mathematics and the Sciences*. Oxford: Oxford University Press.
- Grosholz, E. R. 2008. "Productive Ambiguity in Leibniz's Representation of Infinitesimals" in U. Goldenbaum and D. Jesseph (eds.), *Infinitesimal Differences: Controversies between Leibniz and his Contemporaries*, pp. 153-170. Berlin and New York: Walter de Gruyter.
- Guthrie, W. K. C. 1965. *A History of Greek Philosophy*. 5 vols. Cambridge: Cambridge University Press.
- Hacking, I. 1975. "A Leibnizian Space", *Dialogue* 14, 89-100.
- Hacking, I. 1982. "A Leibnizian Theory of Truth" in M. Hooker (ed.), *Leibniz: Critical and interpretive Essays*, pp. 185-195. Minneapolis.
- Hall B. M. 1978. "Leibniz and the Royal Society 1670-1676", *Studia Leibnitiana Supplementa* 18 (1), 171-182.
- Hall, A. R. and Hall M. B. 1965-1977. (Eds. and trans.), *The Correspondence of Henry Oldenburg*. 11 vols. Madison: University of Wisconsin Press.
- Hallett, M. 1996. *Cantor's Set Theory and Limitation of Size*. Oxford: Oxford University Press.
- Hartz, G. A. & Cover, J.A. 1988. "Space and Time in the Leibnizian Metaphysic", *Nous* 22, 453-519.
- Hartz, G. A. and Wilson, C. 2005. "Ideas and Animals: The Hard Problem of Leibnizian Metaphysics", *Studia Leibnitiana* 37, 1-19.
- Hartz, G. A. 1998. "Why Corporeal Substance Keep Popping Up in Leibniz's Later Philosophy", *British Journal for the History of Philosophy* 6, 193-207.
- Hartz, G. A. 2006. "Putting Idealism in Its Place" in H. Breger et al. (eds.), *Einheit in der Vielheit: VIII. Internationaler Leibniz-Kongreß*, pp. 306-312. Hannover.
- Hartz, G. A. 2007. *Leibniz Final System: Monads, Matter and Animals*. London/New York: Routledge.
- Hawthorne, J. and Cover, J. A. 2000. "Infinite Analysis and the Problem of the Lucky Proof", *Studia Leibnitiana* 32, 151-165.
- Hintikka, J. 1966. "Aristotelian Infinity," *Philosophical Review* 75, 197-218.
- Hintikka, J. 1972. "Leibniz on Plenitude, Relations, and the 'Reign of Law'" in H. G. Frankfurt (ed.), *Leibniz: A Collection of Critical Essays*, pp. 155-190. New York: Anchor Books.
- Hofmann, J. E. 1974. *Leibniz in Paris 1672-1676: His Growth to Mathematical Maturity*. Cambridge: Cambridge University Press.

- Hooper, A. 1958. *Makers of Mathematics*. New York: Random House.
- Horvath, M. 1982. "The Problem of Infinitesimally Small Quantities in Leibnizian Mathematics", *Studia Leibnitiana Supplement* 22, 149-157.
- Horvath, M. 1986. "On the Attempts Made by Leibniz to Justify his Calculus", *Studia Leibnitiana* 18, 60-71.
- Idel, M. 1989. "Kabbalah, Platonism and Prisca Theologia – The Case of Menasseh Ben Israel" in Y. Kaplan, H. Mechoulam & R. H. Popkin (eds.), *Menasseh Ben Israel and his World*, pp. 207-219. Leiden.
- Ignacio J. 1995. "The Role of the Absolute Infinite in Cantor's Conception of Set", *Erkenntnis* 42, 375-402.
- Ishiguro H. 1990. *Leibniz's Philosophy of Logic and Language* (2nd edition). Cambridge: Cambridge University Press.
- Ishiguro H. 1998. "Unity without Simplicity", *The Monist* 81, 534-552.
- Jesseph, D. 2008. "Truth in Fiction: Origins and Consequences of Leibniz's Doctrine of Infinitesimal Magnitudes" in U. Goldenbaum and D. Jesseph (eds.), *Infinitesimal Differences: Controversies between Leibniz and his Contemporaries*, pp. 215-234. Berlin and New York: Walter de Gruyter.
- Jesseph, D. M. 1998. "Leibniz on the Foundation of the Calculus: The Question of the Reality of Infinitesimal Magnitudes", *Perspective on Science* 6, 6-40.
- Joy, L. S. 1987. *Gassendi the Atomist: Advocate Of History in the Age of Science*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kirby, B. S. 1993. "Descartes, Contradiction and Time", *History of Philosophy Quarterly* 10, 137-145.
- Kline, M. 1972. *Mathematical Thought From Ancient to Modern Times*. New York: Oxford University Press.
- Knobloch, E. 1999. "Galileo and Leibniz: Different Approaches to Infinity", *Archive for History of Exact Sciences* 54, 87-99.
- Knobloch, E. 2002. "Leibniz's Rigorous Foundation of Infinitesimal Geometry by Means of Riemannian Sums", *Synthese* 133, 59-73.
- Knobloch, E. 2006. "Beyond Cartesian Limits: Leibniz's Passage from Algebraic to 'Transcendental' Mathematics", *Historia Mathematica* 33, 113-131.
- Koestler, A. 1959. *The Sleepwalkers: A History of Man's Changing Vision of the Universe*. London: Hutchinson.

- Kretzmann, N. 1982. "Syncategoremata, Exponibilia, Sophistimata, in N. Kretzmann & A. Kenny (eds.), *The Cambridge History of Later Medieval Philosophy*, pp. 211-245. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kulstad, M. 1980. "A Closer Look at Leibniz's Alleged Reduction of Relations", *Southern Journal of Philosophy* 18, 417-432.
- Kulstad, M. 1995. "Leibniz's *De Summa Rerum*: The Origin of the Variety of Things in Connection with the Spinoza-Tschirnhaus Correspondence" in D. Berlioz & F. Nef (eds.), *L'actualite de Leibniz: Les Deux Labyrinthes*. Studia Leibnitiana Supplementa 34, pp. 69-85. Stuttgart: Franz Steiner Verlag.
- Kulstad, M. 1999. "Leibnizian Meditations on Monism, Force, and Substance, in relation to Descartes, Spinoza, and Malebranche", *The Leibniz Review* 9, 17-42.
- Kulstad, M. 2001. "Leibniz, Spinoza and Tschirnhaus: Multiple Worlds, Possible Worlds", in S. Brown (ed.), *The Young Leibniz and his Philosophy (1646-1676)*, pp. 245-262. Dordrecht: Kluwer.
- Kulstad, M. 2005. "The One and the Many and Kinds of Distinctness: The Possibility of Monism or Pantheism in the Young Leibniz" in D. Rutherford & J. A. Cover (eds.), *Leibniz: Nature and Freedom*, pp. 20-43. Oxford and New York: Oxford University Press.
- Langford, J. K. 1966. *Galileo, Science and the Church* (3rd edition). New York: St. Augustine's Press.
- Laugwitz, D. 1992. "Leibniz' Principle and Omega Calculus", in J. M. Salanskis & H. Sinaceur (eds.), *Le Labyrinthe du Continu*, pp. 144-154. Paris.
- Lavine, S. 1994. *Understanding the Infinite*. Cambridge: Harvard University Press.
- Lear, J. 1979. "Aristotelian Infinity", *Proceedings of the Aristotelian Society* 80, 187-210.
- Lenzen, W. 2004. "Leibniz's Logic" in D. M Gabbay & J. Woods (eds.), *Handbook of the History of Logic*. vol. 3: *The Rise of Modern Logic - from Leibniz to Frege*, pp. 1-84. San Diego: Elsevier.
- Leshem A. 2003. *Newton on Mathematics and Spiritual Purity*. Dordrecht/Boston: Kluwer.
- Levey, S. 1998. "Leibniz on Mathematics and the Actually Infinite Division of Matter", *The Philosophical Review* 107, 49-96.
- Levey, S. 1999a. "Leibniz's Constructivism and Infinitely Folded Matter" in R. Gennaro & C. huenemann (eds.), *New Essays on the Rationalists*, pp. 134-162. New York: Oxford University Press.

- Levey, S. 1999b. "Matter and Two Concepts of Continuity in Leibniz", *Philosophical studies* 94, 81-118.
- Levey, S. 2003. "The Interval of Motion in Leibniz's *Pacidius Philalethi*", *Nous* 37, 371-416.
- Levey, S. 2005. "Leibniz on Precise Shapes and the Corporeal World" in D. Rutherford & J. A. Cover (eds.), *Leibniz: Nature and Freedom*, pp. 69-94. Oxford and New York: Oxford University Press.
- Levey, S. 2008. "Archimedes, Infinitesimals and the Law of Continuity: On Leibniz Factionalism" in U. Goldenbaum and D. Jesseph (eds.), *Infinitesimal Differences: Controversies between Leibniz and his Contemporaries*, pp. 107-134. Berlin and New York: Walter de Gruyter.
- Lison, E. 2006. "The Leibnizian Space as an Infinite Perspective" in H. Breger et al. (eds.), *Einheit in der Vielheit: VIII. Internationaler Leibniz-Kongreß*, pp. 482-487. Hannover.
- Lison, E. 2006-2007. "The Philosophical Assumptions Underlying Leibniz's Use of the Diagonal Paradox in 1672", *Studia Leibnitiana* 38/39, 197-208.
- Loemker, L. E. 1969. (Ed., trans. and with an introduction), *G.W. Leibniz: Philosophical Papers and Letters* (2nd edition). Dordrecht: Reidel.
- Look, B. C. 2004. "Leibniz Correspondence with Des Bosses" in P. Lodge (ed.), *Leibniz and his Correspondents*, pp. 238-261. New York: Cambridge University Press.
- Look, B. C. and Rutherford, D. 2007. (Ed., trans. and with an introduction), *The Leibniz-Des Bosses Correspondence*. New Haven and London: Yale University Press.
- Loptson, P. and Arthur, R. T. W. 2006. "Leibniz's Body Realism: Two Interpretations", *The Leibniz Review* 16, 1-42.
- Lovejoy, A.O. 1936. *The Great Chain of Being*. Cambridge.
- Mancosu, P. 1996. *Philosophy of Mathematics and Mathematical Practice in the Seventeenth Century*. Oxford: Oxford University Press.
- Mason, R. V. 1986. "Spinoza on the Causality of Individuals," *Journal of the History of Philosophy* 24, 197-210.
- Mates, B. 1972. "Individuals and Modality in the Philosophy of Leibniz", *Studia Leibnitiana* 4, 81-118.
- Mates, B. 1986. *The Philosophy of Leibniz: Metaphysics and Language*. New York: Oxford University Press.
- McGuire, J. E. 1976. "Labyrinthus Continui: Leibniz on Substance, Activity and Matter" in P. K. Machamer & R. G. Turntail (eds.), *Motion and time space and matter*, pp. 290-326. Columbus: Ohio State University Press.

- McRae, R. 1979. "Time and the Monad", *Nature and System* 1, 103-109. Reprinted in R. S. Woolhouse (ed.) *G. W. Leibniz: Critical Assessments*. vol. 3, pp. 104-111. London and New York: Routledge, 1994.
- Mercer, C. 2001. *Leibniz's Metaphysics Its Origin and Development*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Mercer, C. & Sleight, R. C. 1995. "Metaphysics: The Early Period to the *Discourse on Metaphysics*" in N. Jolley (ed.), *The Cambridge Companion to Leibniz*, pp. 67-124. Cambridge: Cambridge University Press.
- Mercer, C. & Smith, J. 1997. "Review of Philip Beeley's *Kontinuität und Mechanismus*", *Leibniz Society Review* 7, 43-60.
- Mondadori, F. 1975. "*Leibniz and the Doctrine of Inter-World Identity*", *Studia Leibnitiana* 7, 22-57.
- Moore, A. W. 1990. *The Infinite: The Problems of Philosophy, Their Past and Present*. London and New York: Routledge.
- Mugnai, M. 1992. *Leibniz's Theory of Relations*. Studia Leibniziana Supplementa 28, Stuttgart: Franz Steiner Verlag.
- Mugnai, M. 2001. "Leibniz on Individuation: From the Early Years to the 'Discourse' and Beyond", *Studia Leibnitiana* 33, 36-54.
- Murdoch, J. E. 1982a. "Infinity and Continuity" in N. Kretzmann & A. Kenny (eds.), *The Cambridge History of Later Medieval Philosophy*, pp. 564-591. Cambridge: Cambridge University Press.
- Murdoch, J. E. 1982b. "William of Ockham and the Logic of Infinity and Continuity" in N. Kretzmann (ed.), *Infinity and Continuity in Ancient and Medieval Thought*, pp. 165-206. Ithaca and London.
- Nachtomy, O. 1998. "The Individual's Place in the Logical Space: Leibniz on Possible Individuals and their Relations", *Studia Leibnitiana* 30, 161-177.
- Nachtomy, O. 2001. "Individuals, Worlds, and Relations: A Discussion of Catherine Wilson's 'Plenitude and Compossibility in Leibniz'", *The Leibniz Review* 11, 117-124.
- Nachtomy, O. 2005. "Leibniz on the Greatest Number and the Greatest Being", *The Leibniz Review* 15, 49-66.
- Nachtomy, O. 2007a. *Possibility, Agency, and Individuality in Leibniz's metaphysics*. Dordrecht: Springer.
- Nachtomy, O. 2007b. "Leibniz and Russell: the Number of All Numbers and the Set of All Sets" in P. Phemister & S. Brown (eds.), *Leibniz and the English-Speaking World*, pp. 207-218. Dordrecht.

- Nachtomy, O. 2010a. "Leibniz on Infinite Beings and Non-Beings" in C. Fraenkel, D. Perinetti and J. E. H. Smith (eds.), *Montreal Studies in the History of Philosophy*, vol. 1, *The Rationalists: Between Tradition and Revolution*. Dordrecht: Springer, New Synthese Historical series.
- Nachtomy, O. 2010b. "Leibniz on Artificial and Natural Machines" in J. E. H. Smith and O. Nachtomy (eds.), *Machines of Nature and Corporeal Substances in Leibniz*. Forthcoming in Springer, The New Synthese Historical Library.
- Nachtomy, O. 2010-2011. "A Tale of Two Thinkers, One Meeting, and Three Degrees of Infinity: Leibniz and Spinoza in 1675-78", forthcoming in *British Journal for the History of Philosophy*.
- Parkinson, G. H. R. 1965. *Logic and Reality in Leibniz's Metaphysics*. Oxford: Clarendon Press.
- Parkinson, G. H. R. 1966. (Ed., trans. and with an introduction), *G.W. Leibniz: Logical Papers*. Oxford: Clarendon Press.
- Parkinson, G. H. R. 1978. "Leibniz's Paris Writings in Relation to Spinoza", *Studia Leibnitiana Supplementa* 18 (2), 73-90.
- Parkinson, G. H. R. 1992. (Ed., trans. and with an introduction), *De Summa Rerum: Metaphysical Papers 1675-1676*. New Haven and London: Yale University Press.
- Parkinson, G. H. R. 1995. "Philosophy and Logic" in N. Jolley (ed.), *The Cambridge Companion to Leibniz*, pp. 199-223. Cambridge: Cambridge University Press.
- Pasini, E. 1985-1986. *La nozione di infinitesimo in Leibniz; tra matematica e metafisica*. Tesi di Laurae in Storia della Filosofia Moderna, Universita' degli studi di Torino.
- Patterson, B. 1965. "A Medieval Analysis of Infinity", *Journal of History of Philosophy* 3, 242-243.
- Pedersen, K. M. 1980. "Techniques of the Calculus, 1630-1660" in I. Grattan-Guinness (ed.), *From the Calculus to Set Theory 1630-1910: An Introductory History*, pp. 10-48. London: Duckworth.
- Phemister, P. 1999. "Leibniz and the Elements of Compound Bodies", *British Journal for the History of Philosophy* 7, 57-78.
- Phemister, P. 2005. *Leibniz and the Natural World: Activity, Passivity and Corporeal Substances in Leibniz's Philosophy*. Dordrecht: Springer.
- Probst, S. 2008. "Indivisibles and Infinitesimals in Early Mathematical Texts of Leibniz" in U. Goldenbaum & D. Jesseph (eds.), *Infinitesimal Differences: Controversies between Leibniz and his Contemporaries*, pp. 95-106. Berlin and New York: Walter de Gruyter.

- Rescher, N. 1955. "Leibniz' Conception of Quantity, Number, and Infinity", *Philosophical Review* 64, 108-114.
- Rescher, N. 1967. *The Philosophy of Leibniz*. New York: Prentice Hall.
- Rescher, N. 1979. *Leibniz: An Introduction to his Philosophy*. Lanham, MD: University Press of America.
- Rescher, N. 1991. *G. W. Leibniz's Monadology: An Edition for Students*. Pittsburgh: University of Pittsburgh Press.
- Rescher, N. 1996. "Leibniz on Possible Worlds", *Studia Leibnitiana* 28, 129-162.
- Rucker, R. 1983. *Infinity and the Mind*. New York: Bantam.
- Russell, B. 1900. *Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz* (2nd edition). London: George Allen & Unwin. Reprinted 1937.
- Russell, B. 1903. "Recent Work on the Philosophy of Leibniz", *Mind* 12, 177-201. Reprinted in H.G. Frankfurt (ed.), *Leibniz: A Collection of Critical Essays*, pp. 365-400. New York: Doubleday Anchor, 1972.
- Russell, B. 1918. *Introduction to Mathematical Philosophy*. London: Allen and Unwin.
- Rutherford, D. 1990. "Leibniz's Analysis of Multitude and Phenomena into Unities and Reality", *Journal of the History of Philosophy* 28, 525-552.
- Rutherford, D. 1995a. *Leibniz and the Rational Order of Nature*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Rutherford, D. 1995b. "Philosophy and Language in Leibniz" in N. Jolley (ed.), *The Cambridge Companion to Leibniz*, pp. 224-269. Cambridge: Cambridge University Press.
- Rutherford, D. 2004. "Idealism Declined: Leibniz and Christian Wolff" in P. Lodge (ed.), *Leibniz and his Correspondents*, pp. 214-237. New York: Cambridge University Press.
- Seeger, R. J. 1966. *Galileo Galilei, His Life and His Works*. Oxford: Pergamon Press.
- Sleigh, R. C., Jr. 1982. "Truth and the Principle of Sufficient Reason in the Philosophy of Leibniz" in M. Hooker (ed.), *Leibniz: Critical and interpretive Essays*, pp. 212-242. Minneapolis.
- Sleigh, R. C., Jr. 1990. *Leibniz and Arnauld: A Commentary on Their Correspondence*. New Haven: Yale University Press.
- Sleigh, R. C., Jr. 2005. (Ed. and trans.), *Confessio Philosophi, and other Papers Concerning the Problem of Evil, 1671–1678*. New Haven: Yale University Press.
- Smith, D. E. 1929. *A Source Book in Mathematics*. 2 vols. New York: Dover.

- Stewart, M. 2005. *The Courtier and the Heretic: Leibniz, Spinoza and the Fate of God in the Modern World*. New Haven and London: Yale University Press.
- Sweeney, L. S. J. 1992. *Divine Infinity in Greek and Medieval Thought*. New York: Peter Lang.
- White, M. J. 1992. "The Foundations of the Calculus and the Conceptual Analysis of Motion: The Case of the Early Leibniz (1670-1676)", *Pacific Philosophical Quarterly* 73, 283-313.
- Wilson, C. 1983. "Leibnizian Optimism", *The Journal of Philosophy* 80, 765-783.
- Wilson, C. 1989. *Leibniz's Metaphysics: A Historical and Comparative Study*. Princeton: Princeton University Press.
- Wilson, C. 1993. "Critical Notice of R. S. Sleigh's 'Leibniz and Arnauld: A Commentary on their Correspondence'", *Canadian Journal of Philosophy* 23, 661-674.
- Wilson, C. 2000. "Plenitude and Compossibility in Leibniz", *The Leibniz Review* 10, 1-20.
- Wilson, C. 2001. "Response to Ohad Nachtomy's 'Individuals, Worlds, and Relations: A Discussion of Catherine Wilson's 'Plenitude and Compossibility in Leibniz'", *The Leibniz Review* 11, 125-129.
- Wilson, M. 1993. "Compossibility and Law" in S. Nadler (ed.), *Causation in Early Modern Philosophy*, 119-133. University Park: Pennsylvania State University Press.
- Winterbourne, A. T. 1982. "On the Metaphysics of Leibnizian Space and Time", *Studies in History and Philosophy of Science* 13, 201-214.
- Wolfson, H. A. 1962. *The Philosophy of Spinoza*. 2 vols. in 1 (2nd edition). Cleveland and New York: Meridian Books.

Abstract

This research project on the place of the infinite in Leibniz's philosophy aims to map out the various fields of knowledge through which Leibniz related to the infinite; to identify the connections between them and to present the function of the infinite within Leibniz's broader philosophical theory. To this end, analysis has been made of Leibniz's mathematical approach towards the infinite, the development of his attitude towards the physical continuum and his treatment of various subjects in which the infinite has an essential role, such as the concept of God, the world's status as a whole and as an aggregate and the Principle of Individuation of substance. The general picture that emerges is one where the concept of the infinite applied by Leibniz has a dual meaning, quantitatively and qualitatively, as has been suggested by Nachtomy (2005). The quantitative aspect of the infinite refers to a multitude which can never be considered as a whole, whereas the qualitative aspect of the infinite indicates an indivisible unity. Leibniz tried to combine these two different aspects of the infinite in his philosophy, but he was only partially successful.

In order to provide the intellectual background for Leibniz's attitude to the concept of the infinite, the first part of the research project surveys the different approaches consolidated by thinkers who preceded Leibniz. Among those who had dealt with the concept of the infinite, the following have been included: Aristotle, Thomas Aquinas, William of Ockham, Rabbi Abraham Cohen Herrera, Galilei Galileo, René Descartes, Pierre Gassendi and Baruch Spinoza. Common to almost all these thinkers is the tension between unity and plurality, which emerges directly from their analysis of the notion of the infinite.

The second part of this research project discusses the mathematical aspect of the infinite in Leibniz and includes detailed reference to his Infinitesimal Calculus, developed during his sojourn in Paris between the years 1672-1676. For the duration of this period, Leibniz ignored the problem of the tension between the infinite parts and the whole continuum and made a fundamental assumption that this tension was subject to resolution. Leibniz focused on exposing the opposing connection between summation and differentiation, a connection that gained exposure through his work on infinite series,

theoretically defined in his geometrical works and clearly expressed in the algebraic symbols that Leibniz formulated. However, during mid 1676, Leibniz reached the conclusion that the differential (from whatever order) can not be an actual magnitude. The differential can not exist as an actual component within the continuum and an infinite quantity of it can never generate a whole. Once Leibniz reached the conclusion that the Infinitesimal was a mathematical fiction, he completed the last step towards an entirely syncategorematic approach towards the infinite. The concluding chapter of this part deals with a conceptual clarification of Leibniz's notion of the quantitative infinite and with its justification in light of later approaches to the subject, such as that of Cantor.

The mathematical aspect of the infinite has a direct repercussion on Leibniz's theory of the continuum and indeed, on his physics. The third part of research assesses five different theories formulated by Leibniz throughout his career, with the aim of solving the Labyrinth of the Continuum. Two of these theories were formulated by Leibniz in the years preceding the Infinitesimal Calculus; the third emerged from the new mathematical discoveries made in Paris. However, once he realized the fictitious nature of the infinitesimal, Leibniz drew the conclusion proposed by a fourth theory, according to which, an actual continuum is not possible at all, since there is a severance between an ideal continuum lacking particles and infinitely real discrete particles. Only the discovery of force in the foundation of matter, made it possible for Leibniz finally to modify his conclusions and give recognition to the existence of an actual continuum. The discovery of force enabled Leibniz to identify the constant essence of matter which prevents it from diminishing into dust within infinite division. Moreover, with force in hand, Leibniz was able to make use of the fictitious infinitesimals, in spite of the gap between the real and the ideal. Now he was able to claim that all changes of matter are continuous and lacking in leaps because they are imaginary, without making matter itself an imaginary phenomena. Leibniz was able to do this by making use of the fictitious infinitesimal, describing the imaginary change of the actual reality and even explaining how it could end – even though it can never end. Therefore, absolute rest, for example, is not possible according to Leibniz's final theory. All this accords with Leibniz's Law of Continuity, which "entails that with respect to continuous things, one can treat an external extremum as if it were internal, so that the last case or instance, even if it is of a nature completely

different, is subsumed under the general law governing the others."¹ The discovery of force conservation enabled Leibniz to formulate his important Law of Continuity and made possible his later famous philosophical development of the Individual Substance.

The last part of research is devoted to an analysis of several of Leibniz's philosophical treatises wherein the infinite plays a central role. This part is divided into three sections - God, Worlds and Individuals. Discussion about the concept of God as the most perfect being reveals that Leibniz's quantitative notion of the infinite is insufficient in that it emphasizes the infinite plurality that is emanated from the first cause and never refers to the absolute and undivided unity that characterizes God. The same conclusion emerges from the discussion of the Principle of Individuation of substances. The mathematical aspect of the infinite appropriately expresses the infinite multitude of predicates and relations that have been included in the complete concept of an individual, but inadequately describes the unity that organizes that individual.

In these kinds of cases, Leibniz needs to use a qualitative, metaphysical conception of the infinite, which does not express quantity in any way. God, for example, is the absolute infinite, completely simple and inaccessible to any investigation. The individual substance, also, is defined first and foremost as an infinite being, though limited in relation to God. Leibniz's usage of the qualitative aspect of the infinite is not limited to metaphysics only. As mentioned before, the solution of the physical Labyrinth of the Continuum is dependant upon the existence of an internal force, which Leibniz calls 'infinite', and which generates all changes in the material body of the corporeal substance.

Along with this, the mathematical aspect of the infinite is still very important since a purely qualitative notion of the infinite is insufficient. In the discussion about the world and its pre-established harmony, it seems that the two aspects of the concept of the infinite, compliment each other. On the one hand, the permanent and absolute immensity of God, expressed in the actual world, is translated into infinite points of perspective that are expressed according to an organized spatial and completely ideal plan. On the other hand, these infinite points of view are the perspectives of the metaphysical monads which, in effect, constitute the world as an actual aggregate. Thus, the study of the

¹ *Acta Erud.* 1713 (Supplementa), *Epistola ad V. Cl. Christianum Wolfium, circa Scientiam Infiniti*; GM V 365, trans. by Grosholz 2007, 205.

infinite teaches that the world according to Leibniz is a complete, ideal program whilst at the same time, being an incomplete actual aggregate. Indeed, the metaphysical Law of Continuity that provided a solution to the Labyrinth of the Continuum, already pointed towards a connection between an infinite multitude of states and the metaphysical unity that generates them. However, this law is only appropriate for an organic unity such as that of corporeal substance, whereas the world according to Leibniz is not an organic unity in which God plays the role of its soul. Therefore, the two conflicting perspectives of the infinite yield a dualistic picture of the world, which cannot be unified to present a coherent description.

Ultimately, the concept of the infinite also comes to the fore in Leibniz's research into the analytic notion of truth and in the safeguarding of his theory from determinism. Leibniz made an ontological and not only an epistemological severance between God's absolute knowledge of the contingent futurities and human freedom, by means of infinite analysis of contingent truths. Understanding the reciprocal correlation that exists between mathematics, logic and metaphysics in Leibniz's philosophical theory, highlights that Leibniz solved (or could solve) the Labyrinth of Freedom in the same manner in which he resolved the Labyrinth of the Continuum. After all, Leibniz explicitly declared that these two fundamental problems should be dealt with by the same powerful means, namely, the infinite.² I maintain that the fictitious status of the infinitesimal has an important role in resolving these two labyrinths.

Research of the infinite in Leibniz's philosophical system does not only reveal many links between the fields of knowledge that Leibniz dealt with but also the difficulties and the problems raised by the concept of infinity. In this manner, research of the infinite in Leibniz's philosophy is similar to that of his own experience in the understanding of the infinite – it never ends and does not offer a comprehensive and final interpretation of his entire philosophy, but it has a significant function in its clarification.

² "For there are two labyrinths of the human mind, one concerning the composition of the continuum, and the other concerning the nature of freedom, and they arise from the same source, infinity." (1689?, *On Freedom*; FC 180, AG 95).

Contents

Hebrew Abstract.....	⌘
Prologue.....	1

Part A: Historic Survey

Methodological Introduction.....	15
1. Aristotle: Potential Infinite.....	16
2. Thomas Aquinas: God and the Infinite.....	27
3. William of Ockham: Syncategorematic and Actual Infinite.....	32
4. Rabbi Abraham Cohen Herrera: Between Absolute Unity and Unbounded Multitude.....	42
5. Galileo Galilei: Continuum Constructed from Infinite Zero's.....	49
6. René Descartes: Infinite as Indefinite.....	58
7. Pierre Gassendi: Rejection of the Infinite.....	69
8. Baruch Spinoza: Infinite Unity.....	73
9. General Background: Leibniz and the History of the Infinite.....	81
Summary.....	94

Part B: Mathematics

Introduction.....	99
1. ' <i>De Arte Combinatoria</i> ' as a Formal Basis for Thought: Retrospective on Leibniz's 1666 Dissertation.....	102
2. Leibniz and the Infinitesimal Calculus.....	111
2.1. Mathematical Background: Mathematical Works in 16th-17th Centuries.....	111
2.2. Leibniz's Mathematical Development.....	127
a. <i>Principle of Contradiction</i> and the Denial of Infinite Number.....	129
b. Infinite Series.....	131
c. Geometrical Developments.....	143
d. Algebraic Developments and Calculus Consolidation.....	149
3. Conceptual Clarifications: Syncategorematic and Actual Infinite According to Leibniz.....	160
a. Syncategorematic Infinite – Categorematic Infinite.....	161
b. Actual Infinite – Potential Infinite.....	164
c. Syncategorematic Infinite – Indefinite.....	165

d. Infinite and Infinitesimal Numbers.....	167
e. Can Leibniz's Conception of the Infinite be Justified?.....	172
f. Convergent Infinite Series and Limit.....	175
g. Actual Infinity.....	177
Summary.....	186

Part C: Physics - Infinity and Infinitesimal in the Labyrinth of the Continuum

Introduction.....	191
1. 1666-1669: Infinite Points and Leaps Construct the Continuum.....	194
2. 1670-1671: Infinite Unextended Points Construct the Continuum.....	196
3. 1672-1675: Infinite Amount of Infinitesimal Magnitudes Produces the Continuum.....	207
4. 1676-1677: Infinitesimal is a Fiction; There is No Actual Continuum.....	215
5. 1678-1716: Actual Continuum in Corporeal Substance by Means of the <i>Law of Continuity</i>	232
a. Infinite series and the <i>Law of Production</i>	233
b. <i>Law of Continuity</i>	237
c. 'There are No Precise Shapes and Consequently No Precise Motions'.....	242
d. Absolute Rest According to Newton and Leibniz.....	247
e. The Infinite Force.....	252
Summary.....	255

Part D: Theology, Logic, Metaphysics

Introduction.....	261
-------------------	-----

Section I: God..... 262

1. The Ontological Proof and Its Limits.....	263
2. 'The Most Perfect Being' Versus 'The Greatest Number'.....	265
3. Formal Solution and the Price of Proving the Existence of God.....	271
4. On the Origin of Negation: Incompatibility between Simple Elements.....	275
5. Absolute Infinity.....	283

Section II: Worlds..... 291

1. Maximum-Infinity: Between Absolute Unity and Syncategorematic Multitude...291	
2. 1676: Space as a Modification of God's Permanent Immensum.....	297

3. Leibniz and the Philosophy of Space.....	305
a. Between God's Immensum and Ideal Space: Rejection of Absolute Space.....	305
b. Between Spatial Extension of Bodies and Ideal Space.....	307
c. Merely Ideal Space and Absolute Infinite Ideal Space.....	312
d. Between Spatial Situation and Ideal Space.....	332
4. The World According to Leibniz	342
a. Phenomenological Space and Pre-established Harmony.....	342
b. Maximum full Universe: Leibniz and Descartes's Vortex.....	348
c. The World's Spatial Plan or Rule as the Source of Impossibility	357
5. The Denial of <i>Anima Mundi</i> : Posteriori Proofs for the Existence of God.....	372
Section III: Individuals.....	387
1. Leibniz's Project of Knowledge: On the Analytic Nature of Necessary and Contingent Truths.....	387
2. Infinite Analysis as the Solution of the Labyrinth of Freedom.....	396
a. An Analogy between Infinite Series and Contingent Truths: A False Solution?	396
b. On the Levels of Knowledge and on Demonstration.....	404
c. The Infinite as the Key to the Solution of Both Labyrinths.....	412
d. Dis-Analogy between Mathematics the of Infinite Series and the Logic of Contingent Truth.....	420
e. Contingency, God, Intuition.....	427
3. Complete Concept of Individual.....	436
4. Metaphysical infinite at the base of the Individual: The Finite infinity.....	445
Epilogue.....	455
Bibliography.....	457
English Abstract.....	I

This work was carried out under the supervision
of Dr. Ohad Nachtomy
(Department of Philosophy), Bar-Ilan University.

On the Infinite in Leibniz's Philosophy

Elad Lison

Interdisciplinary Studies Unit
Science, Technology and Society

Ph.D. Thesis

Submitted to the Senate of Bar-Ilan University

Ramat-Gan, Israel

August 2010